

第 5 章

実バンドパスフィルタを基にした複素バンドパスフィルタの構成

本章では、虚数抵抗リアクタンス素子の一種であることに注目し、実バンドパスフィルタに含まれる幾つかのリアクタンス素子を虚数抵抗に直接置き換えることによって複素フィルタを得る方法について述べる。提案手法を用いることによって、4種の複素バンドパスフィルタが得られる。これらのうち2種類は2章で述べた周波数シフト法および、4章で述べたELHT法により構成されたフィルタと同一となる。残りの2種類はインダクタまたはキャパシタを1つも含まない新しい複素フィルタとなる。これらは等リプル特性を持たないが、従来の複素フィルタと比較して、より少数のジャイレータにより実現することができる。

最後に、設計例を示し、提案するフィルタの周波数特性を示すと共に計算機による素子感度解析を行う。

5.1 提案手法

2章で述べたように、虚数抵抗は虚数の値を持つ抵抗であり、そのインピーダンス $Z_{JR}(j\omega)$ は次式で定義される。

$$Z_{JR}(j\omega) = jR \quad (5.1)$$

上式は、 $R > 0$ のとき虚数抵抗が誘導性の性質をもち、反対に $R < 0$ のとき虚数抵抗が容量性の性質をもつことを示している。従って、虚数抵抗はリアクタンス素子の一種であると考えることができる。

	Normalized LPF	Real BPF	Case 1 (FS)	Case 2 (ELHT)	Case 3 (R ₁ CR)	Case 4 (LR ₁ R)
Shunt arm						
Series arm						

(a) (b)

図 5.1: (a) 従来のローパス-バンドパス変換 (b) 提案する変換

本章では、実バンドパスフィルタに含まれるリアクタンス素子の幾つかを、次式で与えられる素子値をもつ虚数抵抗に直接置き換えることにより得られる複素フィルタについて考察する。

A) インダクタ L を虚数抵抗 jR_L に置き換える場合

$$jR_L = j\omega_0 L \quad (5.2)$$

B) キャパシタ C を虚数抵抗 jR_C に置き換える場合

$$\begin{aligned} jR_C &= 1/j\omega_0 C \\ &= -j/\omega_0 C \end{aligned} \quad (5.3)$$

ここで、 ω_0 は実定数である。式 (5.2)、(5.3) から、実バンドパスフィルタの中心周波数が ω_0 で与えられる場合、上記変換を施すことにより得られた複素バンドパスフィルタは、少なくとも ω_0 付近で実バンドパスフィルタに似た周波数特性を有すると考えられる。

図 5.1(a) は従来のローパス-バンドパス変換を示している。この実バンドパスフィルタの直列枝と並列枝に二つずつ含まれるリアクタンス素子のうち一つを、上記変換により虚数抵抗に直接置き換えると、図 5.1(b) に示す 4 種の複素フィルタが得られる。

以下、場合 1-4 の 4 つに分けてその性質を述べる。

5.1.1 場合1(周波数シフト法)

図 5.1(a) において、実バンドパスフィルタの並列枝のアドミタンス $Y_{shunt}(j\omega)$ は、

$$Y_{shunt}(j\omega) = \frac{j\omega C}{B_W} + \frac{\omega_0^2 C}{j\omega B_W} \quad (5.4)$$

となる。上式の右辺第2項は、素子値が $B_W/\omega_0^2 C$ のインダクタを示している。このインダクタを式(5.2)を用いて虚数抵抗に置き換えると、その素子値は $jB_W/\omega_0 C$ となる。その結果並列枝のアドミタンス $Y_{1shunt}(j\omega)$ は、

$$Y_{1shunt}(j\omega) = \frac{j\omega C}{B_W} - j\frac{\omega_0 C}{B_W} \quad (5.5)$$

となる。一方、実バンドパスフィルタの直列枝のインピーダンス $Z_{series}(j\omega)$ は、

$$Z_{series}(j\omega) = \frac{j\omega L}{B_W} + \frac{\omega_0^2 L}{j\omega B_W} \quad (5.6)$$

となる。上式の右辺第2項は、素子値が $B_W/\omega_0^2 L$ のキャパシタを示している。このキャパシタを式(5.3)を用いて虚数抵抗に置き換えると、その素子値は $-j\omega_0 L/B_W$ となる。その結果、直列枝のインピーダンス $Z_{1series}(j\omega)$ は、

$$Z_{1series}(j\omega) = \frac{j\omega L}{B_W} - j\frac{\omega_0 L}{B_W} \quad (5.7)$$

