
無限次元多様体およびメンガー多様体 の研究とその応用

(課題番号：10640060)

平成10年度～平成12年度 科学研究費補助金(基盤研究(C)(2))
研究成果報告書

平成13年3月

研究代表者 酒井克郎
(筑波大学 数学系 助教授)

はしがき

平成10年度から平成12年度まで、科学研費補助金(基盤研究(C)(2))により、下記研究課題の研究を行い、十分な成果を上げることができたので、ここにその研究成果を報告する。

研究課題「無限次元多様体およびメンガー多様体の研究とその応用」

研究組織

研究代表者 :	酒井 克郎	筑波大学 数学系 助教授
研究分担者 :	川村 一宏	筑波大学 数学系 助教授
研究分担者 :	矢ヶ崎 達彦	京都工芸繊維大学 工芸学部 助教授
研究分担者 :	岩本 豊	弓削商船高等専門学校 講師
研究分担者 :	赤池 裕次	呉工業高等専門学校 講師
研究分担者 :	上原 成功	高松工業高等専門学校 講師
研究分担者 :	加藤 久男	筑波大学 数学系 教授
研究分担者 :	保科 隆雄	筑波大学 数学系 教授
研究分担者 :	金戸 武司	筑波大学 数学系 講師
研究分担者 :	山崎 薫里	筑波大学 数学系 助手
研究分担者 :	伊藤 光弘	筑波大学 数学系 教授
研究分担者 :	星野 光男	筑波大学 数学系 講師
研究分担者 :	藤田 尚昌	筑波大学 数学系 講師

研究経費

平成10年度	1,500 千円
平成11年度	1,100 千円
平成12年度	800 千円
計	3,400 千円

I-a. 無限次元多様体に関する研究論文

I-b. ANR 理論における研究論文

II-a. Menger 多様体に関する研究論文

II-b. n -Shape 理論における研究論文

研究発表

酒井 克郎 (SAKAI, Katsuro) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

[1] Proper n -shape categories,

— Glasnik Mat. Ser. III 33(53) (1998), 187–297.

局所コンパクト距離空間において, proper n -shaping を用いて定義された proper n -shape category \mathcal{S}_p^n と proper n -fundamental net を用いて定義された proper n -shape category \mathcal{S}_{BS}^n があるが, 両者の関係を調べ, \mathcal{S}_{BS}^n が \mathcal{S}_p^n の subcategory に同型となっていることを示した.

[2] (joint with Yūji Akaike)

Describing the proper n -shape category by using non-continuous functions,

— Glasnik Mat. Ser. III 33(53) (1998), 299–321.

一般に shape category は, 空間を ANR などの良い空間の system に展開して, 展開した system 間の連続写像の system を morphism とすることにより, 定義されるが, 空間の間の連続でない写像を用いることにより, 空間を展開せずに, いわば intrinsic に, shape category を定義する方法がある. この方法が (proper) n -shape category に対しても有効であることを示した. また, n -shape theory を可分距離空間より広い空間の族において展開するためには, n -homotopy category において, 空間を ANR などの良い空間の system に展開出来るかが問題になるが, 上で用いた手法を利用して, compact Hausdorff 空間と一般の距離空間に対して, このことが可能であることを示した.

[3] (joint with Shigenori Uehara)

A Hilbert cube compactification of the Banach space of continuous functions,

— Topology Appl. 92 (1999), 107–118.

コンパクト距離空間 X 上の連続写像のなす Banach 空間 $C(X)$ の自然なコンパクト化 $\overline{C}(X)$ で, 対 $(\overline{C}(X), C(X))$ が局所的に Hilbert cube と pseudo-interior の対 (Q, s) と同相になるものを見い出した.

[4] (joint with Shigenori Uehara)

Spaces of upper semi-continuous multi-valued functions on complete metric spaces,

— Fund. Math. 160 (1999), 199–218.

完備距離空間 X において定義された \mathbb{R} の閉区間を値とする有界な上半連続集合値関数の空間を $USCC_B(X)$ とする. $USCC_B(X)$ の各元をそのグラ

フと同一視することにより, $X \times \mathbb{R}$ の閉集合と見なし, Hausdorff 距離により $USCC_B(X)$ に位相を与える. X がコンパクトでなく一様局所連結であれば, $USCC_B(X)$ が可分でない Hilbert 空間と同相になることを示した.

[5] (joint with Taras Banakh)

Characterizations of $(\mathbb{R}^\infty, \sigma)$ - or (Q^∞, Σ) -manifolds and their applications,
— Topology Appl. 106 (2000), 115–134.

2つの位相を持つ空間 $(\mathbb{R}^\infty, \sigma)$ と (Q^∞, Σ) をモデルとする多様体の特徴付けを行い, その特徴付けを用いて, これらの多様体になる自然な空間の様々な例を示した.

[6] (joint with Taras Banakh)

Free topological semilattices homeomorphic to \mathbb{R}^∞ or Q^∞ ,
— Topology Appl. 106 (2000), 135–147.

空間 X の有限部分集合全体は X 上の自由半束になるが, X がコンパクト空間の列の帰納的極限になるとき, 自然な位相で自由位相半束になる. この自由位相半束が \mathbb{R}^∞ に同相となるための必要十分条件, および, Q^∞ に同相となるための十分条件を与えた.

[7] (joint with Shigenori Uehara)

Spaces of upper semi-continuous multi-valued functions on separable metric spaces,
— Tsukuba J. Math. 24 (2000), 69–80.

可分距離空間 X 上の単位閉区間の部分閉区間を値とする上半連続集合値関数のなす空間が, Hilbert cube および Hilbert 空間と同相になる必要十分条件を与えた.

[8] The completion of metric ANR's and homotopy dense subsets,

— J. Math. Soc. Japan 52 (2000), 835–846.

ANR 距離空間 X の完備化が ANR となり, しかも, X がその完備化において homotopy dense になる条件を与えた. また, 距離空間 X の完備化が一様 ANR となり, X がその完備化において homotopy dense になるためには, X が一様 ANR になることが必要十分であることを示した. さらに, ANR と一様 ANR の知られている特徴付けの改良を行った.

