

第3章 跳水時発生音の特性とその予測手法

本章では、副ダムを有する跳水式減勢工を対象として、規模の異なる模型における発生音の測定を行い、水理学的条件、幾何学的条件と発生音の音響出力、周波数特性の関係を把握し、減勢工における音の発生メカニズムについて考察する。また、これらの結果をもとに、模型実験から実機における発生音を予測する手法を検討し、前章の実機測定結果を用いてその検証を行う。

3.1 模型実験の概要

実験では相似則や縮尺効果の検討を目的として、幾何学的に相似で大きさの異なる4種類の模型を用いた。最も小さい模型の概要を図-3.1に示す。なお、模型は、減勢工部分のみ再現した抽出模型とした。各模型の大きさは、最も小さい模型（モデル1）を基準として、それぞれ2倍（モデル2）、3倍（モデル3）および4倍（モデル4）となっている。ただし、現象の2次元性を仮定し、厚さ方向の寸法は全模型とも20cmとした。

前章で述べた実機に対して、これらの模型は、それぞれ1/48、1/24、1/16、1/12の縮尺模型に相当する。ただし、模型は流入水脈の幅と減勢工の幅が等しいのに対して、実機は流入水脈の幅より減勢工の幅が大きくなっている（図-2.1）。

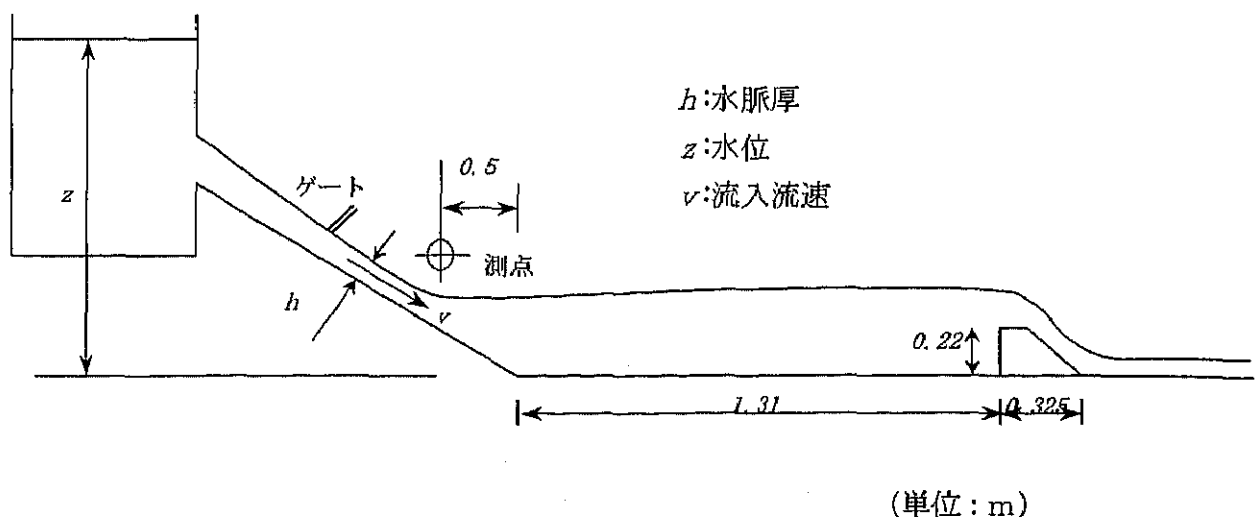


図-3.1 実験模型の概要

放流条件は表-3.1 に示したとおりである。各模型について3ケースの実験を行ったが、これらは各縮尺模型の水理条件がフルード相似となるように設定されている。なお、跳水の形態や流れの特性は跳水前の流入フルード数によって異なるが、今回実験を行った放流条件におけるフルード数は7～9程度であり、通常減勢工設計の目標とされる安定した「定常跳水」と呼ばれる状態となっている¹⁾。

表-3.1 実験条件(模型規模の比較)

模型の 大きさ n	流入条件				
	水脈厚 h cm	流量 Q l/s	流速 v m/s	フルード数 Fr	実験 No.
1.0	2.33	20.1	4.31	9.0	1-1
	2.14	15.7	3.67	8.0	1-2
	1.87	11.9	3.18	7.4	1-3
2.0	4.76	54.6	5.74	8.4	2-1
	4.36	45.0	5.16	7.9	2-2
	3.65	33.8	4.63	7.7	2-3
3.0	6.84	100.4	7.34	9.0	3-1
	6.30	82.6	6.56	8.3	3-2
	5.63	62.1	5.52	7.4	3-3
4.0	9.76	156	7.99	8.2	4-1
	9.09	128.4	7.06	7.5	4-2
	7.48	94.5	6.32	7.4	4-3

表-3.2 実験条件(流況比較)

模型の 大きさ n	流入条件				
	水脈厚 h cm	流量 Q l/s	流速 v m/s	フルード数 Fr	実験 No.
3.0	5.38	101.54	9.44	13.0	3-4
	5.13	90.94	8.86	12.5	3-5
	4.85	78.74	8.12	11.8	3-6
	4.70	72.28	7.69	11.3	3-7
	4.46	61.78	6.93	10.5	3-8
	4.20	50.62	6.02	9.4	3-9
	3.97	40.48	5.10	8.2	3-10
	3.74	30.86	4.12	6.8	3-11
	3.48	19.46	2.80	4.8	3-12

また、モデル3については、水理条件と発生音の関係を検討することを目的として表-3.2に示すようにフルード数を段階的に変化させた場合の実験を行った。

音の測定位置は、図-3.1に示すように跳水始端部の直上とした。また、音源位置を特定することを目的として、モデル2を用いて測定位置を徐々に遠ざけて測定音圧の減少傾向を把握した。

測定には、1～1000Hzの間での平坦特性 SPL を持つ低周波音レベル計を用いた。記録した出力はサンプルレート 2000Hz で AD 変換し、音圧実効値を求めるとともに、FFT 解析を行い、パワースペクトルを求めた。

また、同一の放流量をバイパス水路で流してポンプ運転音等の暗騒音測定を行い、実験結果から差し引いた。

3.2 音の発生位置

はじめに、音の発生位置を特定するために行った実験結果について述べる。モデル2を用いて跳水始端付近から副ダム直下の間で連続的に音圧レベルの測定を行った測定結果および測定時の水面形を図-3.2に示す。この放流条件は表-3.1における実験 No. 2-1 である。音圧レベルは、跳水始端部で最大を示し、流下方向に向かって低下する傾向を示した。最大音圧レベルが記録された跳水始端部に幅方向に分布する線音源があるとすれば各地点の音圧レベルは次式で与えられる。

$$L = L_w - 10 \log r - 8 \quad (3-1)$$

L : 測定音圧レベル, L_w : 音源の音響出力

r : 音源と測点の距離

ここで、始端部直上の測定値 $L = 96 \text{ dB}$ および測定位置から音源までの距離 $r = 0.6 \text{ m}$ を用いて音源の音響出力を求めると $L_w = 102 \text{ dB}$ となる。これを式(3-1)に代入すれば任意の測点の音圧レベルを計算することができる。すなわち、跳水始端部から距離 r 離れた測点における音圧レベルは次式で与えられることになる。

$$L = 94 - 10 \log r \quad (3-2)$$

式(3-2)から計算される音圧レベルを図-3.2中に実線で示したが、これはほぼ測定値に一致している。したがって、跳水音においては始端部からの発生音が支配的であり、これが線音源となっていることが考えられる。

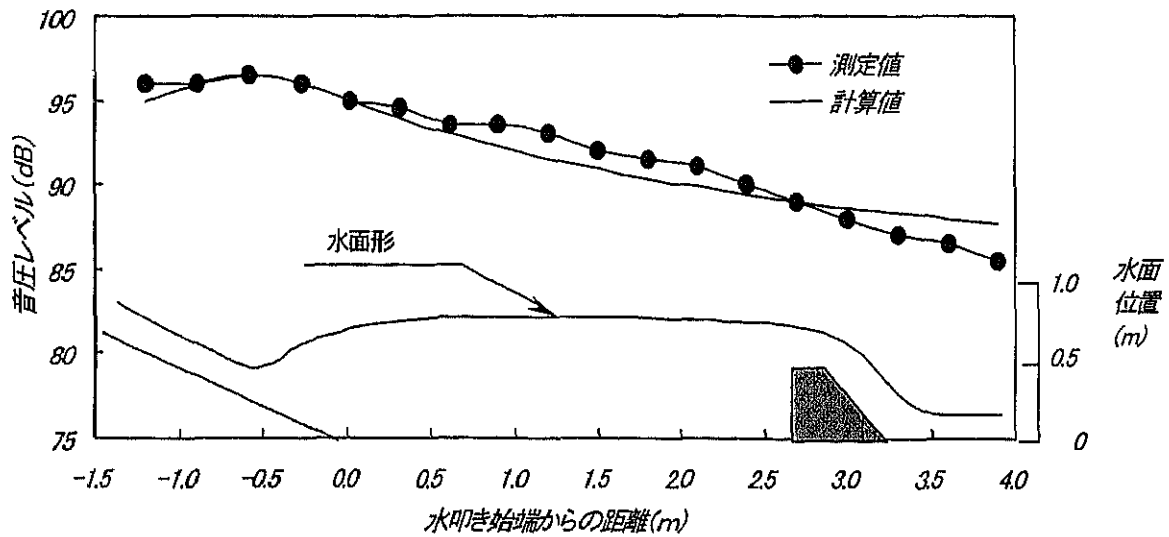


図-3.2 測定位置と水面形・音圧レベルの関係

3.3 発生音の音響出力

3.3.1 水理的なエネルギーと音響出力の関係

減勢工では、跳水時あるいは水脈の着水時に生じる大きな乱れによって、その運動エネルギーや位置エネルギーの一部が、渦や音、最終的には熱に変換されることによって、減勢効果を生じると考えられる。したがって、跳水時あるいは着水時の発生音のエネルギーすなわち音響出力は流入水脈の運動エネルギーや流速に大きく依存するものと考えられる^{2), 3), 4)}。

前述の実験結果から推定されるように跳水の始端部を線音源とみなせば、測点1での音圧実効値から音源の単位長さ当たりの出力は次式で求めることができる。

$$w = 2\pi r I = 2\pi r \frac{p^2}{\rho_a c_a} \quad (3-3)$$

w : 単位幅当たり出力 [w/m] , I : 音の強さ [w/m^2]

p : 音圧実効値 [Pa] , r : 音源と測点の距離 [m]

