

第4章 具体的設計手法の提案1（平行円盤方式）

4.1 緒言

第3章でクローラ型移動機構の原理を提案した。本章では微分幾何学を用いて円盤傾斜角が0度に設定できることを示し、さらに鉛直平面内における直線軌道、円弧軌道に対応した駆動ガイドの設計について述べる。この章では2次元平面内に限った議論を行い、3次元空間への拡張については次章で議論する。

4.2節において駆動ガイドの基本曲線であるサイクロイド曲線の種類について述べる。4.3節では、平面で構成できる直線軌道用駆動ガイド（平板で構成できるためラックとも呼ぶ）の幾何学的諸特性と力学的特性に関して述べる。このラックは階段傾斜角に依存しないために極めて実用性が高い。ラック生成の基本曲線をサイクロイド曲線からトロコイド曲線へ拡張することによって、任意の軌道長さに整数個の歯を設定できることが可能となる。しかし、トロコイド曲線への拡張が滑り係数、歯先厚さによって制限されることも示す。4.4節では、2種類のプロトタイプの試作の結果を述べ、その実現可能性を示す。4.5節では、直線用クローラ型移動機構の適用可能な事例を示す。4.6節では、水平軌道と垂直軌道を滑らかに接続するために必要な円弧軌道について述べる。円弧軌道には、転円である円盤が固定円である円弧軌道の円内または円外に沿って移動する外接式と内接式の2種類がある。4.7節では、外接式と内接式クローラ型移動機構の幾何学的特性と力学的特性について述べる。4.8節で本章のまとめを行う。

4.2 直線・円弧軌道用曲線の種類

2次元平面内の固定された直線および円弧軌道とその上を滑ることなく転がる転円の様子を図4.1に示す。固定軌道が直線の場合、転円の円周上の一点（図では転円の中心から円周へのベクトルとして示されている）の描く曲線はコモン・サイクロイドと呼ばれる。固定軌道が円の場合、転円が円に外接するとき対応する曲線はエピ・サイクロイドと呼ばれ、転円が円に内接するとき対応する曲線はハイポ・サイクロイドと呼ばれる。また、直線・円それぞれにおいて、転円の円周上以外の点の描く曲線はトロコイド曲線となる。その関係を表4.1に示す。この章で述べる駆動ガイドは、

平面で構成され、かつ正逆転可能であるため特にラックと呼ばれる。このラックは、サイクロイド曲線、トロコイド曲線の一部を用いて設計される。

表 4.1 転円と固定側形状による分類

点の位置 固定側	転円上	転円内外
直線	コモン・サイクロイド	コモン・トロコイド
円 (外接)	エピ・サイクロイド	エピ・トロコイド
円 (内接)	ハイポ・サイクロイド	ハイポ・トロコイド