[9] (joint with Taras Banakh and Kazuhiro Kawamura)

The direct limits of the Banach-Mazur compacta,
— Bull. London Math. Soc. 32 (2000), 709–717.

n 次元 Banach 空間の isometry class からなる Banach-Mazur 空間 $BM(n)$ は, Hilbert cube と同相になると予想されていたが, 最近, コンパクト AR

であること, また, $n = 2$ のときには Hilbert cube と同相にならないことが示された. この論文では, 自然な埋め込み $BM(n) \subset BM(n+1)$ により得られる Banach-Mazur 空間の帰納的極限 $\varinjlim BM(n)$ が, Hilbert cube の帰納的極限と同相になることを示した.

- [10] An alternative proof of Cauty-Geoghegan's characterization of ANR's

— Topology Appl. (to appear).

どんな開集合も CW 複体の homotopy type を持つ距離空間は ANR になるであろうという Geoghegan の予想を, Cauty が 1994 年に証明したが, その証明の簡略化を行った.

- [11] (joint with Yutaka Iwamoto)

Strong n -shape theory,

— Topology Appl. (to appear).

Hilbert cube における Z -set の shape category は, 補集合の weak proper homotopy category と同型になるという Chapman の補集合定理が動機付けになり, 補集合の proper homotopy category と同型になるものとして, strong shape category が導入された. 一方, Chigogidze により導入された n -shape category は Hilbert cube を n 次元 Menger cube で置き換えることにより, 補集合の weak proper n -homotopy category と同型になるので, 補集合の proper n -homotopy category と同型になるように, strong n -shape category が定式化できないかという問題が生じる. この論文において, その定式化を行った.

(2) 口頭発表

- [1] (川村一宏と共同発表)

A space of isometry classes of finite-dimensional Banach spaces,

— 1998.3.27, 日本数学会 年会, 名城大学.

- [2] (上原成功と共同発表)

Spaces upper semi-continuous multi-valued functions between locally connected compacta,

— 1998.10.2, 日本数学会 秋季総合分科会, 大阪大学.

- [3] n -shape について,

— 1998.12.2, General Topology シンポジウム, 高知大学.

- [4] An alternative proof of Cauty-Geoghegan's characterization of ANR's,

— 1999.8.24, Intern. Conference on Topology and its Applications, 神奈川大学.

- [5] (岩本豊と共同発表)
 Strong n -shape theory,
 — 1999.10.13, 研究集会 “空間論及び幾何学的トポロジーの研究”
 京大 数理解析研究所
 [研究集会報告集] 数理解析研究所 講究録 1126 (2000), pp.19–27.
- [6] The completions of metric ANR's and uniform ANR's,
 — 1999.10.15, 研究集会 「空間論及び幾何学的トポロジーの研究」
 京大 数理解析研究所
 [研究集会報告集] 数理解析研究所 講究録 1126 (2000), pp.91–96.

川村 一宏 (KAWAMURA, Kazuhiro) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] (joint with K. Tsuda)
 Universal spaces for a class of Lašnev spaces,
 — Topology Appl. 85 (1998), 175-193.
 距離空間の閉連続像として得られる位相空間である Lašnev 空間のなす幾つかの空間族に対する普遍空間の存在を示した.
- [2] (joint with K. Eda)
 Fundamental group of 1-dimensional spaces,
 — Topology Appl. 87 (1998), 163-172.
 1次元コンパクトハウスドルフ空間の基本群は, その1次元チェック・ホモトピー群のある部分群と同型である事を示した.
- [3] (joint with F. Ohtsuka)
 Total excess and Tits metric for piecewise Riemannian 2-manifolds,
 — Topology Appl. 94 (1999), 173-193.
 曲面の一般化として “Piecewise Riemannian 2-manifold” という概念を定義し, 単連結な “non-positively curved” piecewise Riemannian 2-manifold (2次元 Hadamard 多様体を一般化したもの) の理想境界上に定義される Tits metric に関するトポロジーを調べた.
- [4] (joint with K. Eda)
 The surjectivity of the canonical homomorphism
 from singular homology to Čech homology,
 — Proc. Amer. Math. Soc. 128 (1999), 1487–1495.

局所 n 連結なコンパクト距離空間に対し, n 次元以下の特異ホモロジー群は同じ次元のチェックホモロジー群と自然に同型であることが, Mardesic により示されている. 本論文では, 上の空間に対して $n + 1$ 次元特異ホモロジー群から $n + 1$ 次元チェック・ホモロジー群への標準同型が全射であることを証明した. これは, $n + 1$ 次元コホモロジー群についての Mardesic の結果を補完している.

- [5] A survey on Menger manifold theory – Update,
— Topology Appl. 101 (2000), 83–91.

1996 年に A. Chigogidze, E.D. Tymchatyn と共同で発表した総合報告 “Menger manifolds, in Continua with Houston Problem Book, ed. by H. Cook, W.T. Ingram, K.T. Kuperberg, A. Lelek and P. Minc, Marcel Dekker (1996)” 以降に得られた結果についての総合報告である.

- [6] (joint with H. Kato, H.M. Tuncali and E.D. Tymchatyn)
Measures and topological dynamics on Menger manifolds,
— Topology Appl. 103 (2000), 249–282.

任意のコンパクト Menger 多様体とその上の Lebesgue-Stieltjes measure に対して, 保測同相写像のなかにエルゴード的同相写像が generic に存在することを示した. これは Oxtoby-Ulam の多様体に関する古典的な結果の Menger 多様体版であり, 特に位相推移的な同相写像が豊富に存在することを示している.

- [7] (joint with F. Ohtsuka)
The existence of straight line on piecewise Riemannian 2-manifolds,
— Note Di Mat. (to appear).

論文 [3] で定義した piecewise Riemannian 2-manifold が, 直線 (実数直線に標準的距離をいれた空間) と等長的空間をふくむ為の条件を, 曲面 (= 2次元リーマン多様体) に関する条件と類似なものとして与えた.

- [8] (joint with K. Eda)
The singular homology of Hawaiian earring,
— Bull. London Math. Soc. (to appear).
Hawaiian earring の特異ホモロジーを全て決定した.

- [9] (joint with T. Banach and K. Sakai)
Direct limits of the Banach-Mazur compacta,
— Bull. London Math. Soc. 32 (2000), 709–717.

n 次元実線形空間にはいるバナッハ・ノルムの全体 $BM(n)$ は, 自然な位相により無限次元コンパクト AR となる. 本論文では自然な埋め込み $BM(n) \rightarrow BM(n + 1)$ を構成し, この埋め込みに関する帰納極限の位相型を決定した.

