

## 第二章

### ワイドバンドスペクトル光源の干渉理論

#### 2.1 光干渉法

光の干渉は、光源から発せられた光波を何等かの方法により分割し、異なる経路を経て、その後に再び重ねることによって行われる。物体形状の測定には、2経路に分割した光波の一方を測定対象物に当て、もう一方の参照波と重ね合わせることによって得られる干渉縞が用いられる。こうした干渉縞を作る装置を干渉計と呼び、現在までに様々な形式の干渉計が考案されている。一般的な干渉計としては、マイケルソン干渉計、トワイマン・グリーン干渉計、フィゾー干渉計、マッハツェンダー干渉計などが挙げられる。ここでは、本研究に用いたマイケルソン干渉計について述べる。

図 2.1.1 に示すようなマイケルソン干渉計について考える。コリメータレンズ  $L_1$  の前側焦点面に絞り  $D$  を置き、これを広がりをもつ光源で照射する。そのとき、焦点面に 1 次光源を置いたと近似することができる。絞りから出た光はコリメータレンズ  $L_1$  を通過して平面波となり、ビームスプリッタ (BS) により直交する 2 方向に振幅分割される。参照面と被検面で反射された光波は再び (ビームスプリッタ) BS により結合されて干渉する。図 2.1.2 (a) のように、光路差が半波長の奇数倍のときは、波の山と谷が重なりあって互いに打ち消し暗くなる。反対に半波長の偶数倍のときは図 2.1.2 (b) に示すように山と山、谷と谷が重なりあうため、振幅が 2 倍になって明るくなる。このような現象を光の干渉という。また、このようにしてできる明暗の縞を干渉縞と呼んでいる。干渉縞のコントラス

トは時間的な、空間的なコヒーレンスで決まり、つまり光源（絞り）の大きさによって決まる。絞りの口径がゼロに近いとき、つまり点光源と見なせる場合にはコントラストが高く、口径が大きくなるにつれてコントラストが低くなる。

