

## 第1章 序論

1895年にレントゲンがX線を発見して以来、医学における画像データの重要性が年々高まってきた。X線の発見で、それまで開いて見ることはできなかった人間の内部の構造が、投影という形で見るのが可能となった。これによって、医学診断の分野に画像という新しい道具が生まれることになる。X線による投影写真は、内部構造をX線が透過した影であり、その方向のX線の減衰の和という形でしか像をとらえることができない。そのため、画像のコントラストはあまり良いものではなく、とくに頭のように骨で覆われた部分の内部の様子は、はっきりとは見ることはできなかった。そのようなこともあって、投影像ではなく、断層像を見たいという要望が高まっていった。その最初の試みは、X線源とX線の検出器を同時に逆方向に動かして、ある特定の面に焦点をつくり、ほかの面をぼかしてしまうことで断層像を得ようとするmotion tomographyであった。しかし、この画像のコントラスト分解能は投影像の場合とあまり変わらないものであった。

そして、1972年にイギリスのEMI社から医学診断用のX線CT装置が発表された。これは、計算機を用いて断層像を得るもので、画像のコントラストもよく、とくに頭の中の様子も非常に良く見ることができ、当時としてはたいへん画期的なことであった。それと同時にHounsfieldらによって、論文[1]が発表されている。この装置におけるX線の計測データから断層像をつくる画像再構成の数学的原理を紐といてみると、1917年のJ.Radonという数学者の論文[2]にまでさかのぼることになる。Radonは、“二次元あるいは三次元物体はその投影データの無限集合から一意的に再生することができる。”ということを実験的に証明した。これにちなんで二次元あるいは三次元物体の投影をとる線積分の変換のことをRadon変換と呼んでいる。その後、1963年に、A.M.CormackがあらためてRadon変換の数学的な解法[3]を発表し、それと同時にその医学応用を示唆した。後に、その研究が認められCormackはノーベル賞を受賞している。このようにして、1972年のX線CTの商用機の発表につながっていく。当時のこのような機器で用いられていた画像再構成法は、繰り返しの計算によって徐々に画像をつくっていく逐次近似法であったが、これは間もなく数学的に厳密な解法であるFourier変換法の発見により、それにとってかわられた。この医用画像処理の技術は、常にその時代の最先端技術が用いられ、計測技術として著しい発展をとげてきた。

この方面の研究は、生体内に注入したラジオアイソトープ(RI)からの放射線を外部から計測して、これらの体内での分布を調べようとする、いわゆる核医学といわれる分野でわずかながら行なわれていた。そして、このX線CTの技術は、核医学画像の放射線CTなどの分野にもそのまま利用された。またその技術は、非侵襲性を極限にまで改善したNMR(Nuclear Magnetic Resonance:核磁気共鳴)の技術と結合し、MRI(Magnetic Resonance Imaging:磁気共鳴映像法)と呼ばれる新たな医学診断用映像法を創り出した。

X線やMRIは主として形態学的特徴を観測するのに用いられているが、これに対して、 $\gamma$ 線を人体内部から発生させる核医学画像は、ラジオアイソトープを薬品に標識させることによ

て臓器の生理学的、あるいは生化学的な機能を診断するのに適している。また、核医学画像においてCT技術を用いたものを放射型CTと呼んでいる。放射型CTには、SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography : 単光子放射型CT) とPET (Positron Emission Tomography : 陽電子放出型CT) とがある。

PETは、空間分解能が比較的良好、また $\gamma$ 線の減衰補正が容易に行えるのでその再構成像は定量性に優れている。さらに、利用できる核種には $^{11}\text{C}$ や $^{18}\text{F}$ などがあり、特にブドウ糖に $^{18}\text{F}$ を標識して脳の代謝などを見る機能画像の研究が盛んに行われている。ただ、それらの核種は半減期が非常に短いため、病院内にサイクロトロンの設置が必要となる。最近ではベビーサイクロトロンの開発が盛んに行われているが、装置全体が大がかりなものになるので、研究段階から臨床段階に移ることがなかなかできない。

一方、SPECTでは核種には、 $^{99\text{m}}\text{Tc}$ や $^{123}\text{I}$ などがありPETで用いる核種に比べてその半減期は比較的良好、核医学診断に適している。しかし、PETに比べると空間分解能と定量性が劣るといわれている。空間分解能は、最近の三角コリメータを用いた装置ではPETと同程度の空間分解能を得ることができている。定量性が劣ってしまう大きな原因は、減衰補正が困難なためである。これはソフトウェアの面で解決すべきことであり、以前からいろいろな再構成の方法が提案されている。よって、簡便なSPECTで自己減衰補正効果が有効に行われれば、定量性がよくなりその意義は大きいものとなる。