- [10] (joint with B. Brechner)
 On the dimension of a homeomorphism group,
 — Proc. Amer. Math. Soc. 129 (2000), 617–620.
 Brechner により構成されたコンパクト距離空間の同相写像群が 1 次元であることを示し, Brechner の問題に否定的な解答をあたえた.
- [11] Lusternik-Schnirelmann type invariants for Menger manifolds,
 — J. Math. Soc. Japan (to appear).
 Lusternik-Schnirelmann category の類似物として, Fox によって導入された n -dimensional category 等を Menger 多様体論の文脈の中で考察した.
- [12] (joint with K. Eda)
 Homotopy and homology groups of the n -dimensional
 Hawaiian earring,
 — Fund. Math. (to appear).
 n 次元球面の一点可算和に自然な距離を入れコンパクトとしたものを n 次元ハワイアンイヤリングという. 本論文では, $n \geq 2$ に対して, n 次元ハワイアンイヤリングの n 次元ホモロジー群が無限巡回群の可算直積であることを示した.
- [13] (joint with K. Tomoyasu)
 Approximation of the Stone-Cech compactifications
 by Higson compactifications,
 — Colloq. Math. (to appear).
 局所コンパクト可分距離空間の Stone-Cech コンパクト化は, Higson コンパクト化によっていくらかでも良く近似できることを示した. これによって Keesling の得た Higson コンパクト化の 1 次元コホモロジーについての完全系列と古典的な Stone-Cech コンパクト化の 1 次元コホモロジーについての完全系列の間の対応を明確にすること等の応用が得られた.
- [14] Actions of finitely generated groups on the universal Menger curve,
 — Proc. Amer. Math. Soc. (to appear).
 任意の有限生成群が Menger curve に効果的に作用することを証明した.

(2) 口頭発表

- [1] (酒井克郎と共同発表)
 A space of isometry classes of finite-dimensional Banach spaces,
 — 1998.3.27, 日本数学会 年会, 名城大学.

- [2] (友安一夫と共同発表)
 Approximations to Stone-Čech compactifications by
 Higson compactifications,
 — 1998.12.3, General Topology シンポジウム, 高知大学.
- [3] (友安一夫と共同発表)
 Approximations to Stone-Čech compactifications by
 Higson compactifications,
 — 1999.3.25, 日本数学会 年会, 学習院大学.

矢ヶ崎 達彦 (YAGASAKI, Tatsuhiko) (京都工芸繊維大学 工学学部)

(1) 学会誌等

- [1] The homeomorphism groups of noncompact 2-manifolds,
 — Memoirs of the Faculty of Eng. and Design,
 Kyoto Inst. Tech. 47 (1998), 41–48.

非コンパクト 2次元多様体 M の位相同型群 $\mathcal{H}(M)$ が, どのような条件の下で ℓ^2 -多様体になるかという問題を考察し, 次の結果を得た. $\mathcal{H}(M)$ が ℓ^2 -多様体になるための必要十分条件は, M が次の条件を満たすことである:
 (i) M は, あるコンパクト 2次元多様体から, 内部の有限個の点と境界の 0次元コンパクト集合 A を除いた形をしており, かつ (ii) A の順序を保つ同型群 $\mathcal{H}_+(A)$ が離散群である. この結果により, $\mathcal{H}(M)$ が ℓ^2 -多様体になるかどうか容易に判定される.

- [2] The groups of quasiconformal homeomorphisms
 on Riemann surfaces,
 — Proc. Amer. Math. Soc. 127 (1999), 2727–2734.

リーマン面上の擬等角写像は, リーマン面の複素構造の変形理論等に於いて重要な役割を果たしている. この論文では, リーマン面 M の位相同型群 $\mathcal{H}(M)$ の中での擬等角写像のなす部分群 $\mathcal{H}^{QC}(M)$ の無限次元位相多様体としての性質を考察し, M がコンパクトのとき, $(\mathcal{H}(M), \mathcal{H}^{QC}(M))$ が (s, Σ) -多様体となることを示した. (非コンパクトのときには, 各連結成分が (s, σ) -多様体になる.) 応用として, 恒等写像の連結成分 $\mathcal{H}(M)_0$ のホモトピー型から, 組 $(\mathcal{H}(M)_0, \mathcal{H}^{QC}(M)_0)$ の位相型を決定することができる.

- [3] Spaces of embeddings of compact polyhedra into 2-manifolds,
 — Topology Appl. 108 (2000), 107–122.

連結 2次元多様体 M の同相群の id_M の連結成分 $\mathcal{H}_X(M)_0$ から コンパクト多面体 X の M への埋め込みの空間 $\mathcal{E}(X, M)$ への自然な制限写像が主バンドルになることを示し, 応用として, $\mathcal{E}(X, M)$ が ℓ^2 -多様体になること,

さらに, M が 2次元ユークリッド PL 多様体のときには, $\mathcal{E}(X, M)$ は, リ
ブシツツ埋め込みの部分空間 $\mathcal{E}^{\text{LIP}}(X, M)$, および, PL-埋め込みの部分空間
 $\mathcal{E}^{\text{PL}}(X, M)$ と共に, 3組として (s, Σ, σ) -多様体 になることを示した.

- [4] Homotopy types of homeomorphism groups
of noncompact 2-manifolds,
— Topology Appl. 108 (2000), 123–136.

M を連結非コンパクト 2次元 PL 多様体, X を M のコンパクト部分多
面体, $\mathcal{H}_X(M)$ を X 上恒等的な M の同相写像全体に, 広義一様収束の位相を
入れた位相群とする. この論文では, $\mathcal{H}_X(M)$ の id_M の連結成分 $\mathcal{H}_X(M)_0$
のホモトピー型を決定した: (1) $\mathcal{H}_X(M)_0$ は, 次の場合を除いて可縮であ
る: $(M, X) \cong (\mathbb{R}^2, \emptyset)$, $(\mathbb{R}^2, 1\text{pt})$, $(S^1 \times \mathbb{R}, \emptyset)$, $(S^1 \times [0, 1], \emptyset)$, $(\mathbb{P}^2 - 1\text{pt}, \emptyset)$
(2) 上記の例外的な場合には, $\mathcal{H}_X(M)_0$ は, 円周のホモトピー型を持つ. こ
の応用として, $\mathcal{H}_X(M)_0$ が可分 Hilbert 空間 ℓ_2 にモデルを持つ無限次元位
相多様体となることを示し, その位相型を決定した.