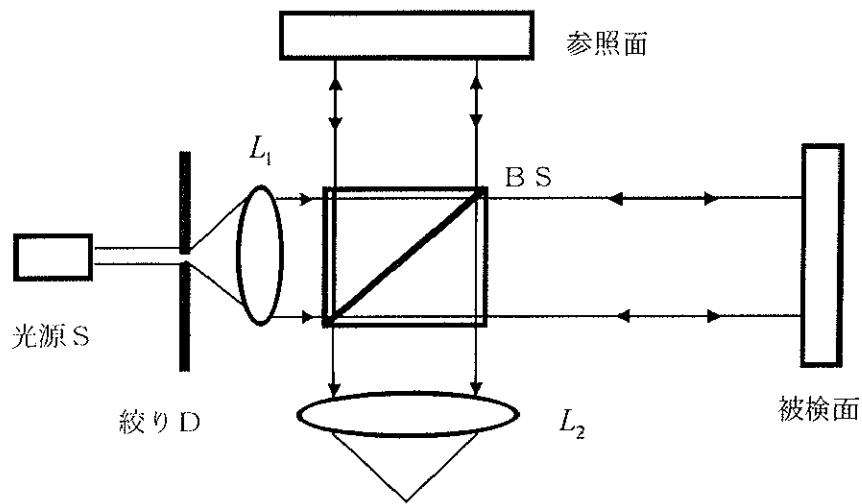


図 2.1.1 マイケルソン干渉計

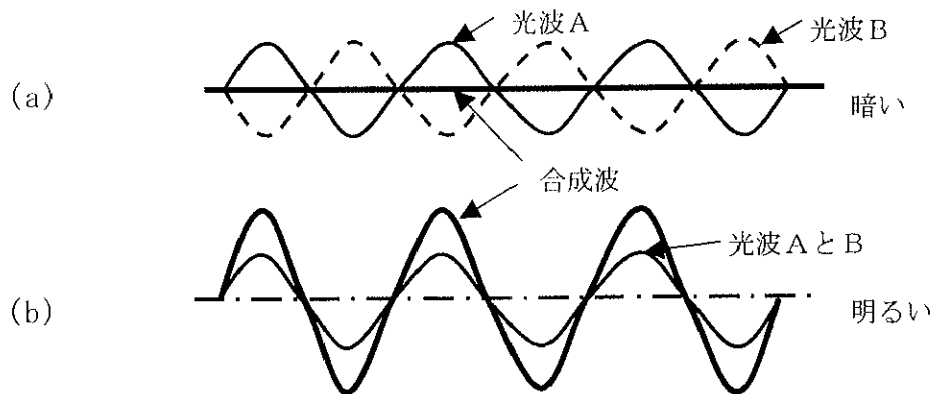


図 2.1.2 光の干渉

### 2.1.1 単波長光による干渉

単波長干渉を表現する式は、次のようになる。図 2.1.3 に示すように、空間にある 2 点 A、B を通り、C 点で交わる 2 つの平面波を考える。簡単のために、光は正弦波、2 つの光の平面波の周波数は等しいとする。座標の原点を適当にとり、AC、BC のベクトルを  $\mathbf{r}_{AC}$ 、 $\mathbf{r}_{BC}$ 、

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{AC} &= \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_A \\ \mathbf{r}_{BC} &= \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_B\end{aligned}\quad (2-1-1)$$

で表し、2 光波の波数を  $\sigma\rho_A$ 、 $\sigma\rho_B$  とする。 $\sigma$  は  $\sigma=1/\lambda$ 、 $\rho_A$ 、 $\rho_B$  は波数の伝搬スペクトルを表す。

A 点を通過して C 点に至る光波、また B 点を通過して C 点に至る波動を次のように表す。

$$u_A = A_A \exp[i(2\pi\sigma\rho_A \cdot \mathbf{r}_{AC} + \theta_A - \omega t)] + c.c. \quad (2-1-2)$$

$$u_B = A_B \exp[i(2\pi\sigma\rho_B \cdot \mathbf{r}_{BC} + \theta_B - \omega t)] + c.c. \quad (2-1-3)$$

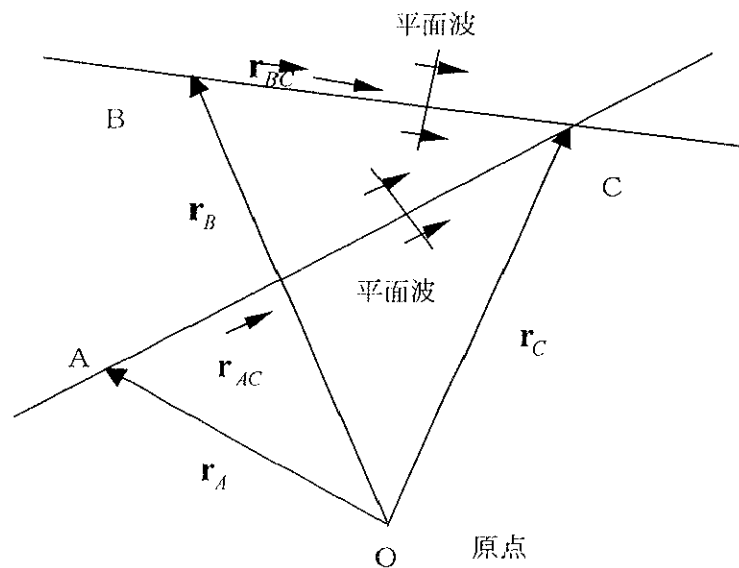


図 2.1.3 平面波の干渉

式(2-1-1)では、 $A_A, A_B$ は振幅、 $\theta_A, \theta_B$ は初期位相、 $\omega$ は角振動数、 $cc$ は共役複素数を表す。

