

第 2 章

複素フィルタ

複素フィルタは、負の周波数の概念を扱うことができるという、従来の実フィルタにない大きな特徴を持っている。そこで本章では、複素フィルタの基礎理論および実現法、そして周波数特性の測定法について述べる。

まず従来の実フィルタについて、正だけでなく負の周波数の概念も取り入れてその伝達関数や周波数特性の性質を述べる。次に、複素フィルタの発想の原点となった周波数シフト法を例にとり、そのフィルタの伝達関数や周波数特性の性質について述べる。

さらに、複素フィルタの実現法について述べる。複素フィルタの入出力信号は解析信号となるため、それらを実部と虚部にわけ、見かけ上、四端子対回路として実現されることを述べる。この実現方法について、これまでに報告されている回路を例示する。そして、この回路の受動実現に重点をおいた場合の問題点を指摘する。

また、複素フィルタの周波数特性の測定法について述べる。従来の実フィルタ用の測定系を用いて複素フィルタを測定する場合の問題点を指摘する。

最後に、複素フィルタの応用例を示すと共に、複素フィルタの低感度性について述べる。

2.1 実フィルタ

集中定数素子（インダクタ L 、キャパシタ C 、実数の素子値を持つ抵抗 R 、トランス M 、ジャイレータ GY ）により構成される二端子対回路の伝達特性は、一般に次式で示される実係数有理関数の形式で表すことができる。

$$T(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (2.1)$$

本論文では、上式で定義される伝達関数を後述する複素伝達関数と区別するために実伝達関数と呼ぶことにする。このとき、定常状態における回路の周波数特性は、

$$\text{振幅特性} : |T(j\omega)| \quad (2.2)$$

$$\text{位相特性} : \angle T(j\omega) \quad (2.3)$$

で与えられる。ここで、 j は虚数単位である。本論文ではこれ以降虚数単位として j を用いることとする。これまで実伝達関数の負の周波数領域における特性が議論されることは殆どなかったが、今後の考察のためにその一般的性質について簡単に述べる。

負の周波数領域における周波数特性は、 $\omega > 0$ として $|T(-j\omega)|$ 、 $\angle T(-j\omega)$ で与えられるわけであるから、 $T(s)$ に対する $T(s^*)$ の性質について調べればよい。但し記号 $*$ は複素共役を示す。本論文では、今後複素共役を示す記号として $*$ を用いることとする。ここで、実伝達関数 $T(s)$ を、それぞれ n 次、 m 次の有理多項式 $p(s)$ 、 $q(s)$ を用いて次式のように表す。

$$T(s) = \frac{q(s)}{p(s)} \quad (2.4)$$

ここで、実係数有理多項式 $f(x)$ には次式の関係が成立する。

$$f(x^*) = f^*(x) \quad (2.5)$$

証明 1)

実係数有理多項式 $f(x)$ を、

$$f(x) = h_n x^n + h_{n-1} x^{n-1} + \dots + h_0 \quad (2.6)$$

とすれば、

$$f(x^*) = h_n (x^*)^n + h_{n-1} (x^*)^{n-1} + \dots + h_0 \quad (2.7)$$

となる。 $(x^*)^k = (x^k)^*$ (但し $k = 1..n$) であることを考慮すれば、

$$\begin{aligned} f(x^*) &= h_n(x^n)^* + h_{n-1}(x^{n-1})^* + \dots + h_0 \\ &= (h_n x^n + h_{n-1} x^{n-1} + \dots + h_0)^* \\ &= f^*(x) \end{aligned} \tag{2.8}$$

となり、式 (2.5) が成立する。

□証明終わり

従って、式 (2.5) の関係を用いれば、式 (2.4) は、

$$T(s^*) = \frac{p(s^*)}{q(s^*)} = \frac{p^*(s)}{q^*(s)} = \left(\frac{p(s)}{q(s)} \right)^* = T^*(s) \tag{2.9}$$

となるから、負の周波数領域における実伝達関数の周波数応答は $\omega > 0$ として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{振幅特性: } |T(-j\omega)| &= |T((j\omega)^*)| = |T^*(j\omega)| \\ &= |T(j\omega)| \end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned} \text{位相特性: } \angle T(-j\omega) &= \angle T((j\omega)^*) = \angle T^*(j\omega) \\ &= -\angle T(j\omega) \end{aligned} \tag{2.11}$$

上式から、実伝達関数の振幅特性は一般的に直流 ($\omega = 0$) に対して軸対称 (偶対称) となり、またその位相特性は原点に対して点对称 (奇対称) となることがわかる。

次に、実伝達関数の極と零点の性質について述べる。伝達関数 $T(s)$ の極と零点は、それぞれ伝達関数の (分母)=0、(分子)=0 とおいたときの解 s で与えられる。したがって、その性質を調べるためには、式 (2.4) において、方程式 $p(s) = 0$ 、 $q(s) = 0$ の解の性質について調べればよいことがわかる。そこで実係数多項式 $f(x)$ を考え、方程式

$$f(x) = 0 \tag{2.12}$$

の解について考察することにする。式 (2.5) から $f(x) = f^*(x^*)$ であることは容易に導出できるから、上記の方程式は、 $f(x) = f^*(x^*) = 0$ と書くことができる。従って上記の方程式は、

$$f(x^*) = 0 \tag{2.13}$$

と書くこともできる。方程式 (2.12)、(2.13) から、 $f(x) = 0$ の解は複素共役対となることがわかる。以上のことより、実伝達関数の極および零点は一般的に図 2.1(a) に示すように複素共役対であるといえる。但し、同図は図 2.1(b) に示すようなローパス形の伝達関数を想定している。また、このときの回路構成例を図 2.2 に示す。

