

第3章 準平行光照明におけるゾーンプレートの像形成

結像光学系においては、用いる結像素子の像形成の特性を理解することが非常に重要である。ゾーンプレートは回折を利用した光学素子であるために、異なる回折次数によって生ずる複数の像が必ず現われる。アンジュレータ光照明の場合は、異なる高調波の次数による複数の像がさらに加わり、像形成はより複雑になる。物体が周期性を持つ場合は、その回折効果も加わり、像形成は一層複雑になる。本章では、ゾーンプレートの像形成を3通りの結像系について解析し、対応する実験について述べる。尚、本章の内容はReference 1)に公表予定である。

§ 1. 理論的解析

1) 単色光照明下の非周期物体の像形成

最も簡単な結像系は、物体を単色平面波で垂直に照明する場合 (Köhler's central illumination²⁾) である。結像系において基本となる変数は結像素子の焦点距離である。ゾーンプレートの焦点距離は2-14式で表わされるので、これを薄レンズの結像公式に代入すれば、ゾーンプレートの結像公式として

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_m} = \frac{m}{f_1} \quad (m=2k+1, k=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad 3-1$$

を得る。ここで、 a および b_m は物体からゾーンプレートまでの距離とゾーンプレートから m 次回折による像までの距離であり、 f_1 は1次回折の焦点距離である。ゾーンプレートの特殊性は全ての回折次数が各々独立して像を作ることである。

図3-1(a)は、非周期物体を単色平面波で垂直に照明した場合のゾーンプレートの像形成の様子を示している。ここでは、ゾーンプレートの回折は正負の1次のみで、+1次回折の焦点距離がその結像条件を満たした配置になっている。ゾーンプレートは凸レンズによる実像 (+1st order real image) と凹レンズによる虚像 (-1st order virtual image) だけでなく、0次回折による物体と等倍の投影像と、見かけ上凹レンズの焦点 F_{-1} から凹レンズの虚像を投影拡大した像

