国際資本市場の理論について(II)

工　藤　和　久

序

前号でCAPM（Capital Asset Pricing Model）を，変動為替相場制下の国際金融・資本市場の分析のために拡充する試みの初期のものとして，Grauer-Litzenberger-Stehle(5)，Fama-Farber(4)，Kouri(9)などをとり上げ，前2者を中心としてそれらの内容を簡単に紹介し，若干の検討を行った。ところで，G. L. SやF. F.さらに，前号で言及したSolnik(17)やStulz(21)らはいずれもfinanceの分野の専門家である。CAPMはこのようなfinanceの専門家によって著しく発展せられ，そうしてそこで開発されたモデルと手法とがこれらの論文に於いて国際金融・資本市場の分析に適用されたのである。Lucas(12)はfinanceの分野に於けるcapital asset pricingの研究の発展が極めてめざましいことを指摘して,「現下の貨幣経済学の主要な課題はfinanceの分野の同僚達に追付くこと」であり，閉鎖経済と国際経済の貨幣理論の中に「現代のfinance economicsの強力な分析装置」を導入することの必要性を強調した。ここでfinance economicsの強力な装置とは，将来の収益の流列や将来の資産価格の不確実性の下での個人の動学的最適化行動から導出される諸資産需要に基礎をおく，資産価格決定のモデルと手法のことを指している。そこで用いられる手法は確率定差方程式や確率微分方程式で定式化されるモデルに適用されるDynamic Programmingの手法であり，そこではある種の単純化の仮定の下で，複雑な動学的最適化問題が，極めて簡単な形の最適化問題に還元されることが示される。そのような単純化によって種々のcapitcal asset pricingの表現を簡単に，しかも，厳密さを損うことなく求めることが可能となる。そうしてえられる資産価格決定式は多くの経済問題の分析―例えば,利子の期間構造の決定やModigliani-Miller定理の分析など―にめざましい切れ味を示すのである。

しかしながら，上にあげたfinance economistsたちによるモデルは，資産市

場のみを扱うという意味では部分均衡的であり，為替相場を含む諸資産価格決定の一般均衡的，マクロ的モデルをつくるためには，そこでは外生的とされた生産や消費や財価格の決定をも内生化することが必要である。Svensson (23)の言葉を借りると，上にあげた主として finance economist たちの文献は「いまだ，実物的，金融的及び貨幣的側面（real, financial and monetany aspects）を統合した，満足すべき一般均衡的総合を果してはいないのである。」そのような総合を試みた初期の文献として，Stockman(18), Helpman (6), Lucas(12)等をあげることができるが，この中で CAPM の理論を最も精緻な形でとり入れているのが Lucas である。

Lucas は(10)に於いて，非貨幣的な，一般均衡的，純粋交換モデルにおける，均衡資産価格の決定を CAPM の手法を用いて論じた。そこでの主な目的は，均衡資産価格の確率的な動きの検討であり，より具体的にはそれがいわゆる Martingale になるかどうかの検討であった。(均衡資産価格そのものの系列は Martingale にはならないというのが一つの結論である。) しかしながらこの論文の意義はそれだけにつきるものではなく，純粋交換経済における一般均衡的資産価格決定のモデルをはじめて厳密に定式化した基本文献といってよい。Lucas は(12)に於いて，このモデルを２国から成る国際経済モデルに拡張し，さらに，いわゆる Cash-in-Advance 制約を導入して貨幣モデルとし，資産価格とともに，物価，為替相場の決定を論じた。

Cash-in-Advance 制約とは，Clower (3)がつとに強調したところの，貨幣経済に於いては，財の購入に対しては必ず貨幣での対価の支払いがなされねばならないという制約である。ある消費者の消費を c, 消費財の貨幣価格を p とすれば，財の購入時に，この消費者は必ず

$$pc \leq m$$

を満たす貨幣 m を手持ちしていなければならない。このような現金制約に基づ

いて貨幣経済モデルを構築するのが Cash-in-Advance Approach である。

前稿で F. F (4)や Kouri (9), Stulz(22)のモデルでは貨幣（の実質価値）を効用関数の変数として導入することによって，正の貨幣需要を生じさせていることを論じた。しかしながらこの方法は貨幣の効用をはじめから仮定しているのであって，何が貨幣需要を決める要因であるのかのより立入った分析を捨象している。為替相場の決定には，貨幣需要の性質が基本的に関わっているが，それを単に消費財と同じような効用をもたらす資産であると仮定してしまうだけでその需要の性質を決めるのは恣意的という批判はまぬがれない。特にこの方法では，貨幣が支払い手段として，取引の媒介をするというその基本的役割がモデルの中で明示的にとらえられていない。Cash-in-Advance 制約の導入による貨幣モデルの定式化の試みはこのような批判に答えようとするものである。

Cash-in-Advance model を最初に定式化したのは Lucas (11)である。同じ年に Stockman (18)が cash-in-advance 制約を導入した 2 国から成る一般均衡モデルの定式化を試み，為替相場や物価の決定を論じたが残念ながら完成したモデルとはいえない。次いで Helpman (6)が cash-in-advance 制約をとり入れた 2 国モデルを代替的な為替相場制度—変動相場制，一方的及び協調的固定相場制度—の厚生比較に用いたがこのモデルには，不確実性は存在せず，CAPM の文献の系統からはややはずれている。

ところで Helpman (6)や Lucas (12)のこれらの初期の cash-in-advance model では，貨幣の流通速度は必ず 1 になり，物価は trivial な数量方程式できまることになっている。これと購買力平価の関係とから，為替相場の決定式も，最も素朴なマネタリーアプローチのそれと同じものとなり，為替相場に対する資本移動の直接的,間接的影響は全くとらえられない。これに対してその後,Svensson (23), Lucas-Stoky (13), (14), Helpman-Razin (7)らは，流通速度が 1 以外の値をとりうるようにモデルを修正した。なかでも Helpman-Razin のモデルは資産取引にも cash-in-advance 制約が課せられるものとし，その結果，為替相場の動

きに，国際資本移動が直接影響を与えるようになっており，興味深い発展の方向を示唆している。

しかしながら本稿では，厳密なCAPMをとりこんだ一般均衡的，貨幣的国際モデルの基本モデルの定式化とその性質に主たる関心があるので，Lucas (10), (12)を中心として話を進めることにする。上にあげたその後の発展については次稿で展望する。ところで，Sargent (16)は，LucasのCAPMを高く評価し，詳しく紹介して，それを種々の経済問題の分析に応用している。本稿の執筆に当ってもこの文献を大いに参考にした。

1．Lucasの一般均衡CAPM

はじめに，Lucas (10)の非貨幣的な閉鎖経済の一般均衡CAPMについて簡単に解説する。次のような極めて単純な経済を想定する。財はただ一種類の非耐久財—次期にもちこせない—があるのみでその生産は完全に外生的であり，資源を要さない。生産物は，ある種の果樹からの果実と考えればよいであろう。このような生産物を生みだす生産単位—木—が全部でn単位あるものとする。

消費者は全て同じタイプであり，全部でn人である。消費者は生産単位からの生産物に対する請求権をあらわす証券—shareないしstock—をもち，そのshareは競争的な証券市場で取引されている。この価格の決定が分析の焦点である。従来の理論ではこのような証券の価格は将来の配当の流列（の期待値）の現在価値に等しく決まるものとされてきた。それに類する価格決定式が一般均衡的枠組から導出できるかどうかが主題である。ここで基本的役割を果すのが将来の証券価格についての予想である。Lucasのこのモデルでは各期の経済の状態はその期の産出量によって完全に規定される。従って産出量がいわゆる状態変数である。Lucasモデルの以下にのべる性質—すなわち，産出量がマルコフ過程に従う—から，このshare価格がその期の産出量に依存してきまるとする価