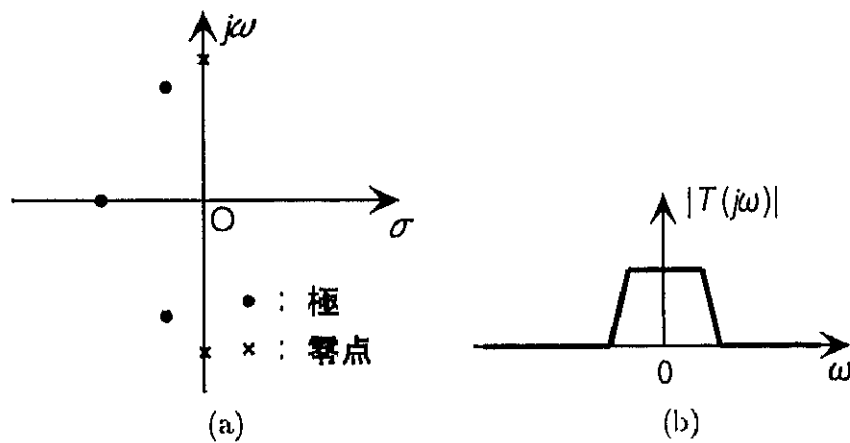


図 2.1: (a) 実フィルタの極配置 (b) ローパス形実フィルタの周波数特性例

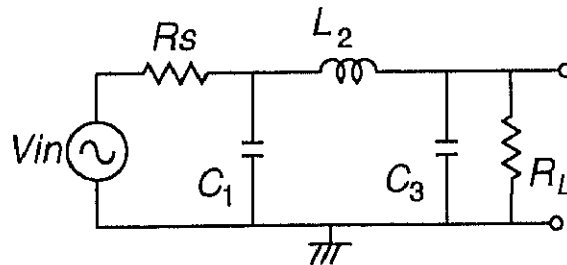


図 2.2: 実ローパスフィルタ

2.2 複素フィルタ

本節では、複素伝達関数の構成法として最も基本的な周波数シフト法の概要について説明する。

周波数シフト法は、式 (2.1) で一般に定義される実伝達関数に次式で示される周波数変換を施す方法である。

$$s \rightarrow s - j\omega_s \quad (2.14)$$

ここで、 ω_s は実定数である。変換後の伝達関数を $T_c(s)$ とすれば、

$$T_c(s) = T(s - j\omega_s) \quad (2.15)$$

となり、 $T_c(s)$ の周波数特性は実伝達関数のそれを周波数軸方向に ω_s だけずらしたものとなる。すなわち、振幅と位相は、

$$\text{振幅特性} : |T_c(j\omega)| = |T(j(\omega - \omega_s))| \quad (2.16)$$

$$\text{位相特性} : \angle T_c(j\omega) = \angle T(j(\omega - \omega_s)) \quad (2.17)$$

となる。ここで、実伝達関数 $T(s)$ として前節で述べたローパス形の伝達関数を仮定した場合、変換後の複素伝達関数 $T_c(s)$ の極および零点は図 2.3 のように虚軸方向に ω_s だけ平行移動し、その結果 $T_c(s)$ はバンドパス形の周波数特性を持つようになる。さらにその周波数特性に関しては、前節で述べた直流軸に対する対称性が失われる。また、極および零点は複素共役の関係を持たないので、 $T_c(s)$ は複素係数を持つ。本論文では、このような複素係数を持つ伝達関数を複素伝達関数とよび、その伝達関数を持つフィルタを複素フィルタと呼ぶこととする。

式 (2.14) の周波数変換は、実フィルタに含まれるリアクタンス素子に影響を与える。インダクタ L のインピーダンスとキャパシタ C のアドミタンスはそれぞれ sL 、 sC であるから、

$$\left. \begin{aligned} sL &\rightarrow sL - j\omega_s L \\ sC &\rightarrow sC - j\omega_s C \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

となる。この変換の様子を図 2.4 に示し、この変換を図 2.2 に例示したフィルタに施した例を図 2.5 に示す。

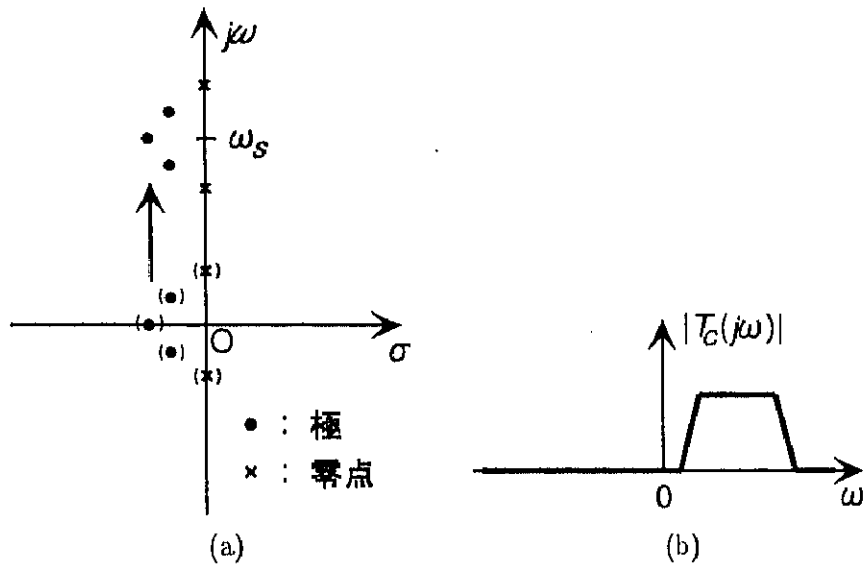


図 2.3: (a) 複素フィルタの極配置 (b) 周波数特性例

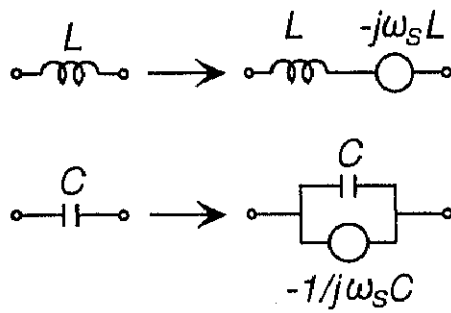


図 2.4: 素子の変換

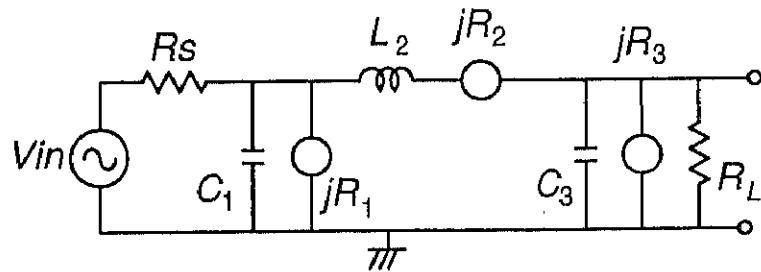


図 2.5: 複素フィルタ

図 2.5 および式 (2.18) から、インダクタおよびキャパシタに次式で示されるインピーダンスを持つ素子が付加されることがわかる。

$$Z_{JR}(j\omega) = jR \quad (2.19)$$

ここで R は実定数である。上式は、この素子が周波数とは無関係に一定の抵抗値 jR を持つことを示している。本論文では、この抵抗を虚数抵抗と呼ぶこととする¹。虚数抵抗は、1970年 D. S. Humpherys [15] により初めて提唱された素子である。当初この素子は狭帯域バンドパスフィルタの回路変形のために導入された仮想的な素子であるが、複素フィルタは虚数抵抗の性質を積極的に利用するものである。