ρ_a : 空気の密度 [kg/m^3] , c_a : 空気中の音速 [m/s]

一方、単位時間単位幅当たりの流入エネルギーフラックスは次式で与えられる。

$$e = \frac{\rho_w q v^2}{2} \quad (3-4)$$

e : 単位幅単位時間当たり流入エネルギー [$J/s/m$]

q : 単位幅流量 [$m^3/s/m$]、 v : 流入流速 [m/s]

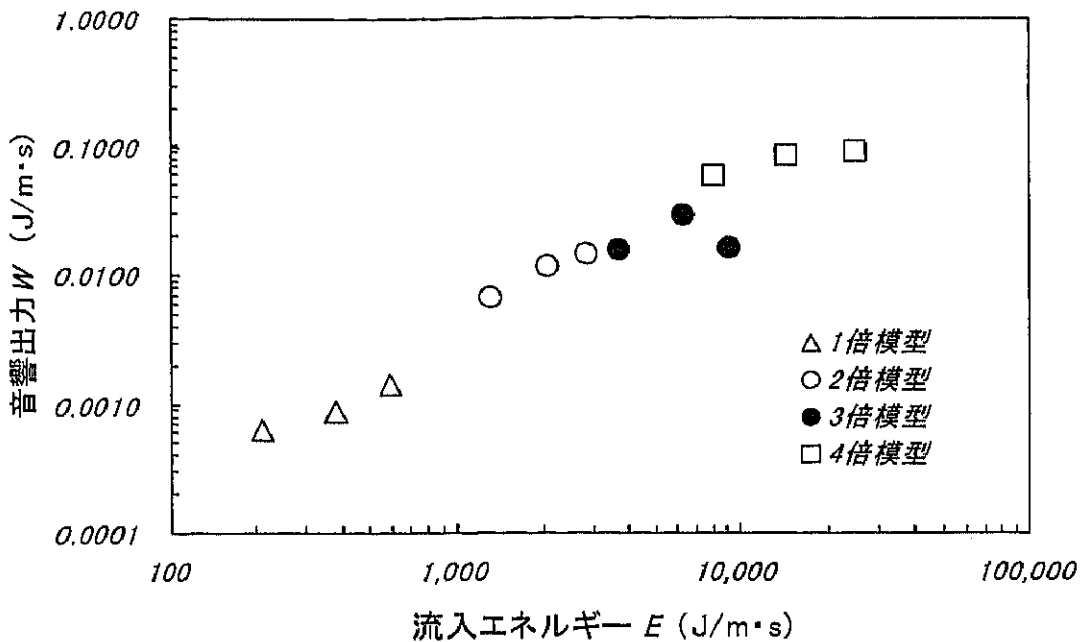


図-3.3 測定音の音響出力と流入エネルギーの関係

図-3.3 に、表-3.1 に示した各実験ケースにおける音響エネルギーと流入エネルギーフラックスの関係を示した。この図によれば、全般を通じて音響エネルギーと流入エネルギーフラックスは一定の比例関係を持っていることがわかる。前章におけると同様、ここでも流入エネルギーと音源の音響出力の比をとって、跳水時における流れのエネルギーから音のエネルギーへの変換効率を見ることにする。

$$\alpha = \frac{W}{E} \quad (3-5)$$

図-3.4 に、この変換効率 α と模型規模の関係を示した。これによれば、幾何学的に相似な模型を用い、放流条件をフルード相似とすれば変換効率 α は模型規模によらず、ほぼ一定の値を持つことがわかる。

通常、フルード相似とすれば模型における減勢状況は実機と相似となり、結果としてエネルギーの減衰率が変わらないことが水理模型実験の前提となっている。音の発生は跳水によって水脈の持つ水理的なエネルギーの一端が変換されたものである。したがって、模型の規模によらず、変換効率が一定に保たれていることは、音の発生メカニズムも模型規模によって変化せず、 α が普遍量であることを示している。

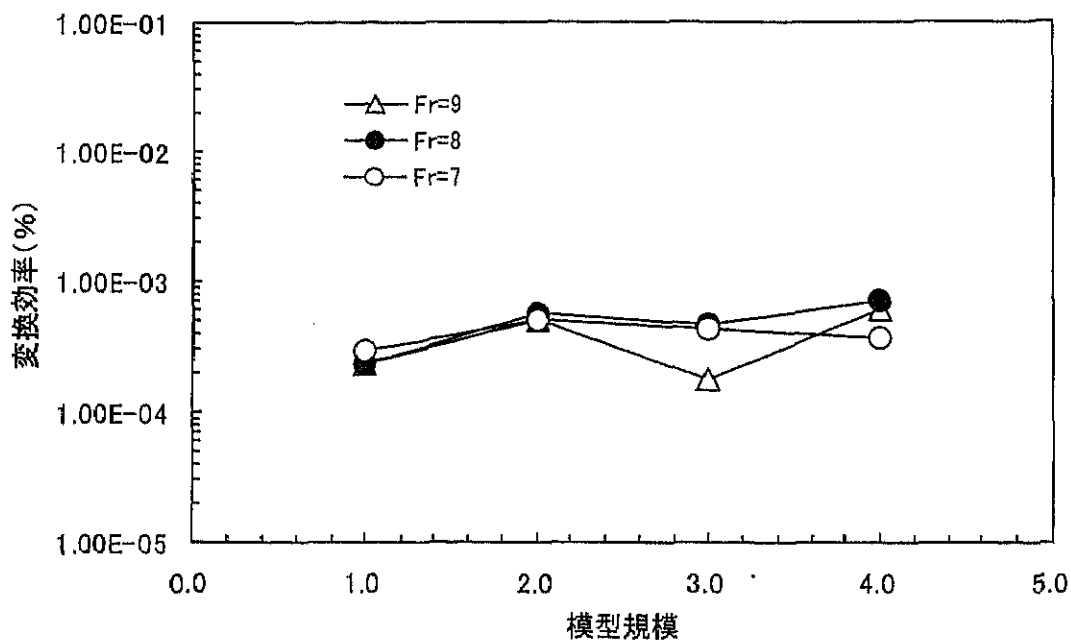


図-3.4 模型規模と変換効率の関係

3.3.2 変換効率とフルード数の関係

次に流況すなわちフルード数を変化させた場合の変換効率の変化について、模型実験と実機における測定値の比較を行う。図-3.5 は跳水式減勢工について模型実験および実機の変換効率を比較したものである。ただし、流入フルード数を算出する際の水脈厚さにはゲート下流における空気混入や摩擦損失による水脈の変化は考慮されていない。

図によればフルード数の増加とともに変換効率が低減する傾向は一致しているが、模型実験値ではやや低減傾向が緩やかである。これは、実機においては流入幅と減勢工幅が異なっているため、模型において跳水形態が完全には再現されていないことが主な要因と考えられるが、もうひとつの要因として空気混入量の違いがある。放流管下流などの流速が非常に大きい水脈における空気の混入現象については水理模型実験での再現が困難であることから、通常実測に基づく経験式によって空気混入に伴う水深増加量の補正が行われる。次節でも述べるように、跳水時の音の発生についても空気の混入現象が少なからず寄与していると考えられる。

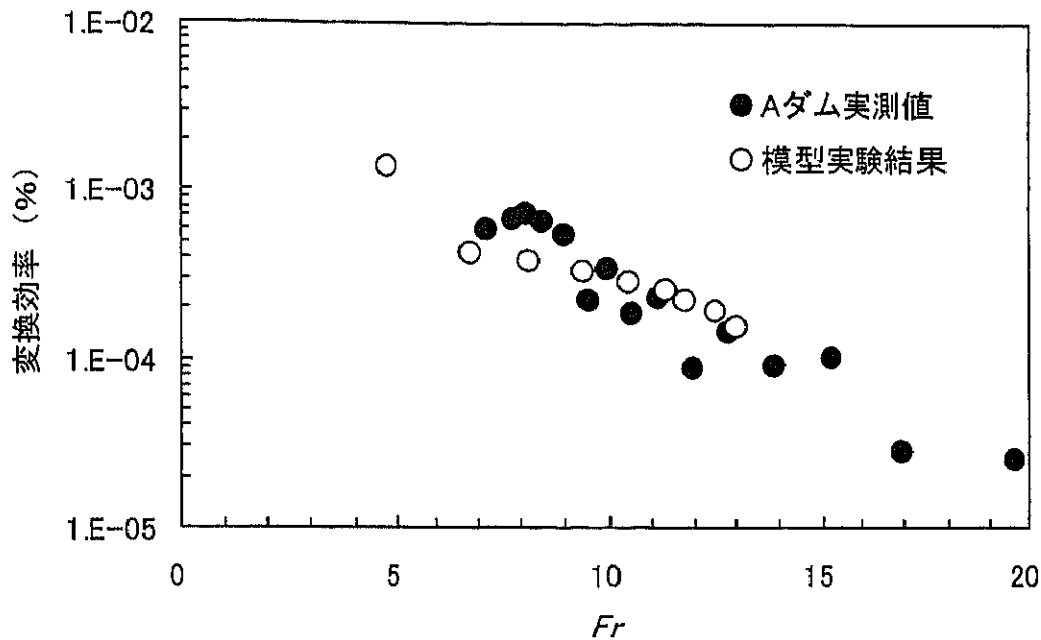


図-3.5 変換効率の実測値と模型実験値の比較

空気混入状況についての目視観察では、水脈がゲートからの放流後減勢池に着水するまでの間に生じる空気の混入状況に模型と実機では相違が見られた。実機では、フルード数が大きい、すなわち水脈が薄い流れでは水脈全体に境界層が発達し、減勢池に着水するまでに大量の空気が混入している状況が確認されているのに対して、模型実験においては着水前の水脈に空気混入はほとんど生じておらず、当然フルード数の違いによる空気混入の違いも生じていない。水中への空気の連行という現象では、粘性や表面張力等の物性が強く関与しており、フルード相似が成立しないことはむしろ当然というべきである。この違いは水脈のエネルギー損失などの水理的条件および音への変換効率の双方に影響を与えていると考えられ、図に見られるフルード数の増加に伴う変換効率の低減は、純粋な変換効率の変化だけではなく、着水前の水理的なエネルギー損失を含むものと理解すべきであろう。