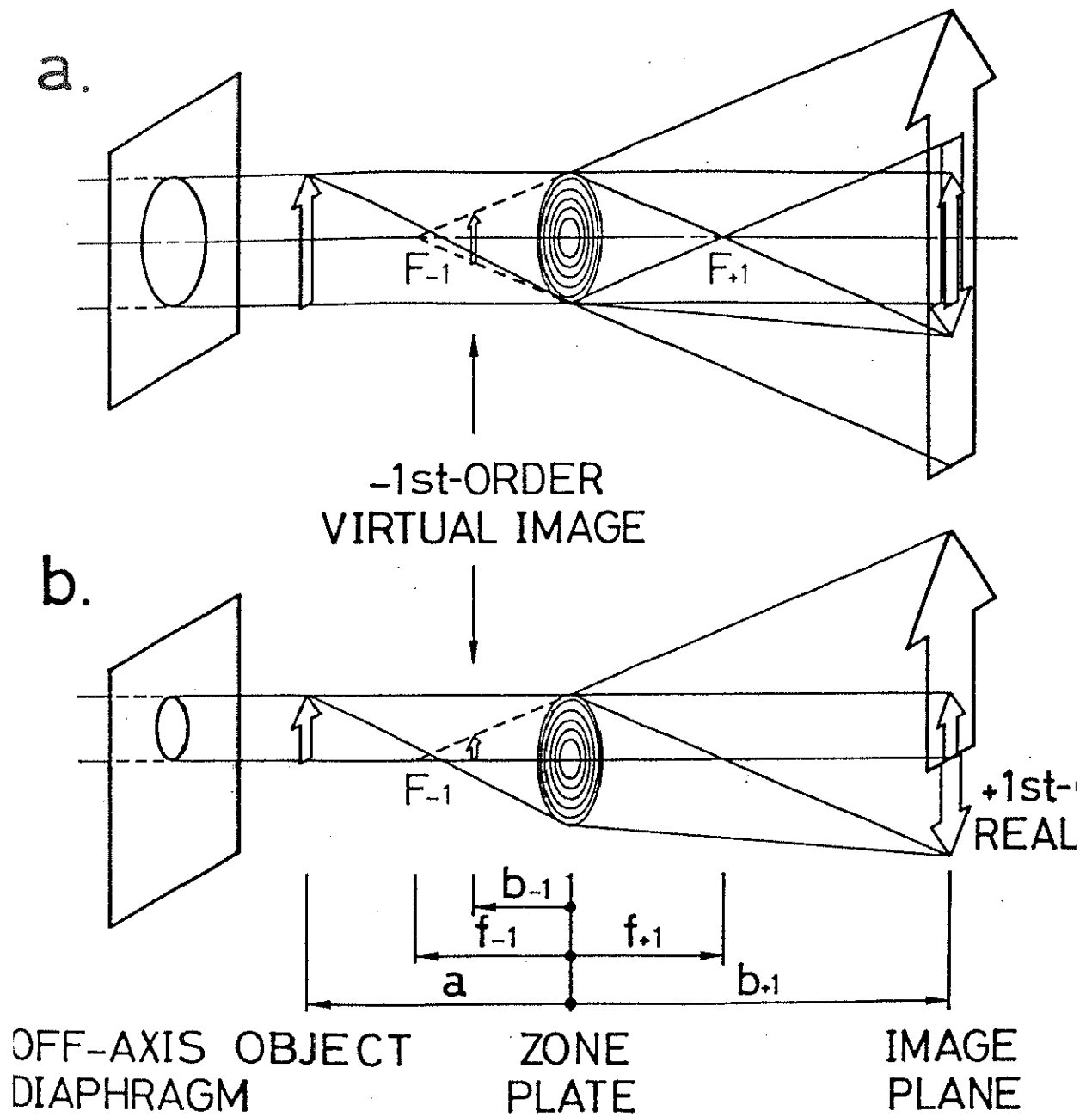


図 3 - 1. Köhler's central illumination におけるゾーンプレートの像

(a) 通常の光学系

(b) 軸外しダイアフラムを用いた像の分離の原理

ととらえることができる像が現われる（以後この像を便宜的の-1次の投影像と呼ぶことにする）。従って、ゾーンプレートを用いて物体を結像するときは、高次の回折を無視しても少なくとも3種類の像が現われることになる。図中の変数の満たす方程式をまとめると以下の2式となる。

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_{+1}} = \frac{1}{f_1} \quad 3-2$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_{-1}} = -\frac{1}{f_1} \quad 3-3$$

-1次の投影像の倍率 M^{s-1} は簡単な幾何学から

$$M^{s-1} = 1 + b_{+1}/f_1 \quad 3-4$$

で与えられる。ここで上付き添字 s は投影像（Shadow projection image）であることを示している。図3-1（a）においては、各々の像はお互いに重なり合ってしまうて分離できないことがわかる。しかしながら、実像だけは倒立像なので軸外しダイアフラムを用いて照明領域を空間的に制限することによって実像だけをうまく分離することができる。その原理を図3-1（b）に示す。軸外しダイアフラムを用いてもゾーンプレートの光軸上の物体に対する取り込み角度、すなわち開口数（numerical aperture）は変わらないので、空間分解能は通常の光学系と同じである。もし照明光が完全な平面波でないならば、焦平面上に集まる光が一点にならずに面積を持つので投影像もボケてしまう。一方、入射光の方向性が完全にランダムならば、投影像は結像面全体に拡がるバックグラウンドとなってしまう、物体の形状を現わさないので観察される像は実像だけとなる。

2) アンジュレータ光照明下の非周期物体の像形成

アンジュレータ光には高調波が存在するので、ゾーンプレートの像形成は1)の場合より複雑になる。アンジュレータ光の n 次光の波長は2-32式から

$$\lambda_n = \lambda_1 / n \quad (n = 1, 2, \dots) \quad 3-5$$

と書けるので、アンジュレータ光の n 次光に対するゾンプレートの m 次回折の焦点距離 f_{mn} は

$$f_{mn} = n f_{+11} / m \quad (m = 2k+1, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad 3-6$$

と書ける。ここで、下付き添字+11はアンジュレータ光が1次光でゾンプレートが+1次回折であることを表わしている。3-1式と同様に3-6式を薄レンズの結像公式に代入すると

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_{mn}} = \frac{m}{n f_{+11}} \quad (m = 2k+1, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad 3-7$$

となる。図3-2は非周期物体がアンジュレータ光に照明されている場合のゾンプレートの像形成の様子を示している。この図は以下の3つの仮定のもとで描いてある。まず、ゾンプレートの回折は正負の1次だけである。二番目に、アンジュレータ光のスペクトルは1~3次光で構成されている。三番目に、アンジュレータ光の1次光の+1次焦点距離 f_{+11} が結像条件を満たしている。図3-2に示すように、アンジュレータ光とゾンプレートによる結像系においては、アンジュレータ光の各高調波の-1次焦点 F_{-1n} による正立投影像と、+1次焦点 F_{+1n} にいったん収束してその後発散して行く倒立投影像が現われることがわかる。図では、軸外しダイアフラムの直径を1次光の+1次焦点距離 f_{+11} による実像 (+11 real image) が他の投影像から分離できる大きさにしてある。

アンジュレータ光の n 次光に対する-1次焦点 F_{-1n} の作用による正立投影像の倍率 M_{-1n}^s と、+1次焦点 F_{+1n} による倒立投影像の倍率 M_{+1n}^s は簡単な幾何学から