虚数抵抗はそのインピーダンスが純虚数で一定であるという特徴の他に、無損失であるという特徴がある。虚数抵抗の両端の電圧を V 、流れる電流を I とすると、虚数抵抗に入力される電力 P は、

$$\begin{aligned} P &= V \cdot I \\ &= \frac{V^2}{jR} \\ &= -j \frac{V^2}{R} \end{aligned} \quad (2.20)$$

と虚数値をとるので、エネルギーは損失とならず蓄積される。このことから、虚数抵抗は無損失であることがわかる。また、上記の考察から、虚数抵抗は受動素子であるということは明らかである。

インダクタやキャパシタのインピーダンスは周波数依存性があるものの純虚数であり、また無損失であることを考慮すれば、虚数抵抗も一種のリアクタンス素子であると見ることができる。このことに注目し、実バンドパスフィルタに含まれるインダクタやキャパシタの幾つかを直接虚数抵抗に置き換えることにより複素バンドパスフィルタを得る方法が著者らにより提案されている [33]。この詳細は 5 章で述べる。

¹ 周波数依存性負性抵抗 (FDNR : Frequency-dependent Negative Resistor) と呼ばれる仮想的な素子 (インピーダンスは $-1/\omega^2 D$ で示される) を含むフィルタ構成法 [3] が提案されていることを考慮すれば、虚数抵抗は本来周波数依存性インダクタ (FDL : Frequency-dependent Inductor) または周波数依存性負性キャパシタ (FDNC : Frequency-dependent Negative Capacitor) などと呼ばれるべきであると考えられる。また、D. S. Humpherys はこのような素子を含むフィルタを LCX フィルタ [15] と呼んだが、複素フィルタに関する殆どの文献では虚数抵抗 (Imaginary Resistor) と呼ばれているので、本論文もこの呼び方に準じることとした。

2.3 複素フィルタの実現法

2.2 節で述べたように、複素フィルタは虚数抵抗を含む。この抵抗は周波数と無関係に一定の抵抗値 jR を有する素子であるから、従来のインダクタやキャパシタに代表されるリアクタンス素子を用いて、ある程度の幅を持つ周波数領域でそれを実現することは極めて困難であるといえる。そこで本節では、実フィルタを用いた複素フィルタの基本的な実現法について述べる。

2.3.1 信号経路の分割

複素伝達関数 $T_c(s)$ を実部と虚部に分割する。

$$T_c(s) = T_R(s) + jT_I(s) \quad (2.21)$$

ここで、 $T_R(s)$ と $T_I(s)$ は実伝達関数である。次に、フィルタの入出力信号も複素信号 $X_c(s)$ 、 $Y_c(s)$ とし、これらも同様に実部と虚部に分割する。

$$\left. \begin{aligned} X_c(s) &= X_R(s) + jX_I(s) \\ Y_c(s) &= Y_R(s) + jY_I(s) \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

ここで、 $X_R(s)$ 、 $X_I(s)$ 、 $Y_R(s)$ 、 $Y_I(s)$ は s の実関数である。フィルタの入出力の関係は、

$$Y_c(s) = T_c(s)X_c(s) \quad (2.23)$$

であるから、式(2.21)-(2.23)を用いれば、

$$\left. \begin{aligned} Y_R(s) &= T_R(s)X_R(s) - T_I(s)X_I(s) \\ Y_I(s) &= T_I(s)X_R(s) + T_R(s)X_I(s) \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

となる。上式に含まれる s の関数は全て実関数であることから、入出力信号は実信号であり、 $T_R(s)$ 、 $T_I(s)$ の実現回路は実信号を処理する回路となることがわかる。このことは、図 2.6 に示す回路により、実信号処理系を用いて複素フィルタを等価的に実現することができることを示している。

本論文では、実部信号、虚部信号を主に処理する回路をそれぞれ実部回路、虚部回路と呼ぶこととする。

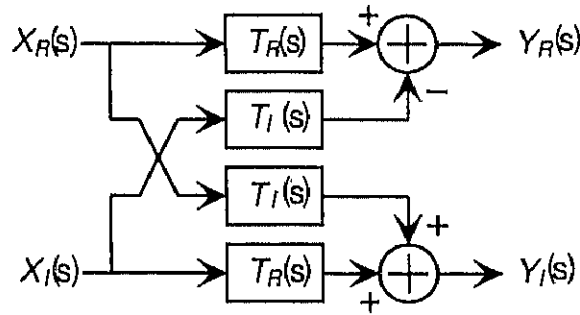


図 2.6: 実信号処理系を用いた複素フィルタの等価実現

2.3.2 ジャイレータを用いた虚数抵抗の直接実現

次章で詳説するが、虚数抵抗をジャイレータにより等価的に実現する方法が知られている [28, 29]。この様子を図 2.7 に示す。さらに、図 2.5 に示す複素フィルタをジャイレータを用いて実現した例を図 2.8 に示す。

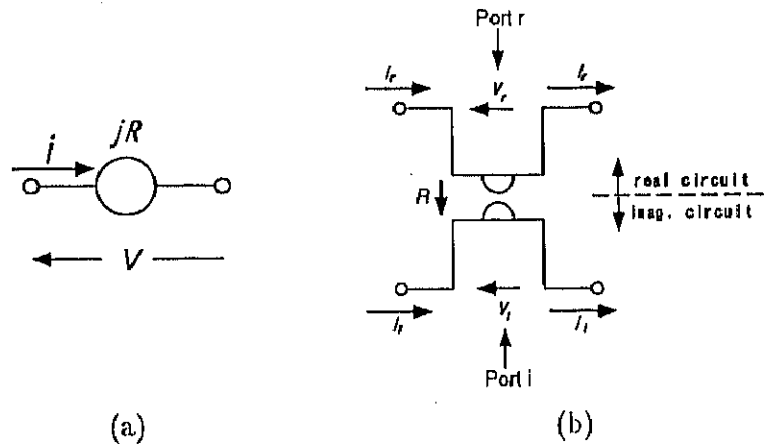


図 2.7: (a) 虚数抵抗 (b) ジャイレータを用いた虚数抵抗の実現 [28]

ここで、図 2.8 に示す回路を実際に「製作」する場合について検討する。この回路を能動実現する場合、最も大きな課題はジャイレータの実現となる。ジャイレータを OTA により実現した回路は、比較的良好な特性を有し、また集積化に適しているという特徴を持つ [27] が、ディスクリート部品として市販されている OTA は殆どない。演算増幅器によりジャイレータを実現する場合には、図 2.9 のように負性抵抗を用いた回路が用いられる。しかしながらこの種の回路ブロックの素子感度は非常に高いため、原形回路の低感度性を受け継ぐことができない。