格関数の存在が想定される。そうして人々はこの t 期の share 価格がその期の産出量に依存する関係を知っているものとする。人々は又，産出量の確率過程も知っているので，これらの二つから将来の share 価格の予想をたてるのである。このような予想にもとづいて，share に対する需要が導かれ，それと供給とが等しくなるように均衡における share の価格がきまる。勿論，均衡に於いては share 価格の産出量への現実の依存関係が人々が予想したそれと一致していなければならない。Lucas のモデルではある種の条件の下でこのような均衡価格関数が一意に存在することが証明できるのである。

以下で Lucas モデルの数学的構造をより詳しく見ていく。t 期の一人当りの産出量を y_t とする。産出量は不確実性に従い，その確率過程は次のような推移関数をもつマルコフ過程である。

$$\mathrm{Prob}\{y_t \leqq \eta' \mid y_{t-1} = \eta\} = F(\eta', \eta) \tag{1}$$

以下で論ずる全ての Lucas model でこの型の確率過程が仮定される。(1)は，t-1期の産出量が η であるときに，t 期の産出量が η' 以下になる確率は η と η' のみに依存し，t-2期以前の産出量の歴史には依存しないことをのべる。このような産出量に対する請求権をあらわす証券 1 単位の価格を q_t とする。この share 1 単位は 1 生産単位からの全ての産出量に対する請求権をあらわすものとする。share を1/2単位もっていれば，1 生産単位からの全産出量の1/2に対する請求権をもつことになる。このように share は完全に分割可能であるとする。

消費者は，効用関数の期待値

$$E_t\left[\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} u(c_{t+\tau})\right] \qquad 0<\beta<1,\ u'>0,\ u''<0 \tag{2}$$

を最大化する。但し，t 期の予算制約は前期から持ちこした t 期の期首における share の保有数を z_t とすると

$$c_t + q_t z_{t-1} \leq y_t z_t + q_t z_t \equiv w_t \tag{3}$$

で与えられる。右辺はｔ期首の富，すなわち，支出可能な額，左辺はそれが今期の消費と，来期へもちこすshareの購入に支出される額であり，これがｔ期首の富をこえないという関係を示す。勿論，このような予算制約はｔ＋１期以降の各期に於いても満たされなければならない。即ち，消費者は

$$\begin{aligned} & c_{t+\tau} + q_{t+\tau} z_{t+1+\tau} \leq w_{t+\tau} \\ & w_{t+\tau} = y_{t+\tau} z_{t+\tau} + q_{t+\tau} z_{t+\tau} \end{aligned} \qquad \tau = 1, 2, \cdots\cdots(4)$$

という制約にも従わねばならない。

均衡においては

$$c_t = y_t \tag{5}$$

$$z_{t+1} = 1 \tag{6}$$

が成りたたねばならないことは明らかであり，従って，この分析の焦点は均衡の q_t の表現の導出にある。

このため，はじめに消費者の最大化問題から最適の消費とshareの需要を導出する必要がある。この問題は(2)を制約条件(3)及び(4)の下で最大化するという一見大変複雑に見える問題であるが，これはCAPMの標準的な手法を用いると非常に単純な問題に還元できることがわかる。まず $q_{t+\tau}$ について人々は先にのべた形の価格関数，即ち

$$q_{t+\tau} = q(y_{t+\tau}) \tag{7}$$

に基づいて予想をたてるものとする。

(2)の最大値は t 期の期首の富 w_t と q_t とに依存するが q_t は y_t に依存するのでその最大値は $v(w_t, y_t)$ と表現できる。この v 関数を用いると(2)の最大値は次のように表現できる。

$$v(w_t, y_t) = \max_{\{c_t\}} E_t\{\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} u(c_{t+\tau})\}$$

$$= \max_{\{c_t\}} E_t\{u(c_t) + \beta u(c_{t+1}) + \beta^2 u(c_{t+2}) + \cdots\}$$

$$= \max_{\{c_t\}} [u(c_t) + \beta \max E_t\{u(c_{t+1}) + \beta u(c_{t+2}) + \cdots\}]$$

$$= \max_{c_t} [u(c_t) + \beta E_t \max_{\{c_{t+1}\}} E_{t+1}\{u(c_{t+1}) + \beta u(c_{t+2}) + \cdots\}]$$

$$= \max_{c_t} \{u(c_t) + \beta E_t v(w_{t+1}, y_{t+1})\}$$

即ち，最大化問題は

$$v(w_t, y_t) = \max_{c_t, z_{t+1}} \{u(c_t) + \beta E_t v(w_{t+1}, y_{t+1})\}$$

subject to

$$c_t + q(y_t) z_{t+1} \leq w_t$$

$$w_{t+1} = y_{t+1} z_{t+1} + q(y_{t+1}) z_{t+1}$$

と単純化できる。消費者は毎期この同じ形の問題を解くので，添字 t を落し，次期の変数に ′ （ダッシュ）をつけて表すと，上の問題は

$$v(w, y) = \max_{c, z'} \{u(c) + \beta E v(w' y')\} \tag{8}$$

subject to

$$c+q(y)z' \leq w \tag{9}$$

$$w'=y'z'+q(y')z' \tag{10}$$

と書きかえることができる。

上の表現を用いてこの経済の均衡は次のように定義される。即ち，価格関数 $q(y)$ と最大値関数 $v(w, y)$ が，消費者の最大化問題(8)〜(10)を満たし，かつ市場均衡条件(5)及び(6)をみたすことである。

ところで任意の $q(y)$ に対して(8)〜(10)の最大化問題の解はどのような条件を満たさねばならないだろうか。(9)の制約に対するラグランジュの未定定数を λ とすると，ラグランジアンJは

$$\begin{aligned} J=&\{u(c)+\beta E v(y'z'+q(y')z', y')\} \\ &+\lambda\ (w-c-q(y)z') \end{aligned}$$

となる。最大化の一階の条件は

$$u_c=\lambda \tag{11}$$

$$\beta E\frac{\partial}{\partial w'}v(w', y')\cdot(q'+y')=q\lambda \tag{12}$$

で与えられる。又，λ は

$$\lambda=\frac{\partial v}{\partial w} \tag{13}$$

を満たす。(11)と(13)とからえられる

$$u_c=\frac{\partial v}{\partial w}$$

を用いてえられる $u_c(c')=\frac{\partial}{\partial w'}v(w', y')$ を(12)に代入して

$$q(y)u_c(c)=\beta E[u_c(c')(q(y')+y')]$$
$$=\beta\int u_c(c')(q(y')+\eta')f(y',y)dy' \tag{14}$$

をうる。但し $f(y',y)$ は，$\partial F/\partial y'$ であり y' の密度関数である。均衡に於いては $c=y$ 及び $c'=y'$ であるからこれを代入すると(14)は

$$q(y)u_c(y)=\beta\int u_c(y')(q(y')+y)f(y',y)dy' \tag{15}$$

となる。このような条件を満たす価格関数 $q(y)$ が存在しなければならない。

例えば効用関数が $u=\log c$ で各期の産出量が i, i, d とすると上式は

$$q(y)\frac{1}{y}=\beta\int\frac{1}{y'}(q(y')+y')f'(y')dy'$$

となる。ここで価格関数が $q=ky$ で与えられるとしよう。上の式を成立させるような $k>0$ が求められるだろうか。これを知るために $q=ky$ を上式に代入すると

$$k=\beta\int(1+k)f(\eta')d\eta'=\beta(1+k)$$

をうる。これより $k=\frac{\beta}{1-\beta}$ なら即ち，価格関数が $q=\frac{\beta}{1-\beta}y$ なら上の条件(15)は満たされることがわかる。