$$M_{-1n}^s = 1 + b_{+11} / n f_{+11} \quad 3-8$$

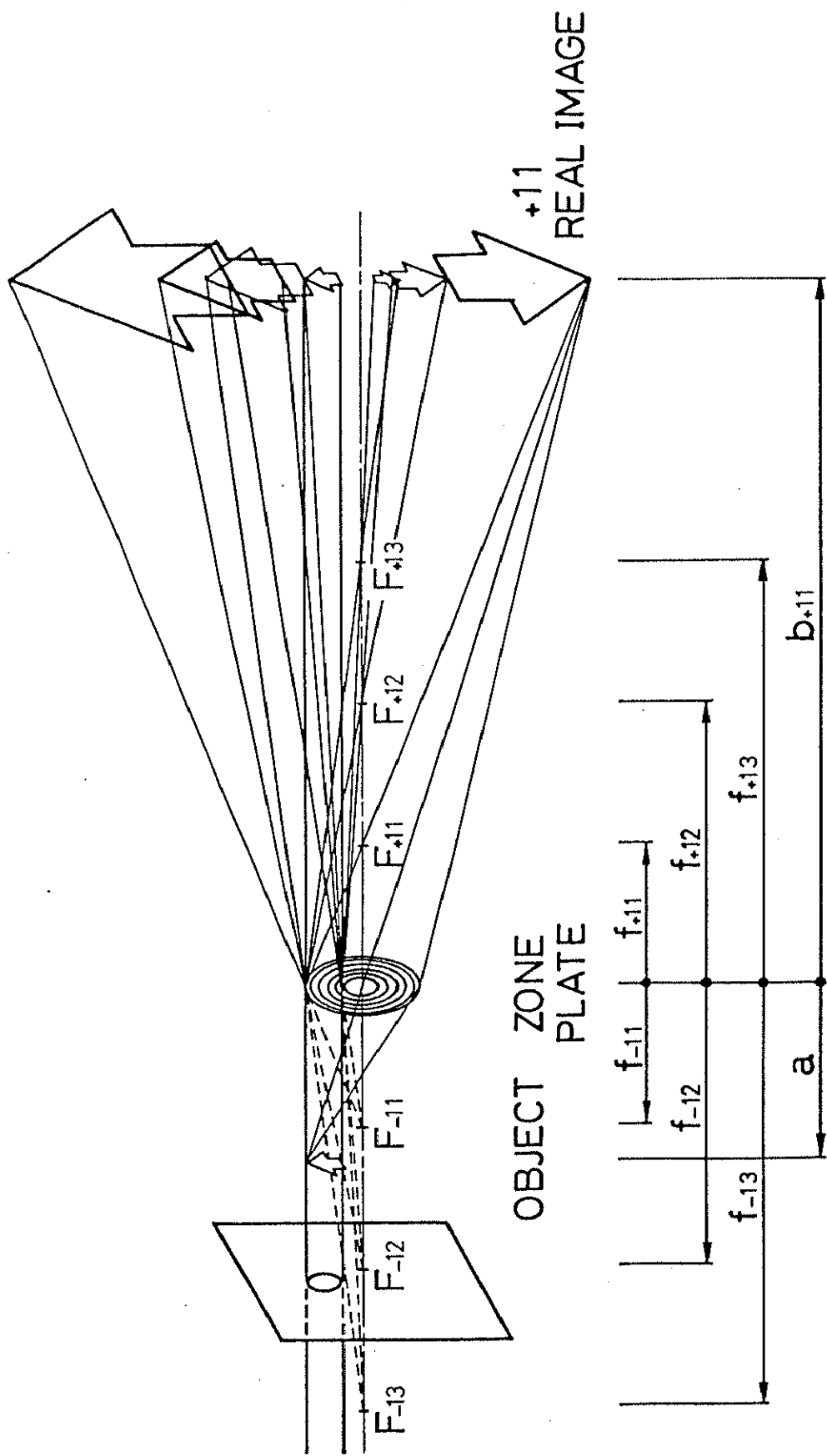


図3-2. アンジュレータ光照明下の非周期物体の像形成

$$M_{+1n}^s = b_{+11} / n f_{+11} - 1$$

3-9

と書ける。この2つの倍率の差は

$$M_{-1n}^s - M_{+1n}^s = 2$$

3-10

となり、一定である。従って、高倍率になると両者の倍率がほとんど等しくなるので、倍率だけで両者を区別することは難しくなる。ゾーンプレートの高次回折も含めた各投影像の倍率は

$$M_{mn}^s = 1 - m b_{+11} / n f_{+11} \quad (m < 0 : \text{正立投影像})$$

$$(m = 2k+1, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$M_{mn}^s = m b_{+11} / n f_{+11} - 1$$

$$(m > 0 : \text{倒立投影像})$$

3-11

で与えられる。高次回折による投影像は、効率が低い上に倍率も高いので、その影響は無視できる。

図2-10に示したように、アンジュレータ光のスペクトルは鋭いピークの奇数次光と鈍いピークの偶数次光からなるので、奇数次光による投影像がシャープな像なのに比べて偶数次光による投影像は鈍くなる。また、スペクトル全体にわたって白色光成分が存在するので、隣合う投影像は完全には分離されない。

3) アンジュレータ光照明下の周期物体（一次元透過回折格子）の像形成

物体が周期性を持つ場合は、その回折効果によって生ずる投影像がさらに加わる。この作用を考察するために、周期物体として最も単純な一次元透過回折格子を例に挙げる。一次元透過回折格子の場合から二次元の周期物体の場合へ議論を拡張することは容易である。単色平面波で物体を照明した場合、対物レンズの後側焦平面上に物体のフラウンホーファー回折パターンが現われるので、回折格子の場合は各次数に対応する極大値（スペクトル）が形成される。Abbeによれば²⁾、これらのスペクトルはコヒーレントな二次光源の中心であり、そこから進んで行

