第５章　考察

Radon変換の逆問題において、その数学的に厳密な解法であるFourier変換法で、それを実際の計算機で行なうアルゴリズムにするときに、同じ線形計算であるのに様々な問題が生じた。まずは、Fourier変換法をそのままアルゴリズムにして行なう方法と、二次元逆Fourier変換を極座標系に直してからアルゴリズムにして行なうフィルタ補正逆投影法で、数学的には等価であるが、そのままアルゴリズムにした場合は、極座標から直交座標に補間計算を行なう必要があり、その精度によって画像にアーティファクトが生じてしまう。それに対して、フィルタ補正逆投影法では、そのような補間計算を必要とせず、いたって良好な画像を安定に得ることができる。さらに、フィルタ補正逆投影法におけるフィルタリング演算と逆投影演算の２つの線形演算を入れ替えて行なう逆投影後フィルタリング法は、変動成分がない場合であれば、線形演算を入れ替えただけであるので、フィルタ補正逆投影法と全く同じ画像を得ることができるが、投影データ自身に含まれる変動成分と計算過程で混入する数値的な誤差による変動成分が混入すると、その両者が相互に関係し合って線形演算であったものが、非線形的な振る舞いを示す。この場合は、計算精度を悪くするとフィルタ補正逆投影法に比べて、逆投影後フィルタリング法で再構成した画像の評価値が極端に悪くなっている。これは、フィルタリング演算と逆投影演算が変動成分に対して異なった振る舞いを示すことに起因している。フィルタ補正逆投影法では、まず、フィルタリング演算で変動成分の割合が大きくなり、ここで混入する変動成分にあまり影響を受けず、その後の逆投影演算で変動成分の割合が小さくなる。一方、逆投影後フィルタリング法では、まず、逆投影によって変動成分の割合が小さくなるため、ここで混入する変動成分の影響を受けやすくなり、その後のフィルタリング演算でさらに変動成分の割合が大きくなる。このため、逆投影後フィルタリング法は、計算精度に非常に敏感になる。幸いにも我々が一般に用いている画像再構成の方法は、比較的変動成分に強い、フィルタ補正逆投影法なので上に示すような心配はないが、今後、三次元の画像再構成問題などでフィルタリング演算と逆投影演算を議論する際には、演算の順序にも注意をはらうべきである。このように、理論上は全く同じものであっても、計算機で行なう場合では、演算の方法や順序、さらに変動成分の伝播の仕方に、十分注意をはらってアルゴリズムを作成しなければならないことが分かる。

ＳＰＥＣＴの画像再構成問題では、被写体の減衰係数が一様で、かつ被写体の輪郭が既知であるという仮定のもとで、減衰項を含むRadon変換の逆問題と等価になる。今回、それを数学的に厳密に解いた画像再構成法を用いて、その厳密解を実際のアルゴリズムにする際の問題点と実用的に用いる際に生じる問題点について検討した。まず、実際のアルゴリズムをつくる際に、減衰補正の計算において安定に計算が行なえるようにFourier合成の式を変形して正の次数のみで計算を行うようにした。

数値シミュレーションにおいて、従来提案されている５つの方法で再構成した画像と、この厳密解を用いた方法で再構成した画像を比較しているが、これを見て分かるように、筆者が提案している厳密解を用いた方法は非常に良い結果が出ている。また、実際のＳＰＥＣＴ装置を

