

微積分教育雑感

南 就将

数学系助教授

農業工学研究所での研修講師

ご縁があって平成9年から3年ほど、つくば市内にある農業工学研究所というところで数学の非常勤講師をつとめた。この研究所は昔は農業土木試験場と称していたもので、そこの研修課では高卒ないし短大卒の後に公務員として土地改良事業に携わる若い農業土木技術者たちを全国から集めて技術研修を行なっている。研修生たちは半年近く任地を離れ、研究所内の宿泊所に寝起きして勉強するのである。研修科目は理論的なものから実務的なものまで多岐にわたり、私には数え切れない程であったが、その中で私が担当したのは数学（具体的には微積分）で、それは土木工学の三大基礎科目である構造力学、水理学、土質力学の準備としてカリキュラムに入れられていたものようである。

さて、この仕事を頼まれて驚いたのは全研修科目の中で数学の時間が最も長い

ということであった。朝9時から夕方4時まで、昼休みをはさんでたっぷり6時間数学を教える。それを11回にわたって行うのである。聞くところによると昔はもっと長かったという。大学にいてもこんなに長い授業を集中して行うことは滅多にないだろう。毎週一回、純然たる数学教師として一日中働いて帰ると、爽快な疲れを覚えたものである。最近、若者の学力低下を心配する声があるのと裏腹に教育現場では数学離れとでもいうべき事態が進んでいるので、数学の研修にこれだけ時間をさいてくれるのは心強いことだと思った。これは農業土木一般技術研修の長い伝統によるものらしく、向上心のある研修生たちは相当の技術力もつけ、新しい資格も取得して現場に戻っていったものらしい。しかしその伝統ももはや昔のままではなく、今年度からは研修期間自体の短縮にともなって数学の時間も大幅に圧縮されることになった。担

当の方が述べたように、土木事業が設計、施工ともに民間企業に委託されることが多い昨今では、現場の技官の仕事もずいぶん変わってきている。学生時代に全く異なる専門を勉強した人が業務にあたっていることもあるくらいで、現場に必要な能力は技術から事務処理へとシフトしている。技官として必要な学力は何なのかが見えにくくなっている、とのことであった。

現在の微積分のスタイルについて

さて、大学教師としての本業の話にもどして、もう少し身近な問題を考えようと思う。農工研の研修生たちはすでに社会人であって学生ではない。またその多くは農業高校の出身で、いわゆる受験勉強ということをしていない。したがって私は大学で講義するのと違って、微積分をより実学に近い形で、よりやさしく教えるように努力せざるを得なかった。それが満足に果たせたとはいえないが、結果として理科系大学での微積分教育のありかたについていろいろと反省することにはなったので、それについて少し書いてみたい。

高木貞治の「解析概論」という本は有名なので、理科系、文科系を問わずご存知の方が多くかと思うが、日本で出回っ

ている微積分学の教科書の標準をなすものと考えられる。これほど有名ではないが、藤原松三郎の「微分積分学」なども大きな影響を与えてきたのかもしれない。一方、戦前からあるこのような微積分のすぐれた教科書は、19世紀末から今世紀初頭にかけて主としてフランスの大数学者たちがこぞって著した解析学教程（クール・ダナリーズ）を整理要約したものである。ここで微積分学の歴史を簡単にふりかえって見ると、18世紀までは公式や計算法の発見とその物理的応用の時代であったといえる。ところが微積分学の成熟に伴って、その基礎に対する反省が起り、19世紀にコーシー、ワイエルストラス、デデキント等による厳密化を経て上述の解析学教程として大成したのである。近代日本は19世紀解析学の成果を輸入し、それを微積分学として代々学んで来たのだといえよう。いわゆるイプシロン・デルタ式に述べられた「数列の収束の定義」から話を始めるのがそのスタイルの特徴といえる。

ところがこの「収束の定義」とそれに基づく論証は微積分学の初心者を必ずといってよいほど面食らわせる難物である。新入生たちは向学心に燃えているから面食らいながらも理解しようと食いついてきてはくれるのだが、それも3週間