く光波がお互いに干渉し合い、その結果像を結ぶと考えるとよい。対物レンズがゾーンプレートの場合は、各スペクトルの位置は回折格子の回折次数、ゾーンプレートの回折次数及びアンジュレータ光の高調波の次数によって決まる。図3-3は、一次元透過回折格子を物体としゾーンプレートを対物レンズとする光学系にアンジュレータ光の n 次光が入射したときの光線（あるいは、波面の法線）の経路を表わしている。ここでは、軸外シディアフラムの効果を考慮するために、光線は光軸に平行に距離 R だけ離れて入射するとしている。 n 次光の光線は、まず回折格子の l 次回折によって P_{ln} に向かう方向に向きを変える。次に、ゾーンプレートの m 次回折によって S_{lmn} に向かう方向にさらに向きを変える。最後に、結像面と交わりその交点が Q_{lmn} である。回折格子の格子定数 d がアンジュレータ光の1次光の波長 λ_1 よりも十分大きいならば、 P_{ln} の x 座標 x_{ln} は

$$x_{ln} = \frac{l a \lambda_1}{n d} \quad 3-12$$

で与えられる。 S_{lmn} の x 座標、すなわち距離 D_{lm} は

$$D_{lm} = \frac{l \lambda_n f_{mn}}{d} = \frac{l r_1^2}{m d} \quad 3-13$$

で与えられる。この距離は波長によらない。光線は2点 P_{ln} 、 S_{lmn} を通るので、3次元空間の直線の方程式から Q_{lmn} の X 、 Y 座標は次式で表わされる。

$$X_{lmn} = \frac{m}{n} \frac{\lambda_1}{r_1^2} b \left(\frac{l}{m} \frac{r_1^2}{d} - \frac{l}{n} \frac{a \lambda_1}{d} \right) + \frac{l}{n} \frac{a \lambda_1}{d} \quad 3-14$$

