

【102】

氏 名（本籍）	ぜん け だい すけ 善 家 大 輔（愛 媛 県）		
学 位 の 種 類	博 士（工 学）		
学 位 記 番 号	博 甲 第 3934 号		
学位授与年月日	平成 18 年 3 月 24 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審 査 研 究 科	システム情報工学研究科		
学 位 論 文 題 目	Algorithms for the Minimum Maximal Flow Problem - Optimization over the Efficient Set - (最小極大流問題に対するアルゴリズム －有効集合上の最適化－)		
主 査	筑波大学助教授	工学博士	吉 瀬 章 子
副 査	筑波大学教授	工学博士	山 本 芳 嗣
副 査	筑波大学教授	Ph. D.（意思決定）	中 村 豊
副 査	筑波大学助教授	博士（理学）	繁 野 麻衣子
副 査	筑波大学助教授	博士（工学）	河 辺 徹

論 文 の 内 容 の 要 旨

本論文では、最小極大流問題を多基準最適化問題における有効集合上の最適化問題として捉え、問題固有の困難さを克服する解法の提案と、その有効性の検証を行っている。

有向グラフにおいて、各辺の流量がフロー保存則と容量制約をみたすとき、各流量を要素とするベクトルを実行可能流とよぶ。2つの実行可能流間で、ベクトルの半順序に基づく大小関係が議論でき、この意味で極大な実行可能流を「極大流」とよぶ。最小極大流問題はネットワークの流量値が最小となる極大流を求める問題である。

多基準最適化問題は、システム全体の制御が不可能な状況下で有効なモデルであり、構成する部分システムごとに基準をみたす解集合（有効集合）を求める問題である。有効集合上の解は比較的求めやすいが、本来の望ましい解から大きく異なる可能性も高い。有効集合上の最適化問題を考えることにより、解を有効集合に限定する非効率性を評価することは重要である。有効集合上の最適化問題の解法としては、大域的最適化手法に基づき、正則性の仮定の下で収束性が保証された解法が提案されている。

最小極大流問題は有効集合上の最適化問題の一例であり、最適解を求めることにより、有効集合である極大流集合のみに解を限定することで損なうネットワークの非効率性を検証することができる。ただし最小極大流問題は基準の数が多く、さらに正則性の仮定が非現実的であるため、有効集合上の最適化問題の中でも特に困難な問題である。

本論文では、これらの困難を克服し、かつ数値的に安定な新たな解法が提案されている。正則性については、有効集合（極大流集合）を ε 摂動させ、正則性をもつ新たな問題を考えるとともに、問題の構造を利用して、最適解が元の問題の最適解と一致する摂動幅の存在を理論的に示している。数値的な安定性に関しても、有効集合を定義するギャップ関数の定義域を拡張し、有効集合が空となっても数値的に安定な挙動が得られる工夫を加えている。以上を準備した上で、大域的最適化手法である切除分割法と外部近似法

に基づく2つの解法を提案し、切除分割法については有限回停止で最適解が得られることを、外部近似法については最適解に収束する暫定解点列が生成されることを示している。さらにそれぞれの解法に、問題の流量保存制約を利用して変数の個数を減少させ、初期解の生成における発見的解法の導入する改良を加えている。最後に提案した解法と既存の解法の数値実験比較を行い、変数の数が増えるほど提案した解法が優れていること、また初期解の生成法の改良がきわめて有効であることが報告されている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

本論文の意義は、最小極大流問題という困難な問題に対して、理論のみならず実際の数値計算も考慮した上で厳密に最適解を与える解法を提案している点にある。まず2章から4章では関連する既存研究について順を追って概説し、最小極大流問題に対しては基準数の個数に依存しない新たな解法が必要であることを述べている。5章では、以上の考察から2つの新たな解法が提案されている。これらの解法は数値計算上の配慮に基づくギャップ関数の拡張と、理論的な収束性を保証するための問題の ε 摂動という2つの独自の工夫に基づいている。いずれの解法も、基準数の個数に依存しない空間内に点列を生成し、さらに有限回あるいは無限回の反復ののち最適解に収束するという望ましい性質を保有している。本論文の特長は、さらに数値計算上の改良に関しても詳細な議論を行っている点である。基底行列分解を利用して変数の数を減少させ、初期点の生成に発見的解法を利用している。計算機実験では、頂点数14、枝数30程度のネットワークに対する最適解がほぼ10分程度で算出されている。論文では、この規模のネットワークに対する最大流と最小極大流の違いを示す興味深いグラフ例が描かれているが、最小極大流問題の難しさを改めて物語っている。問題がネットワーク構造を持ちながら、その利点がモジュラ性（有限回収束性の保証）や基底行列分割（数値計算上の改良）等の利用に留まっており、解法そのものに生かされていない点は惜しまれるが、きわめて難しい問題に対して理論的な収束性のみならず、計算機実験の上でも有効な解法を提案、実装した功績は大きい。

よって、著者は博士（工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。