

第 4 章

受動実現に適した複素伝達関数の構成とその受動実現

3章で述べたように、周波数シフト法[20]により構成された複素フィルタはインダクタとキャパシタにそれぞれ直列と並列に虚数抵抗が付加された形となった。この回路を理想トランスを用いて受動実現[40, 41]した場合、理想トランスにインダクタが直列に接続された形となるため、インダクタを理想トランスに含ませることができず狭義の受動実現ができなかった。

そこで本章では、従来の実ローパス-ハイパス変換においてインダクタとキャパシタが入れ替わることに着目し、従来の周波数シフト法とローパス-ハイパス変換を組み合わせた新しい周波数変換を提案している。その結果得られる複素フィルタは、インダクタとキャパシタにそれぞれ並列と直列に虚数抵抗が付加された形となる。この回路を理想トランスを用いて実現すると、理想トランスの1次側または2次側にインダクタを含ませることができる。これらは密結合トランスとなるので狭義の受動実現が可能となる。

本章ではさらに計算機を用いて素子感度特性を解析すると共に、実際の受動部品だけを用いて複素フィルタを製作し実験を行い、提案手法の有効性を確認している。

4.1 受動実現に適した周波数変換

4.1.1 周波数変換

下図に提案する周波数変換方法を示す。同図は基準となる実伝達関数 $T(jx)$ を有するフィルタが関数 $x = f(\omega)$ により周波数変換され、その複素伝達関数が $T_c(j\omega)$ となる様子を示している。関数 $f(\omega)$ を次式のように定義する。

$$x = f(\omega) \equiv -\frac{a}{\omega} + x_s \quad (4.1)$$

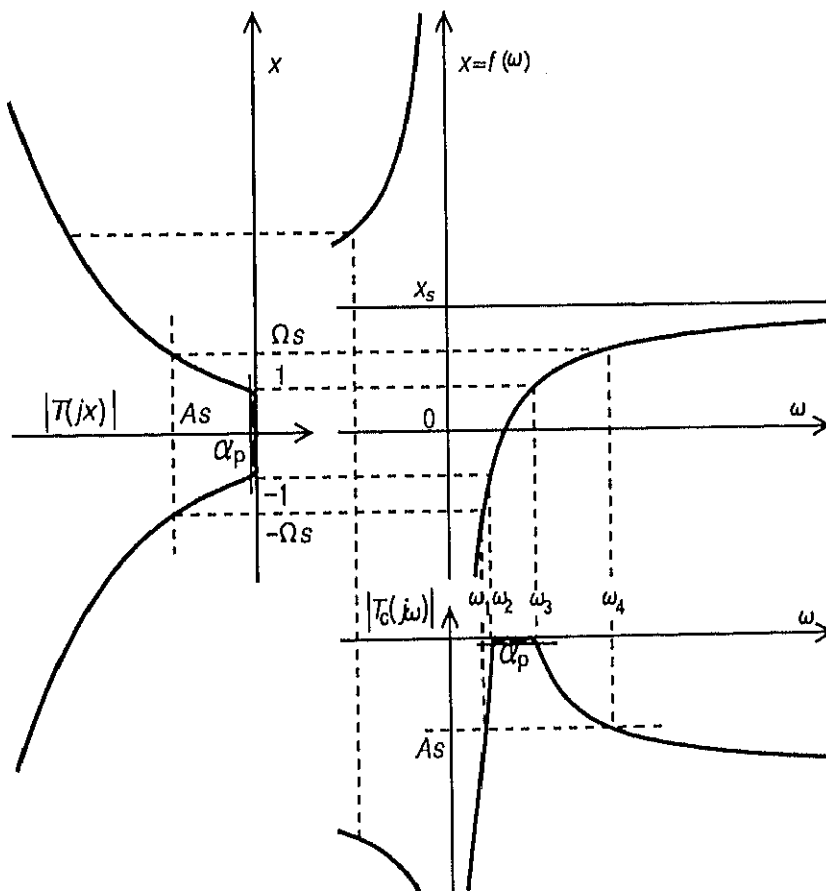


図 4.1: 提案する周波数変換

ここで x_s は実定数、 a は正の実定数である。図 4.1 において各周波数の対応から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} -\Omega_s &= -\frac{a}{\omega_1} + x_s \\ -1 &= -\frac{a}{\omega_2} + x_s \\ 1 &= -\frac{a}{\omega_3} + x_s \\ \Omega_s &= -\frac{a}{\omega_4} + x_s \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

ここで、 Ω_s は基準ローパスフィルタの阻止域端周波数を示している。式 (4.2) より、次式が得られる。

$$\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_4} = \frac{1}{\omega_2} + \frac{1}{\omega_3} \equiv \frac{2}{\omega_0} \quad (4.3)$$

また、

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\omega_0 \omega_2}{\omega_0 - \omega_2} = \frac{\omega_0 \omega_3}{\omega_3 - \omega_0} \\ x_s &= \frac{\omega_2}{\omega_0 - \omega_2} = \frac{\omega_3}{\omega_3 - \omega_0} \\ \Omega_s &= \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_1} \frac{\omega_2}{\omega_0 - \omega_2} \\ &= \frac{\omega_4 - \omega_0}{\omega_4} \frac{\omega_3}{\omega_3 - \omega_0} \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