$$Y_{lmn} = - \frac{m}{n} \frac{\lambda_1}{r_1^2} b R + R$$

この2式から λ_1 を消去すれば

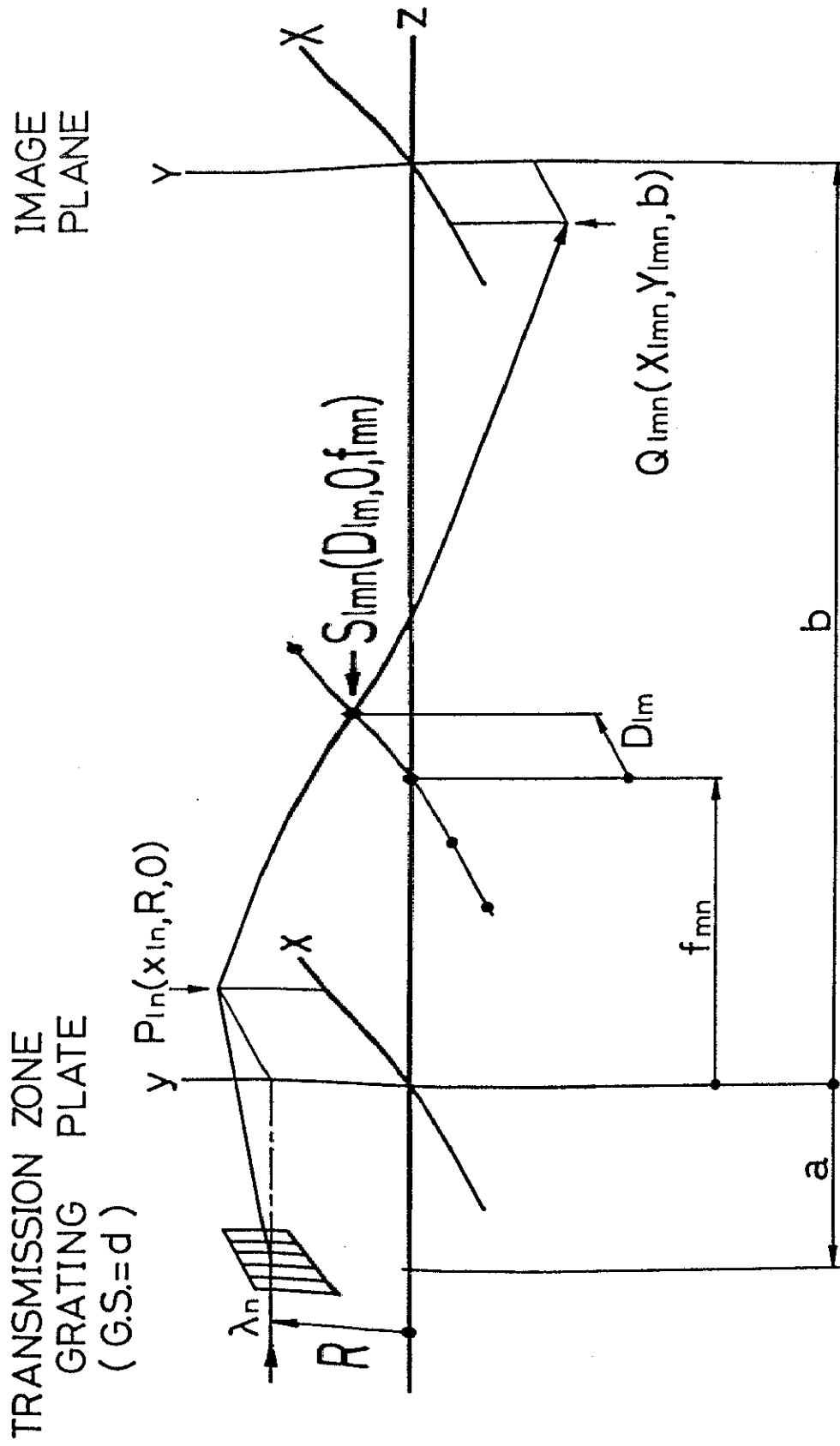


図 3 - 3. 一次元透過回折格子がアンジュレータ光で照明されるとき光線の挙動

$$X_{1m} = -\frac{\varrho}{m} \frac{r_1^2}{d} \frac{a}{b} \left\{ \frac{Y_{1m}}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a} - 1 \right) \right\}^2 + \frac{1}{4} \frac{\varrho}{m} \frac{r_1^2}{d} \frac{a}{b} \left(1 + \frac{b}{a} \right)^2$$

3-15

を得る。この方程式はどの光線も次数 ϱ , m 及び n で決まる放物線上に現われることを意味している。 m は正負の奇数であり、もし回折格子が矩形波ならば ϱ も正負の奇数となる。

§ 2. 実験

§ 1 の解析結果を確かめる実験を行なった。図 3-4 にその光学系を示す。実験装置には、第 4 章で述べる軟 X 線顕微鏡装置を用いた。ビームラインの詳細については、同章で述べる。実験におけるパラメータは、以下に示す通りである。

〔1〕 アンジュレータ光の 1 次光の波長 λ_1 : 26.6 Å (実験当時、蓄積リングの都合でアンジュレータの 1 次光の波長はこの値に固定されていた。)

従って、2 次光、3 次光、4 次光及び 5 次光の波長はそれぞれ

$\lambda_2 = 13.3 \text{ Å}$ 、 $\lambda_3 = 8.67 \text{ Å}$ 、 $\lambda_4 = 6.65 \text{ Å}$ 、 $\lambda_5 = 5.32 \text{ Å}$ である。平面偏向ミラー (plane deflection mirror) の表面は白金コートしてあり、斜入射角 2° での臨界波長は 4.7 Å なので、6 次光以上の高調波は入射しないと考えてよい。

〔2〕 対物ゾーンプレートの仕様: $r_1 = 5.0 \mu\text{m}$ 、 $N = 100$ 、直径 = $100 \mu\text{m}$

1 次光に対する 1 次焦点距離 f_{+11} : $f_{+11} = r_1^2 / \lambda_1 = 9.40 \text{ m}$

〔3〕 軸外しピンホールからフィルムまでの距離 L : 1.85 m

〔4〕 1 次光の +1 次回折による結像の倍率 M_{+11} : 195

1 次光に対する +1 次焦点距離 f_{+11} が結像条件を満足する配置になっているので $L = a + b_{+11} = \{ 2 + (M_{+11} + M_{+11}^{-1}) \} f_{+11}$ が成り立っている。

〔5〕 軸外しピンホールの直径: $20 \mu\text{m}$

この直径の値は二つの点を考慮して決めた。一番目に、1 次光の +1 次回折が作る実像 (図 3-2 における +11 real image) を 2 次光の +1 次回折による倒立投影像から分離できる大きさとする。図 3-5 に示すように、倍率の関係からピンホールの軸外れ量 R とピンホールの半径 $d/2$ が