この意味するところは次の如くである。人々が share 価格が $q=\frac{\beta}{1-\beta}y$ できまると予想して(3),(4)の制約の下で効用関数(2)を最大化するように消費と share の需要をきめる。均衡においては $c=y$, $c'=y'$, $z'=1$ で予想価格関数が現実の価格関数に等しくなる。このとき予算制約(9)の左辺は $y+q(y)$ で右辺の $w=y+q(y)$ と等しくなり，予算制約も丁度等号で満たされている。このような特殊ケースでは(15)をみたす価格関数 $q(y)$ の存在を直接確かめることができるが，確率過程と効用関数がより一般的な形をしている場合にも(15)を満たす価格関数 $q(y)$ の存在と一意性とが証明されねばならない。Lucas (10)は $u(0)=0$ で bounded な

効用関数に対して⒂をみたす価格関数 $q(y)$ が一義的に存在することを証明した。

⒂は Lucas 型資産価格決定の基本的関係式である。しかし，この形はこのままでは必ずしもなじみのあるものではない。例えば従来の配当の期待値の割引現在価値という価格式との関係はどうか。実は⒂は，消費者が risk neutral な場合に正にこの価格式に帰着する。このため $u_c \equiv 1$ とすると⒂は

$$q(y)=\beta E[q(y')\,|\,y]+\beta E[y'\,|\,y] \tag{15'}$$

となる。

$$\begin{aligned} E[q(y')\,|\,y] &= E[\beta E[q(y'')\,|\,y']\,|\,y']+\beta E_t[E[y''\,|\,y']\,|\,y] \\ &=\beta E[q(y'')\,|\,y]+\beta E[y''\,|\,y] \end{aligned}$$

等を⒂′に次々に代入すると

$$q(y)=\sum_{\tau=1}^{\infty}\beta^{\tau}E(y_{t+\tau}\,|\,y_t=y)$$

をうる。これは正に期待配当の割引現在価値の形になっている。

一般に⒂は

$$q(y_t)=\frac{1}{u_c(y_t)}\sum_{\tau=1}^{\infty}\beta^{\tau}E[u_c(y_{t+\tau})y_{t+\tau}\,|\,y_t] \tag{16}$$

と表現できるがこれは将来の配当を stochastic な割引率 $\beta^{\tau}\dfrac{u_c(y_{t+\tau})}{u_c(y_t)}$ で割引いた期待値の和の形をしており，このように書き直せば⒂の意味はより理解しやすくなるかもしれない。このような資産価格決定式は，消費の最適経路に依存してきまるので consumption based CAPM とよばれる。Lucas 以外に Breeden (1)，Brock (2)などがこのような CAPM 理論を展開している。

以上では，share の価格がどのようにきまるかを見たが，この Lucas のモデルを用いて考えうる殆んどあらゆる種類の証券の価格決定を行うことができる。このために，まず，いわゆる pricing kernel の表現を導出する。(Sargent⒃) pricing kernel とは $t+1$ 期の状態が y_{t+1} であれば1個の $t+1$ 期の財を支払うという証券の, t 期の状態が y_t であるときの, t 期の財であらわした価格である。これを $q(y_{t+1}, y_t)$ と表現する。これを用いて例えば $t+1$ 期に必ず1個の財を支払うという証券の t 期における実質価格を求めると

$$\int q(y_{t+1}, y_t)\,dy_{t+1}$$

となる。この逆数から1を引いたものが riskless な利子率を与える。このような pricing kernel の表現を求めるために, 実際に市場でそのような一期間 contingent securities が取引されているとする。このとき消費者の t 期の予算制約は

$$c_t + q_t z_{t+1} + \int q(y_{t+1}, y_t)\,s(y_{t+1})\,dy_{t+1} \leq w_t$$
$$w_t = y_t z_t + q_t z_t + s(y_t)$$

となる。但しここで $s(y_{t+1})$ は $t+1$ 期の状態が y_{t+1} なら1個の $t+1$ 期財を支払うという contingent security の購入量である。前と同様ラグランジアンを構成すると

$$\begin{aligned} J = {} & u(c) + \beta E v(y'z' + q(y')z' + s(y'), y') \\ & + \lambda\left[w - c - q(y)z' - \int q(y', \eta)\,s(y')\,dy'\right] \end{aligned}$$

となる。これは(8)の最大化とやや異なり $s(y')$ という関数の最適関数を求める問題であり変分法を適用しなければならない。詳しい導出は省略するが, 最適条件を求め均衡条件 $c=y$, $c'=y'$ を代入すると pricing kernel が

$$q(y', y) = \beta \frac{u_c(y')}{u_c(y)} f(y', y) \tag{17}$$

という極めて簡単な式としてえられる。(Sargent (16), Lucas (12)) 後に示すようにこの pricing kernel は, Lucas の貨幣的2国モデルで, 均衡先物為替相場の導出にも利用できる極めて有用な価格式である。

2．Cash-in-Advance 制約と貨幣的 CAPM

前号で指摘したように，個人の合理的行動からえられる諸関係に基礎をおくモデルに，貨幣を意味のある仕方で導入するのは必ずしも容易な仕事ではない。ここで，貨幣とは実物的裏付けを持たない，unbacked の，紙幣ないし銀行券を想定している。さらにそれには利子が付かないものとする。このような貨幣に，合理的な経済主体が正の需要をもつようにするために必要な制度的な条件で，前節の非貨幣的な一般均衡 CAPM との差を最小にとどめるものはどのようなものであろうか。

第1の条件は，全ての消費者は，消費財を他の経済主体から購入しなければならず，しかも，財の購入には必ず貨幣が対価として支払われねばならないという制約である。第2に，財が取引される市場としては，ワルラス的な組織された市場ではなく空間的に分散された生産者の間を購買者が訪問するような分散された取引の行われる市場を想定する。組織されたワルラス的な財市場では貨幣の役割は trivial なものになることはよく知られている。これに対して上にのべたような非ワルラス的な市場では貨幣は，経済全体で行われる膨大な取引の，コストのかからない record-keeping device として極めて有用な役割を果すものとなる。(Lucas (11))

第3に，各期において財や証券の取引が行われる時間的順序に関して，ある種の制度的限定を設ける必要がある。Lucas (11)ではそれは次のようになっている。各期において順次に開かれる二つないし，三つの取引セッションがある。各期のはじめにまず証券取引セッションが開かれる。証券市場はワルラス的な市場であって，取引所に人々が集合して，証券と貨幣との交換を行う。全ての取引セッションで開かれる前に，その期の状態は知られているとする。この節の貨幣モデルでは，状態は産出量と貨幣トランスファーの大きさで規定される。

この証券取引セッションで次に開かれる財市場の取引に必要な貨幣を手当てしておく。証券取引セッション終了後，次いで，財取引セッションが開かれる。ここでは，証券取引セッションで用意した貨幣を用いて財の購入を行う。各家計は shopper-worker pair ないし，husband-wife pair からなると想定する。各家計は生産単位である木を所有するが，それからの果実を自ら消費することはないものとされる。shopper が貨幣をたずさえて，shopping に出かけ，他の家計の所有する木からの果実を購入する。worker は家に残って他の家計からの shopper に対して生産物を貨幣に対して売る。財取引セッションが終ると，各家計にはその所有する木からの生産物の売上げ金が手元にあり，かつ，必要な消費財も手に入れている。この売上げ金はそのまま来期にもちこされるのであり，t 期においてもはや何らかの取引に使われる可能性はない。ある家計の所有する木が別家計の位置するところにありその家計—企業—の worker によって管理されている場合には，財取引セッション後に，売上げ金—配当金—回収のための第 3 のセッションが必要となる。