となる。ここで、式(5.5)によって示される変換について考察する。図 5.1(a) において、基準実ローパスフィルタの並列枝のアドミタンス $Y_{LPF}(jx)$ は、

$$Y_{LPF}(jx) = jxC \quad (5.8)$$

となる。 $Y_{LPF}(jx) = Y_{1shunt}(j\omega)$ とおくと、

$$x = \frac{1}{B_W}(\omega - \omega_0) \quad (5.9)$$

となる。同様に、式(5.7)によって示される変換も式(5.9)によって与えられる。このことから、本変換は周波数変換を考慮していないにもかかわらず、並列枝と直列枝の両者は同一の周波数変換を持ち、その変換は周波数シフト法と等価であることがわかる。式(5.9)から、複素フィルタの算術中心周波数は ω_0 となり、通過域幅は $2B_W$ となる。

5.1.2 場合2(ELHT法)

式(5.4)の右辺第1項は、素子値が C/B_W で示されるキャパシタを示している。このキャパシタを式(5.3)によって虚数抵抗に変換すると、その素子値は $-jB_W/\omega_0 C$ となる。その結果、アドミタンス $Y_{2shunt}(j\omega)$ は、

$$Y_{2shunt}(j\omega) = \frac{j\omega_0 C}{B_W} + \frac{\omega_0^2 C}{j\omega B_W} \quad (5.10)$$

となる。一方、式(5.6)の右辺第1項は、素子値が L/B_W で示されるインダクタを示している。このインダクタを式(5.2)を用いて虚数抵抗に変換すると、その素子値は $j\omega_0 C/B_W$ となる。その結果、インピーダンス $Z_{2series}(j\omega)$ は、

$$Z_{2series}(j\omega) = \frac{j\omega_0 L}{B_W} + \frac{\omega_0^2 L}{j\omega B_W} \quad (5.11)$$

となる。前述の場合1と同様に、並列枝と直列枝は同一の周波数変換をもつ。 x と ω の関係は次式で与えられる。

$$x = -\frac{\omega_0^2}{\omega B_W} + \frac{\omega_0}{B_W} \quad (5.12)$$

上記の変換は、式(4.1)で定義される周波数変換と同一となる。従って、この場合も周波数変換を考慮していないにも拘わらず、調和中心周波数 ω_0 、通過域端の周波数 $\omega_0^2/(\omega_0 + B_W)$ 、 $\omega_0^2/(\omega_0 - B_W)$ の複素フィルタが得られる。

5.1.3 場合3(R'CR構成)

式(5.5)によって与えられる並列枝と、式(5.11)によって与えられる直列枝を用いて複素フィルタを構成した場合、それらの周波数変換は互いに異なるため、その周波数特性は乱される。しかし、このフィルタはインダクタを1つも含まないため、能動実現の観点から非常に魅力的な構成であるといえる。この理由を簡単に述べる。 n 次の複素フィルタを仮定した場合、このフィルタには両終端抵抗と、 n 個のキャパシタ、 n 個の虚数抵抗が含まれる。3.1節で述べたように、虚数抵抗はジャイレータを用いて等価的に実現することができる。このとき、フィルタ実現に必要な素子は、両終端抵抗と、 n 個のキャパシタと、 n 個のジャイレータだけである。一方、周波数シフト法等を用いて構成されたフィルタにはインダクタが含まれる。インダクタを実現するためには、接地形インダクタの場合、ジャイレータが1つ必要であり、フローティング形インダクタの場合、ジャイレータが2つ必要である。このことから、インダクタを含まない複素フィルタは周波

数シフト法などにより得られた回路と比較すると、より少数のジャイレータにより実現することができる。

前述したように、変換前の実バンドパスフィルタと変換後の複素バンドパスフィルタは ω_0 付近において似た周波数特性を有することから、実バンドパスフィルタの通過域幅 B_W が小さくなればなる程、通過域の特性偏差は小さくなると考えられる。

インダクタ、キャパシタ、抵抗から構成される回路は、「LCR 回路」と呼ばれている。「LCR」の順番は、まず「誘導性リアクタンス」、次に「容量性リアクタンス」、最後に「抵抗」である。場合 3 の回路は、従来の LCR 回路に含まれる全てのインダクタ L が、誘導性リアクタンスを持つ虚数抵抗 R^i [21] によって実現されていることを考慮し、本論文では、この回路を R^iCR 回路と呼ぶこととする。