となる。以上のことから、目的の複素フィルタの設計は、基準実フィルタの設計問題に帰着する。式 (4.4) において定義されている ω_0 は、 ω_1 と ω_4 および ω_2 と ω_3 の調和平均である。同式から、変換後の複素フィルタの周波数特性において、任意の周波数 ω_a における利得が $1/\omega_a + 1/\omega_b = 2/\omega_0$ を満たす ω_b における利得と等しくなることが示されることから、この特性はある種の対称性を有しているといえる。本論文では、特にこの対称性を調和対称性と呼ぶこととし、 ω_0 を調和中心周波数と呼ぶこととする。任意の仕様を持つバンドパスフィルタは、任意の 2 つの通過域端と任意の 2 つの阻止域端を持つから、合計 4 つの設計自由度を持つ。よく知られている実ローパス-実バンドパス変換においては、変換後のバンドパスフィルタの周波数特性が幾何対称性を有するので、その設計の自由度は 3 に制限される。従って、任意に与えられた仕様に対しては、より厳しい方の仕様を満足するようにする必要がある。本構成法の場合も同様に、前述の調和対称性から設計の自由度は 3 となるので、設計に際しては、実バンドパスフィルタの設計問題と同様の配慮が必要である。

4.1.2 素子変換

本章で提案する周波数変換に伴う素子変換について述べる。式(4.1)から、同図の各素子のインピーダンスを $Z(j\omega)$ とすれば、変換後の素子インピーダンス $Z_c(j\omega)$ は、

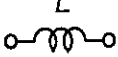
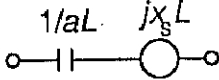
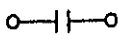
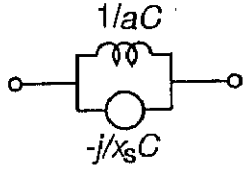
$$\begin{aligned} Z_c(j\omega) &= Z(jf(\omega)) \\ &= Z\left(\frac{a}{j\omega} + jx_s\right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

となる。同式により示される素子変換を表 4.1 に示す。ここで例として図 4.2(a) に 3 次の場合の基準実フィルタを示す。このフィルタは上述の素子変換により、同図 (b) の回路に変換される。

また、周波数変換された複素フィルタの伝達関数も同様に、基準実フィルタの伝達関数を $T(jx)$ とすれば、変換後の伝達関数 $T_c(j\omega)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} T_c(j\omega) &= T(jf(\omega)) \\ &= T\left(\frac{a}{j\omega} + jx_s\right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