- [5] Embedding spaces and hyperspaces of polyhedra in 2-manifolds,
— Topology Appl. (to appear).

$\mathcal{E}(X, M)$ をコンパクト部分多面体 X の 2次元多様体 M への埋め込み
空間 (一様収束位相), $\mathcal{K}(X, M)$ を X と同相な M の部分集合のなす空間
(Fréchet 位相) とする. この論文では, 自然な写像 $\pi: \mathcal{E}(X, M) \rightarrow \mathcal{K}(X, M)$,
 $\pi(f) = f(X)$, が主バンドルになることを示し, $\mathcal{K}(X, M)$ が ANR になる
ことを示した.

- [6] Hyperspaces of Peano and ANR continua,
— Topology Appl. (to appear).

Euclidean space について知られていた結果を, 次の形に拡張した: X を
Peano continuum, $(C(X), \text{ANR}_c(X))$ を X の subcontinua 全体の空間,
及び, ANR subcontinua 全体の空間とする. 但し, Hausdorff 距離による
位相を持つもとする. もし, X の 各開集合が 3-disk を含み, X が disjoint
1-disk property を持てば, $(C(X), \text{ANR}_c(X)) \cong (Q, \Omega_3)$ となる. 但し, Q
は Hilbert cube $([0, 1]$ の可算積), Ω_3 は Q の $G_{\delta\sigma\delta}$ -absorber である.

(2) 口頭発表

- [1] コンパクト 2次元多面体の 2次元多様体への埋め込みの空間の
位相型について,
— 1998.3.27, 日本数学会 年会, 名城大学.
- [2] Characterization of infinite dimensional manifolds and
their applications to homeomorphism groups,
— 1998.6.19, Intern. General Topology Conference, Beijing, China.

- [3] M. W. Davis の仕事について (A survey),
— 1998.8.4, Coxeter 群の境界と次元論に関する研究集会,
筑波大学.
- [4] Homeomorphism groups of 2-manifolds and spaces of embeddings
into 2-manifolds,
— 1998.10.7, Intern. Conference on Geometric Topology,
Inter-University Center, Dubrovnik, Croatia.
- [5] Homeomorphism groups of 2-manifolds and spaces of embeddings
into 2-manifolds,
— 1998.12.21, 研究集会 “同相群とその周辺”, 京都産業大学.
- [6] Homeomorphism groups of 2-manifolds and spaces of embeddings
into 2-manifolds,
— 1999.3.2, 研究集 “一般・幾何学的位相における未解決問題と
その展開”, 京都大学 数理解析研究所.
[研究集会報告集] 数理解析研究所 講究録 1107 (1999), pp.46–56.
- [7] The space of embeddings of compact polyhedra into 2-manifolds,
— 1999.6.4, General Topology シンポジウム, 筑波大学.
- [8] Hyperspaces of compact ANRs,
— 1999.7.7, First joint meeting Japan-Mexico Topology and
its Applications, Morelia, Mexico.
- [9] Groups of QC homeomorphisms on Riemann surfaces,
— 1999.8.27, Intern. Conference on Topology and its Applications,
神奈川大学.
- [10] A survey on asymptotic dimension and ANE,
— 1999.10.14, 研究集会 “空間論及び幾何学的トポロジーの研究”,
京都大学 数理解析研究所.
[研究集会報告集] 数理解析研究所 講究録 1126 (2000), pp.66–78.
A short survey on Coarse Topology.
- [11] Some topological property of groups of QC homeomorphisms
on Riemann surfaces,
— 1999.12.20, 研究集会 “同相群とその周辺”, 京都産業大学.
- [12] Hyperspaces of Peano and ANR continua,
— 2000.6.2, 第 36 回 位相空間論シンポジウム, 大阪教育大学.
- [13] 非コンパクト 2 次元多様体の同相群のホモトピー型について,
— 2000.10.26, 変換群論シンポジウム, 千葉大学.

- [14] コンパクト連結 2 次元多面体の曲面への埋め込み空間の連結成分のホモトピー型の分類,
— 2000.12.22, 研究集会 “同相写像とその周辺”, 京都産業大学.

岩本 豊 (IWAMOTO, Yutaka) (弓削商船高等専門学校)

(1) 学会誌等

- [1] (joint with Yutaka Iwamoto)

Strong n -shape theory,
— Topology Appl. (to appear).

Hilbert cube における Z -set の shape category は, 補集合の weak proper homotopy category と同型になるという Chapman の補集合定理が動機付けになり, 補集合の proper homotopy category と同型になるものとして, strong shape category が導入された. 一方, Chigogidze により導入された n -shape category は Hilbert cube を n 次元 Menger cube で置き換えることにより, 補集合の weak proper n -homotopy category と同型になるので, 補集合の proper n -homotopy category と同型になるように, strong n -shape category が定式化できないかという問題が生じる. この論文において, その定式化を行った.

- [2] (joint with Kazuo Tomoyasu)

Higson compactifications obtained by expanding and contracting the half-open interval,
— Tsukuba J. Math. (to appear).

Stone-Čech コンパクト化を Higson コンパクト化の族で近似できることが分かっているが, どのような Higson コンパクト化で近似できているかということに関しては明らかでない. 本論文では半開区間 $J = [0, \infty)$ に注目し, J の Stone-Čech コンパクト化 βJ が J 上の微分 (または, PL) 同相写像により生成されるプロパ - な距離による Higson コンパクト化で近似できることを示した.

(2) 口頭発表

- [1] (酒井克郎と共同発表)

Strong n -shape theory
— 1999.10.13, 研究集会 “空間論及び幾何学的トポロジーの研究”
京大 数理解析研究所
[研究集会報告集] 数理解析研究所 講究録 1126 (2000), pp.19–27.

[2] (友安一夫と共同発表)

Higson compactifications of the half-open interval,

— 2000.12.15, General Topology シンポジウム, 南山大学.

赤池 裕次 (AKAIKE, Yūji) (呉工業高等専門学校)

(1) 学会誌等

[1] (joint with Katsuro Sakai)

Describing the proper n -shape category by using
non-continuous functions,

— Glasnik Mat. Ser.III 33(53) (1998), 299–321.