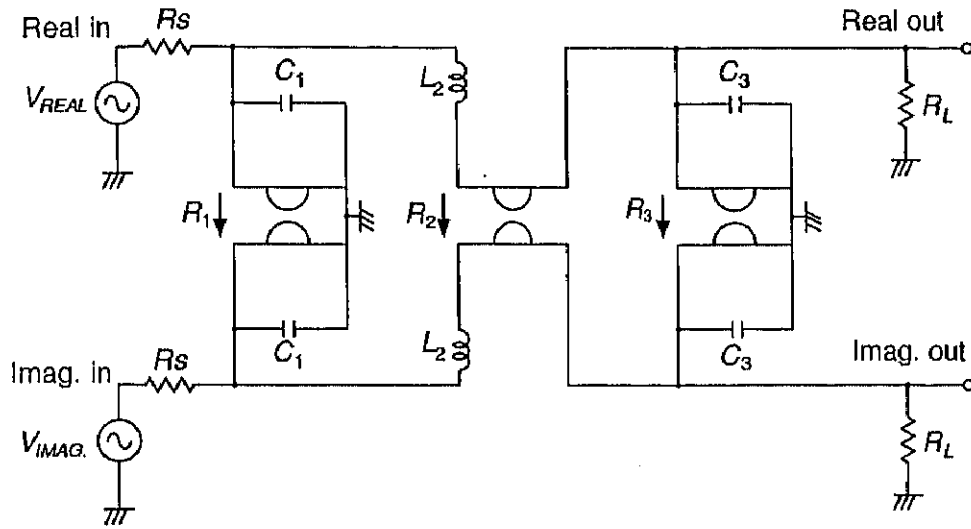


図 2.8: ジャイレータを用いた複素フィルタ

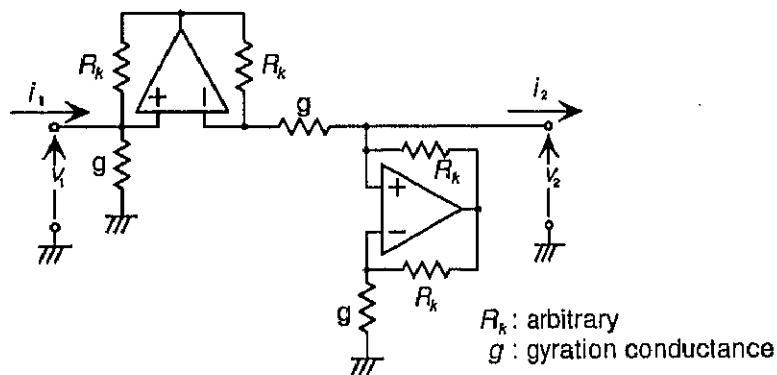


図 2.9: 演算増幅器を用いて実現したジャイレータ

一方、ジャイレータは受動素子であるから、図 2.8 は複素フィルタの受動実現方法を示しているといえる。しかしながら現在のところ、ジャイレータの受動実現は、マイクロ波などの非常に高い周波数数を除いて、良好な特性を有する素子が得られていない。従って、このフィルタの受動実現は非常に困難となる。

本論文では、実際の実現が難しい受動実現と、実際の実現可能な受動部品で構成することのできる受動実現を区別するため、まず「広義の受動素子」、「狭義の受動素子」を以下のように定義することとする。

広義の受動素子 : エネルギーを発生しないという意味における本来の受動素子。
 正抵抗、正インダクタ、正キャパシタ、
 理想トランス、ジャイレータが含まれる。

狭義の受動素子 : エネルギーを発生しないが実際の受動部品で「製作」可能な受動素子。
 正抵抗、正インダクタ、正キャパシタ、
 有限の自己インダクタンスを持つトランスが含まれる。
 (ジャイレータは含まない。)

また、「広義の受動実現」は広義の受動素子による回路実現、「狭義の受動実現」は狭義の受動素子による回路実現を示すこととする。以上の定義に従えば、ここで示したジャイレータを用いた複素フィルタは広義の受動実現である。

2.4 複素フィルタによる実信号処理

実信号を複素フィルタで処理するための方法を図 2.10 の実線で示す。この方法は、複素フィルタを従来の実フィルタとして利用する場合だけでなく、6章で詳述する複素フィルタの周波数特性測定法の考察においても重要である。

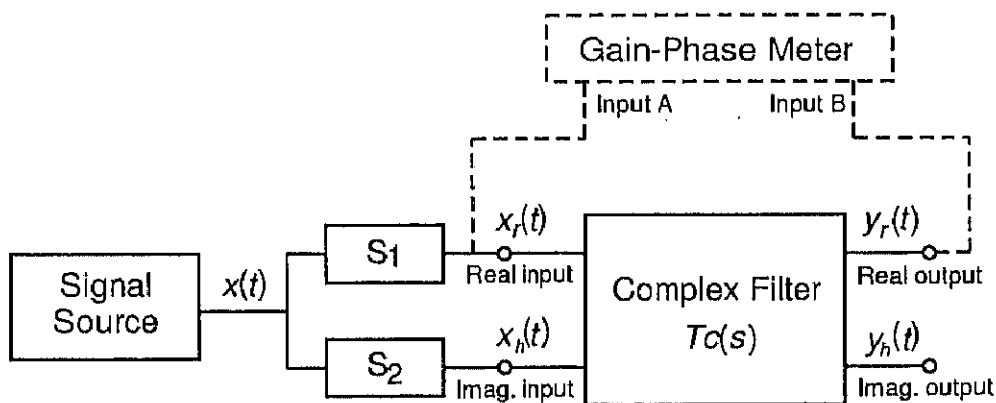


図 2.10: 複素フィルタによる実信号処理

同図において、実信号 $x(t)$ は位相差分波器 S_1 、 S_2 によって解析信号 $x_r(t)$ 、 $x_h(t)$ に変換され、複素フィルタに入力される。信号

$$x'(t) = x_r(t) + jx_h(t) \quad (2.25)$$

のフーリエ変換は、

$$X'(\omega) = \begin{cases} 2X_R(\omega) & ; \text{ for } \omega \geq 0 \\ 0 & ; \text{ for } \omega < 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

となるので、複素フィルタには正の周波数スペクトルのみを有する信号が入力される。複素フィルタは周波数変換作用をもたないので、その出力 $y(t) = y_r(t) + jy_h(t)$ もまた解析信号となり、負の周波数成分は存在しない。個々の $y_r(t)$ 、 $y_h(t)$ は実信号であるから、そのスペクトルは、それぞれ $\omega = 0$ に対し偶対称、奇対称となる。従って、実部出力 $y_r(t)$ のみを取り出せば、実信号 $x_r(t)$ に対して複素フィルタの正の周波数応答が $\omega = 0$ に対して偶対称となるような実フィルタでフィルタリングした出力が得られる。但し、位相差分波器は全域通過回路で構成されるため、信号 $x(t)$ 、 $y_r(t)$ 間の位相推移は、複素フィルタの位相推移と位相差分波器の和となる [20]。