諸市場の制度的条件については以上の通りである。次に，貨幣の発行に関してであるが，その発行権は政府が独占しているとする。そして新規発行の貨幣は各家計に平等にトランスファーとして支払われる。今 M_t で t 期の期首の，トランスファー支払い後で，証券取引が行われる前の一人当り貨幣量とし，t 期の家計当りトランスファーを $\theta_t M_{t-1}$ とあらわすと

$$M_t = (1+\theta_t)M_{t-1} \tag{18}$$

をうる。この θ_t は確率変数でマルコフ過程に従うものとされる。θ_t は y_t とは独立かもしれないし，又，相互に関係するかもしれない。一般には，θ_t の確率過程は推移関数

$$\mathrm{Prob}\{\theta_t \leq \theta' \mid \theta_{t-1}=\theta,\ y_t=y',\ y_{t-1}=y\} = H(\theta', \theta, y', y) \tag{19}$$

で与えられる。$\partial H/\partial\theta'=\gamma(\theta',\theta,y',y)$とする。

さて以上のような制度的諸条件の下での消費者の行動について見よう。効用関数は前節と同じである。t 期の証券取引セッションで，財取引セッションでの財購入にそなえて保有しようとする貨幣量を m_t，財の貨幣価格を p_tとすると，証券取引に対する予算制約を実質タームで表現すると

$$\frac{m_t}{p_t}+q_t z_{t+1}\leq w_t \tag{20}$$

である。次に財取引に対する現金制約は

$$p_t c_t \leq m_t \tag{21}$$

で与えられる。次期の期首における貨幣トランスファーを受けた後の，次期の財で表現した富は

$$w_{t+1}=\frac{1}{p_{t+1}}(m_t-p_t c_t)+\frac{p_t}{p_{t+1}}y_t z_t+q_{t+1}z_{t+1}+\frac{\theta_{t+1}m_t}{p_{t+1}} \tag{22}$$

と表わされる。$(m_t-p_t c_t)$ は t 期の貨幣保有のうち消費に支出されなかった部分，$p_t y_t z_t/p_{t+1}$は share への配当の実質価値，$p_t q_{t+1} z_t/p_{t+1}$は次期へもちこした share の実質市場価値，$\theta_{t+1}m_t/p_t$は貨幣トランスファーの実質価値である。

以下で論ずる均衡においては riskless な名目利子率は正になるものとする。これまでは，riskless な名目ボンドは存在しないことになっているが，以下でのべる均衡において，その価格は implicit に決定されているのである。この点については後述する。名目利子率が正という仮定は将来効用の割引率 β や貨幣の増加率 θ_tに対してある種の制約を意味するがこれについても後述する。

riskless な名目利子率が正なら，貨幣を消費財購入に必要な額以上にもつことはない。この場合，保有されている貨幣は全て財に支出されるので財価格 p_tは

$$M_t=p_t\cdot y_t \tag{23}$$

をみたす。これから

$$p_t = M_t / y_t \equiv p(y_t, M_t) \tag{24}$$

をうる。$p(y_t, M_t)$は均衡の財価格が産出量と貨幣ストックに依存してきまる関係を一般的に表現したものである。消費者は各期の期首に状態変数y_t，θ_t(従ってM_t）を知り，その期の均衡財価格を$p(y_t, M_t)$から知るのである。

(23)は，流通速度が1の数量方程式であって，これがLucasモデルの短所の1つとされることは前にのべたが，これによってモデルの均衡の計算がきわめて簡単化されることも事実である。

Svensson(24)はLucasモデルにおける各セッションの開かれる順序を逆転させて，各期のはじめにまず，財取引セッションが開かれ，次いで証券取引セッションが開かれ，ここで，来期の，不確実な消費支出にそなえて，貨幣保有の大きさをきめるというモデルを展開した。従って次期の状態の表われ方次第では，用意した貨幣以下の支出しかしない可能性があることになる。しかし，このモデルでは，支出が貨幣保有を下廻る場合の物価の決定のメカニズムが複雑で，又，直感的な理解も簡単でない。そこで，上記のSvenssonモデルやSvensson(23)，Stockmam & Svensson(20)，Hodrick (8)等のSvensson流のcash-in-advanceモデルについては，次回に解説するとして本稿ではLucas流のunit velocityモデルを，貨幣的一般均衡国際CAPMの基本的モデルと位置づけてそれを中心として論ずる。

(24)で与えられる物価を，t＋1期の富の表現w_{t+1}に代入し，貨幣が残らず支出されること及び(18)を用いると，w_{t+1}は

$$w_{tt1}=\frac{M_t/y_t}{M_{t+1}/y_{t+1}}y_tz_{t+1}+q_{t+1}z_{t+1}+\frac{\theta_{t+1}M_t}{M_{t+1}/y_{t+1}}$$

$$=\frac{1}{1+\theta_{t+1}}y_{t+1}z_{t+1}+q_{t+1}z_{t+1}+\frac{\theta_{t+1}}{1+\theta_{t+1}}y_{t+1} \tag{25}$$

となり，この式には M_t，M_{t+1}，p_t，p_{t+1} などの名目変数は全く現れない。又，証券取引に対する予算制約も同様に

$$c_t+q_tz_{t+1}\leq w_t \tag{26}$$

と書き直せる。これらのことから，効用関数(2)の最大値も又，名目変数には依存しないことは明らかである。それを $\nu(y_t,\theta_t,w_t)$ とすると最大化問題は

$$\nu(y_t,\theta_t,w_t)=\max_{c_t,z_{t+1}}\{u(c_t)+\beta E_t v(y_{t+1},\theta_{t+1},w_{t+1})\}$$

subject to (25) and (26)

と表現できることは前節と同様である。添字 t を落して消費者の最大化問題をまとめると

$$\nu(y,\theta,w)=\max_{c,z'}\{u(c)+\beta Ev(y',\theta',w')\} \tag{27}$$

subject to

$$c+qz'\leq w \tag{28}$$

$$w'=\frac{1}{1+\theta'}y'z'+q'z'+\frac{\theta'}{1+\theta'}y' \tag{29}$$

となる。前節同様 λ を(28)に対するラグランジュの未定乗数として，最大化の一階条件を求めると

$$u_c=\lambda \tag{30}$$

$$\beta\, \mathrm{E} \frac{\partial}{\partial \mathrm{w}'}\ \nu(\mathrm{y}', \theta', \mathrm{w}') \left(\frac{\mathrm{y}'}{1+\theta'} + \mathrm{q}' \right) = \lambda \mathrm{q} \tag{31}$$

となり，さらに

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{w}} \nu(\mathrm{y}, \theta, \mathrm{w}) = \lambda \tag{32}$$

が成りたたねばならない。以上と財市場の均衡条件 $c=y$, $c'=y'$ を用いると，均衡の share 価格は

$$\mathrm{q} = \frac{\beta}{\mathrm{u_c}(\mathrm{y})} \mathrm{E}\left[\mathrm{u_c}(\mathrm{b}') \left(\mathrm{q}' + \frac{\mathrm{y}'}{1+\theta'} \right) \right]$$

$$= \frac{\beta}{\mathrm{u_c}(\mathrm{y})} \int \mathrm{u_c}(\mathrm{y}') \left(\mathrm{q}' + \frac{\mathrm{y}'}{1+\theta'} \right) \mathrm{dH}(\theta', \theta, \mathrm{y}', \mathrm{y})\, \mathrm{dF}(\mathrm{y}', \mathrm{y}) \tag{33}$$