減衰補正は非常に難しい問題で、近似という方法で研究されている。Jaszczakら[4]とMoore[5]は、その文献の中でこの問題に触れている。数学的に問題を単純にするためよく用いられる仮定は、線源を含む被写体が典型的に水のような一様な減衰係数をもつということである。この仮定によって、SPECTの画像再構成の問題は、減衰項を含むRadon変換の逆問題と等価になる。この仮定をもとにして、一般的なフィルタ補正逆投影法に改良を加えたものが提案されている。Genna[6]、KayとKeyes[7]、とKeyesら[8]は反対側の投影データとの算術平均を、Sorenson[9]、Budingerら[10]-[12]、とBurdine[13]は、反対側の投影データとの幾何平均を用いて画像再構成する方法(前補正法)を提案している。また、Chang[14][15]は、フィルタ補正逆投影法で再構成した画像に補正を加える方法(後補正法)を提案している。さらに、TretiakとDelaney[16]とTanaka[17][18]は指数荷重した投影データや指数荷重逆投影を用いて画像再構成する方法を提案している。別のアプローチに、既知の一様な減衰係数を仮定し繰り返しの再構成アルゴリズムで行う方法がある。Waltersら[19]とSoussalineら[20]は、一般的なフィルタ補正逆投影、重み因数と再投影の繰り返しを使ってこのアプローチを行っていて、Budingerら[21]は、線形最小二乗法から得た反復を行っている。また、Sheppら[22]は最尤推定法から得た反復を行っており、Millerら[23]-[25]はEMアルゴリズムを用いて最尤推定法で反復を行っている。近年では、この逐次近似の方法にエントロピーという概念を導入した最大エントロピー法(Maximum Entropy Method : MEM) [26]や、確率のベイズの法則を用いた方法[27]-[30]が、さかんに議論されている。このように、減衰補正の問題は厳密に解くことが難しく、現在においても様々な議論がなされている。

また、これとは別にRadon変換の逆問題において、通常必要とされるものよりもはるかに少ないデータからこの問題を解くことを目的とする、いわゆる不完全投影再構成問題が、近年しばしば論じられるようになった。この逆Radon変換における不完全問題の問題提起は、1973年に、Inouye[31]とPeres[32]による、投影関数の角度方向成分の欠落がある場合の制限角度投影再構成問題に始まり、その後、1983年には、Medoff[33]によって、投影関数の動径方向の成分の一部が欠落した制限領域投影再構成問題が提起された。その後、これらの問題を解く種々の方法が提案されている。Lentら[34], Youla[35]やSezanら[36]は、Fourier空間において取られていないデータを内挿することによってつくり、再構成する方法を提案している。Inouye[37]は、制限角度投影再構成問題において、投影関数の直交展開を用いた方法を提案している。さらに、Hermanら[38]は二次の最適化を行なう確率的な方法で、再構成問題を位置づけている。Clarkら[39]は、サンプリング定理を拡張した方法を、また、Sheppら[40]はアフィン変換を用いた方法を提唱している。そのほかに、Bregman[41]やGubinら[42]は、逐次近似の方法を用いて、不完全問題を解いている。

しかし、これらの方法を用いて具体的な画像再構成を行なった結果は、いずれの場合においても実用的な手法としてこれらのアルゴリズムが全く問題なく使用可能であることを保証しているとは言いがたいことも事実である。さらに、これらの問題は、数学的にいっても非常に興味のある問題でもあるため、工学の問題とはかけ離れた純粋な数学の問題としても様々な方法で解かれている。

このような逆Radon変換における不完全問題では、問題を解くための条件を認めることについて多くの相互矛盾があるように感じられる。とくに、それらについて最も共通に存在する問題点は、画像を表す関数やそのFourier変換関数が、数学的にいって解析的(analytic)であるとすることの正当性についてである。

本論文では、実用的な仮定のもとで数学的に厳密に解かれたSPECTの画像再構成法[43][44]について、その実際のアルゴリズムを提案し、この方法の実用上の種々の問題点について検討した結果と、不完全投影再構成問題において関数の解析性を利用した方法を中心として再構成問題を検討した結果を報告する。

第2章ではX線CTに代表される一般的なRadon変換の逆問題について、その数学的に厳密な解法と、それを実際のアルゴリズムにするときの問題点について説明する。第3章では実用的な仮定のもとで、SPECTの画像再構成法の基本となる減衰項を含むRadon変換の逆問題について、種々の方法と本研究で提案する厳密解の方法のアルゴリズムについて説明し、提案する方法の有効性について計算機シミュレーションを行なった結果と、実用上の種々の問題点について検討した結果を報告する。第4章では、不完全投影再構成問題の相当する逆Radon変換の不完全問題について関数の解析性がどの程度利用できるかについて検討した結果を述べ、その磁気共鳴映像法への応用について検討した結果を報告する。