表 4.1: 複素フィルタの素子値

Reference element	Transformed element
L 	$1/aL$ $jX_s L$ 
C 	$1/aC$  $-j/X_s C$

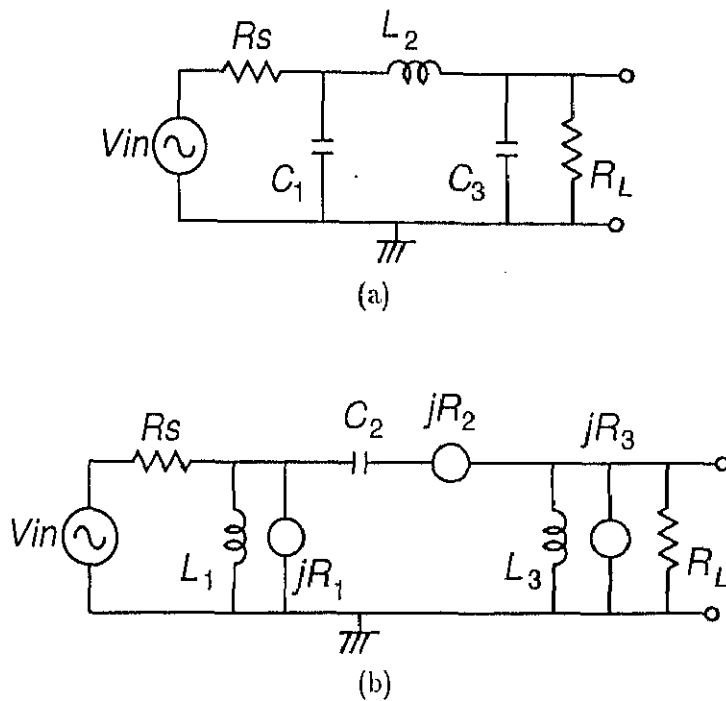


図 4.2: (a) 基準実フィルタ ($n = 3$) (b) 複素フィルタ

4.2 複素フィルタの受動実現

4.2.1 理想トランスを用いた複素フィルタ

3.2.1 および 3.2.2 で述べた方法により、図 4.2(b) に示される複素フィルタを理想トランスを用いて実現すると、図 4.3 に示す回路が得られる。

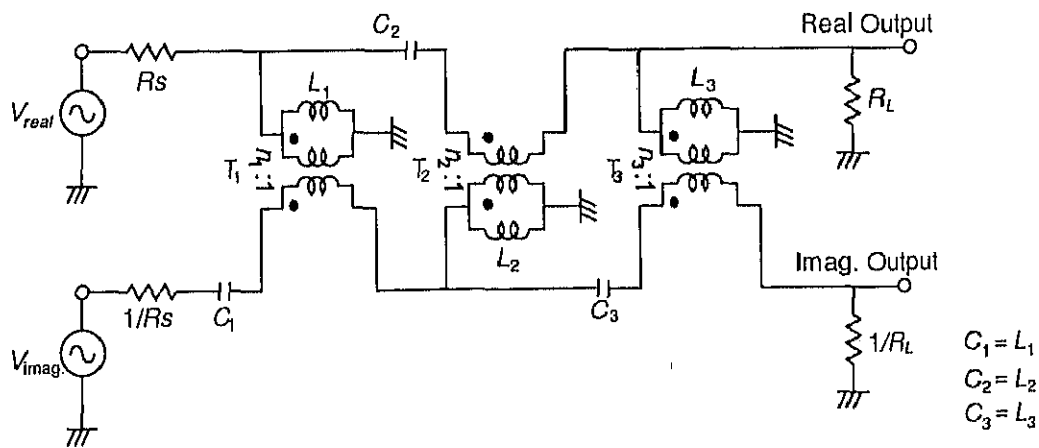


図 4.3: 理想トランスを用いた複素フィルタ

4.2.2 密結合トランスへの変換

図 4.3 に示す $n = 3$ 次のフィルタ回路において、インダクタ L_k と理想トランス $T_k (k = 1..n)$ を抜き出した様子を図 4.4(a) に示す。同図において、インダクタ L_k は理想トランス T_k の 1 次側に並列接続されているため、 L_k を T_k に含ませることができる。その結果、これらを図 4.4(b) に示すように 1 次側と 2 次側の自己インダクタンスがそれぞれ $L_k, n^2 L_k$ の密結合トランス T_{Ck} に置き換えることができる。このことは、複素フィルタの狭義の受動実現が可能であることを示している。

一方、前章で提案されている回路はインダクタと理想トランスが直列に接続されているため、インダクタを理想トランスに含ませることができない。従って、その受動実現に際しては十分に自己インダクタンスが大きいトランスを用いる必要があった。提案手法はインダクタをトランスに含ませて省略できるばかりでなく、有限の自己インダクタンスを持つ密結合トランスで実現できるため、受動実現に有利であるといえる。

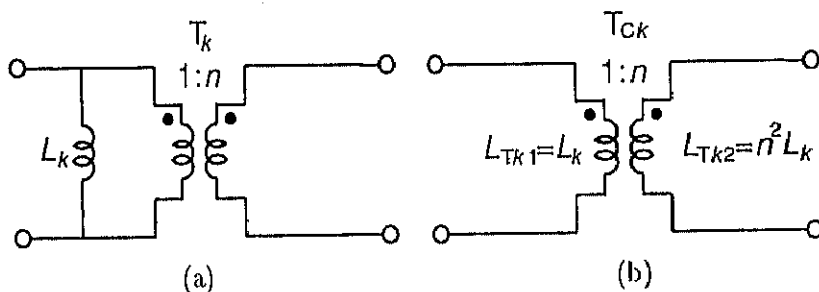


図 4.4: (a) 理想トランス T_k とインダクタ L_k (b) 等価回路

4.3 構成例

構成例として、以下の設計仕様を満たす複素フィルタを設計する。

- 通過帯域周波数 $9 \sim 11 \text{ rad/s}$
- 通過帯域リップル 1 dB
- 最小減衰量 $\omega_1 = 7.540 \text{ rad/s}$ において 34 dB 以上となること。
 ω_4 での減衰量は指定しないこととする。

式(4.3)、(4.4) から以下のパラメータが得られる。

$$\begin{aligned} a &= 99 \\ x_s &= 10 \\ \Omega_s &= 3.130\text{rad/s} \end{aligned}$$

次に基準ローパスフィルタの仕様を決定する。 $\Omega_s = 3.130[\text{rad/s}]$ において34dB以上の減衰を得るためのリップル1dBのチェビシェフローパスフィルタの次数 n は3となる。このとき、基準実フィルタは図4.2(a)に示す回路となり、その素子値は $R_S = R_L = 1$ 、 $C_1 = C_3 = 2.0236$ 、 $L_2 = 0.9911$ となる。また、図4.2(b)、図4.3における素子値は、表4.1の素子変換から、 $R_S = R_L = 1$ 、 $L_1 = L_3 = 0.0049916$ 、 $C_2 = 0.010161$ 、 $jR_1 = jR_3 = -0.049417j$ 、 $jR_2 = 9.9410j$ 、 $n_1 = n_3 = 0.049417$ 、 $n_2 = -9.9410$ となる。図4.3の回路において、インダクタを理想トランスに含めると図4.5の回路が得られる。このときの素子値は $L_{T11} = L_{T31} = 0.0049916$ 、 $L_{T12} = L_{T32} = 2.0440$ 、 $L_{T21} = 1.0041$ 、 $L_{T22} = 0.010161$ であり、他の素子値は図4.3の回路の素子値と同一となる。