5.1.4 場合 4(LRⁱR 構成)

式 (5.10) によって与えられる並列枝と、式 (5.7) によって与えられる直列枝を用いて複素フィルタを構成した場合、前述の場合 3 と同様にその周波数特性は乱れる。この回路内に含まれる全てのキャパシタが、容量性リアクタンスを持つ虚数抵抗によって実現されていることを考慮し、本論文では、この回路を LR^iR フィルタと呼ぶこととする。

5.2 安定性

図5.2(a)は、 n 個の枝をもつ2端子対複素フィルタを示している。このフィルタは本章で提案するフィルタのより一般化された形であると考えることができる。本節では、この一般化された形の回路の安定性について述べる。ここで、図5.2(a)の回路を3.2節で述べた方法により、理想トランスを用いた複素フィルタに書き換えると、同図(b)の回路が得られる。両者の回路は等価であるから、図5.2(b)の回路の安定性を示せばいい。同図において Y_k 、 Z_k ($k = 1..n$)は以下の関係をもつ。

$$Y_k = 1/Z_k \quad (5.13)$$

ここで、 Z_k に含まれる一端子対素子が正の素子値を有するならば、明らかに Y_k に含まれる一端子対素子も正の素子値を有する。従って、 Z_k に含まれる一端子対素子の素子値が正であるならば、回路は安定であるといえる。

