5 結論

フーリエ変換では不連続点や微分不可能な点を持つ信号を効率的に扱うことは困難であり，また信号の時間軸上に局在する構造を周波数領域においてその位置が特定できないという点も指摘されている．これらの問題を克服するために，ウェーブレット級数やスプライン関数系などが注目を浴びているが，いずれも対象信号に対してどの関数を用いるかという枠組みが提供されていないという問題がある．よって本研究では，

- 時間軸上に局在する信号の構造を捕らえることができ，かつ
- 不連続信号や特異点を持つ信号を効率良く記述することが可能

という特性を有するフルーエンシ関数系と呼ばれる区分多項式に注目し，計算機実装を前提とした実用的近似手法の提案した．本章ではまとめとして，本研究における成果と今後の課題について述べる．

5.1 本研究における成果

以下に本研究における成果をまとめる．

5.1.1 サポートの打ち切りから生じる誤差の評価

無限区間で定義されているフルーエンシ関数系を計算機上に実装するにあたってそのサポートを有限区間としなくてはならないことを考慮し，サポートを打ち切った場合に生じる近似誤差を理論的に検証した．文献[18]においてすでに導出されているD/A関数の上界，および本研究で導出したA/D関数の上界を用いて，近似誤差の上界をフルーエンシ関数のサポートの幅（打ち切り幅）の関数として導いた．この関係式を用いることで，所望の打ち切り誤差に応じてサポート幅を決定することが可能となった．この結果から，近似精度を保つためには高次クラスのフルーエンシ関数ほどサポート幅を大きくとる必要があることが明らかとなった．具体的には，打ち切り誤差を $-100\,[dB]$ に押さえるために，$m = 2, 4, 7$ でそれぞれ，

- $m = 2$ のとき，$703.3\,[\mu sec]$
- $m = 4$ のとき，$1135.0\,[\mu sec]$
- $m = 7$ のとき，$2020.3\,[\mu sec]$

のサポート幅が必要となることをしめした．

5.1.2 離散フルーエンシ関数の提案

フルーエンシ関数のサポートを打ち切り，かつ時間方向に離散化した場合，双直交な関数の形状が理論値から大きく異なる．そこで，本研究では文献[21]で新たに導出されたコンパクトなD/A関数に注目し，これと双直交性が保証されるよう所望のサポート幅を持つ離散化されたA/D関数を新たに定義した．本研究ではこの新たに定義した離散化されたA/D・D/A関数をそれぞれダウサンプリング・アップサンプリング基底ベクトルと呼び，総称してフルーエンシベクトルと呼ぶ．この新たに定義したフルーエンシベクトルを実データに適用し，従来の理想ローパスフィルタを用いるレート変換法と比較した．この結果，従来法が全ての離散データに対して必ずしも最適な近似を行わないことが明らかとなった．また，最適な近似を行うフルーエンシベクトルのクラスは単一ではなく，時間とともに変化していることが確認された．対象信号の局所的性質に応じて複数クラスのフルーエンシベクトルの中から適切なものを選択することで近似精度を改善できることを示した．

5.1.3 区分多項式に基づく未知離散データのための最適クラス決定法の提案

フルーエンシ理論では対象信号の属するクラスを特定することで，信号を効率よく記述でき，また変換に要する演算量を削減できる．よって多項式信号空間 ${}^mS$ のいずれか1つに属していると仮定した信号 $x(t)$ を時刻 $t_j = jh' : (j = 0, 1, 2 \cdots)$ で離散化した $x(t_j)$ から，$x(t)$ の属す空間を特定する手法を提案した．クラス決定尺度を離散信号に対して定義し，その有効性を検証した．この結果，離散系におけるクラス決定尺度は特異点を含まない信号に対してその有効性が確認された．またクラス $m = 3$，$m = 4$ のフルーエンシベクトルはほとんど近似精度に差異がないことが判明した．離散系におけるクラス決定尺度の有効性を確認した上で，これに基づいたクラスの特定法を提案した．本手法を微分可能性が既知である信号に適用した結果，クラスに変化のある境界部分が特異点の候補となることが判明した．実データに対しても本手法を適用した．クラス $m = 1$ から3のフルーエンシベクトルで近似した結果のうち，最も原波形との誤差が少ない近似結果を選択し，これに対して本手法によって検出された特異点の候補を取り除いたところ，高周波成分を多く含まない信号に対しては，クラス $m = 3$ 単一クラスで近似した結果とほぼ同等のSN比が得られた．クラス m 以上の のフルーエンシベクトルは特異点を含まない ${}^mS$ に属する信号を完全に近似できる．よって適用したフルーエンシベクトルのうち最も高次クラスの近似結果と同等のSN比が得られたということは，特異点の抽出に成功していると考えられる．一方離散化幅に対して変化が著しい場合，クラスの特定が難しく，特異点の位置を抽出することが困難となる．結論としては，離散系においてはサンプリング幅 h は対象信号の離散化幅 h' より小さくすることは出来ないため，h' を十分小さくすれば，本手法による離散信号の属するクラスの特定法は有効であるといえる．

5.2 今後の課題

本研究では離散信号の属するクラスを特定する手法について提案したが，得られたクラスに基づいた近似手法については様々な課題が残されている．

まず対象信号の属するクラスに変化があった場合，境界部分をどう取り扱うかが問題となる．境界部分でノイズが生じないよう接合しなくてはならないためローパスフィルタリングのような後処理が必要になると考えられる．また特異点候補に対しては，その可能性を付加情報として与え，展開結果を考慮して係数値を変化させるというような処理も必要になると思われる．いずれの場合も，境界部分においては，各クラスのダウンサンプリング基底ベクトルによって得られた展開係数をオーバーラップして与える必要があるので，適用するフルーエンシベクトルを変化させる単位についても検討する必要がある．切り替

える単位が細かすぎると，利用するフルーエンシベクトルの全クラスに対する係数値が必要となることも考えられ，圧縮などの用途には不向きとなるためである．クラスを切り替える単位については固定にするか，あるいは可変にするかという選択肢もある．音声データなどでは固定単位で切り替えると，この周期がノイズとなって現れることがあるため，フルーエンシベクトルを切り替える単位は用途に応じて検討する必要がある．

以上を検討した上で，特定したクラスに基づき近似を行う一貫したシステムを構築し，楽音，音声，画像，そして脳波等を取り扱う医療分野に応用することを考えている．方式としては，要求されている処理速度に応じてソフトウェアのみならず，ハードウェアとしての実現も検討している．