## 参考文献

- [1] G.N.Hounsfield : Computerized transverse axial scanning, Brit. J. Radial., 46, pp.1016–1022 (1973)
- [2] J.Radon : Uber die Bestimmung von Funktionen durch ihre Intergralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten, Ber. Verh. Sachs Akad. Wiss. 69, pp.262–271 (1917)
- [3] A.M.Cormack : Representasion of a Function by Its Line Integrals, with Some Radiological Applications, J. Appl. Phys., 34, pp.2722–2727 (1963)
- [4] R.J.Jaszczak, R.E.Coleman, and C.B.Lim : SPECT : Single Photon Emission Computed Tomography, IEEE Trans. Nucl. Sci., Vol.NS–27, No.3, pp.1137–1153 (1980)
- [5] S.C.Moore : Attenuation Compensation, in: Computed Emission Tomography, (P.J.Ell and B.L.Holman, editors), Oxford University Press, Ch.11 (1982)
- [6] S.Genna : Analytical Methods in Whole–Body Counting, in : Clinical Uses of Whole–Body
- [7] D.B.Kay and J.W.Keyes, Jr. : First order correction for absorption and resolution compensation in radionuclide fourier tomography, J. Nuclear Medicine, Proceedings of 22nd Annual Meeting, Vol.16, No.6, pp.540–541 (1975)
- [8] J.W.Keyes, Jr., N.Orlandea, W.J.Heetderks, P.F.Leonard, and W.L.Rogers : The Humogotron -- A Scintillation Camera Trasaxial Tomography, J. Nuclear Medicine, 18, pp.381–387 (1874)
- [9] J.A.Sorenson : Quantitative measurment of radioactivity in vivo by whole–body counting. In : Hine GJ, Sorenson JA, eds. Instrumentation in nuclear medicine, Vol.2, New York : Academic Press, pp.311–348 (1974)
- [10] T.F.Budinger, G.T.Gullberg : Transverse section reconstruction of gamma–ray emitting radionuclides in patients. In : Ter–Pogossian MM, Phelps ME, Brownell GL, eds. Reconstruction tomography in diagnostic radiology and nuclear medicine, Baltimore : University Park Press, pp.315–342 (1977)
- [11] T.F.Budinger, S.E.Derenzo, G.T.Gullberg et al : Emission computer assisted tomography with single–photon and positron annihilation photon emitters, J. Comput. Assist. Tomogr. 1, pp.131–145 (1977)
- [12] G.T.Gullberg and T.F.Budinger : The use of filtering methods to compensate for constant attenuation in single–photon emission computed tomography, IEEE Trans. Biomedical Eng., BME–28, pp.142–157 (1981)

- [13] R.J.Jazczak, P.H.Murphy, D.Huard, and J.A.Burdine : Radionuclide Emission Computed Tomography of the  $^{99m}\text{Tc}$  and a Scintillation Camera, *J. Nuclear Medicine*, Vol.18, pp.373–380 (1977)
- [14] L.T.Chang : A method for attenuation correction in radionuclide computed tomography, *IEEE Trans. on Nuclear Science*, NS-25, pp.638–643 (1978)
- [15] L.T.Chang : Attenuation correction and incomplete projection in single photon emission axial tomography, *IEEE Trans. on Nuclear Science*, NS-26, pp.2780–2789 (1978)
- [16] O.J.Tretiak and P.Delany : the exponential convolution algorithm for emission axial tomography. In : Brill AB, Price PR, McClain WJ, Landay MW, eds, *Information processing in medical imaging*, Nashvill : Biomedical Computing Technology Information Center, pp.266–289 (1978)
- [17] E.Tanaka : Quantitative image reconstruction with weighted backprojection for single photon emission tomography, *J. Comput. Assist. Tomogr.*, No.7, pp.692–700 (1983)
- [18] E.Tanaka, H.Toyama and H.Murayama : Convolutional image reconstruction for quantitative single photon emission computed tomography, *Phys. Med. Biol.*, Vol.29, No.12, pp.1489–1500 (1984)
- [19] T.E.Walters, W.Simon, D.A.Chesler, and J.A.Correia : Attenuation Correction in Gamma Emission Computed Tomography, *J. Computer Assisted Tomography*, Vol.5, pp.89–94 (1981)
- [20] F.P.Soussaline, A.Cao, G.L.Coq, C.Raynaud, C.Kellershohn : An analytical approach to single photon emission computed tomography with the attenuation effect, *Eur. J. Nucl. Med.*, Vol.7, pp.487–493 (1982)
- [21] T.F.Budinger and G.T.Gullberg : Three-dimensional reconstruction in nuclear medicine emission imaging, *IEEE Trans. on Nuclear Science*, NS-21, No.3, pp.2–20 (1974)
- [22] L.A.Shepp and Y.Vardi : Maximum Likelihood reconstruction for emission tomography, *IEEE Trans. Med.*, MI-1, No.2 (1982)
- [23] M.I.Miller, D.L.Snyder, and T.R.Miller : Maximum Likelihood reconstruction for single-photon emission computed-tomography, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-32, No.1 (1985)
- [24] E.S.Chornoboy, C.J.Chen, M.I.Miller, T.R.Miller and D.L.Snyder : An evaluation of maximum likelihood reconstruction for SPECT, *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol.9, pp.99–110 (1990)