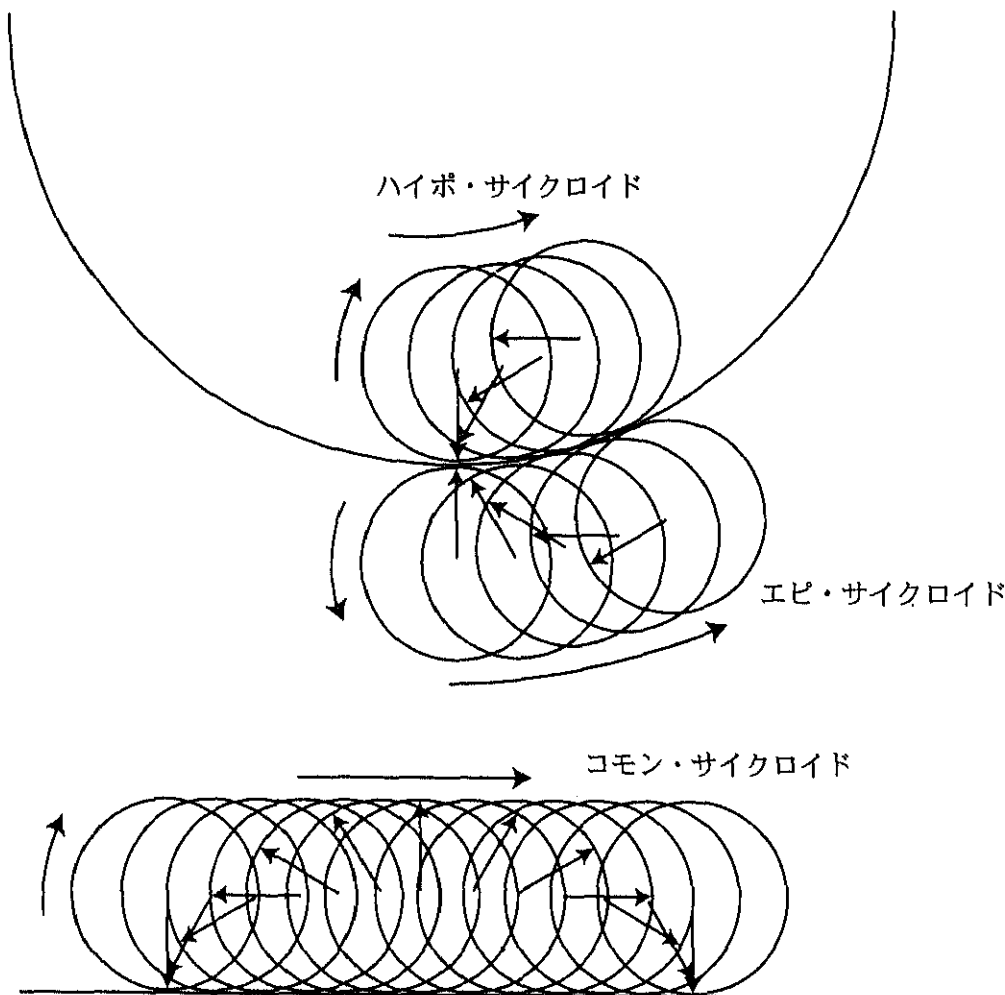


図 4.1 固定曲線 (直線と円) の種類と転円の転がる側によって、転円はさまざまなサイクロイド曲線を描く。

4.3 直線軌道対応クローラ型移動機構

ここでは、直線軌道対応クローラ型移動機構の駆動ガイドの設計について述べ、それがサイクロイドラック（厳密にはサイクロイド曲線に平行な曲線から構成されるラック）になることを示す。クローラ型移動機構において摺動自在なローラは円盤表面に垂直に取付けられており、その中心は円盤の同心円上にある。ローラ中心を通る同心円をピッチ円と定義する。4.2 節で述べた転円上の1点が描く曲線はこのピッチ円に相当する。

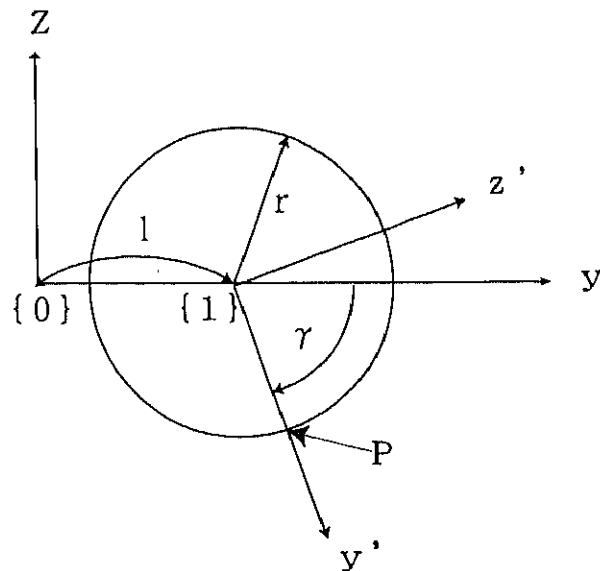


図4.2 直線軌道対応クローラ型移動機構座標系

4.3.1 直線駆動ガイドの数式表現

まず、サイクロイド曲線を駆動ガイドとして用いたときの力学的特性を幾何学的に解析する。初期状態において、半径 r の回転円盤の中心が基準座標系 $\{0\}$ の原点上にあったとする。横軸を y 、縦軸を z とし、円周上の点 P は最初正の y 軸上にあったとする。円盤が直線 $z = -r$ 上を滑ることなく時計周りに回転し、円盤中心が l (エル) だけ移動した状態を図4.2に示す。今後回転角は y 軸正方向から測った角度 (図4.2では γ) を使用する。円盤中心を原点とし、初期状態において座標系 $\{0\}$ と一致する回転円盤に固定された座標系を $\{1\}$ とする。さらに、点 P を原点とし回転角 γ が0のとき座標系 $\{1\}$ と一致する座標系を $\{2\}$ とする。これら座標系の間同