式(2-1-1)では  $\rho_A \cdot \mathbf{r}_{AC}$  が A点と C点の距離を表し、

$$l_{AC} = \rho_A \cdot \mathbf{r}_{AC} \quad (2-1-4)$$

とすれば、(2-1-2)の位相項  $(2\pi\sigma\rho_A \cdot \mathbf{r}_{AC} + \theta_A - \omega t)$ のうち、空間に関する部分は、

$$2\pi\sigma\rho_A \cdot \mathbf{r}_{AC} = 2\pi\sigma l_{AC} = 2\pi\sigma_0 n l_{AC} \quad (2-1-5)$$

ここで、 $\sigma_0$ は真空中の光の波数、 $n$ は媒質の屈折率を表す。

式(2-1-5)では距離  $l_{AC}$ に屈折率  $n$ を掛けたもの  $n l_{AC}$ を光学的距離、または光路長と呼ぶ。式(2-1-2)は、

$$u_A = A_A \exp[i(2\pi\sigma_0 n l_{AC} + \theta_A - \omega t)] + cc. \quad (2-1-6)$$

と書ける。式(2-1-3)も同様に、次のように書ける。

$$u_B = A_B \exp[i(2\pi\sigma_0 n l_{BC} + \theta_B - \omega t)] + cc. \quad (2-1-7)$$

C点における波動の振幅は重ね合わせの原理から、2つの波動  $u_A$  と  $u_B$ の振幅の和で与えられるから、

$$\begin{aligned} u_C &= A_A \exp[i(2\pi\sigma_0 n l_{AC} + \theta_A - \omega t)] + A_B \exp[i(2\pi\sigma_0 n l_{BC} + \theta_B - \omega t)] + cc. \\ &= \{ A_A \exp[i(2\pi\sigma_0 n l_{AC} + \theta_A)] + A_B \exp[i(2\pi\sigma_0 n l_{BC} + \theta_B)] \} \cdot \exp(-i\omega t) + cc. \end{aligned} \quad (2-1-8)$$

となり、C点における光強度は次のようになる。

$$I_C = |u_C|^2$$

$$= I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B} \cos[2\pi\sigma_0 n(l_{BC} - l_{AC}) + (\theta_B - \theta_A)] \quad (2-1-9)$$

ただし、

$$I_A = |u_A|^2 \quad , \quad I_B = |u_B|^2$$

式(2-1-9)に示すように、 $C$ 点における光強度  $I_C$  は重ね合わされる2つの光波の強度和  $I_A + I_B$  ではなく、

$$2\sqrt{I_A I_B} \cos[2\pi\sigma_0 n(l_{BC} - l_{AC}) + (\theta_B - \theta_A)]$$

が付随することが分かる。この

ような現象が光の干渉である。また、式(2-1-9)での  $n(l_{BC} - l_{AC})$  を光路差と呼び、即ち光学的距離の差である。光路差の変化により、光強度は正弦的に変化し、空間的に縞模様を作る。これが干渉縞である。

波動  $u_A, u_B$ 、の初期位相が  $\theta_A, \theta_B$  のときに、干渉縞位相差を

$$\Phi = 2\pi\sigma_0 n(l_{BC} - l_{AC}) + (\theta_B - \theta_A)$$

とすれば、干渉縞の強度の最大値と最小値は、 $m$  を整数として

最大値 :  $\Phi = 2\pi m$  のとき

$$I_{MAX} = (\sqrt{I_A} + \sqrt{I_B})^2$$

最小値 :  $\Phi = (2m+1)\pi$  のとき

$$I_{MIN} = (\sqrt{I_A} - \sqrt{I_B})^2$$

となる。即ち、光路差が  $1/(2\sigma_0)$  の偶数倍のときに最大値を、奇数倍のときに最小値を与える。

簡単のため、 $I_A = I_B = 1/2$  (すなわち  $A_A = A_B$ ) とすると、(2-1-9) は

$$I_C = 1 + \cos[2\pi\sigma_0 n(l_{BC} - l_{AC}) + (\theta_B - \theta_A)] \quad (2-1-10)$$