の如く決まらなければならないことがわかる。

又，$c=y$, $z'=1$ の均衡条件と初期条件 $z=1$ を予算制約(28)に代入すると左辺は $y+qz'=y+q$, 右辺は $w=\frac{1}{1+\theta}y+q+\frac{\theta}{1+\theta}y=y+q$ となり，予算制約も又（等号で）成立していることがわかる。

上の share 価格決定式を，貨幣のないモデルのそれとくらべると $y'/(1+\theta')$ の項が余分に入っていることがわかる。これは cash-in-advance モデルが想定する制度的枠組の下では，t 期の配当は貨幣で支払われ，しかもそれは t+1 期の財取引セッションまで消費に支出することができず，それ故，その実質価値が物価変動のリスクにさらされることによるものである。この修正を除けば，資産価格決定式は real model のそれと基本的には変らない。実際，このモデルで，real な一期間 state contingent securities，すなわち，来期の状態が $s'=(y', \theta')$ なら来期の財価格 $p(y', M')=p(y', (1+\theta')M)$ に等しい額だけ支払うという証券があるとしてその今期の状態 $s=(y, \theta)$ における実質価格を求めると，それは前節の pricing kernel と同様の

$$q(s', s) = \beta \frac{u_c(y')}{u_c(y)} f(y', y)$$

という表現によって与えられることがわかる。

ところで，以上のモデルはrisklessな名目利子率が正であることを要求するということであったがこれはどのような条件を課すのか見よう。次のような名目ボンドを考える。すなわち，次期にどのような状態になろうと必ず1万円支払うというボンドである。このボンドは，次期に次期の財を$\frac{1}{p'}$個支払うというボンドと同じである。(p'の単位は万円とする。) ところで

$$p' = \frac{M'}{y'} = \frac{(1+\theta')M}{y'}$$

であるから，このボンドは来期$y'/(1+\theta')M$単位の財を支払うボンドと考えてもよい。このボンドの今期の状態sにおける実質価格は先のpricing kernelを用いて

$$\frac{\beta}{M}[u_c(y)]^{-1}\int u_c(y')y'(1+\theta')^{-1}h(\theta', \theta, y, y)f(y', y)dy'd\theta'$$

で与えられる。従ってその貨幣価格は上式に$p=M/y$を乗じたものであり，これを$b(y, \theta)$とすると

$$b(y, \theta) = \beta \int \frac{u_c(y')y'}{u_c(y)y} \frac{h(\theta', \theta, y', y)}{1+\theta'} f(y', y)dy'd\theta' \tag{34}$$

となる。これが来期，確実に一万円を支払うというボンドの今期の状態sにおける円価格である。risklessな名目利子率iは$\frac{1}{b(y, \theta)} - 1$で与えられ，これが正でなければならない。

$$\frac{1}{b(y, \theta)} - 1 > 0 \tag{35}$$

今，効用関数が$u(c) = \log c$，貨幣供給プロセスが生産物の確率過程と独立とすると$b(y, \theta)$は

$$b(y, \theta) = \beta \int \frac{h(\theta', \theta)}{1+\theta'} d\theta'$$

と単純化される。θ'が大きい値に対して$h(\theta', \theta)$が大きい，即ち，貨幣供給率が大きくなる確率が高いときには積分は小さくなり，名目利子率は大きく，つまり正になる傾向がある。又，主観的割引率が高く，βが小さい程，名目利子率は正になる傾向がある。

3．貨幣的二国モデル

この節では，前節で解説した閉鎖経済の貨幣的CAPMを，財と証券の自由な移動が行なわれている変動為替相場制によって結ばれた二国からなる世界経済に拡張し，直物及び先物為替相場，及び資産価格の決定について検討する。ここでもLucas(12)を中心として論ずる。勿論，Lucas以外にSvensson(23), Stockman & Svensson(20)，Helpman & Razin (7)等の文献があるが先にのべた理由からこれらについては次号でとりあげる。

二つの国を便宜上，アメリカと日本とする。人口は一定でかつ等しい。以下の全ての変数は，自国民一人当りで表わされる。二つの国はそれぞれ異なる財の生産に特化しており，アメリカではx財が，日本ではy財のみが産出される。

来期以降のそれらの産出量は不確実であり次のようなマルコフ過程に従うものとされる。

$$\mathrm{Prob}\{\xi_{t+a} \leq \xi',\ \eta_{t+1} \leq \eta' \mid \xi_t = \dot{\xi},\ \eta_t = \eta\} = F(\xi', \eta', \xi, \eta) \equiv F(s', s) \quad (36)$$

但し，ここでξ_tはt期のx財の産出量，η_tは同じくy財の産出量である。2つの財の産出量は相互に関連しているかもしれないし，又無関係かもしれない。産出量の確率過程は完全に外生的であるから，景気変動とか景気の国際波及などの問題をこのモデルで分析することはできない。

両国は異なる通貨を用いており，それらをドルと円とする。t 期の期首の一トランスファー後の一ドルと円の全体の残高をそれぞれ M_t，N_tとする。M_t，N_t は

$$M_t = (1 + \theta_{0t}) M_{t-1} \tag{37}$$

$$N_t = (1 + \theta_{1t}) N_{t-1} \tag{38}$$

に従って変動する。$\theta_t = (\theta_{0t}, \theta_{1t})$ は確率変数で，やはり，次のような推移関数をもつマルコフ過程に従うものとされる。

$$\begin{aligned} &\mathrm{Prob}\{\theta_{0t+1} \leq \theta'_0, \theta_{1t+1} \leq \theta'_1 \mid \theta_{0t} = \theta_0, \theta_{1t} = \theta_1, s_{t+1} = s', s_t = s\} \\ &= K(\theta', \theta, s', s) \end{aligned} \tag{39}$$

2 つの国の貨幣増加率は，相互に関連しているかもしれず，又，相互に独立かもしれない。さらにそれらは産出量とも関連をもつかもしれないし又，無関係かもしれない。例えばアメリカの貨幣増加率が全く独立であれば

$$\mathrm{Prob}\{\theta_{0t+1} \leq \theta'_0 \mid \theta_{0t} = \theta_0\} = K_0(\theta'_0, \theta_0)$$

となる。

このモデルの状態は産出量 $s = (\xi, \eta)$ と貨幣増加率 $\theta = (\theta_0, \theta_1)$ によってきまる。

両国の消費者は同じ効用関数をもつものとし，i 国 $(i = 0, 1)$ のそれを

$$E_t\{\sum_{\tau=0}^{\infty} \beta^{\tau} u(x_{it+\tau}, y_{it+\tau})\} \qquad 0 < \beta < 1 \tag{40}$$

とする。$x_{i,t+\tau}$，$y_{i,t+\tau}$ はそれぞれ x 財と y 財の消費量である。消費者は(40)を予算制約の下で最大化する。人々にとって利用可能な資産は，まず，両国の貨幣，それに両国の share があるが，ここでは更に，新しい種類の資産が導入される。それは，貨幣トランスファーに対する請求権をあらわす資産である。両国の消

費者はそれぞれの政府からトランスファーを受取るが，それらは不確実であり，しかもそのリスクは一般には全く同じではない。この場合，消費者は将来のトランスファー受取り（アメリカの場合それは $\theta_{0t+\tau}M_{t-1+\tau}(\tau=1, 2, 3\cdots)$ である）を配当として支払うという完全に分割可能な証券を発行し，日本の類似の証券と交換することによってリスクを小さくすることができるであろう。分割可能といったのは１単位のそのような証券をもてば（一人当り）トランスファーの全額を受け取るが，１/２単位ならその半分，１/４単位ならさらにその半分というように，その証券の所有単位を任意に決められるという意味である。このような両国のトランスファーに対する請求権をあらわす証券も取引されているとする。このような証券がなければ，両国の消費者は異なる機会に直面することになり，均衡の存在証明がむずかしくなる。Svensson(23)も Lucas にならってこのような証券の存在を仮定している。他方，Sargent(16)は各国政府が両国の国民にトランスファー支払い（ないし税徴収）を行うものとしてこの問題を回避している。