時変換行列は次式で表現される。

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & r \cos \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & r \sin \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

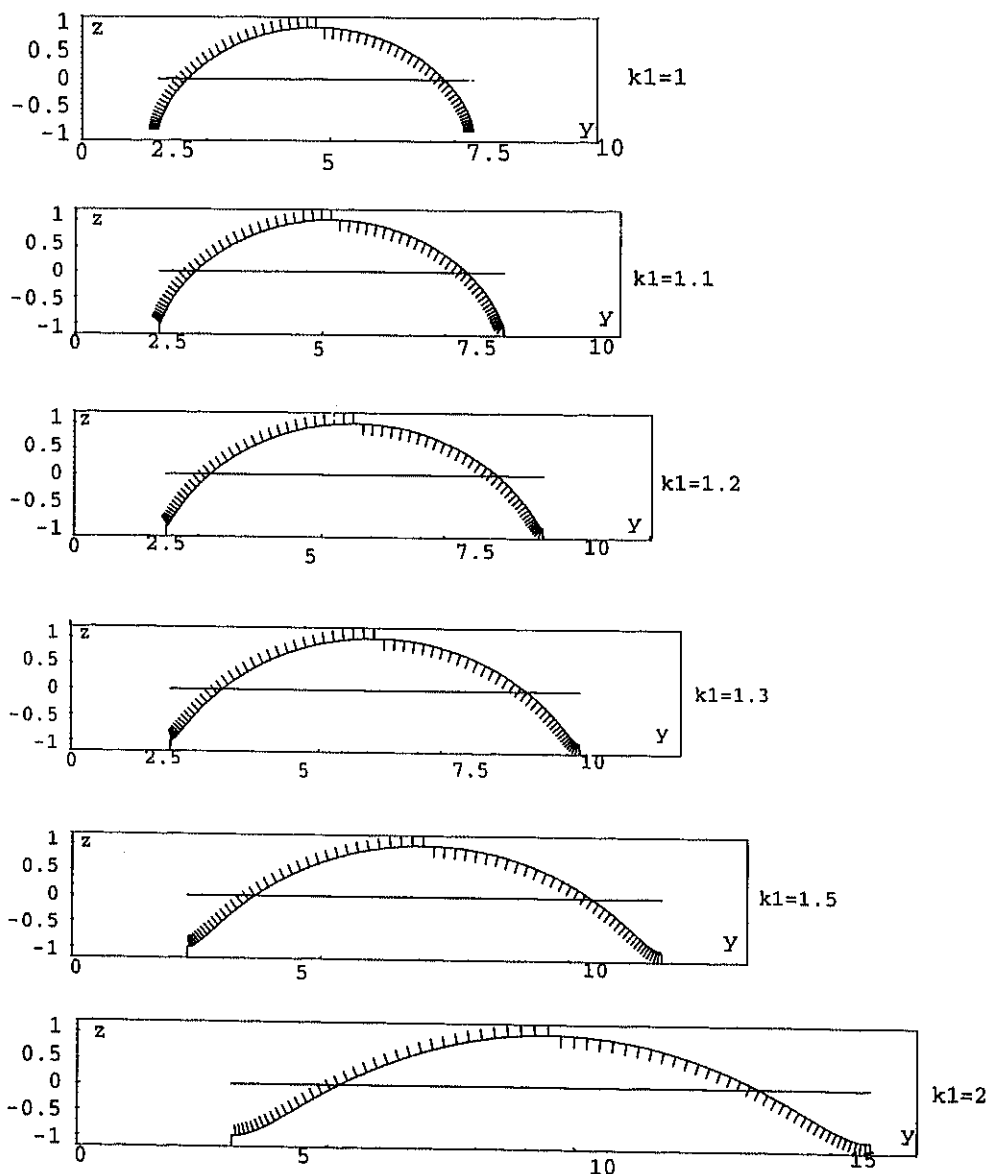


図 4.3 滑り係数を1～2まで変化させたときの円周上一点の軌跡と反力ベクトルの向きの変化

ここで、 l は中心移動距離である。この2つの行列の積から基準座標系で表現した点 P の位置は

$$y = r(\gamma + \cos \gamma) \dots (1)$$

$$z = r \sin \gamma \dots (2)$$

と表現される。これはサイクロイド曲線を表している。

4.3.2 滑り係数とローラ軸圧力角

直線上を円盤が滑ることなく回転したとき、円周上の一点はサイクロイド曲線を描いた。円盤の直線に接するところで滑りを許容すると、円盤中心の移動距離と円盤の円周長さが異なる。ここで、円盤中心の移動距離を円盤の円周長さで割った比を滑り係数と定義し、 k_1 と表す。滑り係数を使用すると、サイクロイド曲線は $k_1=1$ である。