しかし、図-3.5 を見る限りは模型と実機における変換効率の差異はわずかであり、若干の安全を見込めば実用上は模型実験で得られた変換効率を用いて実機における発生音の音響出力を推定することが可能と考えられる。具体的には、式(3-8)を用いて実機における流入エネルギーを算定し、これに模型実験で得られた変換効率を乗じれば実機の音響出力を推定することができる。

また、前節で示したように、変換効率は模型規模によらずほぼ一定の値を示している。今回用いた模型規模は、通常の水理模型実験に用いられる縮尺模型にほぼ匹敵する規模となっているので、同一の模型を発生音の予測に流用することが可能と考えられる。模型規模の限界の判断は発生音とポンプ運転などに伴う暗騒音との相対的な大小関係からも判断さ

れなければならない。水理実験の場合、一般の音響実験のように暗騒音を遮断した環境での実験は不可能であり、発生音が暗騒音に比較して十分大きくなる範囲で模型規模を定める必要があると思われる。

3.4 低周波音の発生メカニズム

減勢池内の流れは気液混相流であり、このような流れから発生する音波は Lighthill の理論³⁾を混相流の方程式に適用することによって検討されている⁴⁾。すなわち、跳水内部からの発生音には、渦による音、気泡混入時の気泡生成音、混入された気泡群から放射される音などが挙げられる。これらの発生音で最も減衰が小さく、かつ、低周波の振動は気泡群から放射される音である⁵⁾。以下では、減勢池から発生する低周波音の原因が気泡群の振動によるものと考え、周波数特性の観点からその放射される音の発生メカニズムの考察を試みる。

3.4.1 発生音の周波数特性

(1) 模型規模と周波数特性の関係

図-3.6 に実験 No. 1-1、2-1、3-1、4-1 における測定音の周波数分布を示す。なお、各周波数成分は得られたパワースペクトルをオーバーオール値で除して正規化したものである。各模型とも低周波帯に卓越周波数も持ち、模型規模が大きいほど卓越周波数が低くなっている。

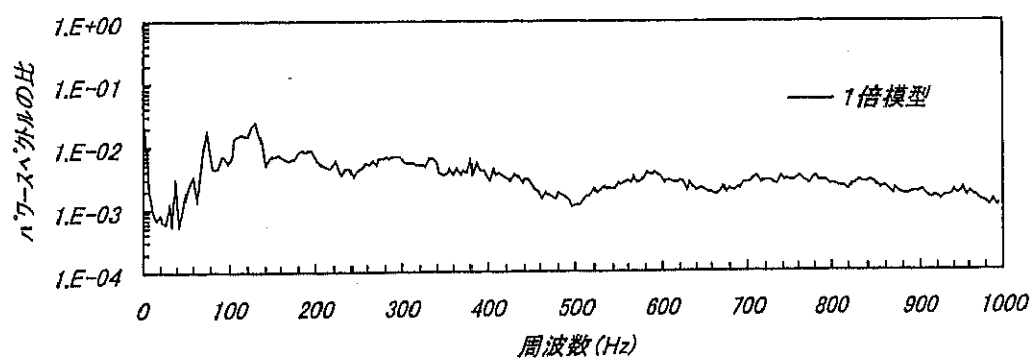
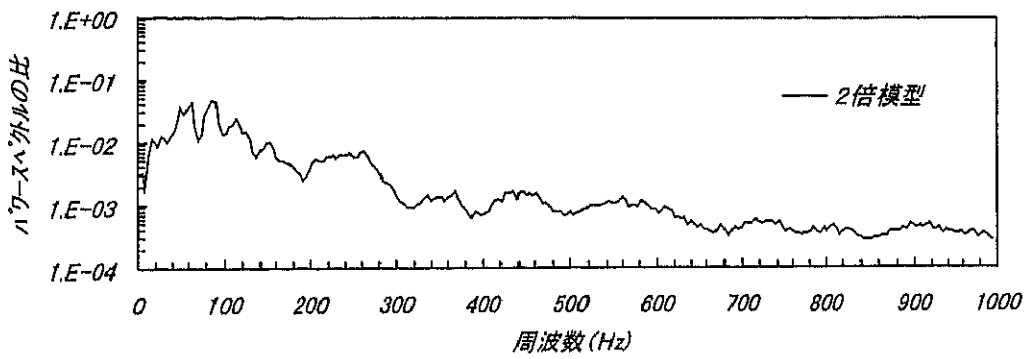
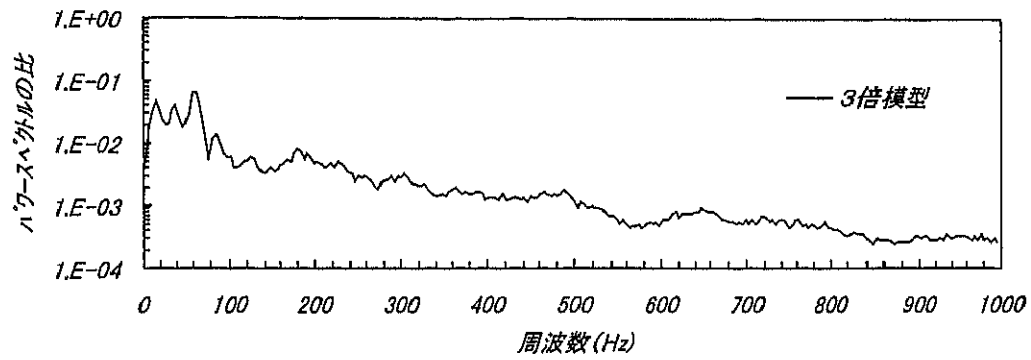
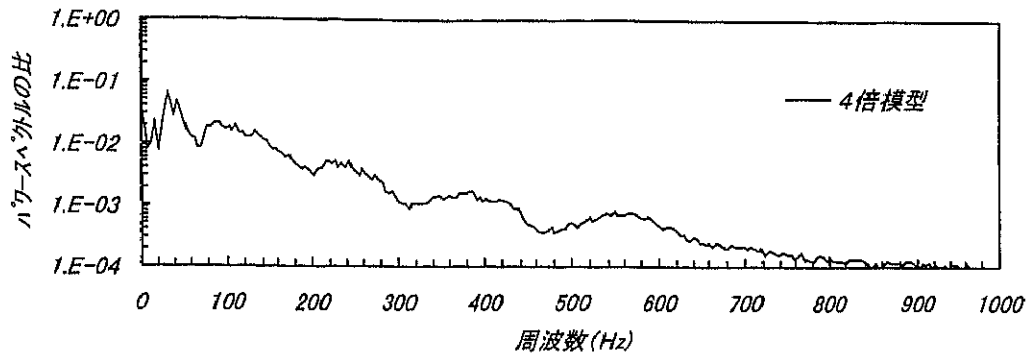


図-3.6 模型規模による発生音の周波数特性の違い

(2) 放流条件と周波数特性の関係

図-3.7 は放流条件の変化によるパワースペクトルの変化を示したものである。また、下段の図は各周波数成分をオーバーオール値で除して正規化したものである。パワースペクトルの各成分の絶対値が流量の増加とともに大きくなるのに対して、正規化されたパワースペクトルはほぼ一致し、同一の模型である場合、放流条件に依らない同一の周波数特性を持つことがわかる。また、図-3.6 に示したように、卓越周波数は模型の規模、つまり幾何学的な条件によって規定されている。これらから何らかの空間的な共鳴構造が存在するものと推定できる。

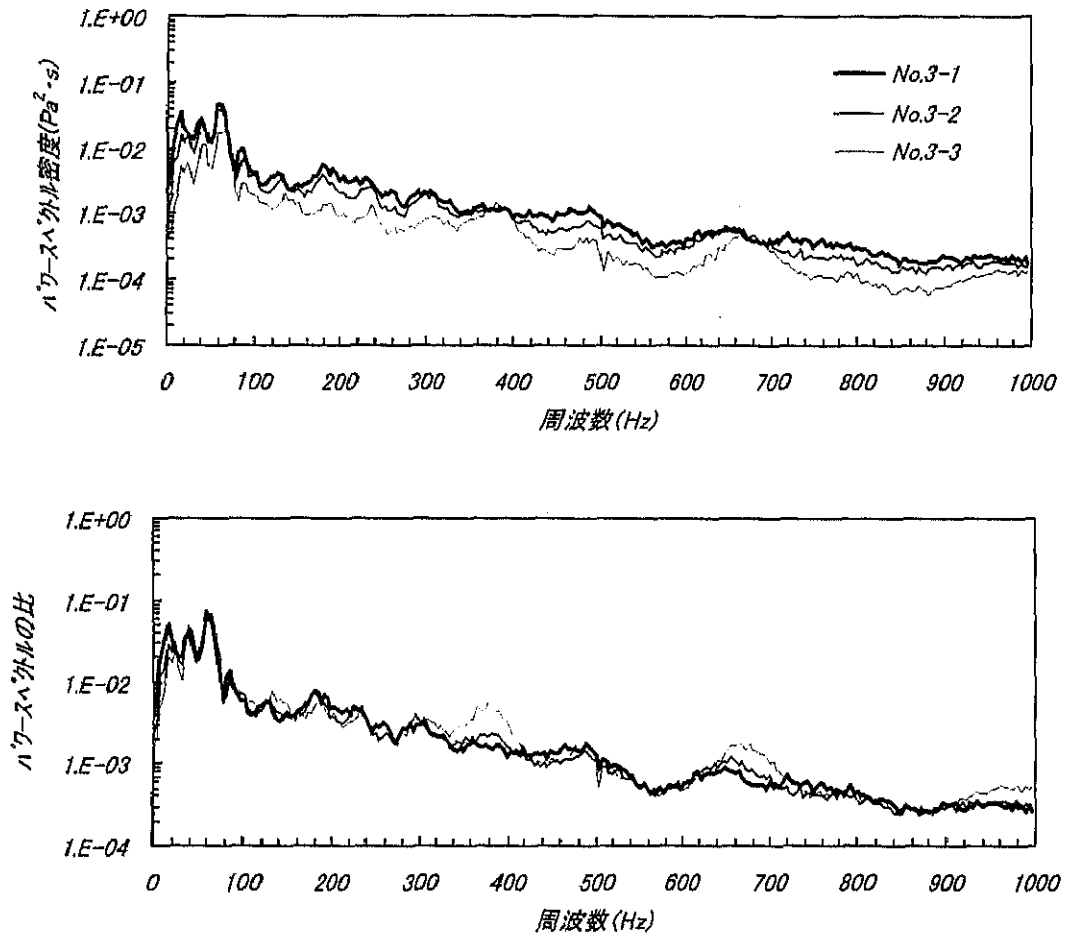


図-3.7 放流条件による発生音の周波数特性の変化 (モデル3)