以上のことより、位相差分波器を用いることによって実信号を処理することができるがわかる。しかしながら、位相差分波器の実現には多数の演算増幅器、もしくは LC 素子で構成されたオールパス回路網が必要となり回路規模の増大を招く。従って、複素フィルタを用いて従来の実信号処理を行うことは経済的に不利であるといわざるを得ない。複素フィルタの特徴は正と負の周波数特性が非対称となることである。この特徴を利用した応用例は次節で述べる。

本節で述べた方法は、複素フィルタの周波数特性を従来の実フィルタのための測定系を用いて測定する場合有効となる。その測定系を図 2.10 の破線で示す。まず、複素フィルタの二つの入力信号のうち、虚部入力信号の位相は実部入力信号の位相を 90° だけ遅らせたものであるから、

$$X_I(j\omega) = -jX_R(j\omega) \quad (2.27)$$

となる。但し、上式は簡単のため、定位相差を発生させる位相差分波器の位相誤差がないものと仮定している。複素フィルタ内の信号経路は図 2.6 で示されるから、このときゲイン・フェーズメータで測定される伝達特性 $T'(j\omega)$ は、式 (2.24)、(2.27) を用いて、

$$\begin{aligned} T'(j\omega) &= \left. \frac{Y_R(j\omega)}{X_R(j\omega)} \right|_{X_I(j\omega) = -jX_R(j\omega)} \\ &= \left. \frac{T_R(j\omega)X_R(j\omega) - T_I(j\omega)X_I(j\omega)}{X_R(j\omega)} \right|_{X_I(j\omega) = -jX_R(j\omega)} \\ &= T_R(j\omega) + jT_I(j\omega) \end{aligned} \quad (2.28)$$

となり、複素フィルタの周波数特性を知ることができる。以上の説明では位相差分波器の位相誤差がないものとした。しかし、位相差分波器は等リプル近似に代表される近似理論を用いて設計

されるため位相誤差を持つ。このことは少なからず測定結果に影響を及ぼしてしまうが、これまでその影響について定量的な解析を行った文献は見られない。なお、測定の際には、位相差分波器を直角位相発振器に置き換えることができる。この場合は位相誤差の影響を受けないため、より高精度な測定結果が期待される。

2.5 複素フィルタの応用例

2.5.1 直交変復調装置

図 2.11 に複素フィルタの典型的な応用例 [12] を示す。同図は DSP (Digital Signal Processor) を用いた直交変復調装置を示している²。アンテナから入力された複数の信号のうち、斜線で示した信号を所望信号とする。この信号は A/D コンバータを通して DSP に入力され、復調処理が施される。

アンテナから入力された信号 $a(t)$ は実信号であるから、正と負の周波数領域で対称なスペクトラムを持つ。局部発振器から出力される信号を $l(t)$ とすれば、

$$\begin{aligned} l(t) &= \cos \omega_L t + j \sin \omega_L t \\ &= e^{j\omega_L t} \end{aligned} \quad (2.29)$$

となる。 $l(t)$ のフーリエ変換は、

$$L(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_L) \quad (2.30)$$

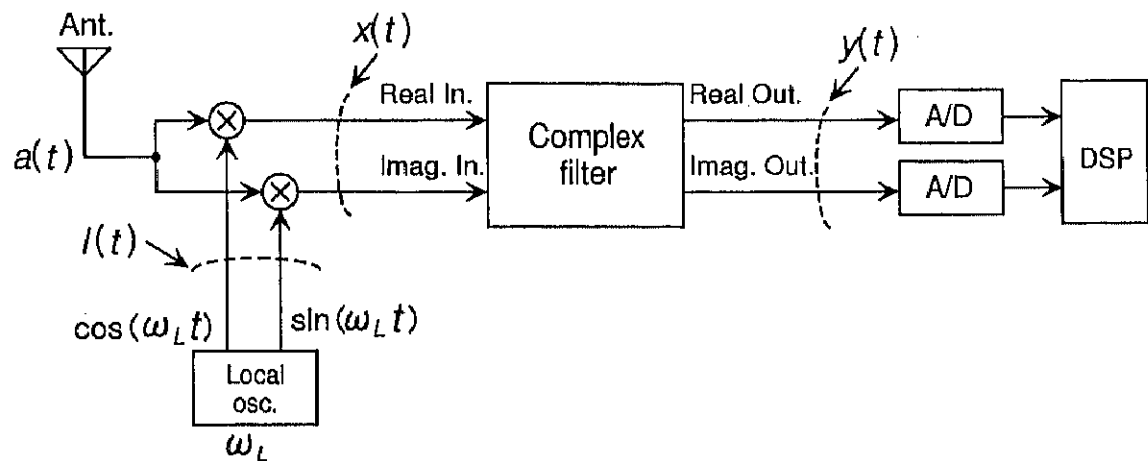
となる。上式から、局部発振器の出力信号のスペクトラムは $+\omega_L$ のみに依存し、負の周波数成分を含まないことがわかる。フィルタに入力される信号 $x(t)$ は、 $x(t) = a(t) \cdot l(t)$ で示されるから、そのフーリエ変換は、

$$X(\omega) = A(\omega + \omega_L) \quad (2.31)$$

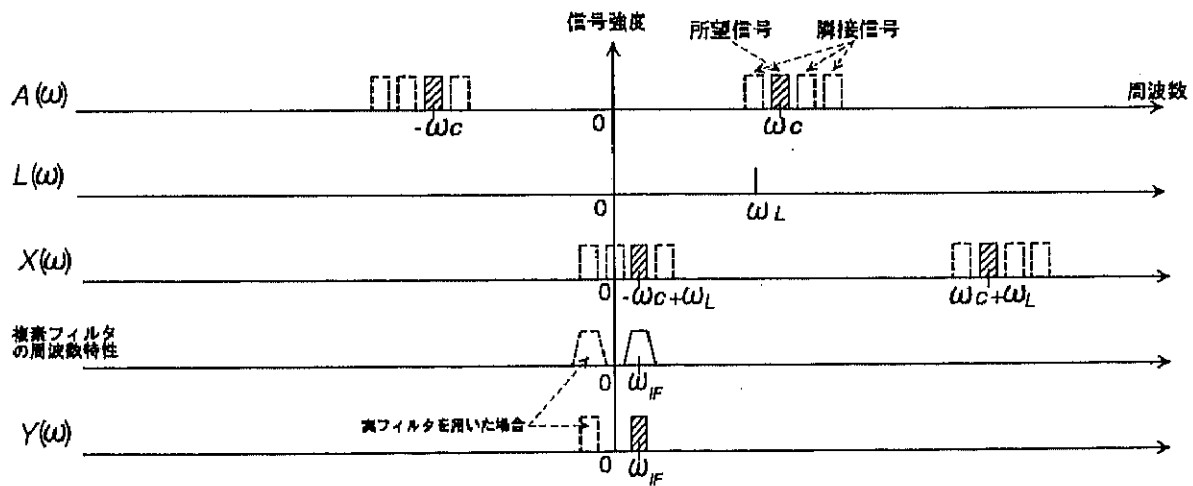
となる。上式から、複素フィルタに入力される信号は、アンテナ信号のスペクトラムを周波数軸方向に ω_L だけずらせた複素信号となることがわかる。この複素信号から所望信号は、 $+\omega_{IF}$ 付近の