ここで、回転角 γ に滑り係数 k_1 をかけて回転円盤に滑りの条件を付け加えると（移動距離は回転角に比例する）、上の (1)、(2) 式は次式となる。

$$y = r(k_1 \gamma + \cos \gamma) \dots (3)$$

$$z = r \sin \gamma \dots (4)$$

ここで、式 (3)、(4) に対して次の座標変換を行うと、

$$\gamma \rightarrow \frac{\pi}{2} + \gamma'$$

$$\frac{1}{k_1} x - \frac{\pi}{2} \rightarrow X,$$

$$-\frac{1}{k_1} y + 1 \rightarrow Y$$

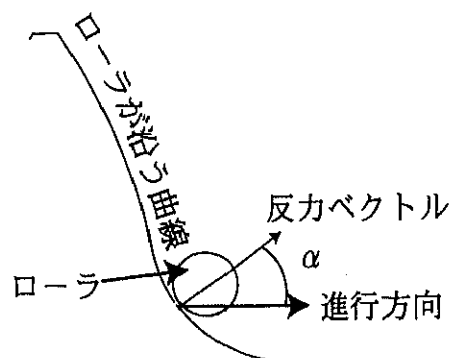


図 4.4 ローラが強制的に曲線に沿わされるとき
反力ベクトルの方向と移動本体の進行方向

式 (3), (4) は, 次式のようにトロコイド曲線の標準形に変換される.

$$X = r(\gamma' - \frac{1}{k_1} \sin \gamma')$$

$$Y = r(1 - \frac{1}{k_1} \cos \gamma')$$

滑り係数 k_1 を 1 から 2 まで変化させたときのトロコイド曲線の変化と第 3 章で導入したカベクトル f_p を曲線に沿って描かせたものが図 4.3 である. ここでカベクトルは, 円盤が時計回り (右回り) に回転したときのものである. カベクトルが円盤の進行方向に及ぼす有効な推進力は, 図 4.4 に示すように反カベクトルと進行方向との内積に比例する. ここで, 図 4.4 の進行方向は移動本体の進行方向であり, 走行ガイドの方向と一致する. 現実のシステムにおいて反力を及ぼすものは点ではなくローラであるが, ローラ半径が接する曲線の曲率半径より小さければ 1 点での接触が保証され, 反カベクトルの向きは法線と一致する. 実際のクローラ型移動機構の設計においては半径を有するローラで解析しているが, ここではクローラ型移動機構の概略の特性を説明するために点として解析を進める.

水平方向に対して傾斜角 ϕ をもって駆動ガイドが設置されたとき, モータトルクを T , モータが駆動する円盤の微小回転角を $\delta\theta$, ローラを介して得られる力を F , 移動部分の進行方向の微小変位を δr とすると仮想仕事の原理から $T \cdot \delta\theta = F \cdot \delta r$ が成立する. ここで \cdot は内積を表す. 右辺は移動本体にかかる重力に逆らって進行方向になす仕事である. 移動本体質量を M , 重力加速度を g とすると, これは $-Mg \cdot \delta r$ と一致するので, F の進行方向への射影 F_r は一定である. ここで, F と δr のなす角