不連続写像 (または多価写像) を用いて proper n -shape category を表現した. これを用いることにより, proper n -homotopy category において Čech expansion は polyhedral expansion であることがわかった.

[2] Homeomorphic neighborhoods in μ^{n+1} -manifolds,

— Colloq. Math. 77 (1998), 245–250.

μ^{n+1} -manifold 中の Z -sets が proper n -shape equivalent ならば, いくらでも小さな同相な近傍が取れることを示した.

[3] Proper n -shape and the Freudenthal compactification,

— Tsukuba J. Math. 22 (1998), 393–406.

2つの proper n -shape category を定義し, その間の functor とその1つから compact pair の category への functor を構成した. このことから性質 SUV^n を持つ空間の Freudenthal compact 化は性質 UV^n を持つことが示された.

[4] Menger manifolds which are weakly properly n -homotopy equivalent,

— 呉高専 35 周年記念学術論文集, 平成 12 年, 9–12.

simply connected at ∞ という条件のもとで, 2つの weakly properly n -homotopy equivalent な Menger manifolds は同相になることを証明した.

上原 成功 (UEHARA, Shigenori) (高松工業高等専門学校)

(1) 学会誌等

[1] A Hilbert cube compactification of the space of retractions
of the interval,

— Colloq. Math. 78 (1998), 119–122.

コンパクト距離空間 M 上のレトラクションから成る空間 $R(M)$ (孤立点は除かれている) について, M が 1, 2 次元の多様体または Q -多様体の場合には, $R(M)$ が s -多様体であることが知られている (s は Q の擬内部であり l_2 と同相). この空間 $R(M)$ をハウスドルフの距離をもつ巾空間 $\exp(M^2)$ の部分空間とみなして閉包 $\bar{R}(M)$ を取ることにより, $R(M)$ のコンパクト化が得られる. 本論文においては, $M = \mathbf{I}$ の場合について, $(\bar{R}(\mathbf{I}), R(\mathbf{I})) \approx (Q, s)$ であることを証明した.

[2] (joint with K. Sakai)

A Hilbert cube compactification of the Banach space
of continuous functions,
— Topology Appl. 92 (1999), 107–118.

コンパクト距離空間 X 上の連続写像のなす Banach 空間 $C(X)$ の自然なコンパクト化 $\bar{C}(X)$ で, 対 $(\bar{C}(X), C(X))$ が局所的に Hilbert cube と pseudo-interior の対 (Q, s) と同相になるものを見い出した.

[3] (joint with K. Sakai)

Spaces of upper semi-continuous multi-valued functions
on complete metric spaces,
— Fund. Math. 160 (1999), 199–218.

完備距離空間 X において定義された \mathbb{R} の閉区間を値とする有界な上半連続集合値関数の空間を $USCC_B(X)$ とする. $USCC_B(X)$ の各元をそのグラフと同一視することにより, $X \times \mathbb{R}$ の閉集合と見なし, Hausdorff 距離により $USCC_B(X)$ に位相を与える. X がコンパクトでなく一様局所連結であれば, $USCC_B(X)$ が可分でない Hilbert 空間と同相になることを示した.

(2) 口頭発表

[1] (酒井克郎と共同発表)

Spaces upper semi-continuous multi-valued functions between
locally connected compacta,
— 1998.10.2, 日本数学会 秋季総合分科会, 大阪大学.

[2] Spaces upper semi-continuous multi-valued functions which
are absolute retracts,
— 1998.10.2, 日本数学会 秋季総合分科会, 大阪大学.

加藤 久男 (KATO, Hisao) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] Attractors in Euclidean spaces and shift maps on polyhedra,
— Houston J. Math. 24 (1998), 671–680.

n 次元多面体 P からそれ自身への連続写像 f の inverse limit から構成される同相写像が $2n$ 次元ユークリッド空間の同相写像に拡張され, そのアトラクターが f の inverse limit (P, f) にできることを示した. また, 多様体の同相写像のアトラクターの特徴化に成功した. これは, Gunther と Segal の問題に答えたものである.

- [2] Expansive homeomorphisms on surfaces with holes,
— Topology Appl. 82 (1998), 267–277.

2 次元コンパクト多様体上の拡大同相写像の存在, 非存在に関する結果は有名であるが, この論文では, 穴のあいた 2 次元コンパクト多様体上には, 幾つかの場合を除いて, 拡大同相写像が常に存在することを示した.

- [3] On scrambled sets and a theorem of Kuratowski on independent sets,
— Proc. Amer. Math. Soc. 126 (1998), 2151–2157.

区間上の連続写像の scrambled set の測度の研究は有名である. この論文では, k -次元立方体 \mathbf{I}^k の場合に, それらの結果を拡張した.

- [4] The depth of centres of maps on dendrites,
— J. Austral. Math. Soc., Ser.A 64 (1998), 44–53.

区間の連続写像のバーコフの depth は 2 以下であることが知られている. また, tree の depth は 3 以下であることも知られている. この論文では, dendrite の場合を研究した. 得られた結果は, ある dendrite D が存在して, 可算の任意の ordinal number に対して D 上の連続写像が存在して, その depth は与えられた ordinal number になることを証明した. また, 2 次元多様体でも同様の結果を得た. 3 次元以上の多様体では, 同様な結果が同相写像に関して成立することを証明した.

- [5] A note on indecomposability of chaotic continua on surfaces,
— Bull. Polish Acad. Sci., Math. 46 (1998), 11–16.

曲面上の subcontinuum の continuum-wise expansive homeomorphism のカオス連続体について研究し, indecomposable なカオス連続体を持つことが分かった.