² 局部発振器の発振周波数を所望信号の中心周波数とすれば、乗算器出力から直接ベースバンド信号が得られることが知られている。しかし、実際の乗算器は直流オフセット電圧を持つので、そのキャンセルのための回路や調整が必要となり好ましくない。図 2.11 の方法は、所望信号が $+f_{IF}$ 付近にだけ存在するため、乗算器だけでなく A/D コンバータで生じる直流オフセットの問題も回避することができる。さらに負の周波数領域の不要信号は複素フィルタにより除去されているので、DSP での信号処理量を低減することができるという利点がある。

正の周波数領域だけに通過域を持つ複素バンドパスフィルタによって抜き出される。ここで、複素フィルタを用いずに $+\omega_{IF}$ 付近に通過域を持つ実フィルタを用いた場合、このフィルタは必然的に $-\omega_{IF}$ 付近にも通過域を持つから、負の周波数領域に存在する不要信号も通過してしまう。



(a)



(b)

図 2.11: (a) 直交復調装置 (b) 各部の信号スペクトラム

2.5.2 抑圧搬送波帯 (SSB) 通信

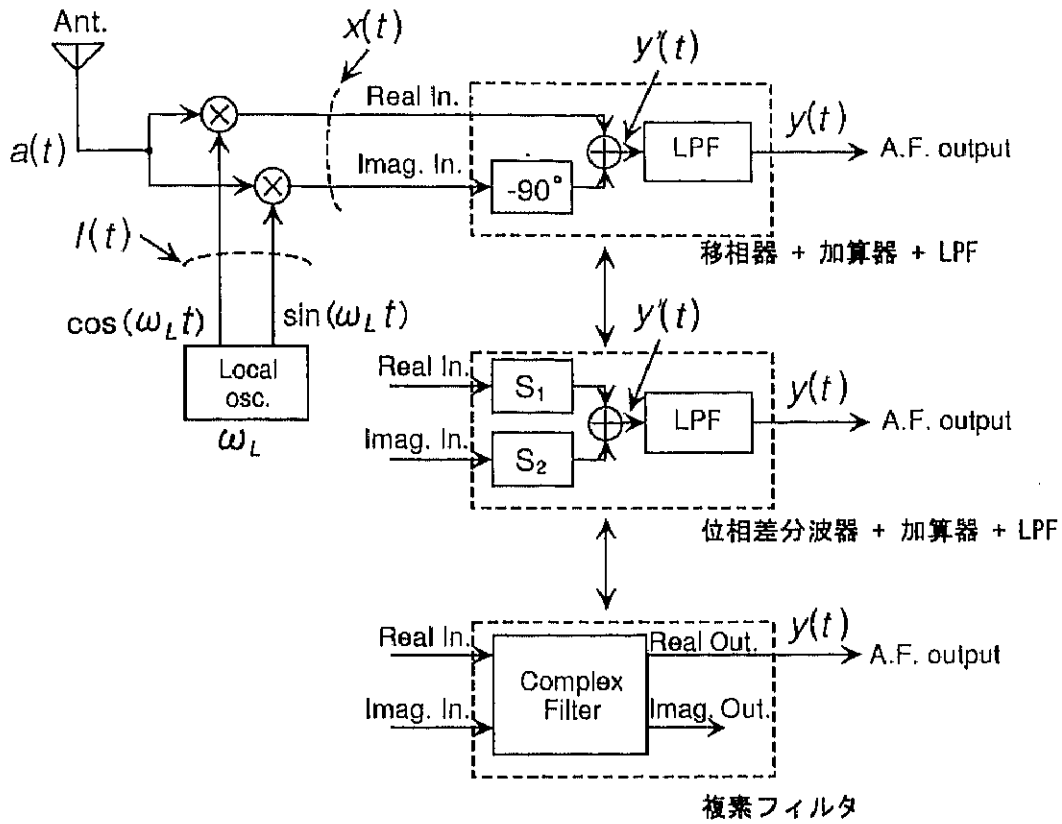
抑圧搬送波帯 (SSB: Single Sideband) 通信方式 (以下、SSB 通信方式) は、現在アマチュア無線をはじめとする通信分野で用いられているが、将来的には放送業務にもこれを用いることが国際条約等で決められている。SSB 変調信号の変復調方式としては、クリスタルフィルタ等の急峻な周波数特性をもつバンドパスフィルタを用いる方法と、位相推移 (PSN: Phase Shift Network) 法の 2 つが知られている [13]。まず前者の方法は、従来の実信号処理系により実現される方法であり、現在のアマチュア無線機に広く用いられているが、この用途に使われるクリスタルフィルタは数千円/個と非常に高価であるため、装置のコストは高くなる。コストの問題は、放送を受信するための受信機の設計において重要視されるから、致命的といえる。一方、位相推移法は、複素信号処理系を用いて SSB 変復調を行う方法であり、高価なクリスタルフィルタを必要としないため、装置の低価格化が期待される。この方法の実現のためには、使用される二個の乗算器の特性を一致させる必要があるが、それらのモノリシック集積化を考えた場合、それらの特性を合わせることが比較的容易となると考えられる。

図 2.12(a) に位相推移法による SSB 復調回路を示す。同図において、アンテナで受信された信号 $a(t)$ は、局部発振器及び乗算器によって、所望信号がベースバンド領域に降りるように周波数変換される。この周波数変換の結果得られる信号のスペクトラムは、式 (2.29)–(2.31) を用いて、

