Appendix 1

○ゾーンプレートの振幅透過率の導出

A：フーリエ級数の定義

cと$L>0$が定数であるとして、区間$c \leqq x \leqq c+2L$で定義される関数$f(x)$に対応するフーリエ級数は

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{n\pi x}{L}+b_n\sin\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{1}$$

$$a_n=\frac{1}{L}\int_c^{c+2L} f(x)\cos\frac{n\pi x}{L}\,dx$$

$$b_n=\frac{1}{L}\int_c^{c+2L} f(x)\sin\frac{n\pi x}{L}\,dx$$

で与えられる。（この定義は次の書籍に従った。マグロウヒル大学演習シリーズ、数学公式・数表ハンドブック　スピーゲル著　氏家勝巳　訳、マグロウヒルブック株式会社、1988年、p.131）

B：矩形波関数のフーリエ級数

図1に示した矩形波関数$T(r)$のフーリエ級数は、Aの定義で$c=0$、$L=r_1$とすれば$2L=2r_1$を周期に持つ周期関数となる。(1)に従って計算すると

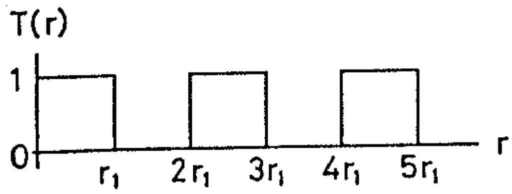


Fig.1

$$T(r)=\begin{cases}1 & 0<r<r_1\\ 0 & r_1<r<2r_1\end{cases}$$

$$a_0=\frac{1}{r_1}\int_0^{2r_1}T(r)\,dr$$

$$=\frac{1}{r_1}\int_0^{r_1}dr$$

$$=1 \tag{2}$$

$$a_n=\frac{1}{r_1}\int_0^{2r_1}T(r)\cos\frac{n\pi r}{r_1}\,dr$$

$$= \frac{1}{r_1}\int_0^{r_1} \cos\frac{n\pi r}{r_1}\, dr$$

$$= 0 \qquad (3)$$

$$b_n = \frac{1}{r_1}\int_0^{r_1} \sin\frac{n\pi r}{r_1}\, dr$$

$$= -\frac{1}{r_1}\frac{r_1}{n\pi}\left[\cos\frac{n\pi}{r_1} r\right]_0^{r_1}$$

$$= \frac{1}{n\pi}(1-\cos n\pi)$$

$$\therefore b_{2k-1} = \frac{1}{2k-1}\frac{2}{\pi} \qquad (k=1, 2, 3\cdots\cdot\cdot) \qquad (4)$$

が得られる。(2)、(3)、(4)より $T(r)$ は次式で表わされる。

$$T(r) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k-1}\sin\frac{2\pi(2k-1)r}{2r_1} \qquad (5)$$

C：ゾーンプレートの振幅透過率

図2からわかるように、$r=\rho^2/\rho_1$、　$r_1=\rho_1$ という変数変換をすれば、Bで求めた矩形波関数 $T(r)$ がただちにゾーンプレートの振幅透過率 $T(\rho)$ になる。$r_1=\sqrt{(f_1\lambda)}$ 　を用いて(5)式を書き換えれば

$$T(\rho) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k-1}\sin\frac{2\pi(2k-1)\rho^2}{2\lambda f_1} \qquad (6)$$