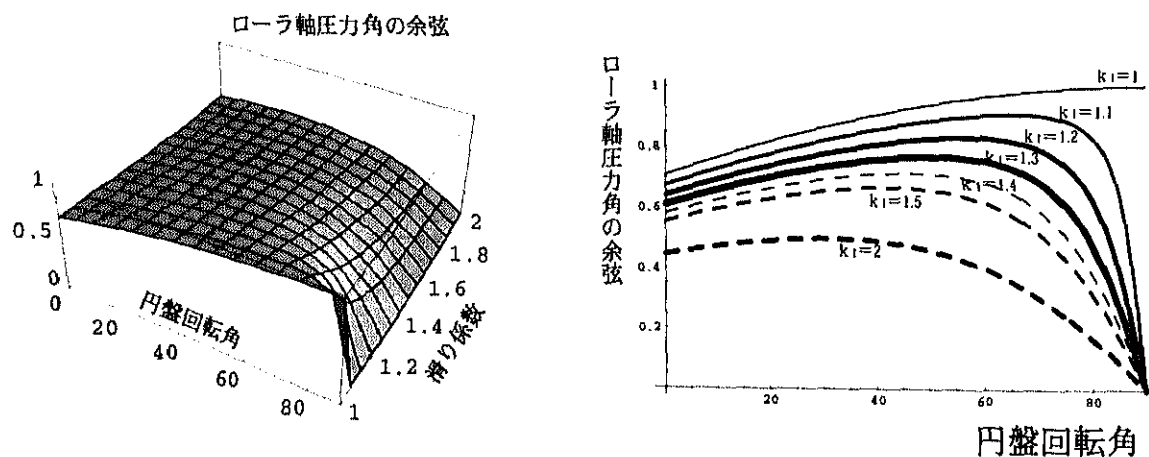


図 4.5 円盤回転角と滑り係数を変数としたときのローラ軸圧力角の余弦の変化

α (図 4.4 の α と同じ) をローラ軸圧力角と定義すると、ローラ軸にかかる力 F の大きさは $Mg \sin \phi / \cos \alpha$ で表され、ローラ軸圧力角の余弦に反比例する。ローラ軸圧力角が 90 度に近いところではローラ軸に過大な力が加わることになる。すなわち、サイクロイド曲線の頂点ではローラ軸圧力角 α は 90 度となり、ローラ軸に加わる力は無限大となる。そのため、駆動ガイド選定にあたっては、ローラ軸にかかる力が小さい範囲を選ぶ必要がある。すなわち、円盤回転角 0 度から 90 度に対応する駆動ガイドを選定すれば、円盤回転角 0 度においてローラ軸圧力角は 45 度と最も大きく、円盤回転角 90 度に向かって小さくなってゆく。ローラ軸にかかる力は、ローラ軸圧力角 45 度のとき移動本体重量の寄与成分 $Mg \sin \phi$ のたかだか $\sqrt{2}$ 倍であるので、ローラ軸圧力角 45 度を一応の目安とする。

円盤回転角と滑り係数の変化に対するローラ軸圧力角の変化を表示したものが図 4.5 である。同図において、右の図は滑り係数ごとに左図を輪切りしたものを同時に表示したものである。円盤回転角 90 度においてローラ軸圧力角が 0 になるのは $k_1 = 1$ の場合だけである。すなわち、滑りのないサイクロイド曲線の場合のみ円盤回転角 90 度においてローラ軸圧力角は 0 度となり、ローラ軸にかかる力は最低となる。滑りのあるトロコイド曲線では円盤回転角 90 度においてローラ軸圧力角は 90 度となり、ローラ軸には無限大の力が掛かることになる。ローラ軸圧力角 45 度の範囲の境