3.4.2 減勢池内における気泡の挙動

(1) 気泡の混入状況

跳水時には始端部から大量の空気が混入し、これによって生じた気泡は流れと浮力によって移動し、水面に達して消散する。始端部における気泡発生は図-3.7 に示すように、①高速の流入水脈に連行された空気による気柱の形成、②表面張力による気泡の分離、によると考えられる。

写真-3.1 は実験 No. 2-1 における減勢池内の気泡の混入状況を、また、図-3.9 は同ケースにおける減勢池内のボイド率をボイド計を用いて測定した結果を示したものである。ボイド率は跳水始端部付近で最大を示し、20%程度となるが、下流に行くほど小さくなり、副ダム付近では数%以下となる。また、減勢池内全域の平均ボイド率は7%となっている⁸⁾。

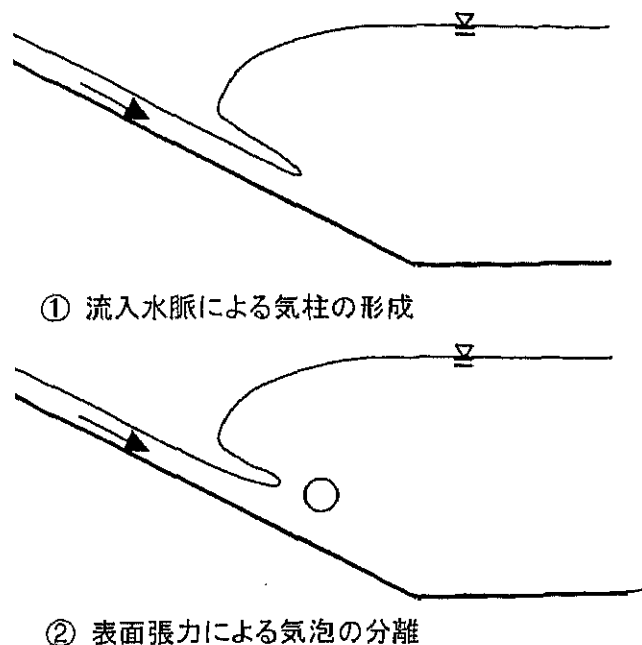


図-3.8 気泡混入の模式図

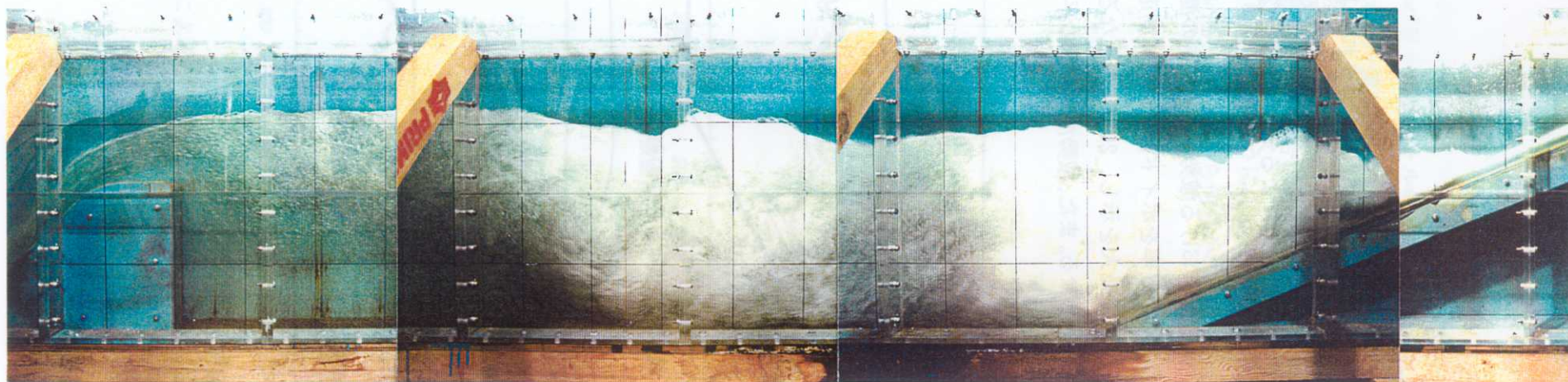


写真-3.1 現勢池内の気泡混入状況（実験 No. 2-1）

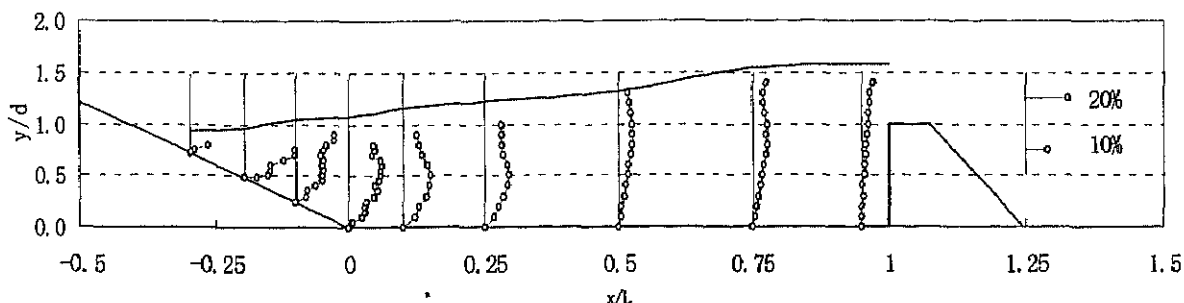


図-3.9 空気濃度分布(実験 No. 2-1)

(2) 気泡の固有振動数

気泡群から発生する音についての議論の前に、個々の気泡から発生する音について考察する。気泡の膨張・収縮振動の0次モードの振動数は次式により与えられる⁹⁾。

$$f = \frac{1}{\pi R} \sqrt{\frac{3\gamma p_0}{\rho_w} - \frac{4\sigma}{\rho_w R_a}} \quad (3-6)$$

R_a : 気泡の直径, γ : 比熱比, p_0 : 大気圧,
 ρ_w : 水の密度, σ : 表面張力

式(3-6)より得られる気泡の振動周波数と気泡径の関係を図-3.10に示す。目視観察によれば、気泡径は、数 mm から数 cm の範囲でランダムに分布する。これによって発生する音の周波数は 200Hz 以上となり、気泡そのものの振動音が跳水音における低周波音の要因となっているとは考え難いが、比較的高い周波数帯における雑音源となっている可能性がある。

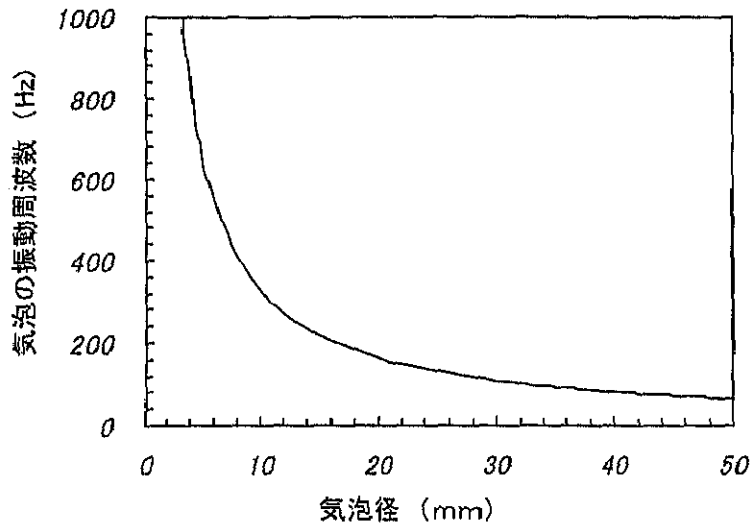


図-3.10 気泡の振動周波数

(3) 跳水始端部付近における流速変動

跳水始端部における流況は、近似的に圧力勾配のある場への二次元噴流拡散現象と考えることができる。流入した高流速の水脈によるポテンシャルコアは減勢工の水平部付近まで伸び、周辺に気泡を大量に含む乱れの大きい領域を形成する。図-3.11 は、モデル3において流入部付近および水平部始端付近でのコア近傍の流速変動を電磁流速計を用いて測定したものである。得られたパワースペクトルは、周波数が小さいほど周波数成分が大きくなるピンクノイズと呼ばれる周波数分布となっている。

乱流は不規則かつ微小な水理変動を内包する現象であり、気泡の混入は当然のことながら水塊の密度を低下させ、また圧縮性を大幅に高める効果をもたらす。このような始端部の気泡を大量に含む領域の振動が低周波音の音源のひとつとなっているものと考えられる。