となる。

一般的に、

$$I(l, \theta, \sigma_0) = 1 + \cos[2\pi\sigma_0 nl + \theta], \quad (2-1-11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} l &= l_{BC} - l_{AC} \\ \theta &= \theta_B - \theta_A \end{aligned}$$

のように表すことができる。

干渉法は、光のこのような特性を使い、干渉縞を目盛  $1/(2\sigma_0)$  であるような物差と考えて、計測をする方法である。

### 2.1.2 ワイドバンドスペクトル光による干渉

光源のスペクトル分布がある程度の広がりをもつ場合を考える。理想的には、光波は1点から射出して

$$u = A \exp[i(2\pi\sigma\rho \cdot \mathbf{r} + \theta - \omega t)] + c.c. \quad (2-1-12)$$

となり、振幅  $A$  が一定で無限に続く正弦波と考えられる。(2-1-12) では  $A$  が振幅、 $\sigma$  が波数、 $\rho$  が伝搬ベクトル、 $\theta$  が初期位相、 $\mathbf{r}$  が空間ベクトル、 $\omega$  が角振動数、 $c.c.$  が共役複素数を表す。しかし、実際の光波は無限に続く正弦波ではない。したがって、実効的には光波は振幅が  $1/e$  になるまでの有限な長さ  $l$  の波動と考えてよく、これを波連と呼ぶ。 $l/c_0 = \tau$  は、光波の実効的な連続時間であり、波連の寿命に相当する。1つの発光体はこの波連を放射した後、さらに励起を受けて同一振動数の次の波連を放射する。しかし、その位相は前の波動と何の関係もなくランダムである。このような発光体が無数に集まって光源を形成し、各々の発光体が出す波動間の位相もま

まったくランダムである。したがって、干渉計によって同一光源から出た波動を2分割した後、再び重ね合わせたとしてもその光路差が1を越えるとランダムな位相が重なりあうために干渉は起こらない。このことから可干渉距離は波連の長さにはほぼ等しい。

次に点光源Sが2つの波長 $\lambda_A (= 1/\sigma_A)$ および $\lambda_B (= 1/\sigma_B)$ を含む場合を考えるとこれらの干渉縞はそれぞれの周期を持って光路差がゼロの点を中心として分布し、2者の間に干渉は起こらない。このような場合、光路差ゼロの点の近傍には、鮮明度の高い干渉縞が生じる。しかし、光路差が大きくなるにしたがって鮮明度は低下する。波長が $\lambda_0$ を中心に広がりを持つ場合にも同様なことが起こり、特に波長の広がりが大きく、白色光に近い場合には光路差ゼロの点に色のつかない干渉縞が1本現れ、その位置から離れることにしたがって、干渉縞が色づくとともに鮮明度が急速に低下する。つまりワイドバンドスペクトルを用いた場合には干渉によって強め合う位置と弱め合う位置が波長によって異なる。しかし、光路差がゼロ位置ですべての波長の光が強め合うので、そのような位置で光源と同じ色の明るい干渉縞が現れ、その周囲に着色した数本の干渉縞が現れる。狭義には光路差がゼロの位置の干渉縞を、広義にはその周囲の着色した干渉縞をワイドバンドスペクトル干渉縞という。

光源に単色光を用いたマイケルソン干渉計では、発光スペクトルを $b(\sigma_0)$ とおくと、観測面の一点の干渉強度 $I$ は、(2-1-11)より

$$I(l, \theta, \sigma_0) = b(\sigma_0) \{1 + \cos(2\pi\sigma_0 n(\sigma_0)l + \theta)\} \quad (2-1-13)$$