- [6] (joint with T. Tatsuya, N. Chinen, J-J. Park and K. Yokoi)
 The dynamics of homeomorphisms of hereditarily decomposable θ^* -continua,
 — Topology Proc. 23 (1998), 1-12.
 Suslinean continuum M である種の条件を持てば, M 上の同相写像のエントロピーが零になることを証明した.
- [7] (joint with In-Su Kim and Jong-Jin Park)
 On the countable compacta and expansive homeomorphisms,
 — Bull. Korean Math. Soc. 36 (1999), 403–409.
 2 つの可算コンパクト距離空間が同相かどうかを見分ける性質を見出し, 拡大同相写像を持たない可算コンパクト距離空間の条件を与えた.
- [8] (joint with Jong-Jin Park)
 Expansive homeomorphisms of countable compacta,
 — Topology Appl. 95 (1999), 207–216.
 可算コンパクト距離空間が, 拡大同相写像を許容するための必要十分条件を与えた.
- [9] (joint with Xiangdong Ye)
 On Burgess’s theorem and related problems,
 — Proc. Amer. Math. Soc. 128 (2000), 2501–2506.
 この論文では, まずグラフ G , K に対して, K が G -like となる必要十分条件を与えた. また, T を tree, G をグラフで, 任意の free arc が G を分割しないものとする. このとき, 連続体 M が G -like かつ T -like であれば, M はある n について, n -indecomposable となることを証明した. これは, 連続体論で有名な Burgess の定理の一般化となっている.
- [10] (joint with Michael Levin)
 Open maps on manifolds which do not admit disjoint closed subsets intersecting each fiber,
 — Topology Appl. 103 (2000), 221–228.
 任意のコンパクト n -多様体 ($n = 3, 4, \dots$) 上に Bula’s Property を満たさない monotone, open, nontrivial fibers をもつ写像を構成した. もちろん, その像は無限次元である. 曲面の場合は, そのような写像の像は 2 次元以下であることが, 古典的な結果として知られている. つまり曲面の場合は, Bula’s Property を満たす.
- [11] (joint with K. Kawamura, H. M. Tuncali and E. D. Tymchatyn)
 Measures and topological dynamics on Menger manifolds,
 — Topology Appl. 103 (2000), 249–282.

メンガー多様体の measure preserving autohomeomorphisms 全体のなかで, エルゴチック homeomorphisms 全体は G_δ 稠密であることを証明した. 系として, メンガー多様体上にはいろんなカオス同相写像が存在することがわかる.

[12] (joint with Tatsuya Arai, Naotsugu Chinen and Katsuya Yokoi)

The construction of P -expansive maps of regular continua:

a geometric approach,

— Topology Appl. 103 (2000), 309–321.

G をグラフ, $f: G \rightarrow G$ を連続写像とする. P を G の有限集合で f -不変なものとする. この時, f の力学的複雑さを幾何学的に表現するのが研究目標である. この論文では, f と P とのマルコフグラフを使って, 幾何学的で目に見えるような構成方法で, regular continuum Z と Z 上の f と半共役な $p(P)$ -expansive map g を構成した. この時 Z はフラクタルな集合となる.

(2) 口頭発表

[1] 0次元コンパクト上の力学系,

— 1998.5, 第35回位相空間論シンポジウム, 愛媛大学.

保科 隆雄 (HOSHINA, Takao) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

[1] (joint with K. Yamazaki)

Extensions of functions on product spaces,

— Topology Appl. 82 (1998), 195–204.

積空間において, T. Przymusiński による連続関数の拡張問題, 及び, Yang による正規性に関する問題について部分解を与えた.

[2] (joint with K. Yamazaki)

Weak C -embedding, weak P -embedding and product spaces,

— Topology Appl. (to appear).

A. Arhangel'skii による weak C -embedding の概念の特徴付けを与え, 応用として, 同氏が提起した一連の問題に対して簡略した別証明を与えた.

金戸 武司 (KANETO, Takeshi) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] Tait type theorems on alternating links in thickened surfaces,
— “Knot Theory” (edited by M. Sakuma), (2000), 148–156.

3次元空間における結び目・絡み目理論において、次の交代絡み目の交点数に関するテイト予想は、約1世紀を経た1987年に、カウフマン、村杉、ティスツルスウェイトにより、独立に、肯定的に解決された。

TC1) 2つの連結、既約な交代絡み目射影図が表わす絡み目がアンビエントイソトピックならば、2つの射影図の交点数は一致する。

TC2) 連結、既約な交代絡み目射影図の交点数は、その射影図が表わす絡み目の最小交点数に一致する。即ち、その射影図が表わす絡み目とアンビエントイソトピックな絡み目を表わすどんな射影図の交点数よりも小さいかまたは等しい。

向き付け可能な厚み付き曲面における結び目・絡み目理論において、1996年に鎌田直子はある仮定のもとに、TC1)の類似定理が成り立つこと示し、その仮定は不要であろうと予想した。本研究において、その予想を肯定的に解決すると共に、(TC2)はTC1)を含むのでこの方向での最終目標であるTC2)の類似定理を得た。

(2) 口頭発表

- [1] Invariants of tunnel links and numerators of rational tangles,
— 1998.10.2, 日本数学会 秋季総合分科会, 大阪大学.
- [2] Alternating link diagrams on surfaces,
— 1998.12.19, 研究集会 “結び目のトポロジー”, 東京女子大学.
(谷山公規氏編の報告集がある)
- [3] Tait type theorems on alternating links in thickened surfaces,
— 1999.7.15, Workshop “Knot Theory”, University of Toronto.
- [4] Tait type theorems on alternating links in thickened surfaces,
— 1999.9.27, 日本数学会 秋季総合分科会, 日広島大学.
- [5] A dual state lemma for link diagrams on surfaces,
— 2000.12.20, 研究集会 “結び目のトポロジー III”, 東京女子大学.
(谷山公規氏編の報告集が出版予定)

山崎 薫里 (YAMAZAKI, Kaori) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] (joint with T. Hoshina)
Extensions of functions on product spaces,
— Topology Appl. 82 (1998), 195–204.
距離空間との積の $C^* = C$ 問題に関する Przymusiński の問題に対して, 部分解を与えた.
- [2] Normality and collectionwise normality of product spaces II,
— Tsukuba J. Math. 22 (1998), 783–793.
積の族正規性に関して, 千葉の定理を標準的な一般のクラスに拡張した.
- [3] Extensions of partitions of unity,
— Topology Proc. 23 (1998) 289–313.
局所有限な 1 の分割の拡張可能性がコンパクト空間との積に保たれるかという Dydak の問題に肯定解を与えた.
- [4] A cardinal generalization of C^* -embedding and its applications,
— Topology Appl. 108 (2000), 137–156.
 C^* -embedding の自然な濃度の一般化を定義し, それが U^ω のときに P^γ と一致する性質は何かという大田の問題の解になることを示した.
- [5] C^* -embeddings and P - or M -embeddings on product spaces,
— Houston J. Math. (to appear).
属正規 P -空間とパラコンパクト Σ -空間の積に関する筆者自身が出した問題に答えた.
- [6] P (locally-finite)-embedding and rectangular normality
of product spaces,
— Topology Appl. (to appear).
 P (locally-finite)-embedding の積による特徴付けを与え, Przymusiński の結果を一般の濃度に拡張した.