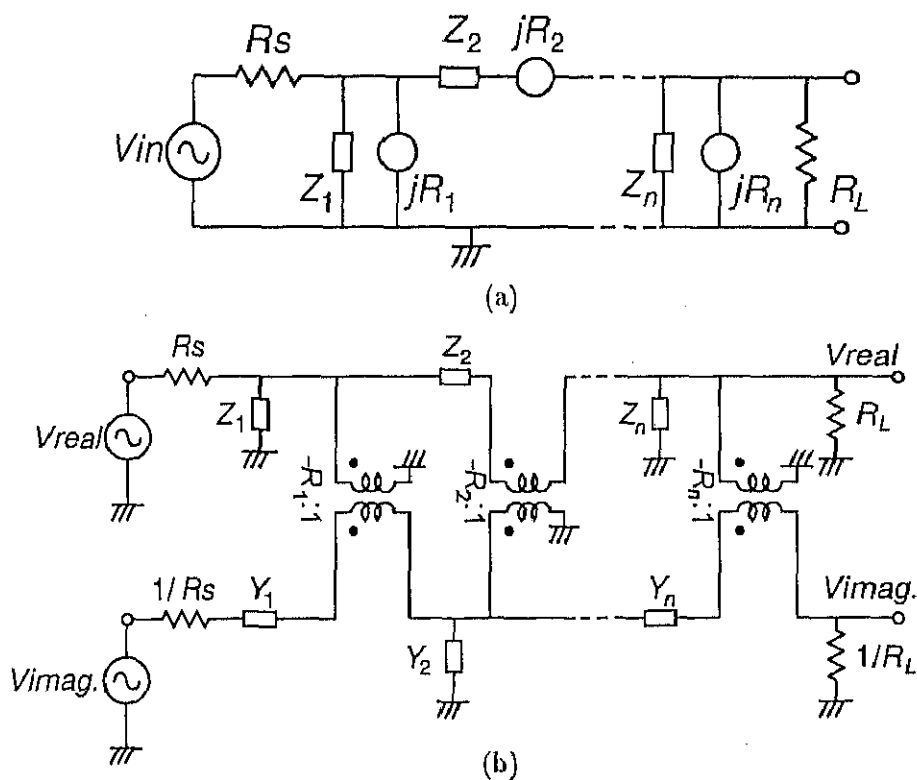


図 5.2: (a) 虚数抵抗を含む 2 端子対複素フィルタ, (b) 4 端子対回路網

5.3 周波数特性例

周波数特性例を示すため、以下の仕様を満たす実バンドパスフィルタを用いることとする。

3次チエビシェフバンドパスフィルタ	
通過域リップル	1dB
幾何中心周波数 ω_0	10rad/s
通過域幅 B_W	2rad/s

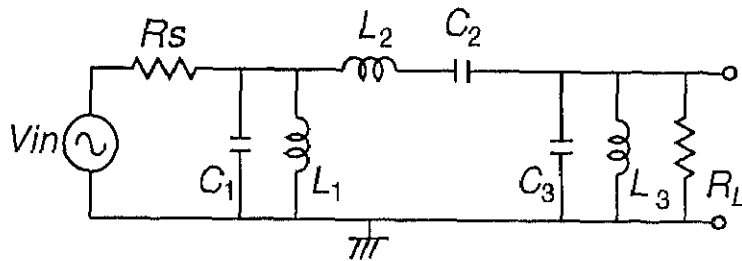


図 5.3: 実バンドパスフィルタ

図 5.3 は上記仕様を満たす実バンドパスフィルタを示している。提案する複素フィルタを図 5.3 に示す。また、それらの素子値を表 5.1 に示す。

図 5.5、5.6 は周波数応答を示している。この図から、全ての提案回路が複素バンドパス形の特性を有していることがわかる。また同図から、5.1.3、5.1.4 で予想したように、 R^iCR フィルタと LR^iR フィルタは等リップル特性を持たないことがわかる。図 5.7 は $B_W = 0.5\text{rad/s}$ としたときの周波数特性を示す。同図から、通過域 B_W が狭くなればなる程、通過域における振幅特性が等リップル特性に近づくことがわかる。

表 5.1: 素子値

Element	Value	Element	Value
R_S	1	R_L	1
C_1, C_3	1.0118	jR_{C1}, jR_{C3}	$-0.098834j$
L_1, L_3	0.0098834	jR_{L1}, jR_{L3}	$0.098834j$
C_2	0.020119	jR_{C2}	$-4.9705j$
L_2	0.49705	jR_{L2}	$4.9705j$

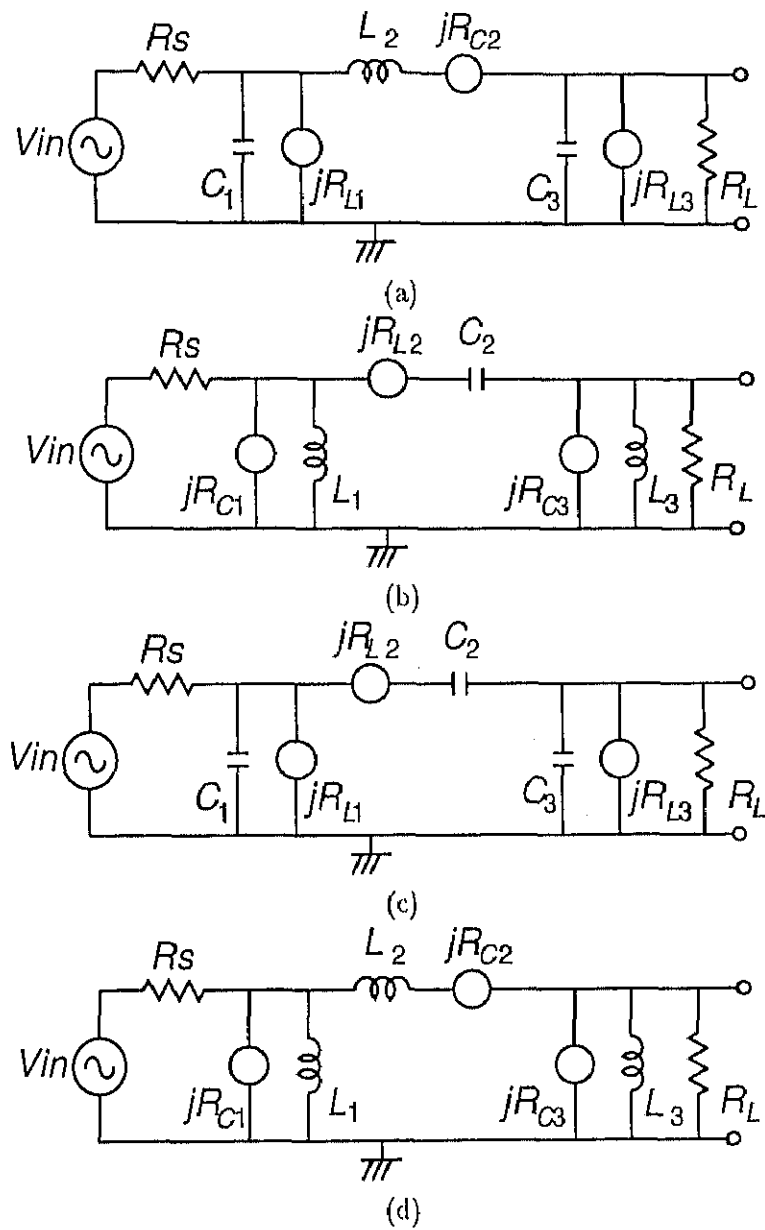


図 5.4: 提案するフィルタ (a) 場合 1, (b) 場合 2, (c) 場合 3, (d) 場合 4.