で表される。ただし、 $b(\sigma_0)$ は光源の発光スペクトル、 $n(\sigma_0)$ は屈折率である。ワイドバンドスペクトルの干渉強度は式(2-1-13)の干渉強度を各波数成分について積分を行うことによって求められ、

$$I(l, \theta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) d\sigma + \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) \cos(2\pi n(\sigma)l + \theta) d\sigma \quad (2-1-14)$$

となる。ここで、 $\sigma_1$ は光源の最小波数、 $\sigma_2$ は最大波数を表す。

## 2.2 ワイドバンドスペクトル干渉計測

### 2.2.1 面内干渉縞と走査干渉縞

干渉縞は波面の形状差を与えるので、試料を透過または反射した光の空間位相分布を求めると、透明体の光学的な厚み分布や、反射面の表面形状を得ることができる。

図2.2.1のような二光束干渉では、前節に述べたようにワイドバンドスペクトルの干渉強度は式(2-1-13)の干渉強度を各波数成分について積分を行うことによって求めることができる。観測面の空間座標を $(x, y)$ とすると、ワイドバンドスペクトルの干渉強度は

$$\begin{aligned}
 I(x, y, \theta) &= \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) d\sigma + \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) \cos(2\pi\sigma n(\sigma)l(x, y) + \theta) d\sigma \\
 &= \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) d\sigma + \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) \cos(2\pi\sigma n(\sigma)\Phi(x, y, \theta, \sigma)) d\sigma
 \end{aligned}
 \tag{2-2-1}$$

ただし、

$$\Phi(x, y, \theta, \sigma) = l(x, y) + \frac{\theta}{2\pi\sigma n(\sigma)}$$

のように表すことができる。ここで、 $x, y$ は平面座標、 $\sigma$ は波数、 $\sigma_1$ は光源の最小波数、 $\sigma_2$ は最大波数、 $b(\sigma)$ は光源の発光スペクトル、 $n(\sigma)$ は屈折率を表す。

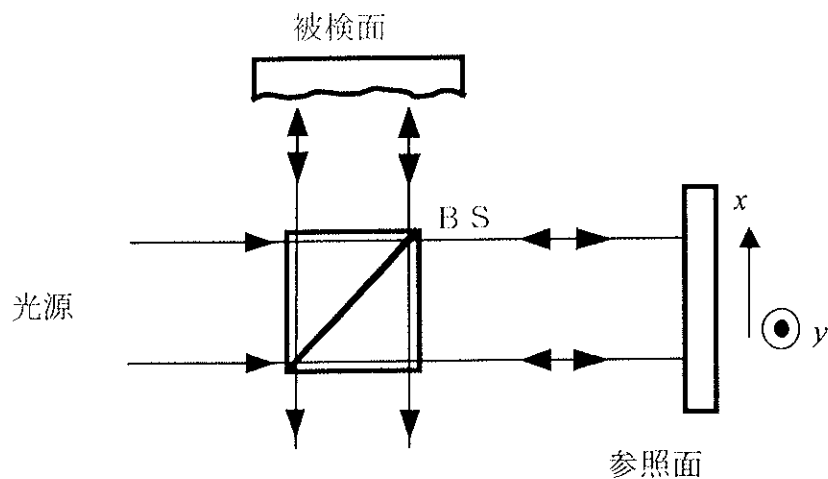


図 2. 2. 1 マイケルソン干渉計



また、図 2.2.2 のように、参照鏡が Z に沿って移動する時、単色光源を用いた二光束干渉では干渉縞の強度分布は

$$I(x, y, \theta, \sigma, \delta) = b(\sigma) \left( 1 + \cos(2\pi\sigma(n(\sigma)\Phi(x, y, \theta, \sigma) + \delta)) \right) \quad (2-2-2)$$