ドルトランスファーの受取り権をあらわす証券の x 財であらわした価格を $\gamma_x(s, \theta)$，円トランスファー受取り権証券の x 財価格を $\gamma_y(s, \theta)$ とし，それらの保有数を ψ_x，ψ_y とする。

アメリカで産出される財の取引にはドルが，日本のそれには円が用いられるとする。各消費者は両方の財を消費し，かつ，現金制約に従うから，両国の通貨をもたねばならない。ドル需要を m，円需要を n，直物為替相場を１円＝e ドルとすると，現金制約は

$$p_x(s, M)x \leq m \tag{41}$$

$$p_y(s, N)y \leq n \tag{42}$$

で与えられる。ここで $p_x(s, M)$ は x 財のドル価格，$p_z(s, N)$ は y 財の円価格で

ある。前節のモデルと同様，各期のはじめに証券取引セッションが開かれる。これはワルラス的な競争的市場であって，両国の消費者が集って，share，トランスファー証券，貨幣の6種類の証券を相互に取引するのである。この証券取引に対する予算制約は

$$\frac{m}{p_x(s, M)}+\frac{en}{p_x(s, M)}+\gamma_x(s, \theta)\psi_x+\gamma_y(s, \theta)\psi_y$$

$$+q_x(s, \theta)z_x+q_y(s, \theta)z_y\leq w \tag{43}$$

で与えられる。q_x，q_yはアメリカと日本のshareのx財で表わした価格，z_x，z_yはその所有数である。前節と同様，各国のrisklessな名目利子率は正と仮定されるので現金制約は等号で成り立つ。等号の(41)，(42)式を利用すると上の予算制約は

$$x+p_y(s)y+\gamma_x(s, \theta)\psi_x+\gamma_y(s, \theta)\psi_y+q_x(s, \theta)z_x+q_y(s, \theta)z_y\leq w \tag{44}$$

となる。但し，ここで$p_y(s)$はx財で表わしたy財の相対価格である。やはり，現金制約が等号で成りたつとしてアメリカの消費者の次期の期首の実質富を求めると

$$w'=\frac{p_x(s, M)}{p_x(s', M')}\xi z_x+q_x(s', \theta')z_x+\frac{e(s', M', N')p_y(s, N)}{p_x(s', M')}\times$$

$$\eta z_y+q_y(s', \theta')z_y+\frac{w_0'M}{p_x(s', M')}\psi_x+\gamma_x(s', \theta')\psi_x$$

$$+\frac{e(s', M', N')w_1'N}{p_x(s', M')}\psi_y+\gamma_y(s', \theta')\psi_y+\frac{w_0'M}{p_x(s', M')} \tag{45}$$

現金制約が等号で成りたつ場合，両国の物価は

$$p_x(s, M)\xi=M \tag{46}$$

$$p_y(s, N)\eta = N \tag{47}$$

という unit velocity の数量方程式によってきまることは前節と同様である。又，購買力評価が成立する。即ち，

$$p_x(s, M) = e\ p_x(s, N) \tag{48}$$

$$p_y(s, M) = e\ p_y(s, N) \tag{49}$$

が成りたつとされる。ところで y 財の相対価格 $p_y(s)$ に x 財のドル価格 $p_x(s, M)$ をかけたものは y 財のドル価格に等しい。すなわち，

$$p_y(s)\,p_x(s, M) = p_y(s, M) = e\ p_y(s, N)$$

であるが，以下に示すように $p_y(s)$ は実物的要因のみによってきまるので上の式を為替相場 e について解き

$$e = p_y(s)\,p_x(s, M)\,[p_y(s, N)]^{-1}$$

これに(46)，(47)から求めた $p_x(s, M)$，$p_y(s, N)$ を代入すると Lucas モデルの直物為替相場決定式が得られる。すなわち，

$$e = p_y(s)\frac{M\eta}{N\xi} \tag{50}$$

である。Lucas モデルの直物為替相場決定式は素朴なマネタリーアプローチのそれと同じである。

以上の(45)〜(50)を用いると次期の実質富が次のように実質変数のみに依存する形で表わされることがわかる。

$$w' = \frac{\xi'}{1+\theta_0'} z_x + q_x(s', \theta') z_x + \frac{\eta'}{1+\theta_1'} p_y(s') z_y$$

$$+ q_y(s', \theta') z_y + \frac{\theta_0'}{1+\theta_0'} \xi'(1+\psi_x) + \frac{\theta_1'}{1+\theta_1'} p_y(s') \eta' \psi_y$$

$$+ \gamma_x(s', \theta') \psi_x + \gamma_y(s', \theta') \psi_y \tag{51}$$

従って，(40)の最大化問題の解は $\nu(s, \theta, w)$ と表現できる。これを用いてアメリカ消費者の最大化問題をまとめると

$$\nu(s, \theta, w) = \max_{(x, y, z_x, z_y, \psi_x, \psi_y)} \{u(x, y) + \beta \int \nu(s', \theta', w') dFdK\}$$

subject to (44) and (51)

となる。最大化の一階条件は

$$u_x = \lambda \tag{52}$$

$$u_y = p_y(s) \lambda \tag{53}$$

$$\beta \int \frac{\partial \nu}{\partial w'} \left(\frac{\xi'}{1+\theta_0'} + q_x(s', \theta') \right) dFdK = \lambda q_x(s, \theta) \tag{54}$$

$$\beta \int \frac{\partial \nu}{\partial w'} \left(\frac{\eta'}{1+\theta_1'} p_y(s') + q_y(s', \theta') \right) dFdK = \lambda q_y(s, \theta) \tag{55}$$

$$\beta \int \frac{\partial \nu}{\partial w'} \left(\frac{\theta_0'}{1+\theta_0'} \xi' + \gamma_x(s', \theta') \right) dFdK = \lambda \gamma_x(s, \theta) \tag{56}$$

$$\beta \int \frac{\partial \nu}{\partial w'} \left(\frac{\theta_1'}{1+\theta_1'} py(s') \eta' + \gamma_y(s', \theta') \right) dFdK = \lambda \gamma_y(s, \theta) \tag{57}$$

であり，λ は

$$\frac{\partial \nu}{\partial \mathrm{w}}=\lambda \tag{58}$$

で与えられる。（λ は勿論，(44)に対するラグランジュ未定乗数である。）これらの条件が最適消費と各資産の需要とをきめる。

以下でこのような国際経済モデルの均衡について検討するが，その均衡はいわゆる perfectly pooled equilibrium である。そのような均衡においては，両国民は，まず両国の share を半分ずつ保有しており又，トランスファー受取り証券については，例えばアメリカ人はそのドルトランスファー受取りの半分を支払うという証券を日本人に対して発行しており，又，日本人はその円トランスファー受取りの半分を支払うという証券をアメリカ人に対して発行している状態，即ち，$(\psi_{x0}, \psi_{y0})=\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ $(\psi_{x1}, \psi_{y1})=\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ という状態である。今，期首における資産の配分がこのようなものであったとしよう。すなわち，期首の富が，これらの値を(51)で与えられるような w の表現（つまり w を(51)と同じ形であらわしたもの）に代入した

$$\omega=\frac{1}{2}\xi+\frac{1}{2}\eta+\frac{1}{2}q_x(s,\theta)+\frac{1}{2}q_y(s,\theta)+\frac{1}{2}\gamma_x(s,\theta)+\frac{1}{2}\gamma_y(s,\theta) \tag{59}$$