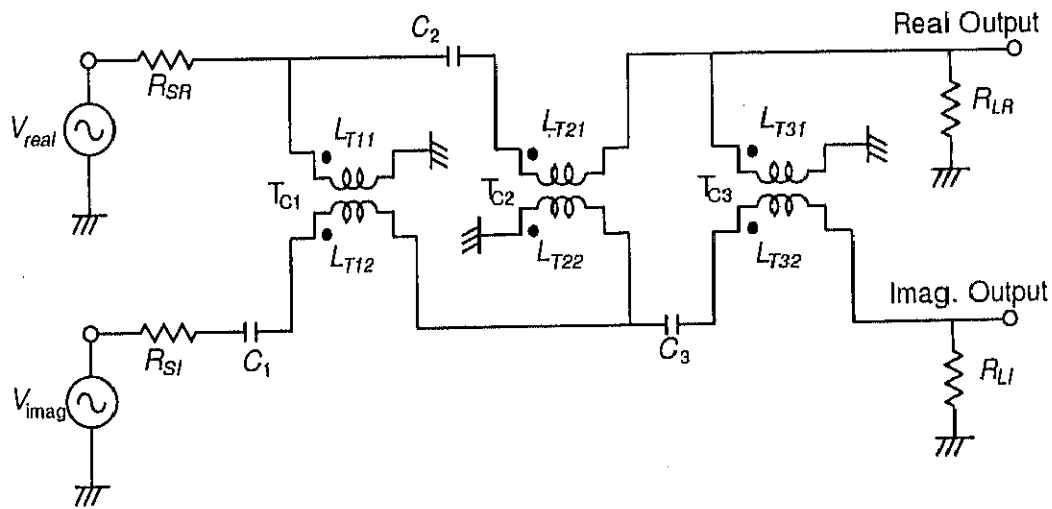


図 4.5: 構成例

4.4 素子感度

下図に素子感度特性を示す。但し、同図の感度特性には理想トランスの巻き数比およびジャイレーション比に対する感度は含まれていない。実線は図 4.5 に示される回路の素子感度特性を示し、また破線と一点鎖線はそれぞれ図 3.8 の理想トランスを用いた回路、図 3.5 のジャイレータを用いた回路の素子感度特性を示す。同図から、提案回路と従来の回路はほぼ同程度の感度特性を有していることがわかる。

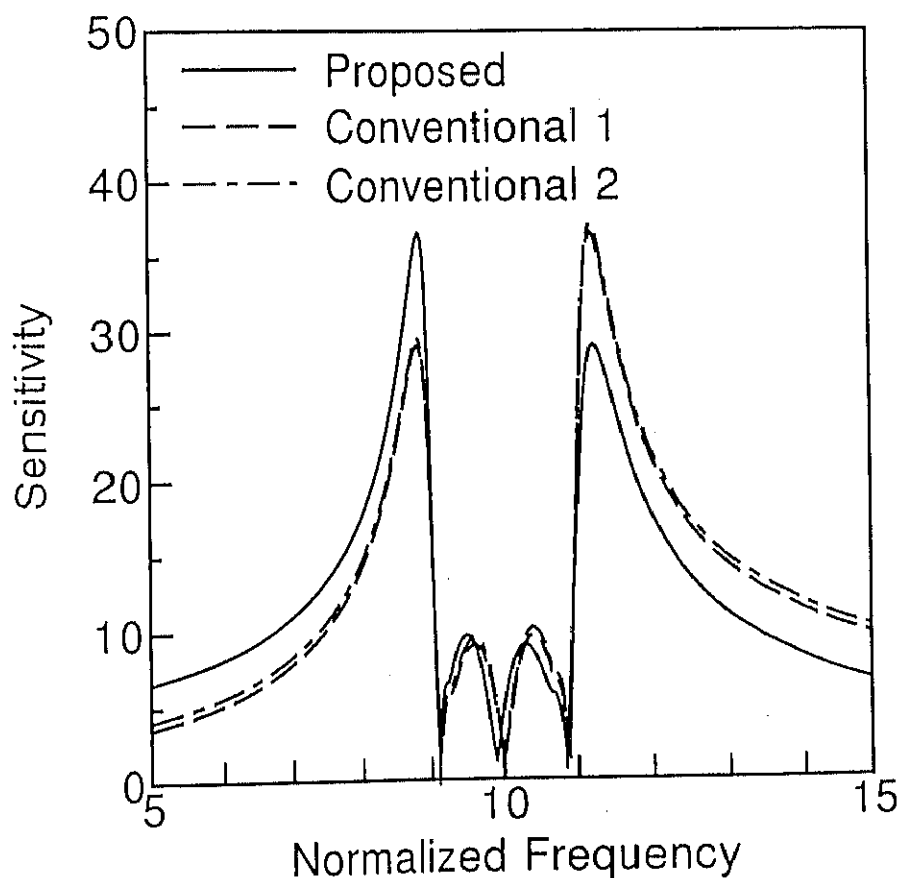


図 4.6: 感度特性

4.5 実験

本章で提案した回路を実際に受動部品だけを用いて製作し、その周波数応答を測定することにより提案手法の有効性を確認する。

4.5.1 フィルタの仕様

実験に図 4.5 に示した回路を用いる。但し、同図の回路は動作周波数および素子値が規格化されている。ここでは受動実現に適した素子値を得るため入出力端抵抗を 200Ω 、算術中心周波数を 100kHz となるようにスケーリングを施すこととする。このスケーリングは、次式のパラメータを式 (3.19) に与えることにより実現される。

$$\begin{aligned} \text{周波数スケーリング係数 } K_f &= 2\pi \cdot 10\text{k} \\ \text{インピーダンススケーリング係数 } K_m &= 200 \end{aligned}$$

以上のスケーリングにより、通過周波数は $90\text{--}110\text{kHz}$ となる。上記のスケーリングを施した回路を図 4.7 に示す。密結合トランスは図 4.8 に示すようにポットコア [42] を用いて実現し、キャパシタにはスチロールコンデンサを用い、抵抗には炭素皮膜抵抗を用いた。素子値はインピーダンスアナライザを用いて表 4.2 のように理論値からの誤差が 1% 以下となるように調整した。図 4.9 に実験回路の写真を示す。