が得られる。

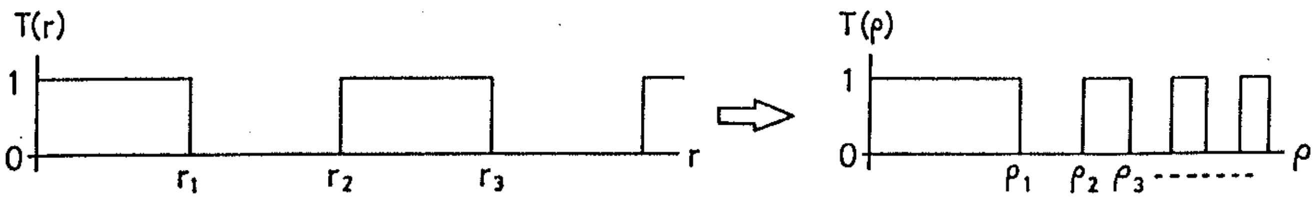
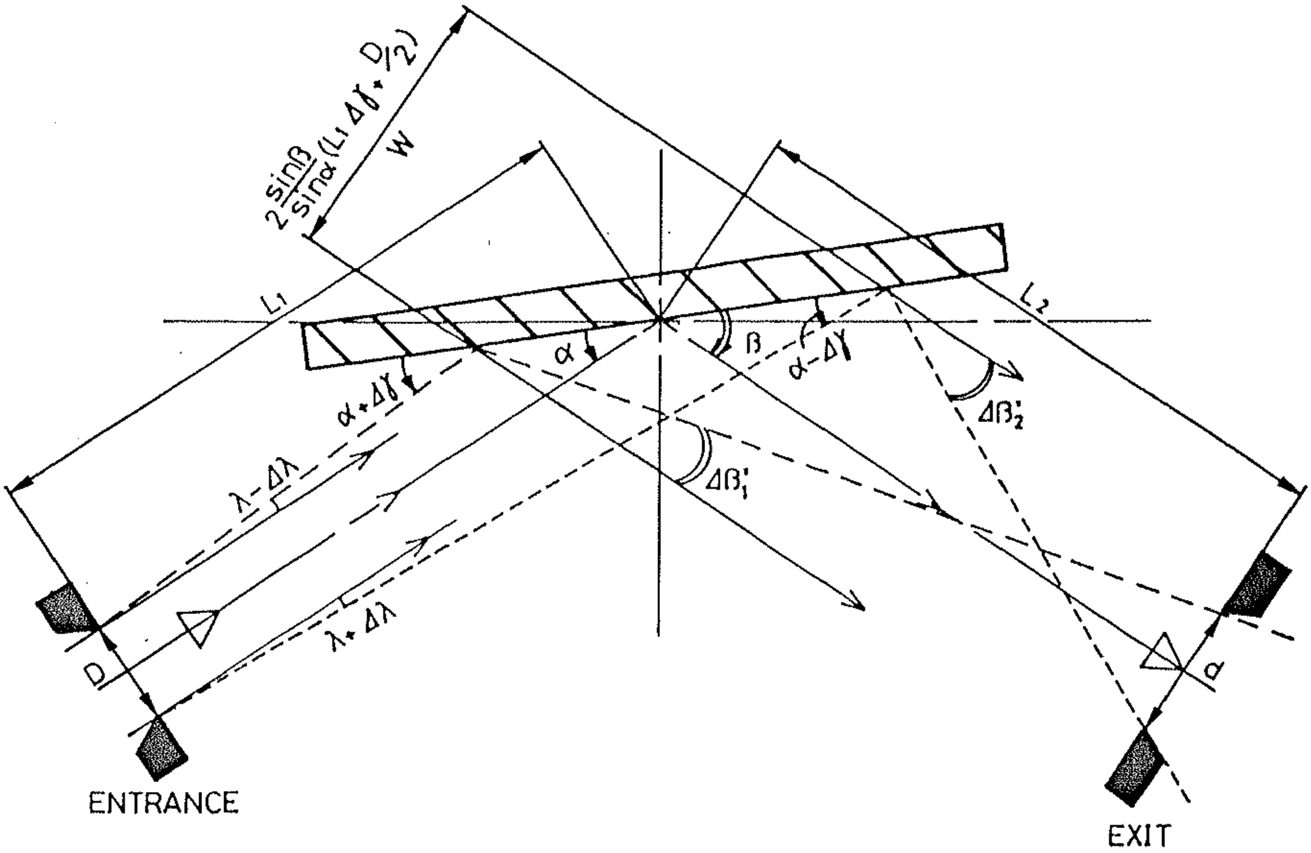


Fig.2

$r=\rho^2/\rho_1$、　$r_1=\rho_1$ とすると、

$\rho=\sqrt{(\rho_1 r)}=\sqrt{(r_1 r)}$ 　となる。 $\therefore\ \rho_n=\sqrt{(r_1\cdot n r_1)}=\rho_1\sqrt{n}$



<u>Appendix 2</u>

○波長分解能（λ／⊿λ）の導出……光源の大きさ、入射及び出射ピンホールの大きさを考慮

図中で、２本の光線について次式が成り立つ。

— — — —　$\cos(\alpha+\Delta\gamma)-\cos(\beta-\Delta\beta_1')=(\lambda-\Delta\lambda_1)m/p$　(1)

- - - - - -　$\cos(\alpha-\Delta\gamma)-\cos(\beta+\Delta\beta_2')=(\lambda+\Delta\lambda_2)m/p$　(2)

ここで、 ⊿γは光源の大きさと入射ピンホールの大きさで決まる分光器の臨界取り込み角度を示していて、 $\Delta\gamma=(D/2+\Sigma_y)/L_0$ である。
(1)と(2)の差をとって

$$
\begin{aligned}
&2\left\{\sin\alpha\sin\Delta\gamma+\sin\tfrac{1}{2}(2\beta+\Delta\beta_2'-\Delta\beta_1')\sin\tfrac{1}{2}(\Delta\beta_2'+\Delta\beta_1')\right\}\\
&=(\Delta\lambda_1+\Delta\lambda_2)m/p\\
&=\Delta\lambda m/p \qquad (3)
\end{aligned}
$$

が成り立つ。 $L_2 \gg d$, Wなので $\Delta\beta_1'\sim\Delta\beta_2'\equiv\Delta\beta'$ とすると

$$
\Delta\beta'\sim\tan^{-1}\frac{\dfrac{d}{2}+\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}\left\{L_1\Delta\gamma+\dfrac{D}{2}\right\}}{L_2}
$$

$$
\sim\left[\frac{d}{2}+\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\left\{L_1\Delta\gamma+\frac{D}{2}\right\}\right]/L_2 \qquad (4)
$$

$$
\therefore\quad \lambda/\Delta\lambda\sim m\lambda/2p\ \{\sin\alpha\sin\Delta\gamma+\sin\beta\sin\Delta\beta'\}
$$