ただし、

$$\Phi(x, y, \theta, \sigma) = l(x, y) + \frac{\theta}{2\pi\sigma n(\sigma)}$$

のように書くことができる。ここで、 $\delta$  は参照面の移動量を表す。ワイドバンドスペクトル光源の場合、その干渉縞の強度分布は (2-2-2) 式をそのスペクトル範囲について積分し、干渉縞の強度分布は

$$I(x, y, \theta, \delta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} b(\sigma) \left[ 1 + \cos(2\pi\sigma(n(\sigma)\Phi(x, y, \theta, \sigma) + \delta)) \right] d\sigma \quad (2-2-3)$$

となる。

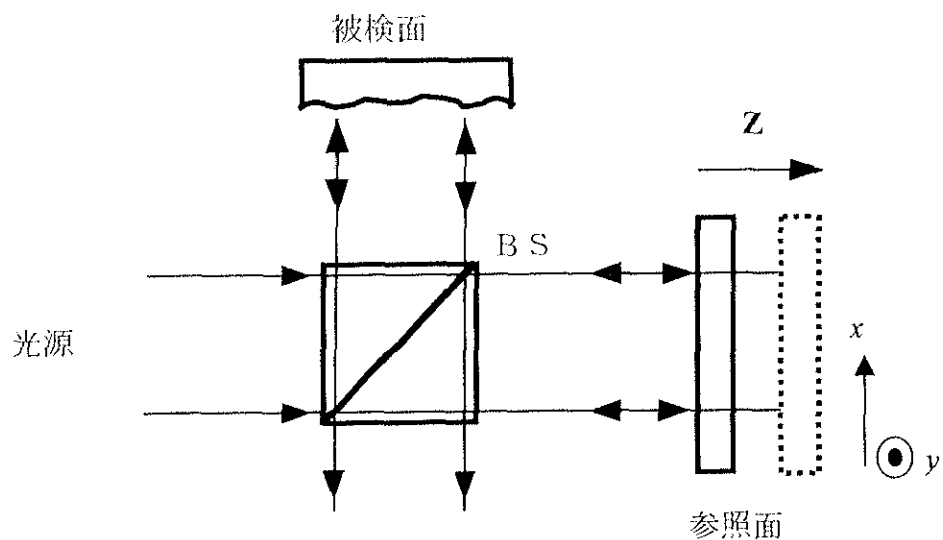


図 2.2.2 マイケルソン干渉計 (参照鏡が Z 軸に沿って移動する)

物体上のある一点  $(x_0, y_0)$  について考えると、初期位相  $\theta$  が一定で省略

することができ、光路差が

$$n(\sigma)\Phi(x_0, y_0) + \delta_0 = 0 \quad (2-2-4)$$

ただし、

$$\Phi(x_0, y_0) = l(x_0, y_0)$$

のとき、形成された干渉縞の強度が最大であり、その参照面の移動量から、

$$\Phi(x_0, y_0) = \left| \frac{\delta_0}{n(\sigma)} \right| \quad (2-2-5)$$

を用いて形状を求めることができる。

### 2.2.2 フーリエ分光

現実には  $\sigma > 0$  であり、 $\sigma$  を形式的に  $-\infty \sim +\infty$  に拡張し、発光スペクトル  $b(\sigma)$  を偶関数であると仮定し、物体上の座標の一次元についてのみ考えると、式(2-1-14)は

$$I(x, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\sigma) d\sigma + \int_{-\infty}^{\infty} b(\sigma) \cos(2\pi\sigma n(\sigma)l(x) + \theta) d\sigma \quad (2-2-6)$$

となる。式(2-2-6)では、第1項はバイアス成分で、定数であり、第2項が干渉成分を表し、干渉模様を形成する。ここで、干渉を影響する干渉成分の項だけ取り出し、

$$I(x, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\sigma) \cos(2\pi\sigma n(\sigma)l(x) + \theta) d\sigma \quad (2-2-7)$$