用いた定量性を調べる実験においては、この方法で再構成した画像の定量性は、たいへん良い値を示している。定量性ファントム(1)では、ＲＩの量を等しくして場所における定量性の評価を行なっているが、減衰補正を行なわないと中心部では25%近くも値が低くなっているのに対し、今回の方法では、すべての値が相対的に2%以内におさまっていることから、画像の位置による定量性はきわめてよいことが分かる。定量性ファントム(2)では、ＲＩの量を変えて定量性の評価を行なっているが、今回の方法で再構成した画像のＲＩに対する相対カウント値のグラフにおいて、そのグラフ上の点が原点を通る直線上によくのっていることから、ＲＩの量が変わったときでも定量性に優れていることが分かる。また、この方法は、Fourier変換やFourier級数展開など、現在の計算機で高速で安定に計算できるような関数しか用いていないので、これらの計算をＦＦＴを用いて行なうと、その計算処理時間は、我々の研究室にあるワークステーションHP7000シリーズを用いて、約５秒であり、Ｘ線ＣＴの画像再構成法（フィルタ補正逆投影法）の約1.2倍で行うことができる。このように、今回提案する方法は、実用性を備えた方法であるといえる。

次に、ＳＰＥＣＴの画像再構成問題を、減衰項を含むRadon変換の逆問題に定式化する際に仮定した被写体の輪郭が既知であるという仮定において、被写体が凸体である場合、ＳＰＥＣＴの投影データから自動的に被写体の輪郭を求め、それを補正する方法を提案した。とくに、被写体分布を求めてから、その輪郭を補正する方法の改良によって、輪郭の補正によるアーティファクトが軽減されており、計算時間も以前我々が行なっていた方法よりも数倍速くなっている。一般にＳＰＥＣＴで計測する人体の頭部や胸部、さらに腹部などの場合、被写体は凸体であるといえるので、この方法は、実際の場合に何の支障もなく用いることができる。また、この方法を用いて、被写体の輪郭を自動的に補正することができるので、この方法と今回提案する画像再構成法を併用することによって、さらに実用性を高めることが可能である。

ＳＰＥＣＴのような放射線を用いる人体計測の場合、その放射線が人体に及ぼす影響が問題になってくる。そこで、人体に投与するラジオアイソトープの量は、なるべく少なくすることが望ましく、実際の計測データにおいては１つの検出器あたりのγ線のカウント値は平均して数十カウントと、非常に少なく統計ノイズの多いデータとならざるおえない。そこで、γ線のtotal countが極端に少ない投影データから再構成を行なった結果、そこにリング状のアーティファクトが発生した。角度方向のFourier合成が原因であるとつきとめ、Fourier合成の高次の項の値を滑らかに落としていくことによって、このアーティファクトを軽減することができた。これによって、total countの極端に少ない投影データからでも、アーティファクトがほとんどない画像を安定に再構成することが可能となった。このように、同じ計算を行なっても、ノイズの量によってアーティファクトが現われてくる場合もあり、このようなことにも注意が必要であると考えられる。

今回提案する画像再構成法は、減衰項を含むRadon変換の逆問題を厳密に解いた解にもとづいているので、被写体の減衰係数は一様と仮定している。実際の計測対象である人体では、正確には減衰係数は一様ではないが、この仮定のもとでも人体の頭部の場合では、減衰係数が異な

