

接触多様体論への大域幾何学的アプローチ

( 課題番号 11440016 )

平成11年度－12年度科学研究費補助金 基盤研究 (B) (2)

研究成果報告書

平成 13年 3月

研究代表者      伊藤光弘  
(筑波大学数学系教授)

5.7  
89  
関係資料

415.7  
I 89  
A10

はしがき

本研究の目的は接触構造を許容する微分多様体を大域幾何学的アプローチにより考察し研究成果をあげることであった。

本研究において当初の研究目標は次の3点であった。

- 1 Rumin 複体コホモロジー群の調和積分論的考察
- 2 群作用を許容の接触構造の研究
- 3 Legendre 極小部分多様体論

平成11年度においては 研究目標に関連して、自己双対性の調和積分論に本質的に及ぼす影響を重点項目として選定し研究を推進した。

この研究により佐々木接触多様体を調和形式の観点から考察を行い、佐々木接触多様体に対して自己双対性、接触カップ積の概念をうることに成功した。考察は佐々木接触多様体上の調和形式の接触的分解に関する立花の定理に依存するが、平成12年度においてCR幾何学の立場から、立花の定理が田中昇による強擬凸CR多様体上の調和積分論に包摂されてしまうことが判明した。すなわち 佐々木接触多様体はCR幾何学における正則強擬凸CR多様体と概念として完全に一致することをみることができた。

平成12年度は自己双対性の考察をさらに推し進めることにより、4次元 twistor 理論のアナロジーではあるが、接触計量多様体の twistor 空間の研究を視野にいれることが可能となり、twistor 空間上の概CR構造の可積分条件 (Weyl 共形テンソルの自己双対性およびスカラー曲率  $s = -4$ ) を算出することに成功した。

佐々木接触多様体内の Legendre 極小曲面の部分多様体的考察が本研究の成果としてあげられる。

Lutz 理論との関連で接触多様体の運動量写像の研究、Micallef と Moore の定理の接触幾何学版、5次元 Briekorn 多様体の接触カップ積構造を明らかにすること、Heirmite-Einstein-Tanaka 接続を許容するベクトル束の安定性の研究など、本研究において重点項目に選定されながら研究の端緒を切り開けなかったものに関しては今後の研究課題としたい。

重点項目選定・検討作業は分担者との絶えざる情報・意見交換により行うことができた。特に 毎火曜日開催の筑波大学微分幾何学セミナーにおいて研究検討に関する意見交換を行えたことはおおきな収穫であった。

## 研究組織

研究代表者	伊藤 光弘	(筑波大学数学系教授)
研究分担者	田崎 博之	(筑波大学数学系助教授)
	長友 康行	(筑波大学数学系講師)
	芥川 (相山) 玲子	(筑波大学数学系講師)
	守屋 克洋	(筑波大学数学系助手)
	川村 一宏	(筑波大学数学系助教授)
	若林 誠一郎	(筑波大学数学系教授)
	保科 隆雄	(筑波大学数学系教授)
	渡辺 公夫	(筑波大学数学系教授)
	高村 博之	(筑波大学数学系講師)
	今野 宏	(東京大学大学院数理科学研究科助教授)

## 研究経費

平成11年度	3,500千円
平成12年度	2,000千円
合計	5,500千円

## 研究発表等

研究代表者 (伊藤 光弘)

- [1] M.Itoh, Self-dual metrics on 4-dimensional circle bundles,  
Nihonkai Math. Journal, 10, 1999, 71-86
- [2] M.Itoh, Kummer type construction of self-dual metrics on the connected sum of  
four complex projective planes,  
Journal Math. Soc. Japan, 52, 2000, 139-160
- [3] M.Itoh, Minimally immersed Legendrian surfaces in Sasakian 5-manifolds,  
Kodai Math. Journal, 23, 2000, 358-375
- [4] M.Itoh, Affine locally Symmetric Structures and Finiteness Theorems for  
Einstein-Weyl Manifolds, 23, 2000, 37-49
- [5] M.Itoh, Global Geometry of Sasakian Manifolds,  
The Proceedings of 4th Intern. Workshop on Diff.Geometry(Kyungpook  
Univ., Korea), 4, 2000, 1-7
- [6] M.Itoh, Weyl Manifolds and the Morse Functional,  
The Proceedings of 4th Intern. Workshop on Diff. Geometry(Kyungpook  
Univ., Korea), 4, 2000, 9-17

## 論文の要約

- [1] 次の定理を示した.  $N$  を 3次元 Einstein-Weyl 多様体とする.  $N$  が一般化されたモノポール方程式の非零解をもてば,  $N$  上の円周束は自己双対計量をもつ.
- [2] 本論文では Donaldson-Friedman の定理のオービフォルド版を適用することにより複素射影平面の 4つの連結和上に  $U(1)$  が共形変換として作用する自己双対構造を構成した.
- [3] 局所対称 Weyl 空間についての局所自明性定理および正の Gauduchon 定数をもつコンパクト Einstein-Weyl 多様体の集合についての有限性定理のふたつの定理を本論文では扱った.
- [4] 本論文は 5次元佐々木多様体内の極小はめこみ Legendre 曲面の部分多様体的考察を扱った論文である.

[5] 5次元佐々木多様体の4次元接触部分束の自己双対幾何学的考察を扱った講演要旨をまとめたもの.