と定義する。  $b(\sigma)$  が偶関数であることから、式(2-2-7)を複素数で表示すると、

$$\begin{aligned} I(x, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} b(\sigma) e^{i(2\pi\sigma n(\sigma)l(x) + \theta)} d\sigma \\ &= e^{i\theta} \int_{-\infty}^{\infty} b(\sigma) e^{i2\pi\sigma n(\sigma)l(x)} d\sigma \end{aligned} \quad (2-2-8)$$

となり、これより干渉成分項は発光スペクトル  $b(\sigma)$  のフーリエ変換で与えられることが分かる。よって分光放射強度は干渉成分項の逆フーリエ変換から求めることができる。図 2.2.3 の干渉縞を逆フーリエ変換すると、図 2.2.4 のようになる。

波長によって位相のずれ  $\theta(\sigma)$  がある場合には、式(2-1-13)の干渉強度は、

$$I(l, \theta, \sigma_0) = b(\sigma_0) \{1 + \cos(2\pi\sigma_0 n(\sigma_0)l + \theta(\sigma))\} \quad (2-2-9)$$

となり、その干渉成分項の式(2-2-8)は、

$$I(x, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\sigma) e^{i2\pi\sigma n(\sigma)l(x)} e^{i\theta(\sigma)} d\sigma \quad (2-2-10)$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} \theta(\sigma) &= \theta(\sigma) & \sigma > 0 \\ \theta(-\sigma) &= -\theta(\sigma) & \sigma < 0 \end{aligned} \quad (2-2-11)$$

である。式(2-2-10)の両辺を逆フーリエ変換すると、

$$b(\sigma) e^{i\theta(\sigma)} = \int_{-\infty}^{\infty} I(x, \theta) e^{-i2\pi\sigma n(\sigma)l(x)} d\sigma \quad (2-2-12)$$

が得られ、この  $\sigma > 0$  に対する値をとって、発光スペクトル  $b(\sigma)$  は

$$b(\sigma) = e^{-i\theta(\sigma)} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, \theta) e^{-i2\pi\sigma x} dx \quad (2-2-13)$$

となる。発光スペクトル  $b(\sigma)$  は実数だから、右辺の積分の位相は  $e^{i\theta(\sigma)}$  にほかならない、すなわち、干渉計の位相は、あらかじめその知識がなくても干渉成分項の逆フーリエ変換から自動的に求められることが分かる。そして、その絶対値

$$b(\sigma) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} I(x, \theta) e^{-i2\pi\sigma x} dx \right| \quad (2-2-14)$$

が発光スペクトルを与えることになる。

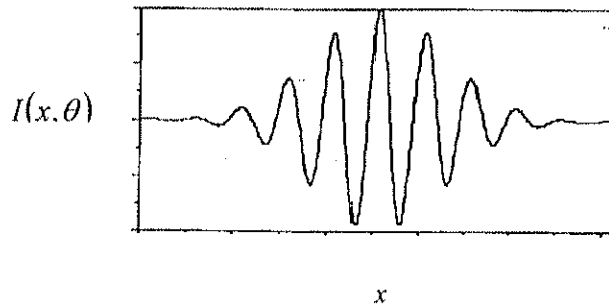


図 2.2.3 干渉縞の強度図

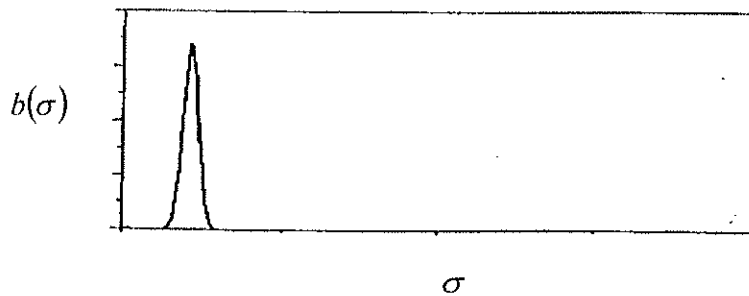


図 2.2.4 フーリエスペクトル

## 2.3 ワイドバンドスペクトル光源

光測定では、測定を行う波長域、要求される放射量の大きさ、スペクトルの性質（連続スペクトル、線スペクトル、スペクトル線幅）などによって、さまざまな光源が使われる。中でも特によく使われている、キセノンランプ、タングステンランプ、ハロゲンランプについてまとめておく。