(2) 口頭発表

- [1] Normality and collectionwise normality of product spaces,
— 1998.10.2, 日本数学会 秋季総合分科会, 大阪大学.
- [2] A cardinal generalization of C^* -embedding,
— 1998.12.3, General Topology シンポジウム, 高知大学.

- [3] Extensions of partitions of unity,
— 1999.8.24, Intern. Conference on Topology and its Appl.,
神奈川大学.
- [4] 1 の分割に関する Dydak の問題について,
— 1999.9.27, 日本数学会 秋季総合分科会, 広島大学.
- [5] P (locally-finite)-embedding and related topics,
— 1999.10.14, 研究集会 “空間論及び幾何学的トポロジーの研究”,
京都大学 数理解析研究所.
[研究集会報告集] 数理解析研究所 講究録 1126 (2000), pp.28–38.
- [6] 積空間の矩形正規性と Katětov 空間について,
— 2000.9.23, 日本数学会 秋季総合分科会, 京都大学.
- [7] Extensions of partition of unity and covers,
— 2000.10.19, 研究集会 “集合的・幾何学的トポロジーとその応用の研究”, 京都大学 数理解析研究所.

伊藤 光弘 (ITOH, Mitsuhiro) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] Compact Einstein-Weyl manifolds and the associated constant,
— Osaka J. Math. 35 (1998), 567–578.
Einstein-Weyl 多様体に対して, それに付随する Gauduchon 定数の考察を行った.
- [2] Self-dual metrics on 4-dimensional circle bundles,
— Nihonkai Math. J. 10 (1999), 71–86.
3次元 Einstein-Weyl 多様体 N が一般化されたモノポール方程式の非零解を持てば, N 上の円周束は自己双対計量を持つことを示した.
- [3] Kummer type construction of self-dual metrics
on the connected sum of four complex projective planes,
— J. Math. Soc. Japan 52 (2000), 139–160.
本論文において, Donaldson-Friedman の定理のオービフォルド版を適応することにより, 複素射影平面の 4 つの連結和上に $U(1)$ が, 共形変換として作用する自己双対構造を構成した.
- [4] Minimally immersed Legendrian surfaces in Sasakian 5-manifolds,
— Kodai Math. J. 23 (2000), 358–375.

本論文では, 局所対称 Weyl 空間に関する局所自明性定理, および, 正の Gauduchon 定数を持つコンパクト Einstein-Weyl 多様体の集合に関する有限性定理を扱った.

- [5] Affine locally symmetric structures and finiteness theorems
for Einstein-Weyl manifolds,
— Tokyo J. Math. 23 (2000), 37–49.

本論文では, 5 次元佐々木多様体内の極小はめこみ Legendre 曲面の部分多様体的考察を行った.

- [6] Global geometry of Sasakian manifolds,
— Proc. of the 4th Intern. Workshop on Diff. Geometry
(Taegu, 1999), Kyungpook Natl. Univ., Taegu, 2000, 1–7.

5 次元佐々木多様体内の 4 次元接触部分束の自己双対幾何学的考察を扱った講演要旨をまとめたもの.

- [7] Weyl manifolds and the Morse functional,
— Proc. of the 4th Intern. Workshop on Diff. Geometry
(Taegu, 1999), Kyungpook Natl. Univ., Taegu, 2000, 9–17.

Weyl 多様体に対して, affine 測地線と異なるゲージ不変測地線を定義し, さらに Morse 汎関数の第二変分問題を扱った講演要旨をまとめたもの.

(2) 口頭発表

- [1] Legendrian surfaces in Sasakian 5-manifolds,
— 1998.11, 研究集会 “シンプレティック幾何学とその周辺”,
秋田大学 教育学部.
- [2] 不変接触構造の幾何学 — Lutz の論文紹介,
— 1998.12, 筑波微分幾何学研究会.
- [3] 測地対称性と Weyl 多様体,
— 1999.2, 研究集会 “Locally conformal Kaehler manifolds”,
お茶の水大学 理学部.
- [4] The self-duality of Sasakian 5-manifolds,
— 1999.10, 第 5 回複素微分幾何シンポジウム.
- [5] Global geometry of Sasakian manifolds,
— 1999.11, 第 4 回微分幾何学国際ワークショップ, 韓国 慶北大学.
- [6] Weyl manifolds and Morse functional,
— 1999.11, 第 4 回微分幾何学国際ワークショップ, 韓国 慶北大学.

- [7] Higher dimensional Yang-Mills theory and submanifolds,
— 1999.11, Colloq. at Kyungpook Univ., Korea.
- [8] 佐々木多様体の自己双対性と接触カップ積について,
— 1999.12, 筑波微分幾何学研究会.
- [9] Sasakian manifolds and self-duality,
— 2000.2, 鹿児島大学 理学部 談話会.
- [10] 強擬凸 CR 多様体の Sasaki 構造と 5 次元自己双対性,
— 2000.6, 名古屋大学 多元数理 談話会.
- [11] 円周束上の束計量の共形平坦性について,
— 2000.9, 日本数学会 秋季総合分科会, 京都大学.
- [12] On CR twistor spaces over Sasakian manifolds,
— 2000.11, 第 6 回複素微分幾何シンポジウム.

星野 光男 (HOSHINO, Mitsuo) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] (joint with T. Sumioka)

Injective pairs in perfect rings,

— Osaka J. Math. 35(3) (1998), 501–508.

左完全環上で、直既約射影右加群が原田の意味での入射性を持つためにはそれが或直既約射影左加群との間で或種の対を成すことが必要十分であることを示し、更に、直既約射影右加群と直既約射影左加群との或種の対について、それらの加群が共に入射的であるためにはそれらの間に局所的な森田双対が定義されることが必要十分であることを示した。

- [2] (joint with T. Sumioka)

Colocal pairs in perfect rings,

— Osaka J. Math. 36(3) (1999), 587–603.