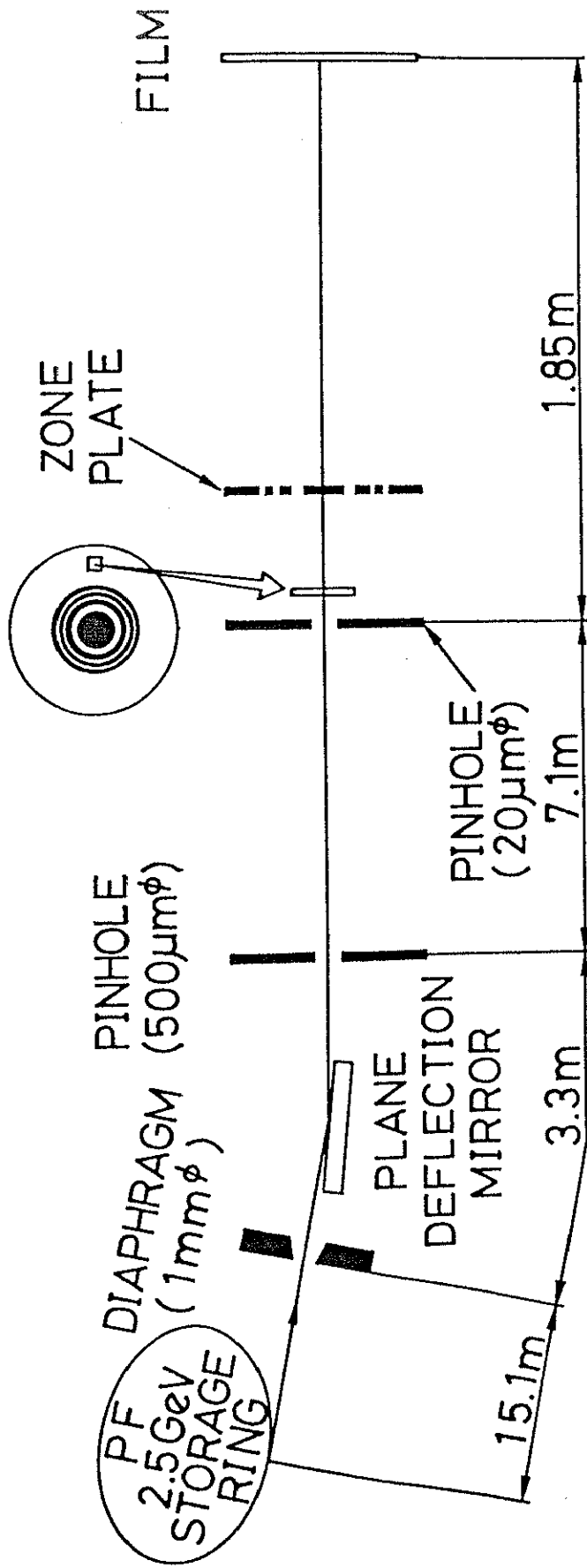


図 3-4. アンジュレータ光照明によるゾーンプレートの像形成の実験光学系

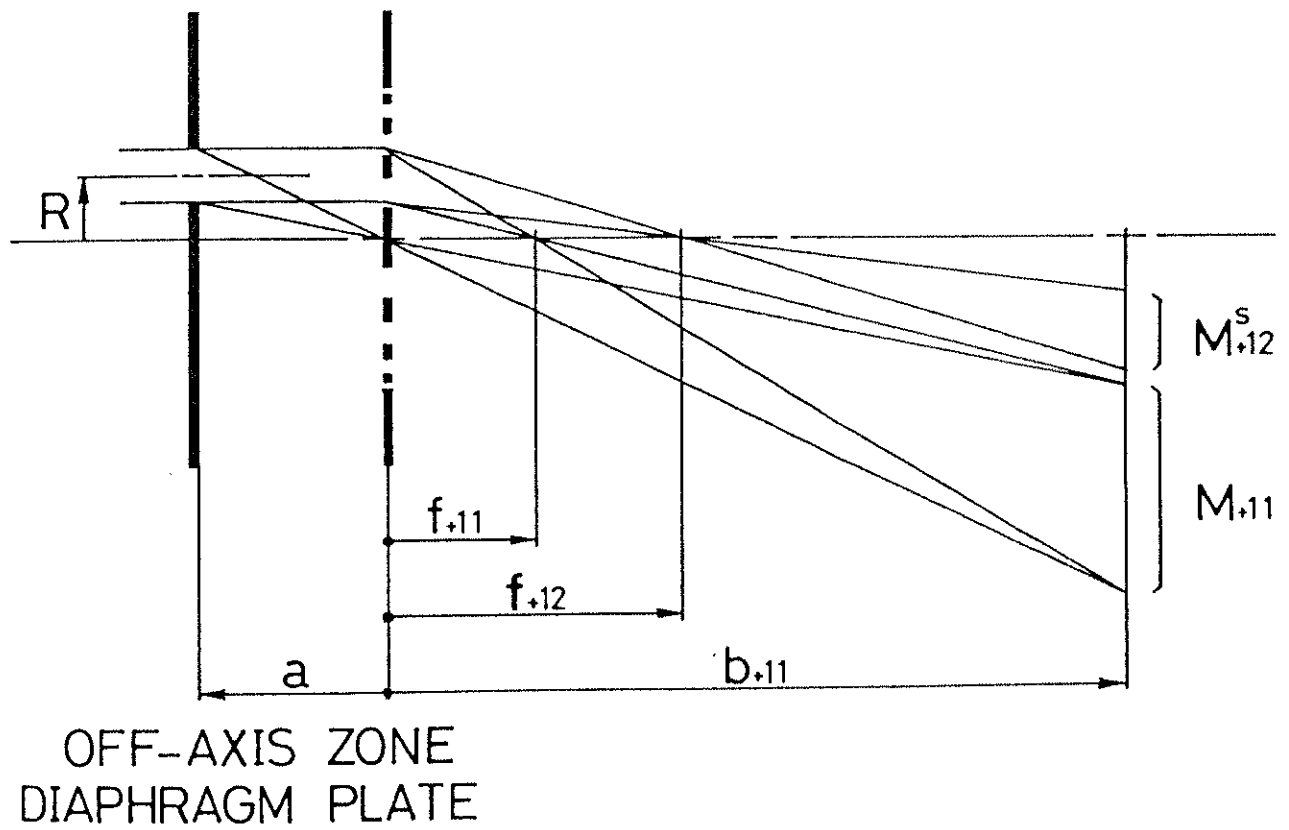


図 3 - 5. アンジュレータ 1 次光の実像 (+11 real image) と 2 次光の倒立投影像 (+12 shadow projection image) の分離

$$(R - d/2) M_{+11} \geq (R + d/2) M_{+12}^2 \quad 3-16$$

を満たしていれば2つの像は分離できる。3-9式から $M_{+12}^2 = 97$ であるから、 $R = 30 \mu\text{m}$ ならば

$$(R - d/2) M_{+11} = 3900 \mu\text{m}$$

$$(R + d/2) M_{+12}^2 = 3880 \mu\text{m}$$

となり3-16式の条件を満たす。二番目に、照明が空間的にコヒーレントとなるようにする。第2章、§3. - 2) で記述したように、PF・BL-2のアンジュレータの実効光源サイズは、 $\Sigma_x = 0.750 \text{mm}$ 、 $\Sigma_y = 0.226 \text{mm}$ である。波長 λ のインコヒーレントな光源によって空間的にコヒーレントに照明される全値角度幅 θ_{coh} はおおよそ