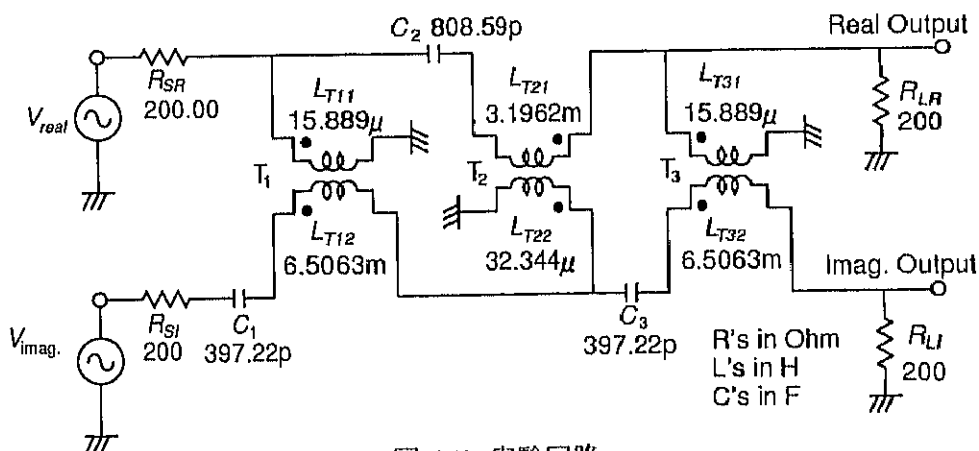
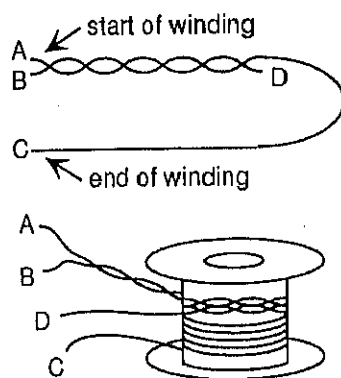


図 4.7: 実験回路

表 4.2: 素子値

Element	Theoretical	Measured	Turns	Q
L_{T11}	15.889 μ H	15.88 μ H	5	37
L_{T12}	6.5063mH	6.543mH	105	450
L_{T21}	3.1962mH	3.169mH	71	500
L_{T22}	32.344 μ H	32.41 μ H	8	63
L_{T31}	15.889 μ H	15.98 μ H	5	43
L_{T32}	6.5063mH	6.448mH	105	430
C_1	397.22pF	396.4pF	-	> 1000
C_2	808.59pF	807.4pF	-	> 1000
C_3	397.22pF	397.0pF	-	> 1000
R_{SR}	200.00 Ω	199.8 Ω	-	-
R_{SI}	200.00 Ω	199.5 Ω	-	-
R_{LR}	200.00 Ω	199.9 Ω	-	-
R_{LI}	200.00 Ω	199.7 Ω	-	-



TDK H5AP26/16T-32H (Core)
 BP26/16-612 (Bobbin)
 FP26/16-6C (Holder)
 Wire : 0.25 ϕ UEW