片側完全環上の単純右加群の本質的拡大について、それが入射的であるための必要十分条件は、準同型環上の左加群として、或直既約射影右加群との間で或種の対を成すことが必要十分であることを示した。また、左完全環上の直既約射影右加群と直既約入射左加群との或種の対について、直既約射影右加群の準入射性と直既約入射左加群の準射影性が同値であることを示した。

- [3] Strongly quasi-Frobenius rings,

— Comm. Algebra 28(8) (2000), 3585–3599.

環とその元およびその環準同型の3つの要素から成る組に対して、その上の歪行列環の構成法を与えた。更に、準フロベニウス環について、その上の全ての有限生成射影右加群の準同型環がまた準フロベニウス環であるためには、それが恒等的中山置換を持つ準フロベニウス環と幾つかの準フロベニウス局所環上の歪行列環との直積環に同型であることが必要十分であり、従ってその中山置換は或環同型によって引き起こされることを示した。

[4] (joint with Y. Kato)

Tilting complexes defined by idempotents,
— Comm. Algebra (to appear).

ネター環上の任意の冪等元は導来加群圏に t -構造を定めることを示し、その冪等元がティルティング鎖複体を定めるための必要十分条件を与えた。特に、準フロベニウス多元環の場合には冪等元が定めるティルティング鎖複体の準同型環はまた準フロベニウス多元環で中山置換を共有することを示した。更に、準フロベニウス多元環に対して、中山置換の下で不変な冪等元について、それが導来加群圏の自己同型を引き起こすための必要十分条件を与えた。

[5] (joint with Y. Kato and J. Miyachi)

On t -structures and torsion theories induced by compact objects,
— J. Pure Appl. Algebra (to appear).

一般の三角圏において或条件を充たす対象は t -構造を定めることを示し、結果として、導来加群圏における t -構造は必ずしもティルティング鎖複体を決定しないことを示した。また、古典的ティルティング加群の理論がそのまま長さ2のティルティング鎖複体の場合に拡張されることを示した。特に、アルティン多元環の場合には、加群圏における或種のトーシヨ理論と長さ2のティルティング鎖複体との間に一対一対応が存在することを具体的構成法を与えて示した。

(2) 口頭発表

[1] On modules of finite Gorenstein dimension, 第31回環論および表現論シンポジウム, 大阪市立大学学術情報総合センター, 1998年11月5日~7日, 報告集 pp.49-53.

[2] (J. Miyachi と共同発表)

On non-commutative Gorenstein rings, 第44回代数学シンポジウム, 東京大学大学院数理化学研究科, 1999年8月9日~12日, 報告集 pp.16-24.

藤田 尚昌 (FUJITA, Hisaaki) (筑波大学 数学系)

(1) 学会誌等

- [1] Minimal injective resolution of an order over
a local Dedekind domain,
— *Comm. Algebra* 26 (1998), 447–451.
- [2] (joint with Kirkman, Ellen and Kuzmanovich, James)
Global and Krull dimensions of quantum Weyl algebras,
— *J. Algebra* 216 (1999), 405–416.

研究成果

本研究課題において、次の2つの主要な目的を掲げた。

- I. 無限次元多様体の研究に関しては、この理論をさらに豊富なものとするために、自然に現れる具体的な多様体の位相的、幾何的構造を研究すること;
- II. Menger 多様体の研究に関しては、力学系や群作用、また n -Shape 理論などへの応用を主眼において研究すること。

この2つの主要な目的のに沿って、平成10年度から平成12年度までの3年間、研究代表者と研究分担者は相互に協力し合いながら研究を遂行し、それぞれに関して多くの研究成果を得たので、その概要を以下に述べる。

I. 無限次元多様体と ANR 理論に関する研究成果

この分野においては、酒井・Banakh による2つの位相を持つ無限次元多様体の特徴付けとその具体例である自由位相半束の研究、酒井と上原による集合値関数空間と関数空間のコンパクト化に関する一連の研究、酒井・川村・Banakh による Banach-Mazur 空間の帰納的極限に関する研究、矢ヶ崎による同相写像群と埋蔵写像の空間に関する一連の研究、と数多くの成果を上げた。この分野は ANR 理論と密接に関連しているが、酒井の研究により、ANR の特徴付け関しても成果をあげることが出来た。最近、巾空間における次の2つの研究のそれぞれに関して、新たな進展が見られ今後の発展が期待される。

- (1) 関数空間から巾空間の自然な写像、および
- (2) 非コンパクトな距離空間の閉集合のなす巾空間、

II. Menger 多様体と n -Shape 理論に関する研究成果

この分野においては、加藤・川村・Tuncali・Tymchatyn の Menger 多様体上の力学系に関する研究、川村・Brechtner の Menger 多様体の同相写像群の次元に関する研究、川村の Menger 多様体に関わる Lusternik-Schnirelmann タイプの不変量の研究および Menger 曲線上の群作用の研究、と数多くの成果を上げた。さらに、川村・津田によって Menger 多様体が位相空間論へ応用され、距離空間の閉連続像のあるクラスに対する普遍空間を構成することが出来た。また、 n -shape 理論に関しては、酒井と赤池による proper n -shape 理論における一連の研究、酒井・岩本の strong n -shape の定式化などの成果があった。

上記の諸結果はそれぞれ論文にまとめられ学術雑誌に投稿された。この報告の後に、既に学術雑誌に掲載された論文と掲載予定の論文を次の4分野に分けて収録した。

I-a. 無限次元多様体に関する研究論文

I-a. ANR 理論における研究論文

II-a. Menger 多様体に関する研究論文

II-b. n -Shape 理論における研究論文

今後の研究の展望

無限次元多様体に関しては、研究成果の中で述べたように、巾空間の研究において新たな進展が見られ今後の発展が期待される。

Bestvina による n 次元 Menger 立方体の特徴付けにより、Menger 立方体と Hilbert 立方体の類似性が明らかになり、以来、Menger 多様体の研究が発展した。最近、Ageev によって、 n 次元 Nöbeling 空間の特徴付けが与えられ、予想されていた Hilbert 空間と類似性が示された。本研究課題の一環として、Ageev を筑波大学に招聘し、彼の研究を詳しく知ることが出来たが、今後の Nöbeling 多様体の研究が期待される。また、非可分である完備距離付け可能な n 次元普遍空間には、非可分な Hilbert 空間との類似性が期待されているが、非可分な n 次元 Nöbeling 空間とも言うべき、この n 次元普遍空間の特徴付けが問題として残されている。この問題に関して、Ageev との共同研究の体制も整えることが出来た。