る部分が頭蓋骨のみであり、その他の部分はほとんど一様とみなしてよく、さらに、頭蓋骨は頭部のまわりにほぼ一定な厚さで分布しているので、再構成した画像に頭蓋骨の減衰係数の違いによる歪みはほとんど見られず、非常に良好な画像が得られる。しかし、さらにその影響を取り除くために頭蓋骨の減衰係数をあらかじめ補正しておいてから、今回提案する厳密解の方法で再構成を試みた。頭蓋骨の補正を行なわなくても、再構成した画像の評価値はもともと良い値を示しているが、この補正を行なうとさらに良い値を示す。しかし、この方法では、頭蓋骨の厚さを、透過型ＣＴなど、何らかの方法であらかじめ求めておく必要があり、確かに再構成した画像の評価値は良くなっているが、その差はわずかであるので、頭部において、頭蓋骨の減衰係数の補正を行なう必要性は、それほど高くないように思われる。これに対して、胸部の心筋を計測する場合は、そのまわりに様々な組織があり、それに対する減衰係数の値もそれぞれ異なっていて、また、それらの組織にもラジオアイソトープが分布している状況で投影データが計測されるため、被写体の減衰係数を一様として再構成すると、その画像における定量性が悪くなる。数値シミュレーションにおいても、心筋の部分で最大26%の定量性の誤差が確認されている。これを、被写体の減衰係数分布が既知であるという仮定のもとで、減衰係数が不均一な場合の近似的な補正法を導いた。この方法を用いて減衰係数の不均一性を補正してから厳密解の方法で再構成した画像においては、心筋の部分では定量性の誤差が3% 以内におさまっている。この方法は、近似的な方法であるため、心筋以外の部分では、各組織の減衰係数の不均一性が完全には補正されておらず、それによるアーティファクトが残っている。しかし、心筋における定量性の向上は、きわめて著しいものであり、この点を考えるとこの方法は実用的にも利用価値があると思われる。また、この方法では、被写体の減衰係数分布が既知であると仮定しているので、透過型ＣＴなどを用いて、あらかじめ被写体の減衰係数分布を測定しておくことが必要である。人体の頭部の場合と異なって、この場合は、被写体の減衰係数を一様として再構成した画像の定量性が非常に悪いので、被写体の減衰係数分布をあらかじめ測定しなければならなくても、それを補正することによって再構成した画像の定量性が飛躍的に向上するので、頭部の場合に比べて、意義のあるものと考えられる。

逆問題の議論では、問題が完全であるか、あるいは不完全であるかがしばしば論じられるが、これらの場合、完全あるいは不完全と云った言葉は、問題を解くための条件が完備しているかの意味において用いられている。ここでは、画像再構成という典型的なRadon変換の逆問題において、画像分布を表す関数、あるいはそのフーリエ変換関数が解析関数であることが、この問題を解くための条件として用いられるかを中心として論じてきた。純粋な数学的議論では、このような条件は比較的当然のごとく成立しているものとして用いられることが多い。しかしながら、このような条件は、例えばデータの非負性や、投影関数の低次モーメントに対する保存則などの他の条件の示す実用性と比較してきわめて問題があることが認められるのである。この問題は、具体的には実際の測定データの精度、再構成画像の空間及び濃度分解能などと関連しているのみならず、さらには医用画像においては、臨床上の診断能と関係して論じられねばならない性質のものである。

解析的であるとすることは、局所的な情報が大域的な情報のすべてを決定することを意味し、その意味ではきわめて拘束力の強い条件であるということができる。そのため、例えば第４章第２節の３で示した如く制限角度投影再構成問題において、被写体分布の有限サポートの条件を仮定できれば、被写体を表す関数が解析的であることを用いて、いくらでも微小な連続的に分布する角度範囲の投影データより厳密な再構成を可能とする。したがって、純粋な数学的問題としては、サイノグラムの角度方向のきわめて僅かな範囲の領域のデータでも、完全なものと呼ぶことができ、従来いわれている被写体をめぐるすべての角度方向の完全データは途方もなく冗長なものと言っても差し支えないことになる。このような場合の再構成画像は、一般の計算機シミュレーションなどで用いられる常識的な範囲の精度を持った良いデータの場合では、ある程度のもっともらしい画質のものを提供する。しかしながら、このような方法を用いて、例えば臨床で用いられるＣＴにおいて、通常の半分程の角度範囲のデータから画像再構成が可能であるかについて自信をもって肯定できる研究者はいないであろう。この意味では実用的には、制限角度投影再構成は不完全投影再構成問題と呼ぶことの方が正当であるということになる。