図 4.8: 実験に使用した密結合トランス

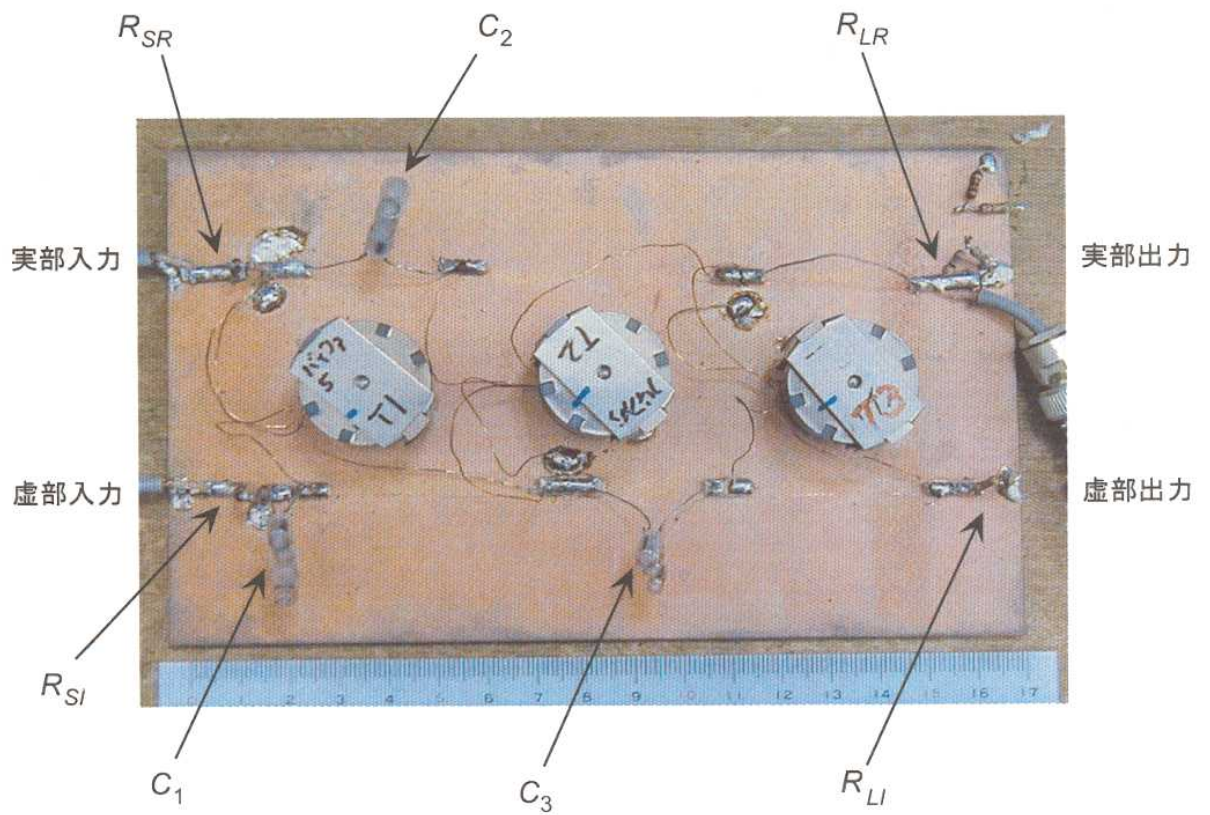


図 4.9: 実験回路の写真

4.5.2 測定方法

被測定フィルタの通過域が 100kHz 付近であることを考慮すれば、位相差分波器の動作周波数領域を 10kHz-1MHz 程度とする必要がある。この帯域に動作周波数をもつ位相差分波器の実現には数 GHz 程度の非常に高い GB 積をもつ高速演算増幅器、または LC 素子を用いて構成された全域通過回路が必要となる。前者の高い GB 積を有する演算増幅器は、現在市販されているため入手可能であるが、その高い GB 積のため発振の危険性があり、部品実装にかなり注意を要することや、後者はインダクタの Q や寄生素子の影響のため高精度な位相差を得ることが困難となることが予想される。そこで本章の実験では、6.2.2 で詳述する測定方法 2 を用い、位相差分波器を用いることなく被測定回路の複素伝達特性を間接的に求めた。この方法によれば、下記の 2 つの伝達特性

- i) 虚部入力を零とした状態における実部入力-実部出力間の伝達特性
- ii) 実部入力を零とした状態における虚部入力-実部出力間の伝達特性

を個別に測定し、i)、ii) により得られた伝達特性を適切に重ね合わせることにより、本来の複素伝達関数を間接的に知ることができる。

4.5.3 測定機器

使用した測定機器とその用途を以下に示す。

表 4.3: 実験に使用した測定機器

装 置	用 途
LF インピーダンスアナライザ YHP HP4192A	・素子値の調整 ・被測定フィルタの周波数特性計測
計算機 NEC PC-9801FA	・インピーダンスアナライザを用いた自動計測の制御 ・データの整理
2ch 100MHz オシロスコープ Tektronix 2236	・被測定回路の入出力波形のモニタ
50Ω 終端抵抗 HP HP11048C	・回路の終端抵抗

4.5.4 測定治具

抵抗両終端形フィルタの伝達特性は、図 4.10 において発振器の内部抵抗 $R_O = 0$ として発振器の発生する電圧 E_S と終端抵抗 R_L の両端に発生する電圧の振幅差および位相差を計測することにより知ることができる。

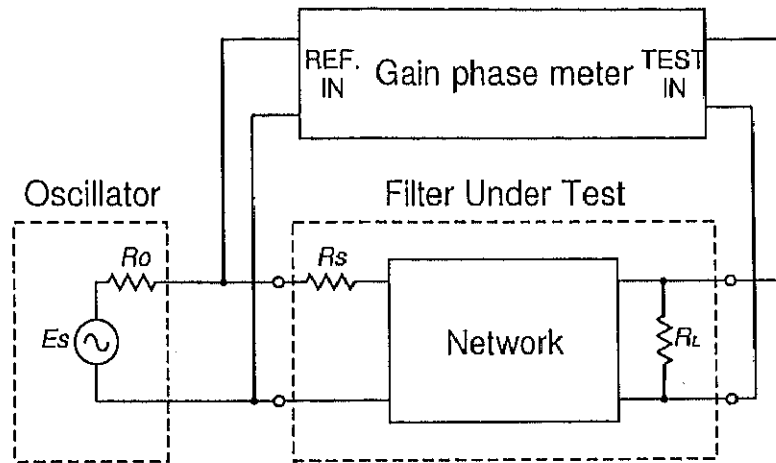


図 4.10: 抵抗両終端形フィルタの伝達特性の測定

ここで、伝送特性の測定に用いるインピーダンスアナライザに内蔵されている発振器の内部抵抗 R_O は 50Ω である [43]。図 4.7 に示す被測定フィルタの入出力抵抗 R_{SR} 、 R_{SI} 、 R_{LR} 、 R_{LI} は 200Ω と比較的低い値であることを考慮すれば、 R_O を無視することができない。そこで、図 4.11 に示すような測定治具を製作し、電圧源のモニタが可能となるようにした。