- [25] C.S.Butler and M.I.Miller : Maximum *A Posteriori* Estimation for SPECT Using Regularization Techniques on Massively Parallel Computers, IEEE Trans. Med. Imag., vol.12, pp.84–89 (1993)
- [26] G.T.Herman : The application of maximum entropy and Bayesian optimization methods to image reconstruction from projections, Maximun–Entropy and Baysian Methods in Inverse Probremns, C.R.Smith and W.T.Grandy, Jr., Eds. Dodrecht: Reidel, pp.319–338 (1985)
- [27] S.Geman and D.E.McClure : Bayesian image analysis: An application to single photon emission tomography, Proc. Statist. Comput. Sect., Washington, DC: American Statistical Association, pp.12–18 (1985)
- [28] Z.Liang, R.Jaszczak and K.Greer : On Bayesian image reconstruction from projections: Uniform and nonuniform *a priori* source information, IEEE Trans. Med. Imaging, vol.8, pp.227–235 (1989)
- [29] P.J.Green : Bayesian reconstruction from emission tomography data using a modified EM algorithm, IEEE trans. Med. Imaging, vol.9, pp.84–93 (1990)
- [30] J.Nunez and J.Llacer : A fast Bayesian reconstruction algorithm for emission tomography with entropy prior converging to feasible images, IEEE Trans. Med. Imaging, vol.9, pp.159–171 (1990)
- [31] T.Inouye : Image reconstruction with limited angle projection data, IEEE Tras. Nucl. Sci., NS–26, 2, pp.2666–2669 (1979)
- [32] A.Peres : Tomographic reconstruction from limited angular data, J. Comput. Assis. Tomogr., 3, 6, pp.800–803 (1979)
- [33] B.P.Medoff, W.R.Brody, M.Nassi and A.Macovski : Iterative convolution backprojection algorithm for image reconstruction from limited data, J. Opt. Soc. Am., 73, 11, pp.1493–1500 (1983)
- [34] A.Lent and H.Tuy : An iterative method for the extrapolation of bandlimited functions, J. Math. Anal. Appl., vol.83, pp.544–565 (1981)
- [35] D.C.Youla and H.Webb : Image reconstruction by the method of projections onto convex sets – Part I , IEEE Tras. Med. Imaging, MI–1, pp.81–94 (1982)
- [36] M.I.Sezan and H.Stark : Image restoration by the method of convex projections: Part II , IEEE Trans. Med. Imaging, MI–1, pp.95–101 (1982)
- [37] T.Inouye : Image reconstruction with limited view angle projections, IEEE in Proc. Int. Workshop on Phys. and Eng. in Med. Imaging, Pacific Grove, CA, pp.165–168 (1982)

- [38] G.T.Herman and A.Lent : Quadratic optimization for image reconstruction - I, Comput. Graphics Image Processing, vol.5, pp.319-332 (1976)
- [39] J.J.Clark, M.R.Palmer and P.D.Lawrence : A transformation method for the reconstruction of functions from nonuniformly spaced samples, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, ASSP-33 (1985)
- [40] J.A.Reeds and L.A.Shepp : Limited angle reconstruction in tomography via squashing, IEEE Trans. Med. Imaging, MI-6, pp.89-97 (1987)
- [41] L.M.Bregman : Finding the common point of convex sets by the method of successive projections, Dokl. Akad. Nauk USSR, vol.162, no.3, pp.487-490 (1965)
- [42] L.G.Gubin, B.T.Polyak and E.V.Raik : The method of projections for finding the common point of convex sets, USSR Comput. Math. Math. Phys., vol.7, no.6, pp.1-24 (1967)
- [43] T.Inouye, K.Kose, A.Hasegawa : Image reconstruction algorithm for single-photon-emission computed tomography with uniform attenuation, Phys. Med. Biol., Vol.3, No.3, pp.299-304 (1989)
- [44] T.Inouye, K.Kose, T.Hayashi : Image reconstruction algorithm for single photon emission computed tomography with suppressed noise and artifacts, Proceedings of the 1989 international symposium on noise and clutter rejection in radars and imaging sensors, pp.186-189 (1989)