このように画像再構成の問題において、完全あるいは不完全の議論が画像の質に関する主観的価値判断が関連していることが問題を複雑にしていると思われるのである。しかし、どのような方法を用いようと、具体的に数式による表現として再構成像が与えられるか否かについての条件に関する基本的な議論は再構成の具体的方法以前の問題であり、解法とは無関係に存在する。このため、これについての結論は如何なる再構成法を用いるかとは関係なく決定されるはずである。したがって、例えば制限角度再構成問題を考えるならば、欠落した角度範囲の投影データに対応したフーリエ領域の空白な領域のデータは、他のアプリオリ情報がなければ、局所的な情報から全領域の情報を構成することを保証する解析性に基づく条件などを用いなければ如何にしても埋めることが出来ないとすることについての考えは、どの様な立場に立つ研究者であろうと共通に認めることができるものではないだろうか。このため、条件が不足する不完全投影再構成問題でも解を得ることが出来ると主張する如何なる方法であっても、その中に解析的であるとする条件の如く、不足する条件を補うような強力な操作が含まれなければ、これを完全投影再構成問題として解に到達することは本質的に不可能であると考えることが自然であろう。すると、問題は解析的であるとする条件が、実際にはどの程度利用が可能であるかということに帰結すると思われる。

この解析的であるとする条件は、実空間において行なったシミュレーションの結果からも分かるように、変動成分に敏感であり、変動成分が混入することによってその条件の信頼性は悪くなる。一般に実空間における画像関数は、局所的な情報のみで大域的な情報のすべてを決定することはできないので、解析的であるとはいえない。しかし、その画像関数は、一般に有限サポートの条件を満足しているので、そのFourier変換関数の解析性は保証される。そこで、Fourier空間で直接データが取られるＭＲＩへの適用を考えた。ＭＲＩでは、画像関数のFourier変換関数がフィルタリングされた形で計測されると考えられるので、関数の解析性をより有効に用いることができると思われる。実際にシミュレーションした結果において、ノイズ

がなく十分な精度で計算した場合では、関数の解析性を利用して理論どおりに非常に微小な領域からでも仮定した画像を正確に再現されることができる。理論上は、差分を行なう幅を小さくするほど、導関数は正確に求めることができるが、その際必要とされる計算精度は、差分の幅を小さくするほど、高い計算精度が要求される。それに加えて、導関数を高次まで計算するほど、高い計算精度が要求される。このシミュレーションでは、階差式によって求めた微係数をTaylor展開の式に代入して、Fourier変換関数を求めているので、その解像度の限界は微係数の次数によって決められる。５０桁精度において0.001刻みで１４次まで導関数を求めた場合、画像領域の25万分の1という微小領域から再構成を行なっていることになり、さらに、１６次までは発散せずに計算されている。それ以上の次数まで計算すると、その画像は発散してしまう。計算の精度を下げると、高次の導関数を発散させずに求めるためには、差分を求める際の刻み幅を大きくする必要があり、また、それに応じて導関数の次数にも限界が出てくる。１５桁程度の精度である倍精度の場合においては、５０桁精度に比べて100倍程の刻み幅を用いることによって、１４次まで計算でき、５０桁精度と同程度の画像を得ることができた。

変動成分が混入した場合は、その変動成分の大きさにも依存してくる。変動成分の大きさが比較的小さいときは、変動成分の分散の値が、計算における有効桁数とほぼ一致する。変動成分の分散が10^{-10}程度であるとき、計算における有効桁数が１０桁の場合に相当し、0.1刻みでは約１０次まで発散しないで再構成されている。変動成分の分散が大きくなると、その影響を軽減させるために、変動成分の大きさにしたがって刻み幅を大きく取らなければならない。通常用いられている撮像条件の変動成分の分散の大きさに相当する10^{-4}の場合、刻み幅を0.6程度にすると約１０次まで発散しないで再構成することができ、その場合、約20%のデータ削減が可能であった。また、Sheppのファントムを用いて分散が10^{-4}程度の変動成分が混入した場合でも、約15% 程度のデータの削減が可能であった。このように、通常用いられているＭＲＩの撮像条件のもとでも、15%～20%程度のデータの削減が可能であると思われる。

ＭＲＩの場合は、通常のＸ線ＣＴなどの場合と異なり、Fourier変換関数がフィルタリングされて得られるため、解析性の条件がより有効になるものと考えられる。