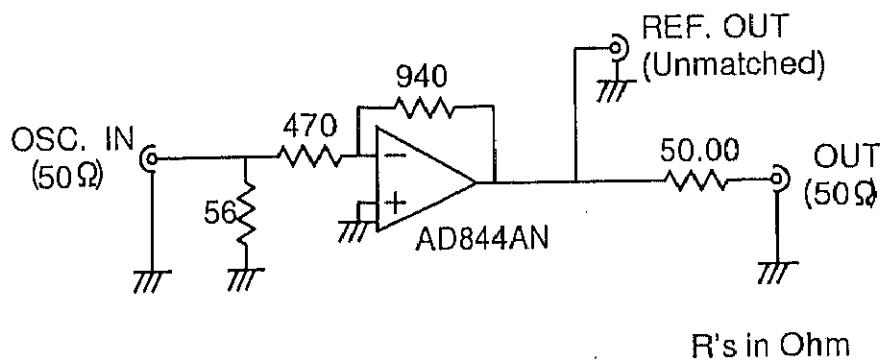


図 4.11: 実験のために用意した増幅器

4.5.5 測定システム

下図に周波数応答の計測システムを示す。但し、同図において実線は実部入力-実部出力端子の測定を示し、破線は虚部入力-実部出力間の測定を示す。

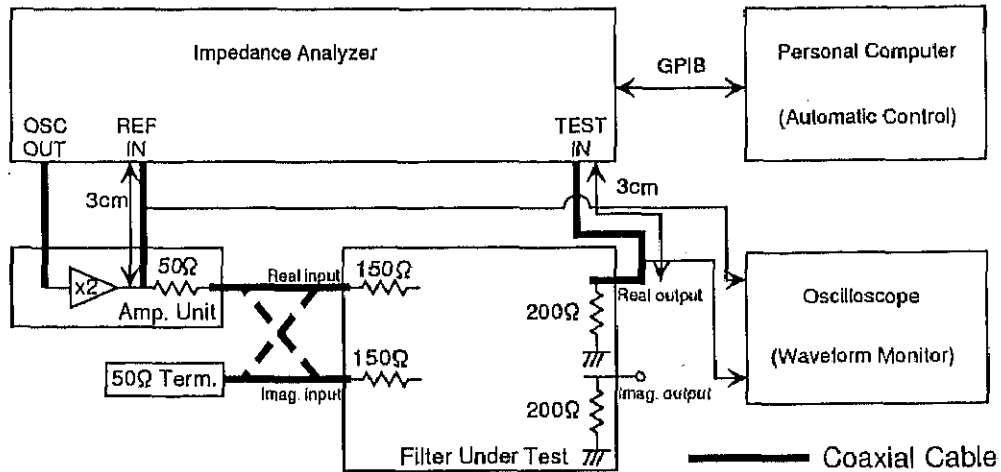


図 4.12: 測定システム

4.5.6 実験結果

図 4.13、4.14 に実験結果を示す。同図において、実線、破線、一点鎖線はそれぞれ測定値、理想的な素子を用いたときの理論値、密結合トランスの静電結合および結合係数を考慮したときの理論値を示す。これらの図から実測値と理論値の違いは密結合トランスの非理想分によるものと推測される。図 4.15 に非理想分を考慮した回路を示す。同図の素子値はインピーダンスアナライザにより測定した値である。