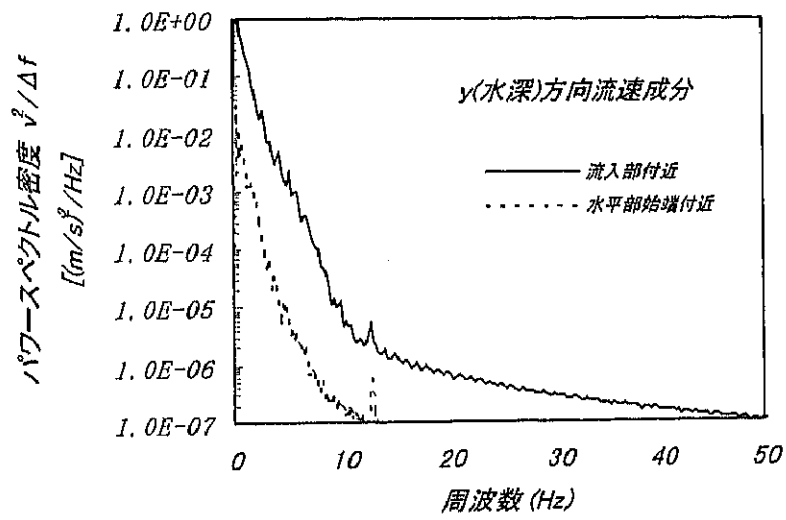
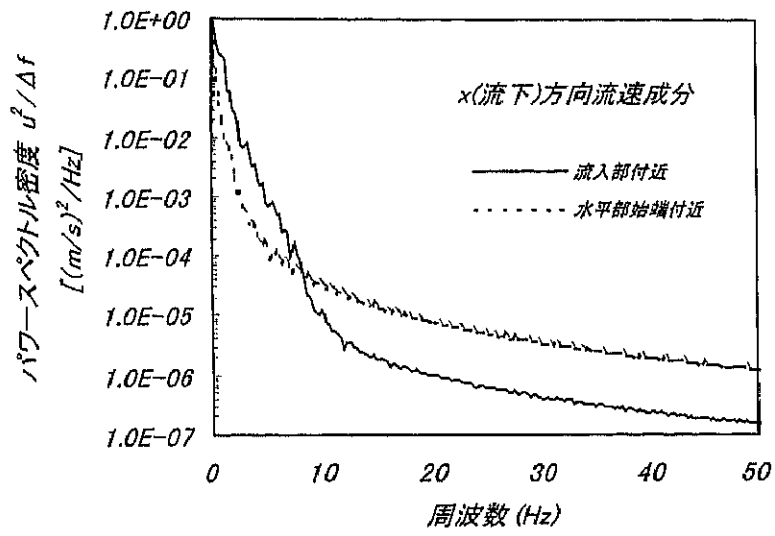


図-3.11 ポテンシャルコア近傍の流速変動

3.4.3 気泡群の振動によって発生する音

(1) 気泡群の振動によって発生する音の基礎式

気泡群が放射する音は、大気から海洋に砕波によって取り込まれる空気量を推定する際の一方法として研究されている⁷⁾。すなわち、海洋表層の気泡群が放射する音の振動数を計測することによって、この気液混相流体のボイド率を推定することができる。気泡を含んだ混相流体中の音速は、混相流体の質量保存則および運動量保存則から容易に導かれ、流速に比べて音速が非常に大きい場合には、

$$\begin{aligned} c_m &= (\rho_m K_m)^{-1/2}, \\ \rho_m &= \rho_a \beta + \rho_w (1 - \beta), \\ K_m &= \frac{\beta}{\rho_a c_a^2} + \frac{1}{\rho_w c_w^2} (1 - \beta) \end{aligned} \quad (3-7)$$

となる¹¹⁾。ここで混相流体の密度を ρ_m 、音速を c_m 、体積弾性率を K_m 、 β をボイド率、空気および水の密度を ρ_a 、 ρ_w 、それら媒質中の音速を c_a 、 c_w とした。図3-12に式(3-7)から算定した水-空気混相流中の音速を示す。ここでは、空気および水の物性値として以下の値を用いた。

$$\begin{aligned} \rho_a &= 1 \text{ kg/m}^3; \quad \rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3 \\ c_a &= 340 \text{ m/s}; \quad c_w = 1400 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (3-8)$$

この図から、水中に僅かな気泡が分散することによって音速が急激に減少することがわかる。ただし、式(3-8)は水および空気の粘性および熱伝導性を無視したときの表式であり、気泡が固有振動数近辺で振動している場合には適用されない⁸⁾。

本研究で対象とする流れ場は高レイノルズ数の気液混相流であり、気泡は水流によって大きなせん断を受けている。したがって、気泡の詳細な振動過程を再現しても乱流による擾乱の方が支配的であり、気泡の振動解析に粘性や熱伝導の効果を考慮しても意味をなさない。また、この気液混相流が発する音は極度に複雑であるが、ここで注目する音は乱流

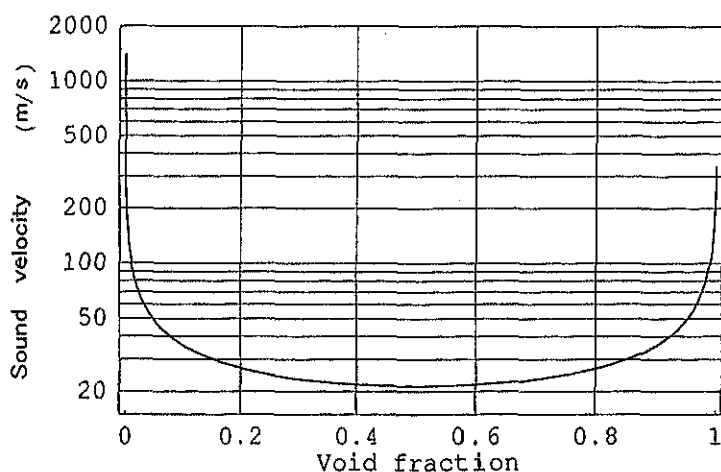


図-3.12 ボイド率と音速の関係

変動より遥かに低周波で波長は水深スケール、しかもその水中音速は流速より数オーダー大きいため、流れとの相互作用を無視する。上記の議論から、跳水中の圧力変動を次のヘルムホルツ方程式

$$\frac{\partial^2 p_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_m}{\partial y^2} + \kappa_m^2 p_m = 0, \quad \kappa_m = \frac{2\pi f}{c_m} \quad (3-9)$$

により記述する¹²⁾。ここで、 x, y は減勢池の流れ方向および鉛直方向座標、 p_m は圧力の複素振幅、 κ_m は波数、 f は振動数、 c_m は混相流中の音速である。以下では式(3-9)に基づいて減勢池内での音波および空中への音の放射について検討する。

(2) 音波の境界条件

音波に対する境界条件は、境界が透過壁、反射壁もしくは媒質間の界面の場合で異なる。透過壁では $p=0$ 、反射壁では $\partial p/\partial n=0$ (n は壁面法線方向座標)、媒質1,2の界面の場合には、①媒質1と2が同じ物質で構成されるときは圧力および質量流速の連続条件 ($\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$):

$$p_1 = p_2; \quad \frac{\partial p_1}{\partial n} = \frac{\partial p_2}{\partial n} \quad \text{at } n=0 \quad (3-10)$$

②媒質間で物質のやり取りがない場合には界面の圧力および法線方向流速が等しくなる条件

$$p_1 = p_2; \quad \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial n} = \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial n} \quad \text{at } n=0 \quad (3-11)$$

が適用される。ここで、 u_1, u_2 は界面における法線方向流速、下付き添字1,2は媒質1および2における物理量を意味する。また、上式(3-10), (3-11)の第2式は線形化したオイラーの運動方程式を使って流速の条件を圧力条件で表現したものである。

以下で、気液混相流が空気に接するときの境界条件を $\rho_a \ll \rho_m$ のもとで簡略化する。ただし、音波の加速度が重力加速度に比べて非常に大きく、重力の効果は無視できるとする。また、この界面変位は非常に小さいとする。物理量の大きさを見積もるために、無次元化

$$N = n/h; \quad p_m = \rho_m c_m^2 P_m; \quad p_a = \rho_a c_a^2 P_a \quad (3-12)$$

を行う。このとき境界条件は、

$$\begin{aligned} \rho_m c_m^2 P_m &= \rho_a c_a^2 P_a \\ c_m^2 \frac{\partial P_m}{\partial N} &= c_a^2 \frac{\partial P_a}{\partial N}, \quad N=0 \end{aligned} \quad (3-13)$$

で与えられる。ただし、 $N=0$ は界面の位置を表す。先の仮定に基づいて摂動展開

$$\begin{aligned} P_a &= P_{a0} + \gamma P_{a1} + \gamma^2 P_{a2} + \dots \\ P_m &= P_{m0} + \gamma P_{m1} + \gamma^2 P_{m2} + \dots \\ \rho_a / \rho_m &\equiv \gamma \end{aligned} \quad (3-14)$$

を境界条件(3-13)に代入し摂動パラメータ γ の冪でまとめ、各冪の係数を0と置くと、初項

から

$$P_{n0} = 0$$

$$\frac{\partial P_{20}}{\partial N} = \chi^2 \frac{\partial P_{m0}}{\partial N}, \quad \chi \equiv \frac{c_m}{c_a}, \quad N = 0 \quad (3-15)$$

が得られる。また高次項は

$$P_{nj} = \frac{1}{\chi^2} P_{j-1}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad N = 0 \quad (3-16)$$

$$\frac{\partial P_{nj}}{\partial N} = \chi^2 \frac{\partial P_{nj}}{\partial N}$$

である。一方、 $P_{mj}, P_{aj}, j = 0, 1, 2, \dots$ に対する基礎方程式は式(3-9)と同型となる。本研究で対象とする音波の場合には、摂動展開(3-14)が収束するための十分条件 $O(\gamma/\chi^2) = 1$ & $O(\chi^2) = 1$ を満たすことに注意する。したがって、まず境界条件(3-15)の第1式から空気の影響がないときの気液混相流体中の圧力振幅 P_{m0} を求め、次にその混相流体が界面に励起する圧力勾配を式(3-15)の第2式から与え、最終的に空気中の圧力振幅 P_{a0} を算定することができる。

3.4.4 減勢池における音波の固有振動

減勢池から空中に放射される音波は、3.4.3(3)節で議論したように、減勢池内で励起され増幅された音波が自由表面の流速変動を通して空中に伝播するものと解釈することができる。したがって、本節ではこの減勢池における音波の固有モードを調べることによって、先に示した実験結果の説明を試みる。この際、減勢池の形状およびボイド率の分布が固有モードに与える効果をみるために、図-3.13に示す3つの簡単な物理モデルについて解析を行った。これらのモデルでは領域を2つに分け、流入口付近の領域のボイド率を β_1 、それ以外の部分のボイド率を β_2 とした。

(i) 矩形領域

斜面の効果を相対的にみるために、まず図-3.13の Model-1, Model-2 の直立境界を持つ減勢池の固有振動について検討し、Model-3と比較する。以下、簡単のため、ボイド率 β_1 の領域を領域1, β_2 の領域を領域2と呼ぶ。