キセノンランプには、ショートアークランプ、ロングアークランプの2種類がある。光計測に用いられるのはショートアークランプで、ここではそれに限定して述べる。キセノンショートアークランプは、紫外、可視、赤外と広い波長域に強いスペクトルを放射し、比較的太陽光に近いスペクトル分布を持っている。放射輝度が高いので、蛍光測定によく用いられる。

石英製の発光管には10気圧程度のキセノンガスが封入されている。放電によって高温のプラズマが発生し、制動放射、および、再結合放射による連続スペクトルが放射される。

キセノンショートアークランプには、30Wの小形ランプから30kWの大形ランプまで多くの種類がある。このうち、光測定に最も多く用いられているのは150Wのランプである。繰り返し周波数が100kHz程度か、それ以下のパルスで点灯できるキセノンランプもある。

水銀蒸気を混ぜた水銀キセノンランプのスペクトルは、キセノンの連続スペクトルに加えて、313, 365, 405, 436, 546, 577nmなどの水銀の線スペクトルと、水銀分子のスペクトルが重畳されている。その結果、紫外域の放射量がキセノンのみの場合に比べて増加している。

タングステンランプは、可視から近赤外域をカバーする連続スペクトル光源として、各種の光計測に広く用いられている。高温に加熱されたタングステンフィラメントからの放射を利用するもので、発光体であるタングステンフィラメントを、真空、または、不活性ガス入りのガラスバルブ内に設けた構造になっている。不活性ガスは、タングステンの蒸発を抑制するために封入される。タングステンランプの寿命はタングステンの蒸発によるフィラメントの断線、または、蒸発したタングステンによる管壁の黒化が原因で生じる光出力の低下による。したがって、タングステンランプの寿命はフィラメントの動作温度によって大きく変わる。

フィラメントの温度を上げると、タングステンランプ光出力は増加するが、寿命が極端に短くなってしまふ。これを解決するため、ランプバルブの中にヨ

ウ素や臭素などのハロゲンガスを封入したハロゲンランプが開発された。管壁の温度を $250^{\circ}\text{C}$ 以上に保っておくと、管壁に付着したタングステン原子はハロゲンガスと結合して、ハロゲン化タングステンとなり、気化する。このハロゲン化タングステン分子が高温に加熱されたフィラメント上で解離してフィラメント表面にタングステン原子を析出させる。このため、電極の消耗が抑えられる。このように、フィラメントから、蒸発したタングステン原子が、ハロゲンとの反応によりフィラメントに戻される現象をハロゲンサイクルと呼ぶ。ハロゲンランプは管壁の黒化がないので、フィラメントが断線するまで光出力の低下がない特徴がある。

タングステンランプは光出力の安定度が高い特徴があるが、その反面、効率が悪く熱の発生が問題となる場合がある。外管バルブの内面に透光性の赤外線反射膜を設けて、フィラメントから放射される赤外線をふたたびフィラメントに戻すことにより効率を向上させる技術が開発された。透光性の赤外線反射膜としては、 $\text{TiO}_2$ と $\text{SiO}_2$ 、あるいは、 $\text{Ta}_2\text{O}_5$ と $\text{SiO}_2$ などの多層干渉膜が使用される。

タングステンランプは、放射輝度、放射照度の標準光源として広く用いられている。標準光源の寿命は、短いものは100時間程度しかないので、副標準を製作し、測定にはこれを用いる。