[6] Weyl 多様体に対して affine 測地線と異なるゲージ不変測地線を定義し, さらに Morse 汎関数の第二変分問題を扱った講演要旨をまとめたもの.

研究分担者

田崎 博之

[1] H.Tasaki, Totally geodesic submanifolds of maximal rank in symmetric spaces, Japanese Journal Math., 26, 2000, 1-29.

[2] H.Tasaki, Area-minimizing of the cone over symmetric R-spaces, Tsukuba Journ. Math., 24, 2000, 171-188.

[3] H.Tasaki, Minimal orbits of the isotropy groups of symmetric spaces of compact type, Differential Geometry and its Appl., 13, 2000, 167-177.

論文の要約

対称空間を含む等質 Riemann 空間内の部分多様体の微分幾何学性質, 例えば 体積最小性, 全測地的性質などについて考察を行った.

長友 康行

[1] Y. Nagatomo, Examples of vector bundles admitting unique ASD connections on quaternion-Kaehler manifolds, Proc. Amer. Math. Society, 127, 1999, 3043-3048.

[2] Y. Nagatomo,  $k$ -instantons on  $G_2(C^{n+2})$  and stable vector bundles, Mathematische Zeitschrift, 232, 1999, 721-737

[3] Y. Nagatomo, Representation Theory and ADHM-construction on Quaternion Symmetric Spaces, Transaction Amer. Math. Society, 掲載予定

論文の要約

四元数 Kaehler 多様体上の ASD 接続を許容するベクトル束のツイスター論的考察に大いに進展があった.

相山 (芥川) 玲子

- [1] R. Aiyama, Kenmotsu-Bryant type representation formulas for constant mean curvature surfaces in  $H^3(-c^2)$  and  $S^3_1(c^2)$ , *Annals Global Analysis and Geometry*, 17, 1999, 49-75.
- [2] R. Aiyama, A global correspondence between CMC-surfaces in  $S^3$  and pairs of non-conformal harmonic maps into  $S^2$ , *Proc. Amer. Math. Society*, 128, 2000, 939-941.
- [3] R. Aiyama, Kenmotsu type representation formula for surfaces with prescribed mean curvature in the 3-sphere, *Tohoku Mathematical Journal*, 52, 2000, 95-105.

論文の要約

平均曲率一定な曲面の Kenmotsu-Bryant 型公式の表出に成功した。

川村 一宏

- [1] K. Kawamura, Total excess and Tits metric for piecewise Riemannian 2-manifolds, *Topology Applic.*, 94, 1999, 173-193.
- [2] K. Kawamura, Measures and topological dynamics on Menger manifolds, *Topology Applic.*, 103, 2000, 249-282.

口頭発表

研究代表者 (伊藤 光弘)

- [1] The self-duality of Sasakian 5-manifolds  
第5回複素幾何シンポジウム 1999. 10
- [2] Global Geometry of Sasakian manifolds 第4回微分幾何学国際ワークショップ  
(韓国慶北大) 1999. 11
- [3] Weyl manifolds and Morse functional 第4回微分幾何学国際ワークショップ(韓国慶北大) 1999.11
- [4] Higher dimensional Yang-Mills theory and submanifolds, *Colloq. At Kyungpook Univ. Korea*, 1999. 11

- [5] 佐々木多様体の自己双対性と接触カップ積について 筑波微分幾何学研究会 1999. 12
- [6] Sasakian manifolds and Self-duality 鹿児島大学理学部談話会 2000.2
- [7] 強擬凸 CR 多様体の Sasaki 構造と 5 次元自己双対性 名古屋大学多元数理談話会 2000.6
- [8] 円周束上の東計量の共形平坦性について 日本数学会 京都大学人間総合学部 2000. 9
- [9] On CR twistor spaces over Sasakian manifolds 第 6 回複素幾何シンポジウム 2000.11
- [10] 接触多様体上の CRtwistor 空間について 日本数学会年会 慶応大学 2001.3
- [11] 自己双対 Weyl 共形テンソルの isolation 定理について 日本数学会年会 慶応大学 2001. 3

研究分担者

田崎 博之

- [1] 複素射影平面内の実曲面の積分幾何学 筑波大学微分幾何学セミナー 2000.5
- [2] 複素射影空間内の積分幾何学 日本数学会年会 慶応大学 2001. 3.

長友 康行

- [1] Instanton moduli on quaternion-Kaehler manifolds, Edinburgh Geometry Seminars, The University of Edinburgh, 1999. 11.
- [2] ADHM-construction on quaternion symmetric spaces, Geometry and Analysis Seminars, The University of Oxford, 2000. 1.
- [3] Instanton, the twistor section and quaternion submanifolds, Geometry Seminars, the University of Hull, 2000. 6.
- [4] ツイスター方程式の幾何学 日本数学会年会 慶応大学 2001. 3.
- [5] 例外群  $G_2$  型の四元数対称空間上のインスタントンモジュライ 日本数学会

年会 慶応大学 2001. 3.

相山 (芥川) 玲子

[1] Lagrangian surfaces in the complex 2-dimensional space 筑波大学微分幾何セミナー 2000. 4.

川村 一宏

[1] Approximations of Stone-Cech compactifications by Higson compactifications, International Conference on Topology and its applications, 神奈川大学 1999. 8.



以下の頁は著作権者の許諾を得ていない  
ため、公表できません。

p. 8 ~p.

p. ~p.

p. ~p.

p. ~p.

p. ~p.