矩形領域の場合にはヘルムホルツ方程式(3-9)は変数分離法で容易に解くことができる。Model-1の解および固有値は、

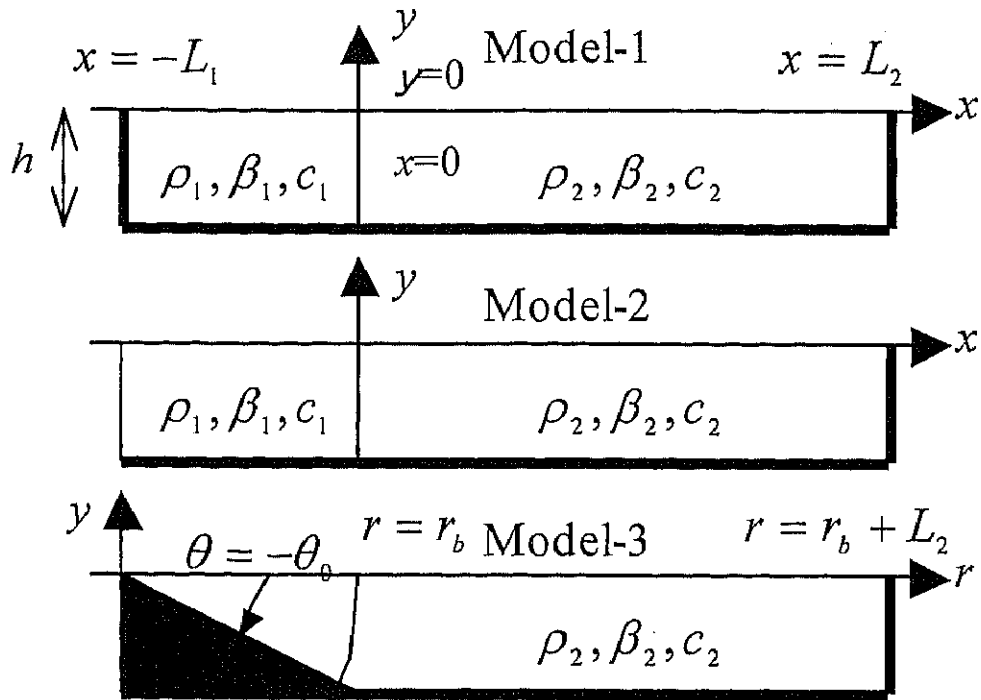


図-3.13 減勢池のモデル化

図中太線は完全反射の境界を意味する。また、 $x=0$ を境にポイド率が β_1 から β_2 に変化する。
 (Model-1: $x=-L_1$ の直立壁は完全反射、Model-2: $x=-L_1$ は自由表面、Model-3: $x<0$ に斜面)

$$\begin{aligned}
 p_1 &= A_1 \sin(\lambda y) \cos(\mu_1(x + L_1)) \\
 p_2 &= A_2 \sin(\lambda y) \cos(\mu_2(x - L_2)) \\
 \mu_1 &= \sqrt{\kappa_1^2 - \lambda^2}; \quad \mu_2 = \sqrt{\kappa_2^2 - \lambda^2} \\
 \kappa_1 &= 2\pi f / c_1; \quad \kappa_2 = 2\pi f / c_2 \\
 \lambda &= \frac{\pi}{2h}(2m-1), \quad m=1,2,3,\dots
 \end{aligned} \tag{3-17}$$

ここで、下付き添字の1,2はそれぞれ領域1,2における値を示す。さらに、上式中の固有値 λ, μ_1, μ_2 は底面および領域1,2の解の接合条件(3-10)から次式を満たすことが示される。

$$\mu_1 \tan L_1 \mu_1 + \mu_2 \tan L_2 \mu_2 = 0 \tag{3-18}$$

同様に Model-2 の解および固有値は

$$\begin{aligned}
p_1 &= A_1 \sin(\lambda y) \sin(\mu_1(x + L_1)) \\
p_2 &= A_2 \sin(\lambda y) \cos(\mu_2(x - L_2)) \\
\mu_1 &= \sqrt{\kappa_1^2 - \lambda^2}; \quad \mu_2 = \sqrt{\kappa_2^2 - \lambda^2} \\
\kappa_1 &= 2\pi f / c_1; \quad \kappa_2 = 2\pi f / c_2 \\
\lambda &= \frac{\pi}{2h}(2m-1), \quad m=1,2,3,\dots
\end{aligned}
\tag{3-19}$$

および

$$-\mu_1 \cot L_1 \mu_1 + \mu_2 \tan L_2 \mu_2 = 0 \tag{3-20}$$

となる。

具体的に気液混相流の基本モード($m=1$)について検討する。ここで、減勢池内上流側のボイド率は、図-3.9 からおよそ $\beta_1 = 0.2$ とし、その領域の長さ L_1 は斜面部分の領域に対応させるために $L_1 = 2h$ とする。さらに、減勢池下流側のボイド率は0から0.2まで変化させ、その領域の長さ L_2 は $L_2 = 4h$ に固定する。すると、固有値方程式(3-17)もしくは(3-19)から振動数 f が決定される。図-3.14 にこれらの方程式から求めた基本モード($m=1$)の無次元波数 $\kappa_1 h$ をボイド率 β_2 の関数としてプロットした。 $\kappa_1 h = \pi/2$ は水深方向に1/4波長のモードが自由振動モードとなることを意味する。この図から、減勢池の上流から下流にかけて気泡が減少するにしたがって基本モードの振動数が増加することがわかる。

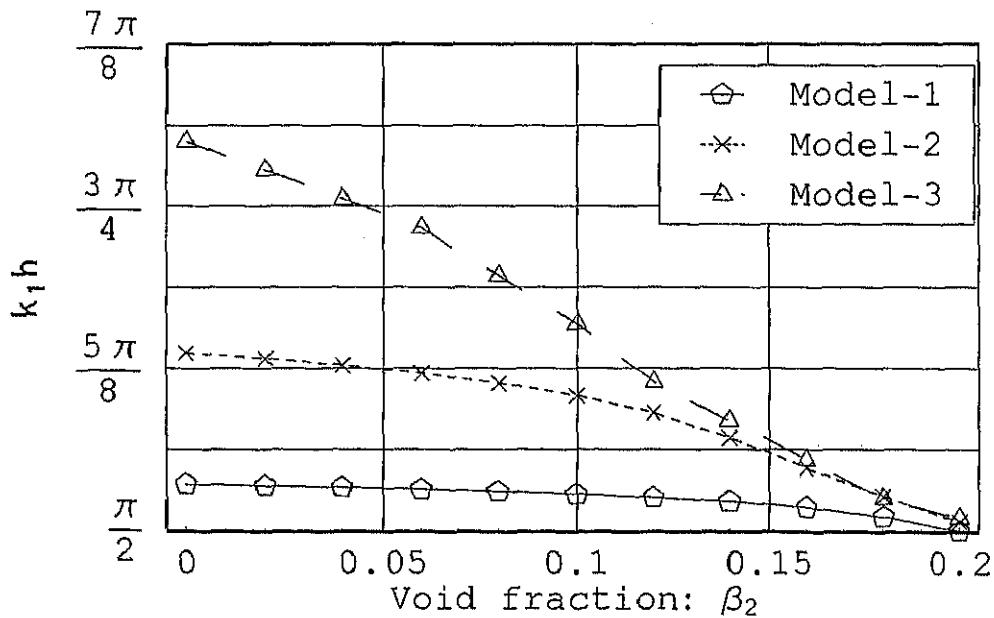
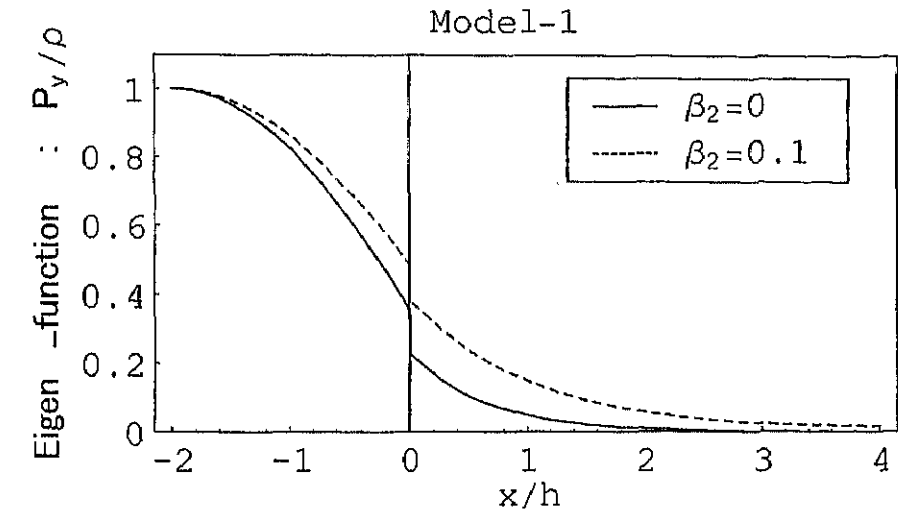
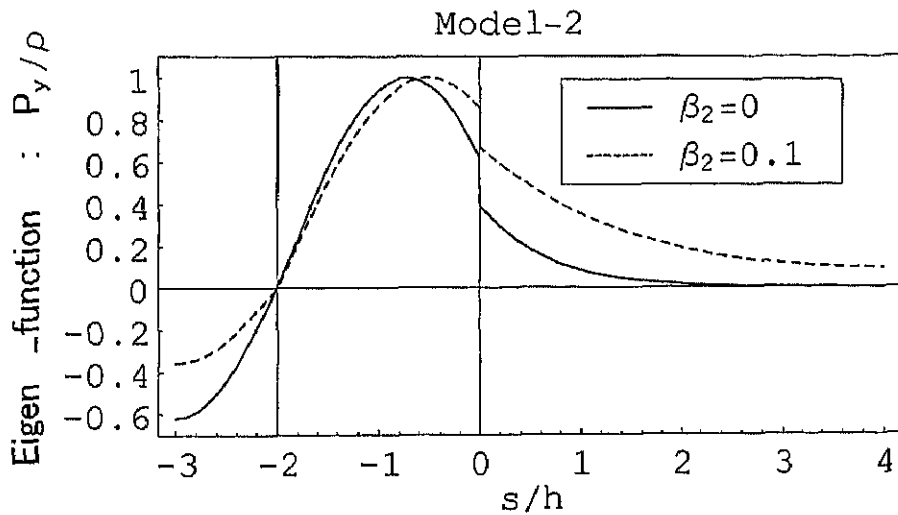