であるとしよう。この値はいずれの国民にとっても同じである。つまり，期首の富の x であらわした実質価値は両国民にとって同じになる。効用関数も同じだから，両国民の消費量も同じ，即ち両国民とも x 財を$\frac{1}{2}\xi$，y 財を$\frac{1}{2}\eta$ づつ消費する。従って，相対価格 $p_y(s)$ は

$$p_y(s)=\frac{U_y\left(\frac{1}{2}\xi, \frac{1}{2}\eta\right)}{U_x\left(\frac{1}{2}\xi, \frac{1}{2}\eta\right)} \tag{60}$$

で与えられる。このとき(44)の予算制約式はその右辺の w に(59)を代入すれば，等号で満たされることがわかる。さらに各証券の価格が(54)～(57)に(52)及び(58)を代入した関係をみたすように決まっていれば perfect pooling の状態，即ち，両国民

にとって$(z_x,\ z_y)=\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$又，$(\psi_{x0},\ \psi_{y0})=\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$，$(\psi_{x1},\ \psi_{y1})=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$，そうして両国民とも$(x,y)=\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$従って，貨幣保有も両国民とも$(m,n)=\left(\frac{1}{2}M,\ \frac{1}{2}N\right)$となっている状態は均衡であることがわかる。perfect pooling の状態では財の相対価格が(60)で与えられ，各証券の価格が

$$q_x(s,\theta)=\frac{\beta}{u_x(s)}\int u_x(\hat{s}')\left(\frac{\xi'}{1+\theta_0'}+q_x(s',\theta')\right)dFdK \tag{61}$$

$$q_y(s,\theta)=\frac{\beta}{u_x(s)}\int u_x(\hat{s}')\left(\frac{\eta'}{1+\theta_1'}p_y(s')+q_y(s',\theta')\right)dFdK \tag{62}$$

$$\gamma_x(s,\theta)=\frac{\beta}{u_x(s)}\int u_x(\hat{s}')\left(\frac{\theta_0'}{1+\theta_0'}\xi'+\gamma_x(s',\theta')\right)dFdK \tag{63}$$

$$\gamma_y(s,\theta)=\frac{\beta}{u_x(s)}\int u_x(\hat{s}')\left(\frac{\theta_1'}{1+\theta_1'}\eta' p_y(s')+\gamma_y(s',\theta')\right)dFdK \tag{64}$$

で与えられるならば，両国の消費者にとって，効用最大化の条件が全て満たされるからである。但し，上式において$\hat{s}=\left(\frac{1}{2}\xi,\ \frac{1}{2}\eta\right)$ $\hat{s}'\left(\frac{1}{2}\xi',\ \frac{1}{2}\eta'\right)$である。

以上で perfectly pooled の状態が Lucas モデルの均衡であることが示された。このような perfectly pooled の状態だけを均衡としてもつようなモデルは単純化のためには有効であるが現実的ではない。例えば両国民が両国通貨を半分ずつ持ち合うという状態は全く現実とはかけ離れている。これに対して非対称的な均衡状態を生みだすようないくつかのモデルが展開されている。例えばstockman-Dellas(19)は非貿易財を導入し，Persson-Svensson(15)は資本市場の不完全性をとり入れ，Helpman-Razin (7)は両国民が異なる時間選好率をもつものとして非対称な均衡を導出しているがこれについても次回で検討する。

なお，(63)，(64)で与えられるトランスファー証券の価格は前節で share 価格について見たのと同様，次のような将来トランスファーの実質価値の期待割引現在価値の形に直すことができる。例えばアメリカのトランスファー受取り証券

の価格は

$$\gamma_x(s,\theta)=\sum_{\tau=1}^{\infty}\frac{\beta^{\tau}}{u_x(s_{t+\tau})}\int u_x(s_{t+\tau})\frac{\theta_{0,t+\tau}}{1+\theta_{0,t+\tau}}\xi_{t+\tau}dFdK$$

と表現できる。$\frac{\theta_{0,t+\tau}}{1+\theta_{0,t+\tau}}\xi_{t+\tau}$ はアメリカの $t+\tau$ 期の貨幣トランスファーのその期の x 財で表わした実質価値である。

又，均衡為替相場は(50)で与えられたが，これに財の相対価格(60)を代入すると

$$e=\frac{M\eta}{N\xi}\frac{u_y\left(\frac{1}{2}\xi,\ \frac{1}{2}\eta\right)}{u_x\left(\frac{1}{2}\xi,\ \frac{1}{2}\eta\right)} \tag{60$'$}$$

となる。為替相場がこのような単純な形できまるのは，貨幣需要が取引需要だけで，しかも，丁度それに等しくなるようにきまるからである。資本移動が完全に自由であるにも関わらず，均衡為替相場はそれによって全く影響を受けない。もち論，貨幣的，一般均衡国際 CAPM はこのような単純化の下でもそれ自体として充分に複雑なものであり，このような単純化は Lucas モデルの特に，種々の方向への展開の出発点となるべき基本モデルとしての価値をいささもか損うものではない。とはいえ(60)′の為替相場決定式では現実の為替相場の動きの分析には殆んど無力であることも確かであり，モデルをより現実的なものにする必要があり，実際いくつかの方向への発展が見られる。これについても次回に展望する。

さて，以上の Lucas モデルにおいて，先物為替相場はどのように決まっているのだろうか。又，いわゆる先物為替のリスクプレミアムはどうか。利子裁定の関係はどのように表現されるのか。このような問題について次節で簡単に検討する。G.L.S や F.F の結果との対比が1つの関心の対象である。

4．先物為替相場と利子裁定式

G.L.S 論文のところで論じたように，先物為替契約は，来期の直物相場に等しい自国通貨を支払うというボンドと同値である。いま，期限が来期の先物為替相場を 1 (万)円＝f ドルとする。この f がどのように与えられるかを調べるのである。来期の直物相場は $e'=e(s',M',N')$ である。円の先物為替契約は，来期 $e(s',M',N')$ ドル支払うというボンドと同じである。ところで来期の x 財の価格は $p_x(s',M')$ であるから，来期$\frac{1}{p_x(s',M')}$個の x 財を支払うというボンド来期 \$ 1 支払うというボンドと同値である。それ故，来期 \$ $e(s',M',N')$ 支払うボンドは来期，$\frac{e(s',M',N')}{p_x(s',M')}$個の x 財を支払うボンドと同値である。従って来期 1 (万)円の円を deliver するという先物契約は来期$\frac{e(s',M',N')}{p_x(s',M')}$個の x 財を支払うというボンドと同値である。ところで来期の状態が s′なら 1 個の x 財を支払うという contingent security の今期の状態 s における実質価格は 1 節におけると同様，pricing kernel

$$q(s',s)=\beta\frac{u_x(\hat{s}')}{u_x(\hat{s})}f(s',s)$$

で与えられる。但し，$\hat{s}'=\left(\frac{1}{2}\xi',\frac{1}{2}\eta'\right)$，$\hat{s}=\left(\frac{1}{2}\xi',\frac{1}{2}\eta\right)$ である。これは前節のモデルで資産としてこのような contingent claim も利用可能であるとして，最適化の条件をだし，均衡条件をそれに代入してえられる。(くわしくは Sargent (16))。

来期，$\frac{e(s',M',N')}{p_x(s',M')}$個の x 財を支払うというボンドの今期の x 財であらわした実質価格は

$$\frac{\beta}{u_x(\hat{s})}\int u_x(\hat{s}')\frac{e(s',M',N')}{p_x(s',M')}f(s',s)h(\theta',\theta,s',s)ds'd\theta'$$

$$=\frac{\beta}{u_x(\hat{s})}\int\frac{\eta'}{N'}u_y(s')f(s',s)h(\theta',\theta,s',s)ds'd\theta'$$