$$\theta_{\text{coh}} \sim (\lambda^2 / 4 \Sigma_x \Sigma_y)^{1/2} \quad 3-17$$

で与えられる³⁾。従って、 $\lambda_1 = 26.6 \text{\AA}$ に対して BL-2 のアンジュレータ光の持つ空間的なコヒーレントな全値角度幅は

$$\theta_{\text{coh}} \sim 3 \mu\text{rad} \quad 3-18$$

である。光源点からピンホールまでの距離が 25.5m なのでピンホールの直径 d が

$$d \lesssim 3 \mu\text{rad} \times 25.5 \times 10^6 \mu\text{m} \sim 80 \mu\text{m} \quad 3-19$$

ならば、ピンホールから後方は空間的にコヒーレントに照明されることになる。従って $d = 20 \mu\text{m}$ ならばこの条件は満足される。また、 $2(R + d/2) \lesssim 80 \mu\text{m}$ の条件も満たされるので、軸外しするときについても空間コヒーレンスは保証される。

〔6〕透過回折格子には軟X線顕微鏡においてコンデンサーに用いているゾーンプレートの外周部分を用いた。 $20 \mu\text{m}$ ϕ 程度の狭い視野ならばほぼ一次元回折格子とみなせる。

〔 7 〕 像の記録にはFuji Minicopyフィルムを用いた。

§ 3. 実験結果及び考察

§ 1 - 2) に対応する実験として、軸外しピンホール自身を非周期物体とみなしてゾーンプレートの像形成の様子を調べてみた。図 3 - 6 にその結果を示す。図 (a) は軸外ししていない状況を、図 (b) は直径 $20\mu\text{m}$ のピンホールを光軸から $30\mu\text{m}$ 外した状況を、図 (c) は § 2 から予想される図 (b) に対応するピンホールの像形成の様子を示す。3-8、9式に示した各次数における投影像の倍率は低次の方から

$$M^{s-11} = 197, \quad M^{s-12} = 99, \quad M^{s-13} = 66, \quad M^{s-14} = 50, \quad M^{s-15} = 40$$

$$M^{s-31} = 589, \quad M^{s-32} = 295, \quad M^{s-33} = 197, \quad M^{s-34} = 148, \quad M^{s-35} = 119$$

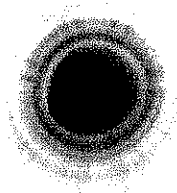
$$M^{s+11} = 195, \quad M^{s+12} = 97, \quad M^{s+13} = 64, \quad M^{s+14} = 48, \quad M^{s+15} = 38$$

$$M^{s+31} = 587, \quad M^{s+32} = 293, \quad M^{s+33} = 195, \quad M^{s+34} = 146, \quad M^{s+35} = 117$$

となる。図 (a) は、 $20\mu\text{m}$ のピンホールの上記の各倍率に対応する投影像が原点を中心に重なり合った状況である。また、図 (b) は、軸外れ量 $30\mu\text{m}$ にそれぞれ対応する倍率を掛けた分だけ縦方向に中心が平行移動したピンホールの拡大像が重なり合った状況である。図の上側が負の回折次数による正立投影像で、下側が正の回折次数による倒立投影像である。連続光成分のために隣合うピンホールの投影像の境界ははっきりとはしないが、1次光、2次光及び3次光以上の高次光によるピンホールの±1次回折の投影像は認識できる。さらに、1次光の投影像より外側に3次回折による弱い投影像も存在している。

集光ゾーンプレートの外周部を一次元透過回折格子とみなした場合のゾーンプレートによる像形成の様子を図 3 - 7 に示す。図 (a) は軸外ししていない状況を、図 (b) は直径 $20\mu\text{m}$ のピンホールを光軸から $30\mu\text{m}$ 外した状況を、図 (c) は3-14式から予測される像形成の様子を示している。(c) では各回折スポットの大きさは倍率に対応している。(a) においては、横方向に分散した各回折像が、どの次数の組合せに由来する像なのかを同定する事は不可能である。また、全ての投影像が X 軸上に分布しているので、回折格子の +11実像 (アンジュレータ光が1次光でゾーンプレートが+1次回折) は相対強度が弱すぎて検出することができない。このように ON AXISモードでは望みの実像を得ることができない。

a.



b.



c.