図-3.14 基本モードの波数と下流ボイド率の関係

次に、減勢池で励起された音波の空中への放射について考察する。3.4.3(3)節で考察したように空中への音波の放射は $\rho_m^{-1} \partial p_m / \partial n$ の絶対値に比例する。ここでは減勢池表面上での音の大きさの分布形状みるために正規化された $\rho_m^{-1} \partial p_m / \partial n$ の値をプロットした (図-3.15)。予想されるようにボイド率の大きい方の領域1において空中への音の放射が大きくなる。また、 $\beta_2 = \beta_1 = 0.2$ の場合にはこの分布形状が大きく変化することを考えると、ボイド率の変化がこの音の放射に大きく関与することが理解される。



(a) $x = -L_1$ は完全反射境界 ($\beta_1 = 0.2$)



(b) $x = -L_1$ は透過境界 ($\beta_1 = 0.2$)

図-3.15 基本モードの透過境界における勾配 $\rho_1^{-1} \partial p_1 / \partial n$ および $\rho_2^{-1} \partial p_2 / \partial n$

ただし、図の縦軸は最大値が1となるように正規化されている。また、図(b)の横軸は自由境界に沿ってとった座標で $-3 < s/h < -2$ は $x = -L_1$ の自由表面に対応する。

(2) 楔形領域

前節ではボイド率の空間分布が音の放射にどのように影響するかについて調べた。ここでは、実際の減勢工のように斜面上の三角形領域が存在する場合、その効果について検討する。

前節と同様に図-3.13 の Model-3 をボイド率の異なる2つの領域に分け、それぞれの領域における解を求め、それらを接合することによって基本モードおよび固有振動数を求める。まず、領域1(ボイド率 β_1)は半径 $r_b = h/\sin\theta_0$ 、内角 $\theta_0 = \pi/6$ の扇形領域とし、残りを領域2(ボイド率 β_2)とする。このとき領域1, 2における基本解は

$$\begin{aligned} p_1 &= J_\ell(\kappa_1 r) \sin \ell \theta; \quad \ell = n_0(m-1/2), n_0 = \pi/\theta_0 \\ p_2 &= \sin(\lambda r \sin \theta) \cos \mu_2(r \cos \theta - L_2 - r_b \cos \theta_0) \\ \lambda &= \frac{\pi}{2h}(2m-1); \quad \mu_2 = \sqrt{\kappa_2^2 - \lambda^2} \end{aligned} \quad (3-21)$$

となる。ただし、 J_ℓ は第1種 ℓ 次のベッセル関数である。次に、接合条件(3-10)を満たす解を構成する必要があるが、矩形領域同士の接合と異なり、この解は式(3-21)の基本解の線形和として表される。基本モードを求める際には、式(3-21)の基本解を5項程度($m=1, 2, \dots, 5$)用いれば十分である。これらの線形和で与えた解を式(3-10)に代入し、前節と同様に固有値および固有関数を決定することができる。

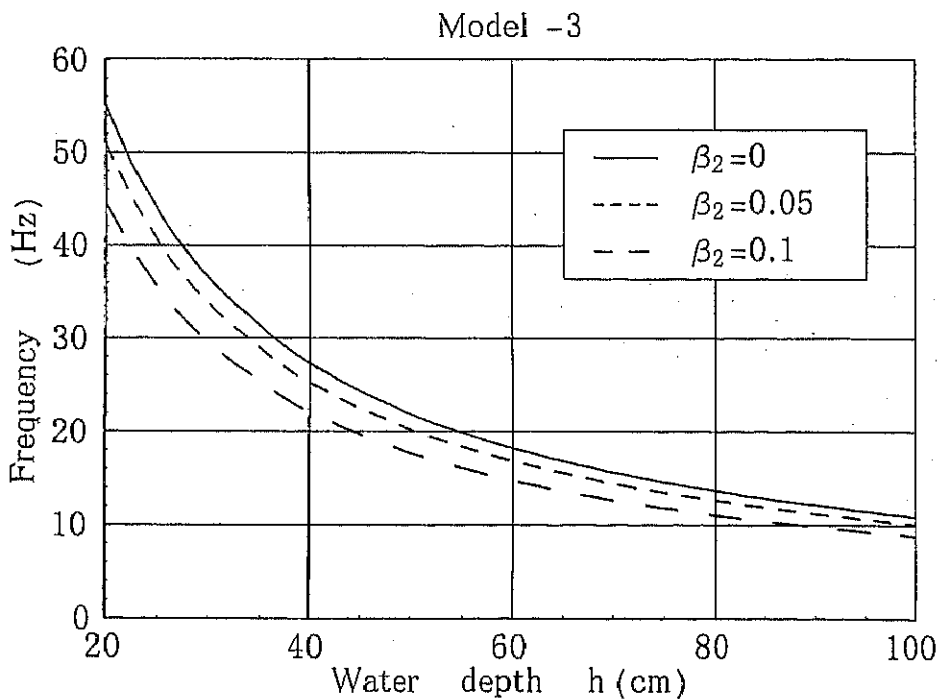


図-3.16 基本モードの振動数と水深の関係

上図は、図-5 から Model 3 の波数を各 β_2 の値に対して読み取り、 $\kappa_1 h = 2\pi f h / c_1$ より周波数 f を算定したものである。

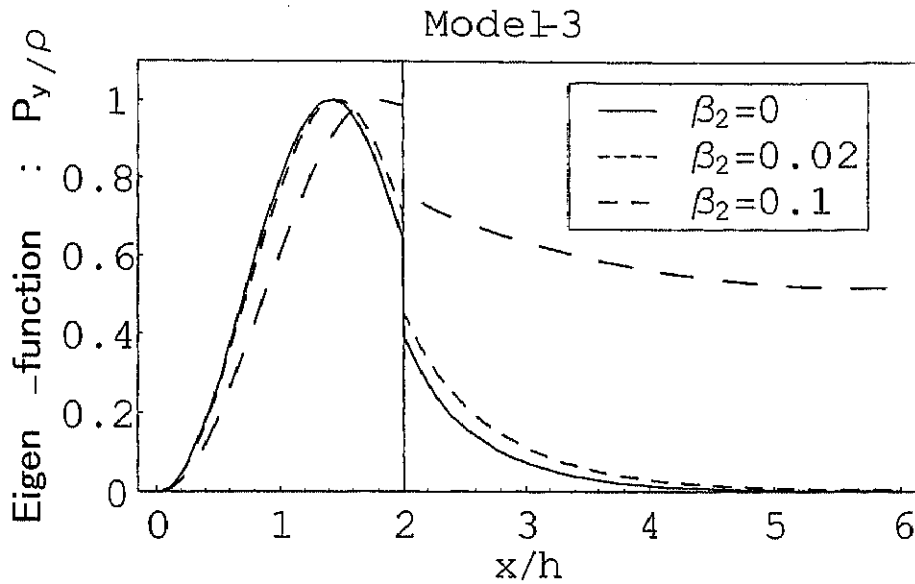


図-3.17 基本モードの自由境界における勾配
 $\rho_1^{-1}\partial p_1/\partial n$ および $\rho_2^{-1}\partial p_2/\partial n$

ただし、図の縦軸は最大値が1となるように正規化されている。

図-3.16 に上記の解析から得られた基本モードの波数を示す。この図から、ボイド率の大きな三角形領域の存在は固有振動の振動数を増加させることが分かる。図-3.16 は、図-3.14 から読み取った Model-3 の基本モードの波数を音波の分散関係式 $c_m = 2\pi f / \kappa_m$ に代入し、振動数 f と水深 h の関係をプロットしたものである。水深 h として大まかに副ダムの高さ d を用いると、振動数の理論値は実験値(図-3.6)の最初の卓越振動数に近い値を与える。実験値に見られる複数の卓越振動数が理論による高次モード($m \geq 2$)に対応するものかどうかは不明である。仮に実験で高次モードが支配的となるとすれば、その原因を調べる必要がある。

図-3.17 に Model-3 における正規化された $\rho_m^{-1}\partial p_m/\partial n$ の値をプロットした(図-3.15 と比較)。予想されるようにボイド率の大きい方の領域1において空中への音の放射が大きくなり、この傾向は領域1と領域2のボイド率に差があるほど顕著に現れる。