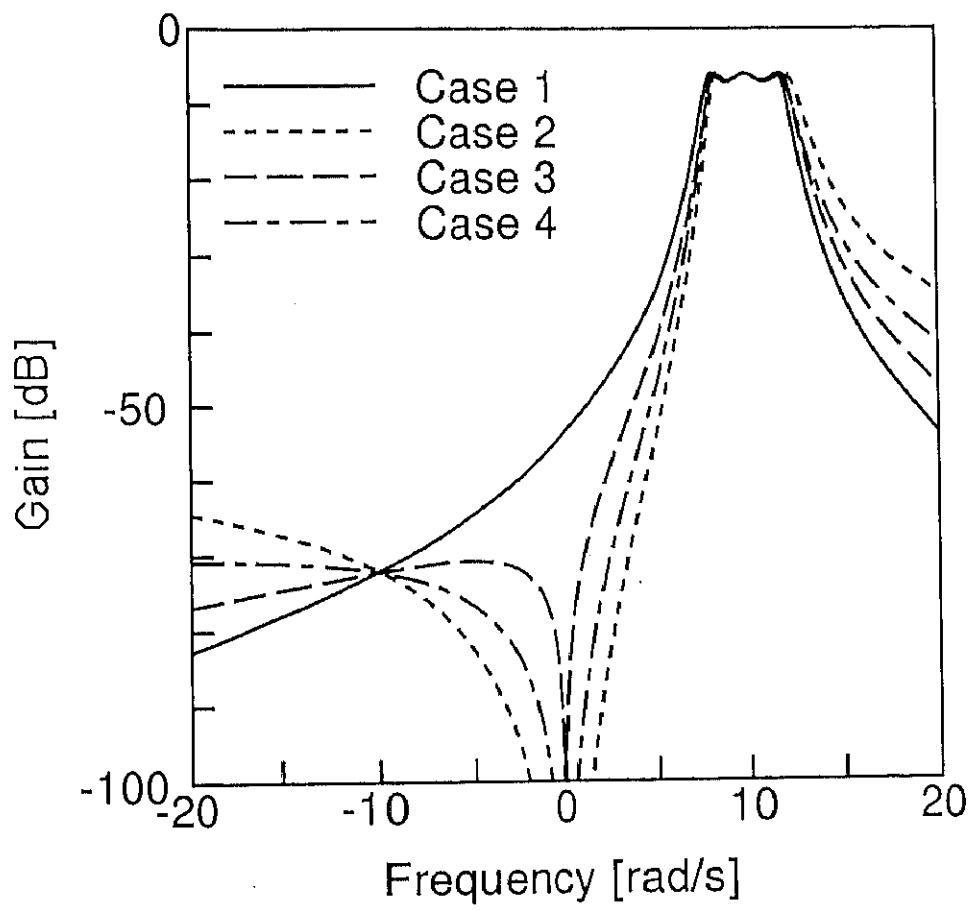


图 5.5: 周波数応答 ($B_W=2\text{rad/s}$)