程度が限界ではないかと思う。それ以降学生たちは「大学の講義は聴いてもわからないもの」という静かなあきらめの境地にいたるのである。これではいけないということで、以前から自然学類ではイプシロン・デルタ式の論証の詳細は「微積分Ⅱ」という別科目として後回しにして、微積分の代表的な定理とそれらを用いた計算法を「微積分Ⅰ」として先に解説するようにしているが、これは教師の側に別のやりずらさを強いることになっているような気がする。というのは、数学者にとって定義、定理を正確に述べておきながらその証明を省略するというのはどうも落着かないのである。解析学においては証明法から逆に定理の形が決まってくることが多い。証明を省くと定理の応用すらおぼつかなくなることもある。講義をしていてそれが不満になると結局は後回しにするはずだった証明をその場で話してしまうことになり、元の木阿弥になってしまう。

それではどうすればよいか。個人的な考えだが、新入生に対する微積分教育では、収束の定義などについては高校の数Ⅲ程度の直感的な理解にとどめておいて、そのかわり物理等への応用をふんだんに講義の中に取り入れることによって大学らしい授業にしてはどうかと思う。

しかるのちに、厳密な基礎付けへと話をさかのぼらせて正統的な解析学へと学生を導いて行く方が、無理がないのではなからうか。つまり、解析概論の伝統は尊重しつつも、微積分学の論理的順序よりは、歴史的順序に従った講義に変えて行ったほうがよいと思うのである。指導要領の改定により、近い将来新入生の数学の予備知識はもっと少なくなることが予想されるから、このことは検討に値すると思う。

使うための微積分とは何か

本学の自然学類を含めて、理学部系の大学で微積分を教えることには二重の意味が持たされている。一つは理科系の共通言語としての、応用を重視した微積分で、もう一つは現代数学の基礎をなす解析概論としての微積分である。実際、解析概論と線型代数と集合論が身につけられれば、現代数学を学ぶための素地はほぼできたと言ってよい。微積分の講義を数学者が担当する場合、どうしても後の意味での解析概論的な講義になりやすいが、自然学類生のうちで数学専攻志望者は一部にすぎないことを考えると、「自然科学に使うための微積分」という側面をもっと強化して行くべきであろう。

よく知られているように微積分学の歴

史と力学の歴史とは表裏一体である。近世の科学者たちは、科学技術の問題に直接取り組むことにおいて物理学者であったと同時に、必要な解析手法を自ら開発することにおいて数学者でもあったわけである。その後微積分学に厳密な基礎が与えられ、「解析学」へと変貌して行くにつれて数学者と物理学者の役割も分化し、現代では微積分の教科書からは「物理臭さ」が殆ど払拭されてしまった。数学は特定の応用分野に密着せずにそれ自身で自立しているからこそかえって役に立つ、というのも真理ではあるが、微積分学の理解に物理的、幾何的な直観は不可欠である。また、物理への応用を抜きにした理論を学ぶだけでは、自然科学や工学の問題を数学の言葉で表現するという重要な訓練をする機会がなくなってしまう。私は今、大学初年級の微積分教育に18世紀科学の精神が活かせないものかと夢想している。

終わりに

自由な感想を思い付くままに、というのがこの漫筆漫歩というページの趣旨なのだが、それは言うほど易しいことではなく、お引き受けしてから一夏悩みぬくことになってしまった。何を書いたらよいか考えあぐねた末、結局一番書きやす

い仕事からみの内容になってしまった。しかもここで述べたことは本来ならば数学系の同僚たちとこそ議論すべきことであつたかもしれない。あえて少しだけ言い訳させてもらえば、このような場所に書くことによって一人でも多くの人に問題を共有していただきたいという思いはある。実際、微積分学は本学に限っても半数以上の学生は学ぶのではないかと思う。微積分学は単に数学の一科目ということにとどまらず、もっと広い意味での科学精神までを包括する偉大な学問である。その偉大さを矮小化せず、しかもわかりやすい形で学生たちに伝えてゆきたいものである。

(みなみなりゆき 確率論専攻)