以上のことから、減勢池から放射される低周波の音波は自由表面に接したボイド率の大きな領域が音源となって放射されると考えられる。

(3) 減勢池

実験では、ボイド率は流れ方向のみでなく水深方向にも大きく変化している。ボイド率

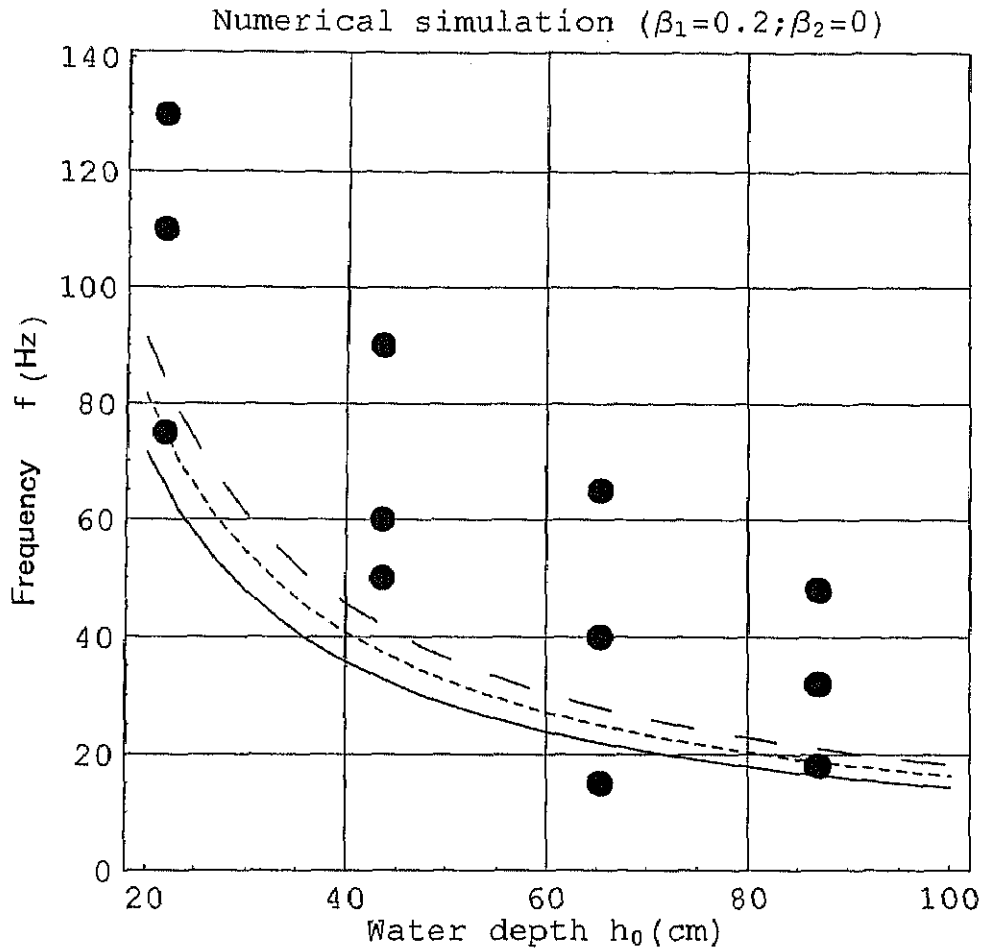


図-3.18 固有振動の理論値および実験値の比較

図中の実線は基本モード、点線は2倍、破線は3倍モードの振動数である。また、黒丸●は図-2のパワーのピークを与える振動数を大きい方から3つ選んでプロットした。

は基本モードおよびその振動数を決定する上で重要な支配パラメータである。そこで、基礎方程式(3-9)をポイド率の空間変化が緩やかな場合にも適用し、変数係数のヘルムホルツ方程式(3-9)の固有値を数値的に決定することによって、実験値とのより正確な比較を試みる。

図-3.9 から、ポイド率の分布を水深方向に放物形、流下方向に線形の関数で与える。すなわち、

$$\beta = \beta_s \left(1 - \frac{y^2}{h(\tilde{x})^2} \right); \quad \beta_s = \beta_1 + \frac{\beta_2 - \beta_1}{L_1 + L_2} \tilde{x} \quad (3-22)$$

ここで、 $\tilde{x} = r_b + x$ 、 $h(\tilde{x})$ は水深、 β_1, β_2 はそれぞれ水面における流入端および流出端のポイド率である。式(3-22)で与えられるポイド率は、減勢池底面で0、水面で最大をとる。ま

た、簡単のため、斜面勾配は 1/2、 $L_1 + L_2 = 6h_0$ (h_0 は水平床上的水深)、

$$h(\tilde{x}) = \begin{cases} \tilde{x}/2 & \text{for } 0 \leq \tilde{x} \leq 2h_0 \\ h_0 & \text{for } 2h_0 \leq \tilde{x} \leq L_1 + L_2 \end{cases} \quad (3-23)$$

とする。

ヘルムホルツ方程式(3-9)に二次精度の中心差分を適用し、境界条件は斜面、底面および副ダム上で完全反射条件、水面で透過条件を与える。この方程式系が非自明解を持つ条件、すなわち差分化で得られた線形代数方程式系の係数行列の行列式が 0 となるように振動数 f を決定すればよい。図-3.18 は、 $\beta_1 = 0.2$, $\beta_2 = 0$ の場合の基本、2 倍および 3 倍モードの振動数 f を水深 h_0 の関数としてプロットしたものである。また、図中黒丸は実験値を示す。図-3.16 と比較すると振動数が高周波側にずれていることがわかる。これは、式(3-22)のポイド率が水深方向にも減少するように設定したためである。実験値は、これら理論値より大き目であるが低周波側の値は理論値に近い値を与える。

3.5 周波数特性の換算

固有振動数を与える式(3-17)、(3-19)あるいは式(3-21)は模型、実機にかかわらず成立する。ポイド率の分布が模型規模によって変化しないものと仮定すれば、固有振動数は減勢池の水深や長さなどの幾何学的寸法から一意的に決定される。当然、これらの寸法は $1/n$ 縮尺の模型では実機の $1/n$ となるが、一方、音速は原型、模型ともに同じ値をとる。したがって、周波数について、一般に「音の相似則」と呼ばれる次式が成立する¹⁸⁾。

$$\frac{f_p}{f_m} = \frac{c/l_p}{c/l_m} = \frac{1}{n} \quad (3-24)$$

l : 代表寸法, f : 周波数, c : 音速

式中の添字 p は原型値を、 m は模型値を表している。

実際には水深方向の共鳴だけではなく、他方向の様々な固有振動数が存在し、また、それらの高次の周波数も存在する。さらに、減勢工形状や周辺地形によっては大気中の共鳴現象も加わることが考えられる。より一般には、適切な境界条件と入力波(音源)を与えることができればヘルムホルツの方程式(3-9)を解くことによって音場を求めることができる。しかし、式(3-9)は線形な方程式なので、模型と実機が幾何学的に相似な境界条件を持てば、両者の解には式(3-24)の関係が成立する。

以上の議論は音の伝播・共鳴現象にかかわる部分であり、音源そのものおよび減衰等については式(3-24)が成立するという根拠はない。しかし、前節で述べたようには、結果として観測される音の周波数特性において、減勢池の固有振動数が卓越することから式(3-24)による換算が可能であると考えられる。これを追証するために、模型実験値からの換算値と実機における測定値の比較を行った。図-3.19 は、式(3-24)を用いてモデル 2~4 の模型実験値から実機スケールへの換算を行い、前章で示した実機における測定値と比較したものである。図から明らかなようにいずれの模型値からの換算値も実機の測定値と比較して

良好な再現結果を示している。したがって、周波数特性については式(3-24)に示した音の相似則に基づく換算が可能であると考えられる。

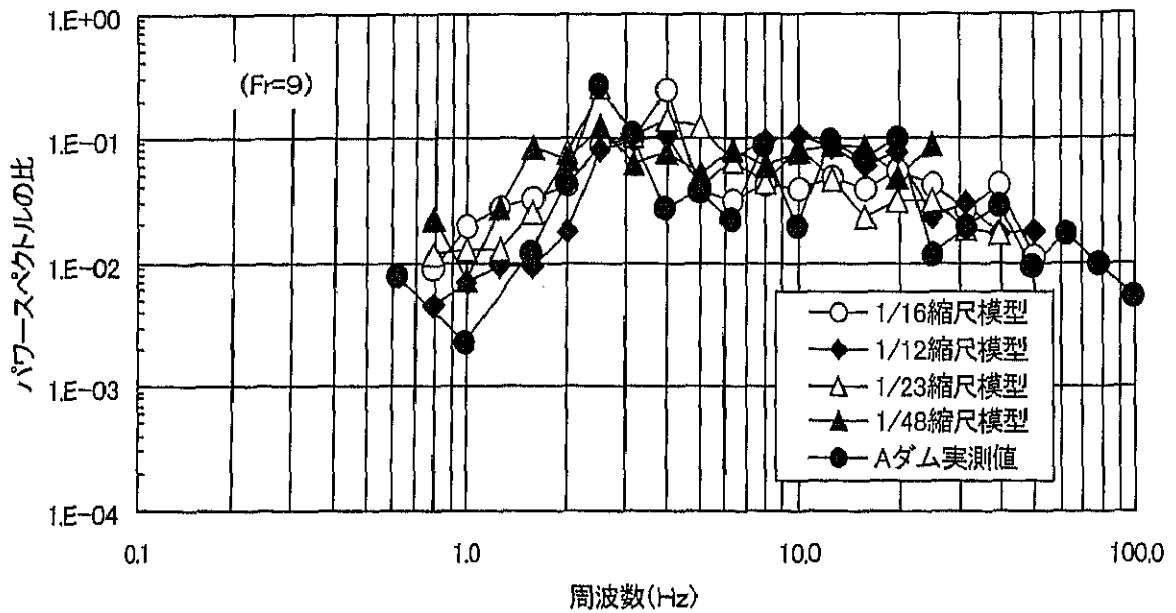


図-3.19 周波数分布の各縮尺模型からの換算値と実機測定値の比較

3.6 まとめ

本章では、副ダムを有する跳水式減勢工を対象として、規模の異なる模型による発生音の測定を行い、幾何学的条件、水理学的条件と発生音の音響出力、周波数特性との関係を調べ、これらの結果をもとに、模型実験から実機における発生音を予測する手法を検討するとともに、その検証を行った。得られた結果をまとめると以下のとおりである。

- 1) 跳水時に発生する音としては、跳水始端部からの発生音が支配的であり、音源は幅方向に分布する線音源とみなすことができる。
- 2) 発生音の音響出力の流入エネルギーに対する比、すなわち音のエネルギーへの変換効率は、フルード相似とすれば模型規模によらず、一定の値をとり、この値は実機値ともほぼ一致する。
- 3) 発生音の周波数分布は、一定の範囲内では、放流条件（フルード数）によらず一定の形状をとる。
- 4) ヘルムホルツ方程式の固有値問題を数値的に解いて得られた減勢池の固有振動数は、実験値とほぼ一致した傾向を示す。
- 5) フルード相似に基づく模型実験を行うことにより、次のように実験値から実機値を予測することができる。
 - ① 実機の流入エネルギーに模型実験から得られた変換効率を乗じることにより、実機において生じる発生音の音響エネルギーを求めることができる。
 - ② 模型実験から得られた周波数分布は、音の相似則により実機の周波数分布へ換算することができる。

本章での検討により、これまで定量的な予測が困難であるとされてきたダム放流時の発生音を、模型実験によって予測する一連の手法を提案することができた。本手法は、発生音の予測のみならず、低減対策の検討や検証にも用いることが可能である。今後は、本手法のさらなる検証および適用範囲の確認のために、実際の構造物における観測結果の収集が重要と思われる。

また、本章では低周波音の発生メカニズムを考察するために、ヘルムホルツ方程式の固有値問題を解くことにより減勢池内の気泡群の固有振動数を求めた。これによって、ボイド率の大きな楔形領域の存在が実験で測定された振動数を説明するために重要であること、減勢池から空中に放射される低周波の音波は自由表面に接したボイド率の大きな領域が音源となって空中へ放出されることを示した。今回の検討は、気泡を含んだ水塊の自由振動を議論したものである。低周波音の発生メカニズムを明らかにし、音響出力を含めた定量的な検討を行うためには、気泡の混入、気泡振動の励起等の音源そのものを取り込んでモデル化することが必要となる。