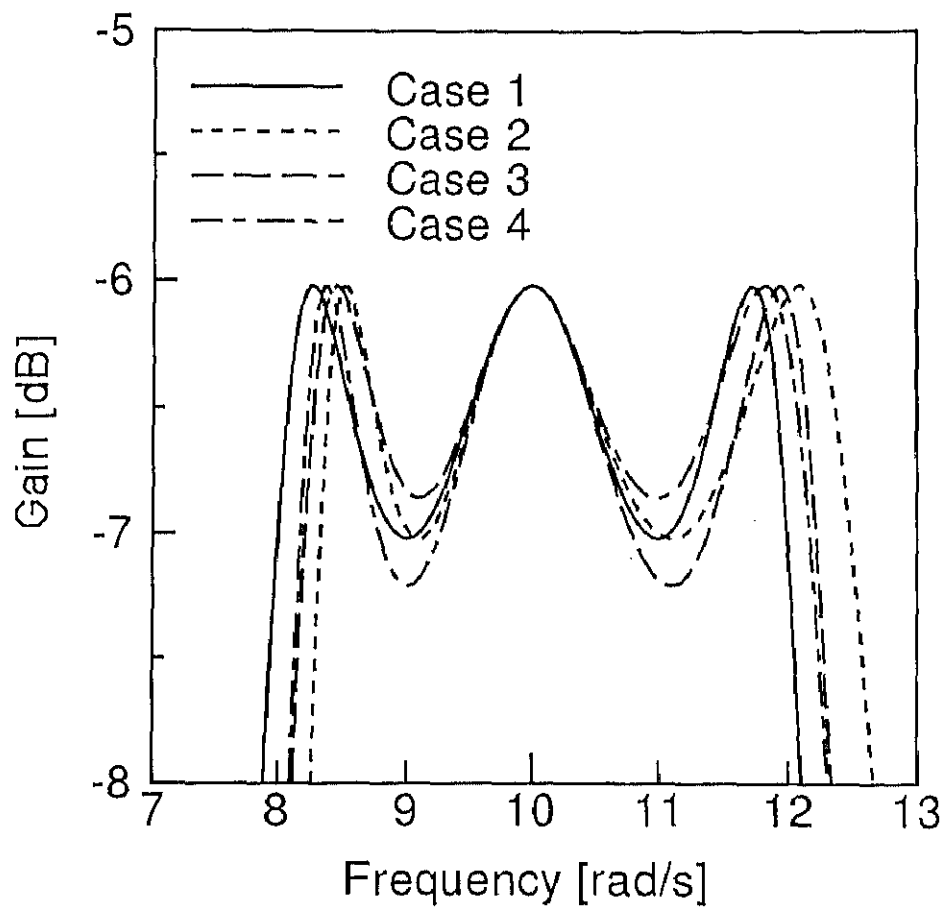


図 5.6: 通過域付近の拡大 ($B_{1P}=2\text{rad/s}$)

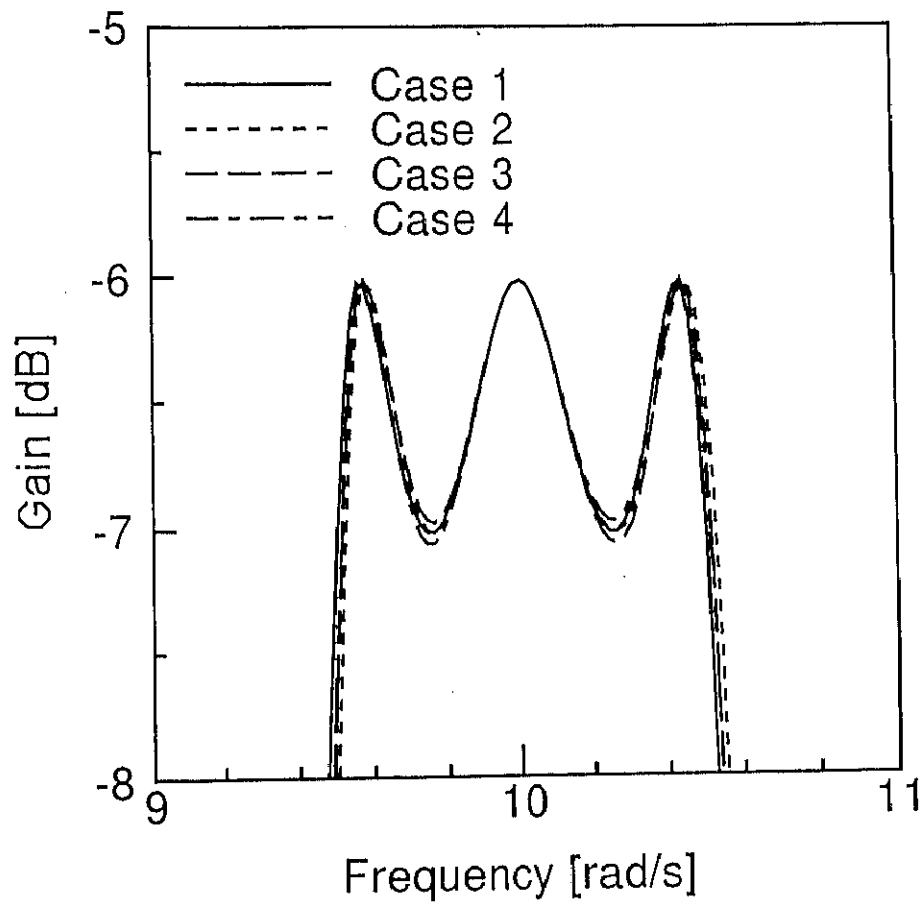


図 5.7: 通過域付近の拡大 ($B_W=0.5\text{rad/s}$)