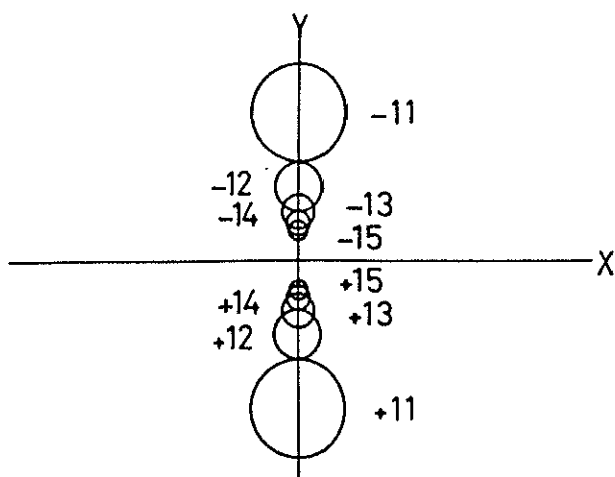


図 3 - 6. アンジュレータ照明下のピンホールの像形成

(a) on axis モード

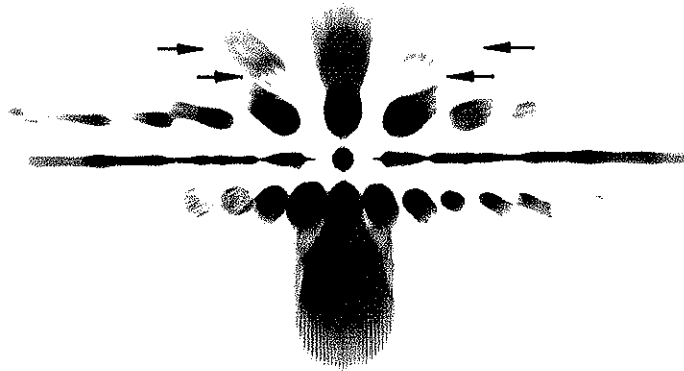
(b) 軸外ししたとき

(c) 解析による像形成: スポットの大きさは倍率に対応している。

a.



b.



c.

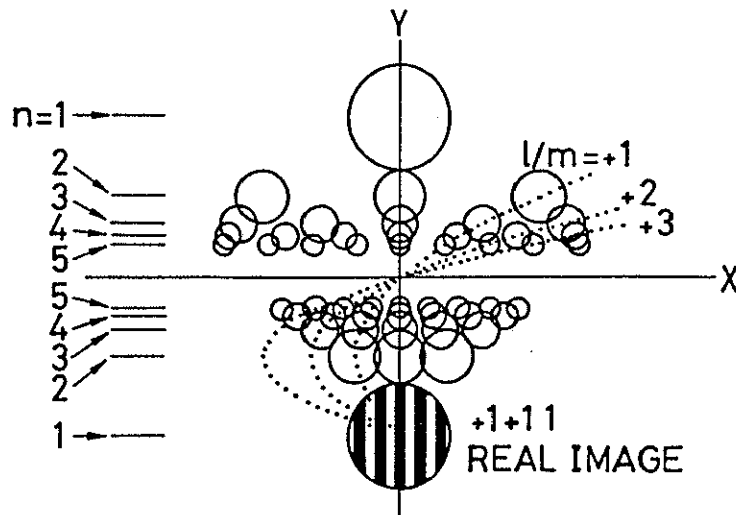


図 3 - 7. アンジュレータ光照明下の一次元透過回折格子の像形成

(a) on axis モード

(b) 軸外ししたとき

(c) 3-14式から予測される像形成: l 、 m 、 n はそれぞれ回折格子の回折次数、ゾーンプレートの回折次数、アンジュレータ光の高調波次数を表わしている。

(b) では、ピンホールを軸外しすることによって回折像が分離できている様子がわかる。また、3-15式で解析したように回折像が放物線上に乗っていることもわかる。連続光及び2次光による投影像と重なり合っていて完全には分離されてはいないが、格子定数が約 $0.7\mu\text{m}$ の回折格子の+11実像が得られている。矢印で示したように、ゾーンプレートの回折次数 m が偶数(禁制次数)のときの回折像が現われている。これは、ゾーンプレートの透明部分と不透明部分の幅が完全に1:1でないときは、偶数次回折も起こるためであると考えられる。左右間で回折像の強度と形状に差があるのは、回折格子として用いたゾーンプレートの曲率のためである。(b)と(c)を比べると実験結果と解析結果がよく一致していることがわかる。また、(b)でアンジュレータ光の1次光だけを残して他の高次光をなんらかの方法で除去できれば、望みの像である+11実像を分離することができると言える。

§ 4. 結論

本章の結論を以下の三点にまとめることができる。

①ゾーンプレートを結像素子に用いた光学系においては、高次回折は効率が低いので無視できるが、0次回折と-1次回折は無視できない。従って、これらの回折による投影像から+1次回折の実像(望みの像)だけを分離する必要がある。

単色平面波で照明する場合は、軸外しダイアフラムを用いることによって+1次回折の実像を空間的に分離することが可能である。

②アンジュレータ光照明の場合は、使用する高調波(一般には基本波:1次光)以外の高調波を除去する必要がある。

③空間周期性を持つ物体を結像する場合には、その物体の空間周期性にあった照明法を用いれば、+1次回折の実像を空間的に分離することが可能である。

References

- 1) Y. Kagoshima, S. Aoki, M. Kakuchi, H. Maezawa and M. Ando: to be published in Jpn. J. Appl. Phys. 29, No. 1 (1990).
- 2) M. Born and E. Wolf: Principles of Optics, 6th ed. (Pergamon Press, Oxford, 1986) p. 420.
- 3) A. M. Kondratenko and A. N. Skrinsky: Opt. Spectrosc. 42 (1977) 189.あるいは M. Howells and J. Kirz: in AIP Conf. Proc. 118 (1984) 85.