で与えられる。従って，その今期のドル価格はこれに $p_x(s, M)$ を乗じたものでえられる。先物相場 f は来期に支払うから f は上の表現に（$1+i_0$）を乗じたものに等しいはずである。但し i_0 はアメリカの riskless な名目利子率である。i_0 は，来期必ず＄1支払う，つまり，$\frac{1}{p_x(s',M')}$ 個の x 財を支払うというボンドの今期のドル価格 $b_x(s,\theta)$ の逆数から1を引いたものに等しい。つまり

$$b_x(s,\theta)=\beta\int\frac{u_x(\hat{s}')\xi'}{u_x(\hat{s})\xi}\frac{1}{1+\theta_0{}'}dFdK \tag{65}$$

で与えられる $b_x(s,\theta)$ から $i_0=\frac{1}{b_x(s,\theta)}-1$ としてえられる。従って，$1+i_0=\frac{1}{b_x(s,\theta)}$ であり，これを用いると，先物為替相場が

$$f=\frac{\int\frac{\eta'}{N'}u_\eta(\hat{s}')dFdK}{\int\frac{\xi'}{M'}u_x(\hat{s})dFdK} \tag{66}$$

としてえられる。これが Lucas モデルで円の先物相場を与える表現である。これと来期の直物相場

$$e'\frac{\frac{\eta'}{N'}u_\eta(\hat{s}')}{\frac{\xi'}{M'}u_x(\hat{s})} \tag{67}$$

との関係はどうか。

f を書きかえると

$$f=\frac{1}{\int\frac{u_x(\hat{s}')\xi'}{M'}dFdK}\int e'\left(\frac{\xi'}{M'}u_x(\hat{s}')\right)dFdK$$

$$=\frac{1}{\int\frac{u_x(\hat{s}')\xi'}{M'}dFdK}\left[E(e')\int\frac{\xi'}{M'}u_x(\hat{s}')dFdK+\mathrm{cov}\left(e',\frac{\xi'}{M'}u_x(\hat{s}')\right)\right]$$

$$=E(e')+\frac{\mathrm{cov}[e',\ u_x(s')(p_x(s',M'))^{-1}]}{E[u_x(s')(p_x(s',M'))^{-1}]} \tag{68}$$

をうる。即ち，先物為替相場は，直物相場の期待値 $E(e')$ と(68)の最右辺第２項で与えられるリスクプレミアムとの和の形で与えられる。この表現は前稿(21)式と殆んど同じであるが G.L.S (5)と違って，完全に一般均衡的モデルにおいて導出されたものである。

次に利子裁定の関係であるがそれは

$$f=\frac{b_y(s,\theta)}{b_x(s,\theta)}e \tag{69}$$

とあらわせる。但し，$b_y(s,\theta)$ は来期確実に１(万)円支払うというボンドの今期の状態 (s,θ) における円価格である。日本の riskless な名目利子率 i_1 で表わすと $b_y(s,\theta)=1/(1+i)$ である。(65)で与えられる $b_x(s,\theta)$ と $b_y(s,\theta)$ の同様の表現を f を与える(66)に代入し，書きかえればこの式は直ちに導出できる。又，利子率タームで書き直せば(69)から直ちに，

$$\frac{f-e}{e}\approx i_0-i_1$$

というおなじみの表現が得られる。このように両国の riskless な名目利子率は完全な国際資本市場に於いても一般には等しくならないが，両国の riskless な実質利子率は等しい。これは pricing kernel が両国に共通であることから直ちに明らかである。　（未完）

文　　献

(1) Breeden, D. T., "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Oppotunities", Jour. of Finan. Econ, 7, 1979, pp.265-296.

(2) Brock, W. A., "Asset Prices in a Production Economy", in The Economics of Information and Uncertainty, ed. J. J. McCall, pp.1-43, University of Chicago Press, Chicago, 1982.

(3) Clower, R. W., "A Reconsideration of the Microfoundations of Monetary Theory", Western Econ. J., vol. 6, December, 1967, pp.1-8.

(4) Fama, E. F. and A. Farber, "Money, Bonds and Foreign Exchange", Amer. Econ. Rev., vol. 69, 1979, pp.639-649.

(5) Grauer, F. L. A., R. H. Litzenberger and R. E. Stehle, "Sharing Rules and Equilibrium in an International Capital Market under Uncertainty", J. Finan. Econ., June, 1976, 3, pp.233-56.

(6) Helpman, E., "An Exploration in the Theory of Exchange Rate Regimes", Journal of Political Econ, vol. 89, No, 5, 1981.

(7) Helpman, E. and A. Razin, "Floating Exchange Rates with Liquidity Constraints in Financial Markets", Journal of International Econ, 19, 1985, pp.99-117.

(8) Hodrick, R. J., "Risk, Uncertainty, and Exchange Rates", Jour. of Mon. Econ., 23, 1989, pp.433-459.

(9) Kouri P. J. K., "International Investment and Interest Rate Linkages under Flexible Exchange Rates", in Robert Z. Aliber, ed., The Political Economy of Monetary Reform, New York, 1977.

(10) Lucas, R. E., "Asset Prices in an Exchange Economy", Econometrica, vol. 46, No. 6, 1978, pp.1429-1445.

(11) ―――, "Equilibrium in a Pure Currency Economy", Economic Inquiry, vol. 18, April, 1980, pp.203-220.

(12) ―――, "Interest Rates and Currency Prices in a Two Country World", Jour. of Monetary Econ., vol. 10, 1982, pp.335-359.

(13) ――― and N. Stokey, "Optimal Fiscal and Monetary Policy in an Economy without Capital", Jour. of Monetary Econ., vol. 12, 1983, pp.55-93.

(14) ――― and ―――, "Money and Interest in a Cash-in-Advance Economy",

Econometrica, vol. 55, 1987, pp.491-514.

(15) Persson, T. and L. E. O. Svensson", Exchange Rate Variability and Asset Trade", Jour. of Monetary Econ., vol. 23, 1989, pp.485-509.

(16) Sargent, T., Dynamic Macroeconomic Theory, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1987.

(17) Solnik, B. H., "An Equilibricem Model of the International Capital Market", Jour. of Econ Theory, 8, No. 4, Aug, 1974.

(18) Stockman, A. C., "A Theory of Exchange Rate Determination", Journal of Political Econ, vol. 88, No. 4, 1980, pp.673-698.

(19) ——— and H. Dellas, "International Portfolio Nondiversification and Exchange Rate Variability", Journal of International Econ, 26, 1989, 271-289.

(20) ——— and L. E. O. Svensson, "Capital Flows, Investment, and Exchange Rates", Jour, of Mon. Econ., 19, 1987, pp.171-201.

(21) Stulz, R. M., "A Model of International Asset Pricing", Jour. of Finan Econ, 9, 1981.

(22) ———, "Currency Preferences, Purchasing Power Risks, and the Determination of Exchange Rates in an Optimizing Model", Jour. of Money, Credit and Banking, vol. 16, No. 3, 1984.

(23) Svensson, L. E. O., "Currency prices, Terms of Trade, and Interest Rates", Jour. of International Econ., 18, 1985, pp.17-41.

(24) ———, "Money and Asset Prices in a Cash-in-Advance Economy", Jour. of Pol. Econ., 1985, vol. 93, No. 5.

(25) ———, "Trade in Nominal Assets", Jour. of International Econ., 26, 1989, pp.1-28.