5.4 素子感度

図 5.8 は $B_W = 2.0\text{rad/s}$ とした場合の提案回路の素子感度を示す。同図から、全ての提案回路は同様な感度特性を有していることがわかる。

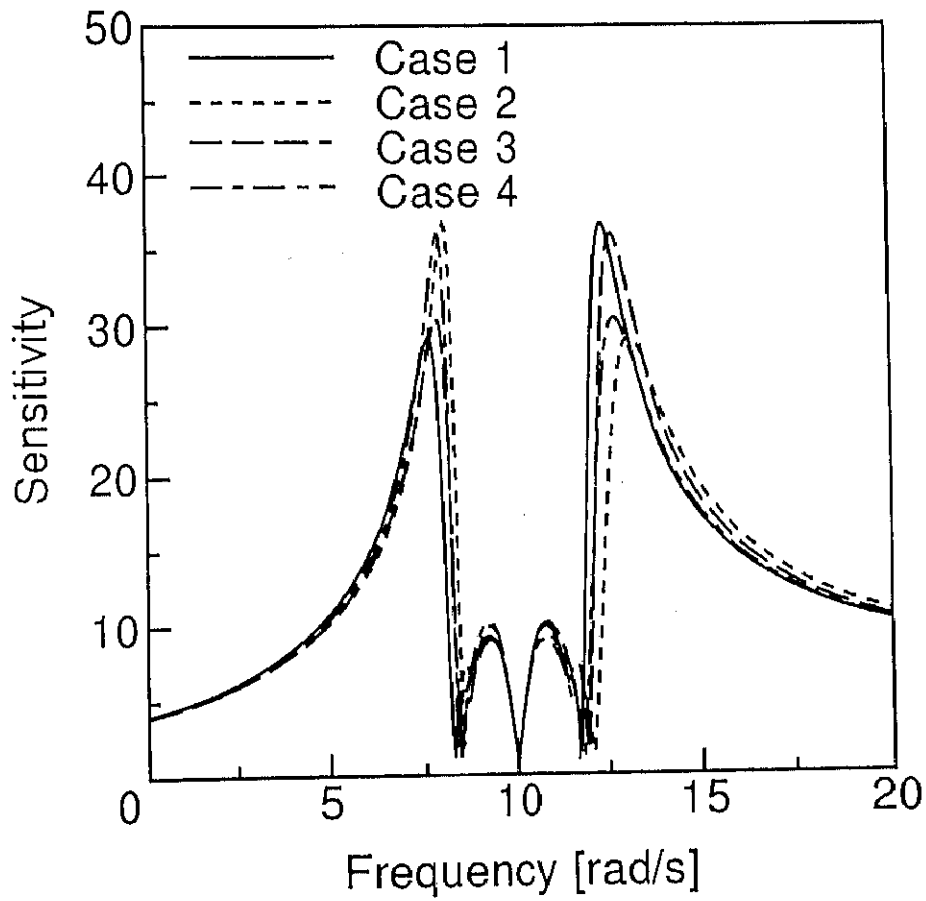


図 5.8: 素子感度特性 ($B_W=2.0\text{rad/s}$).

5.5 まとめ

本章では、実バンドパスフィルタに含まれる幾つかのリアクタンス素子を虚数抵抗に直接置き換えることにより、4種の複素バンドパスフィルタが得られることを述べた。それらのうち2つは従来の周波数シフト法と4章で述べた周波数変換により得られた複素フィルタと等価であることを述べた。

また他の2つは、インダクタまたはキャパシタを全く含まない複素フィルタとなった。このフィルタは等リプル特性を持たないが、その能動実現を考えた場合、周波数シフト法などにより構成されたフィルタよりも能動素子数を低減することができるという特徴をもつ。

また、提案する複素フィルタの安定性について述べた。最後に提案するフィルタの周波数特性の例を示し、計算機を用いてそれらの素子感度特性を解析した。その結果、全ての提案回路が同程度の素子感度を有することを述べた。