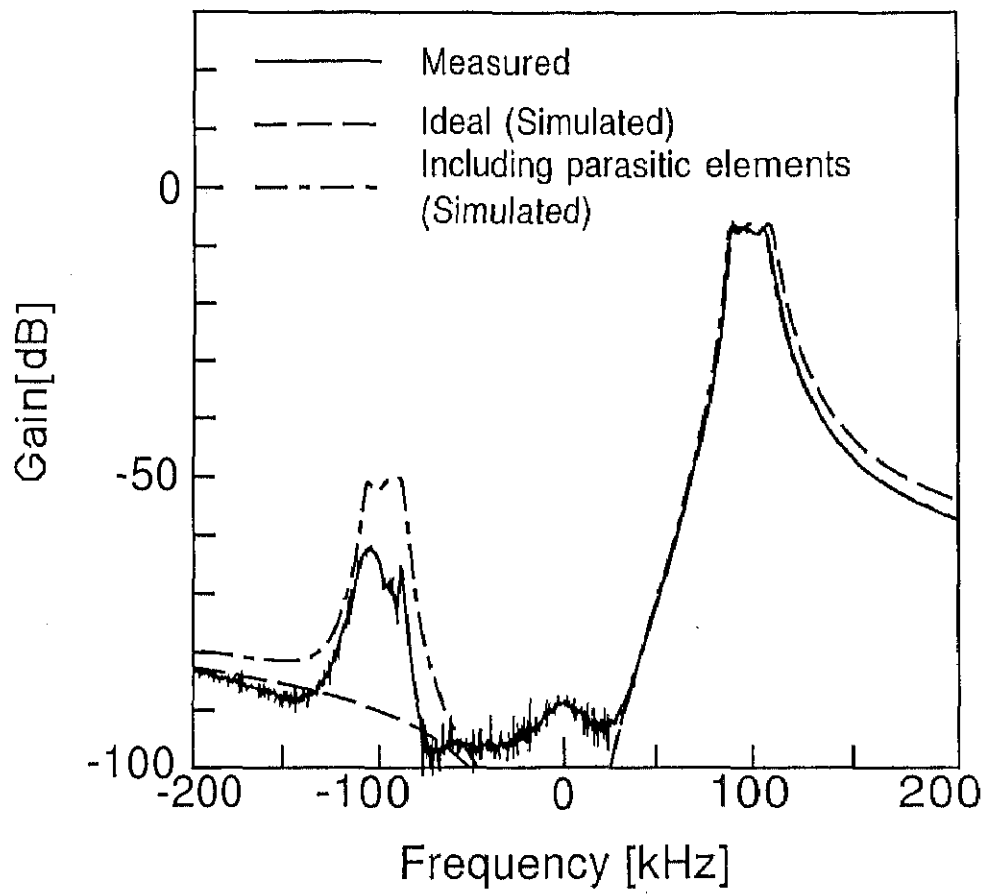


图 4.13: 实验结果

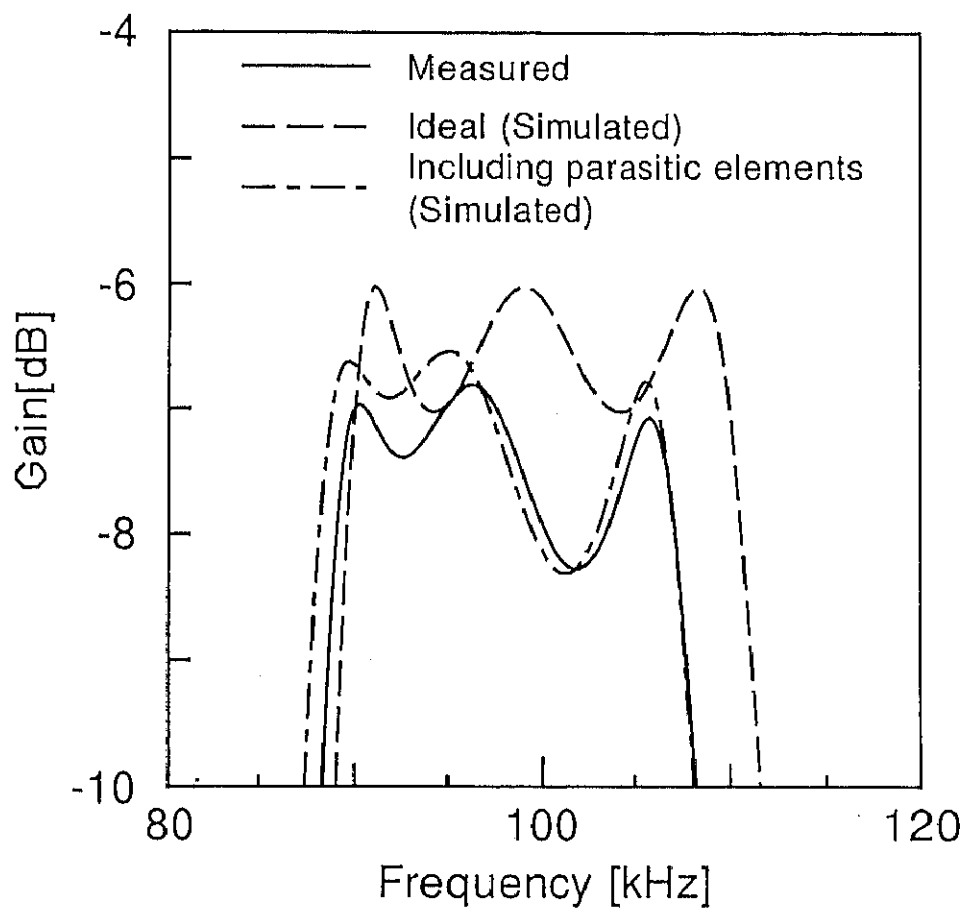


図 4.14: 通過域付近の拡大

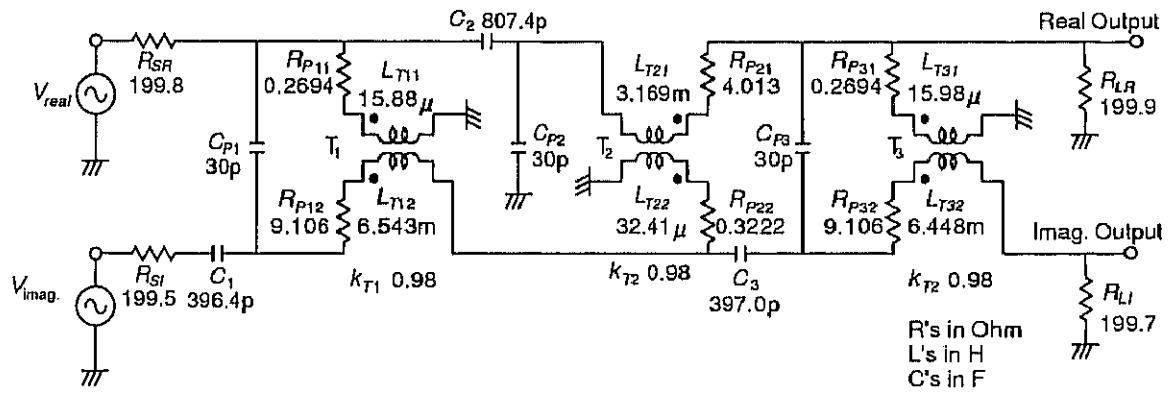


図 4.15: 非理想分を考慮した回路

4.6 まとめ

本章では、狭義の受動実現に適した実フィルタ-複素バンドパスフィルタへの周波数変換方法を示した。このフィルタの周波数特性は調和対称性を持つ。提案方法は、武藤らによって提案されている ELHT(Extended Lowpass-Highpass Transformation) 法 [23] の設計仕様を制限した特殊な場合として含まれる。また、提案手法によって得られた複素フィルタを受動実現する方法について述べ、インダクタを理想トランスに含めることで、これらは有限の自己インダクタンスを有する密結合トランスで実現することができることを示した。このことにより、複素フィルタとしてはじめて狭義の受動実現が可能となった。

計算機により素子感度を計算し、周波数シフト法による回路との素子感度が同程度であることを示した。さらに、受動部品だけを用いて複素フィルタを製作し実験を行うことで本構成法の有効性を確認した。