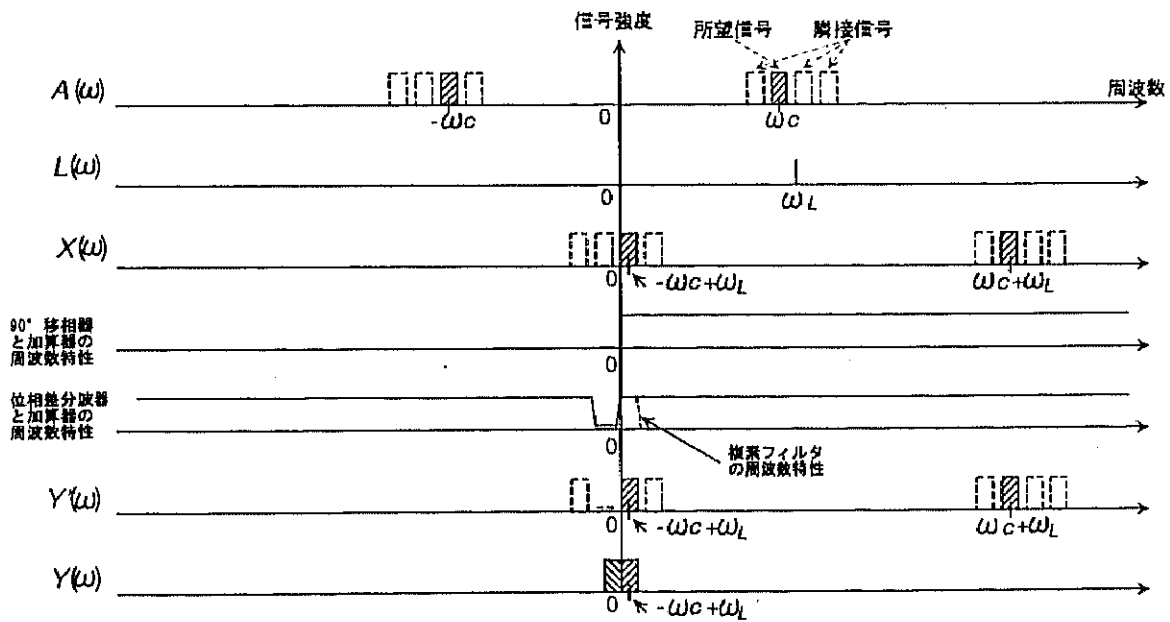
$$X(\omega) = A(\omega + \omega_L) \quad (2.32)$$

となる。 $X(\omega)$ は、図 2.12(b) のように、正と負の周波数領域におけるスペクトラムが非対称な複素信号となる。信号 $X(\omega)$ に含まれる信号成分のうち、負の周波数領域に存在する信号成分は、 90° 移相器及びその後段の加算器により減衰する。図 2.13 の実線は、移相器として位相差分波器を用いた場合に得られる周波数特性を示している。同図のように、位相差分波器及び加算器から構成される回路は、高域に不要な周波数成分を通過させてしまうことがわかる。この場合、高域に存在する不要成分を減衰させるために、加算器の後段にローパスフィルタを接続する必要がある。

一方、信号 $X(\omega)$ は複素信号であることに注目すれば、図 2.12(a) の破線内で示される移相器及び加算器から構成される回路は、図 2.13 の破線で示した周波数特性をもつ複素フィルタに置き換えることができることがわかる。この場合、不要な高域信号を除去するためのローパスフィルタは不要となり、複素フィルタの実部、または虚部出力端子から直接音声出力が得られる [14]。



(a)



(b)

図 2.12: (a)SSB 復調回路 (b) 各部の信号スペクトラム

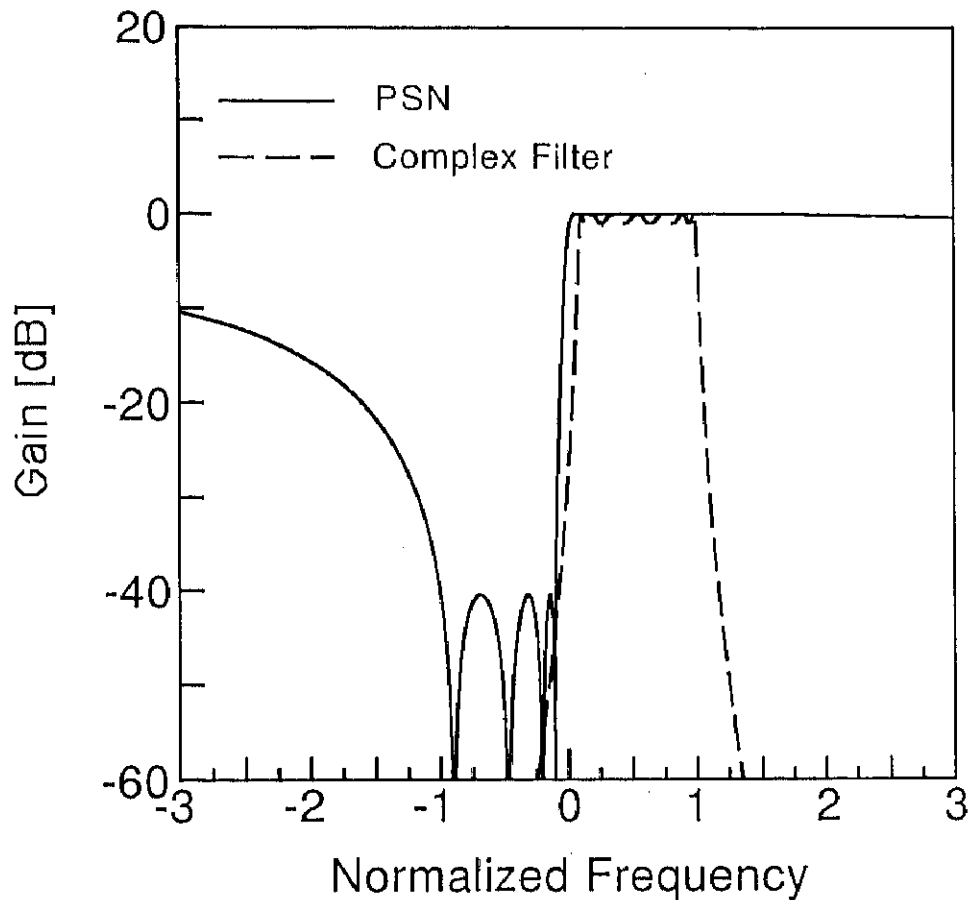


図 2.13: 位相差分波器及び加算器から構成される回路と複素フィルタの周波数特性例

2.6 素子感度特性

フィルタの性能を判断する尺度の一つに素子感度がある。素子感度は回路を構成する際の重要な基準であり、それは使用する部品の品質や価格よりも遙かに重要となる場合がある。本論文で考察する素子感度は、

$$\text{伝達利得} : |T| \quad (2.33)$$

に対する素子 x_i の単位あたりの変化の比であり、

$$\text{感度} : S_{x_i}^{|T|} = \frac{\partial |T|/|T|}{\partial x_i/x_i} \quad (2.34)$$

によって与えられる。この値が小さければその回路は実用上有効であり、逆にこの値が大きければ、その回路は実上好ましくない。抵抗両終端はしご形実フィルタの素子感度が通過域内において極めて低いということは古くから知られていたが、1966年に H. J. Orchard が初めてこれを明確にした [35]。複素フィルタも含む低感度特性についての定量的な考察は、武藤ら [36] により明らかにされている。以下、複素フィルタの低感度性について簡単に述べる。

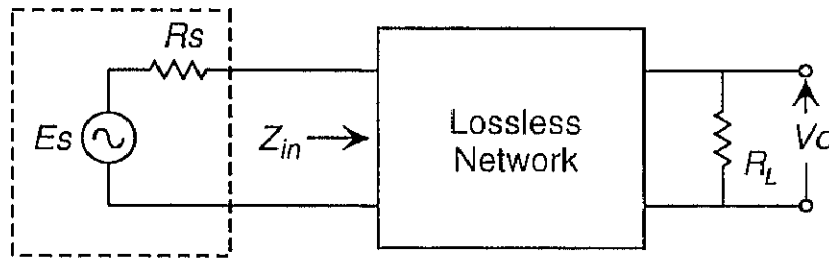


図 2.14: 抵抗両終端形フィルタの一般的表現

抵抗両終端形フィルタを一般的に拡張し、図 2.14 のように、内部抵抗 R_S を持った電圧源 E_S 、無損失二端子対回路網、及び負荷抵抗 R_L からなる回路を考える。同図の二端子対回路網に含まれる素子としては、リアクタンス素子 (正インダクタ、正キャパシタ)、理想トランス、ジャイレータ以外に、虚数抵抗も含まれることに注意が必要である。同図の二端子対回路網の入力端子に整合条件、つまり破線で囲まれた内部抵抗を有する電圧源から右側を見たときのインピーダンス Z_{in} が R_S に等しいという条件が成立するとき、電圧源 E_S から二端子対回路網へ最大の電力 P_{max} が供給される。

$$P_{max} = \frac{E_S^2}{4R_S} \quad (2.35)$$

ここで、図 2.14 に示す回路が、図 2.15 のように通過域の幾つかの点で整合条件を満たしているとする。リアクタンス素子 (インダクタ、キャパシタ、虚数抵抗) から構成される回路の電力消費はないので、整合点でフィルタに流入する電力は全て出力抵抗 R_L にて消費される。すなわち、出力電圧 V_{out} は、次式で示す最大値 V_{outmax} を越えることはできない。

$$|V_{outmax}| = \frac{E_S}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_S}} \quad (2.36)$$

いま、リアクタンス素子の素子値の一つが x から $x + \Delta x$ に変化したとすると、当然伝達利得も変化するので、出力電圧 V_0 は $V_0 + \Delta V_0$ に変化するはずである。ここで、 V_0 を次式のように x の

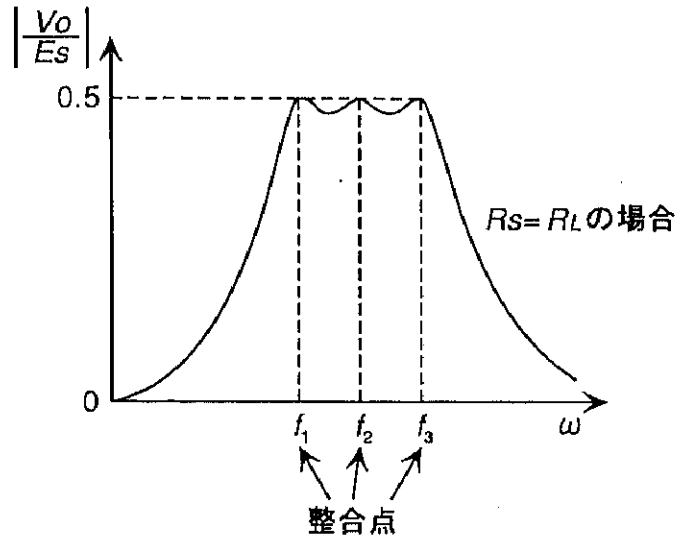


図 2.15: フィルタの特性例

関数と仮定する。

$$|V_0| = f(x) \quad (2.37)$$

x が $x + \Delta x$ に変化したとき、テイラー展開を用いて、次式が成立する。

$$|V_0 + \Delta V_0| - |V_0| = \frac{df}{dx} \Delta x + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \Delta x^2 + \dots \quad (2.38)$$

一般に、 dx が微小な場合では、第一項が支配的であるが、整合点では $V_0 = V_{max}$ であるから、微小変動の影響は必ず利得を下げる方向に働く。

dx は、正負の両方に動くので、整合点では常に、

$$\frac{df}{dx} = 0 \quad (2.39)$$

が成立し、素子変動の影響は二乗のオーダーでしか現れないことになる。

以上が、抵抗両終端はしご形複素フィルタが素子値変動に対して低感度である理由である。また、このフィルタを次章で示すような形で能動 RC 回路でシミュレートした回路のように、能動回路の素子の変化が原形フィルタのリアクタンス素子の変化と一対一に対応していれば、整合点におけるリアクタンス素子に関する素子感度が零という性質が受け継がれるので、この能動 RC 回路も低素子感度を有することが期待される。

2.7 まとめ

本章では、まず実伝達関数の周波数特性の一般的性質に触れるとともに、複素伝達関数について、周波数シフト法を例にとりその概略を述べた。この方法によれば、実伝達関数としてローパス形の伝達関数の極および零点を周波数軸方向にシフトするだけで、複素バンドパス形の複素伝達関数が得られる。

次に、複素フィルタの構成法について述べ、複素フィルタを用いて実信号処理を行う方法について述べた。このことから、複素フィルタにより実信号処理を行うことは、位相差分波器が必要となることから回路規模の増大を招き好ましくないと言えるが、複素フィルタを用いることにより、実フィルタでは実現が困難な信号処理が可能となる。

最後に、これまで提案された複素フィルタの構成法についてその概要およびその特徴について述べた。これらの方法には演算増幅器やジャイレータが必要となる。前者の演算増幅器を用いた方法は、そのGB積から必然的に動作周波数帯が音声帯域等の比較的低い周波数に限られるという問題点を持つ。また、ジャイレータは受動素子であるが、非相反性によりマイクロ波などの非常に高い周波数領域を除いて、その受動実現が困難である。このような実際の受動部品での製作が困難な受動実現と、製作が可能な受動実現を区別するため、前者を広義の受動実現、後者を狭義の受動実現と呼んだ。

次章以降では、複素フィルタの受動実現に重点をおいた新しい構成法および、複素フィルタの周波数特性測定法を述べる。