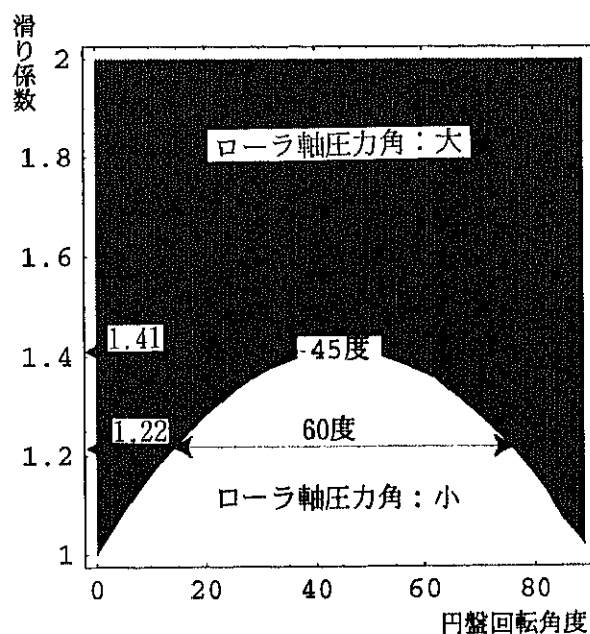


図 4.6 有効角度 45 度の時のローラ軸圧力角

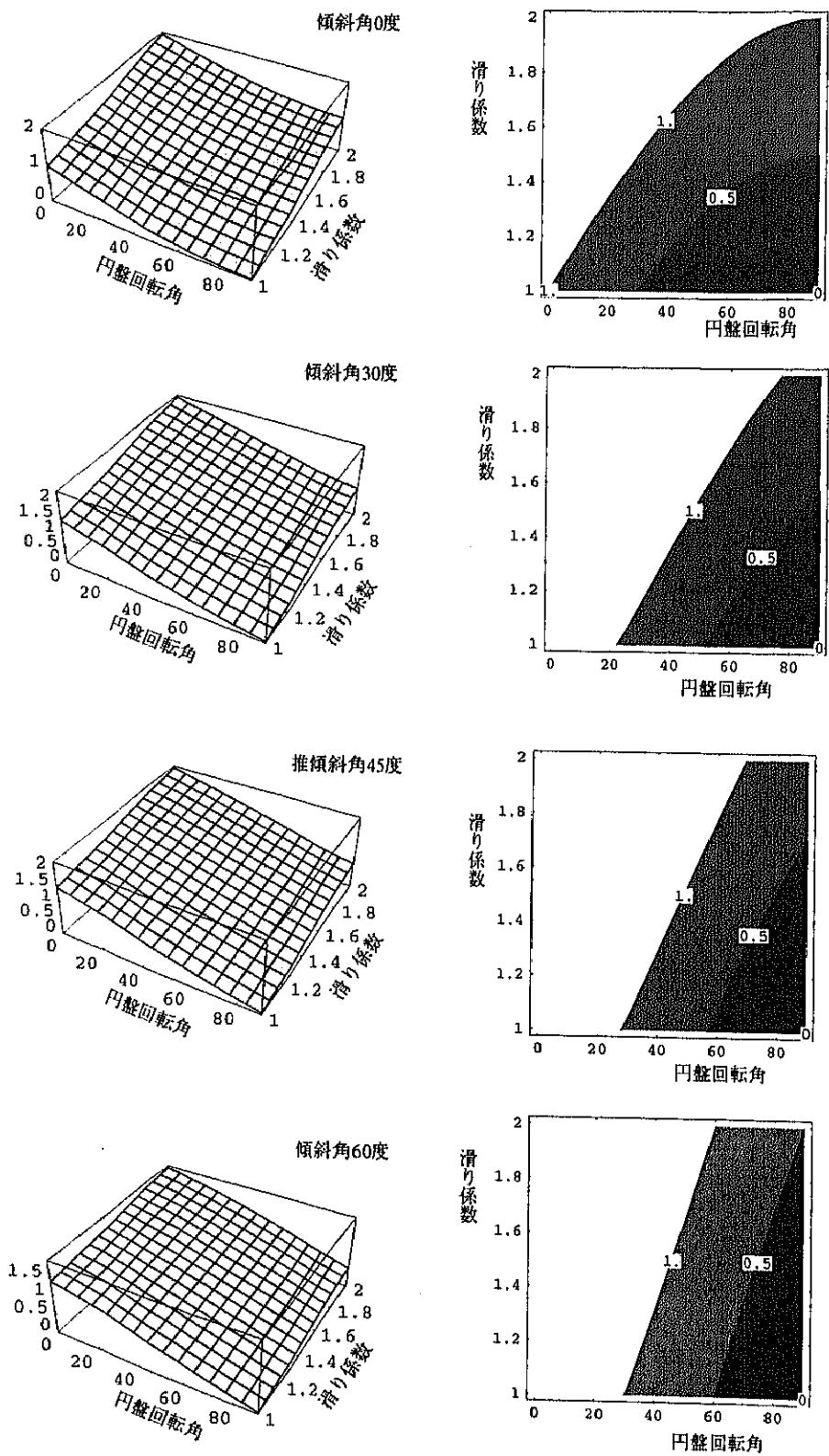


図4.7 いくつかの傾斜角における円盤回転角と滑り係数を変数としたヤコビアン y 成分の変化

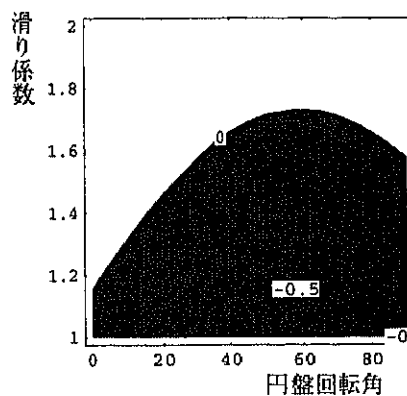
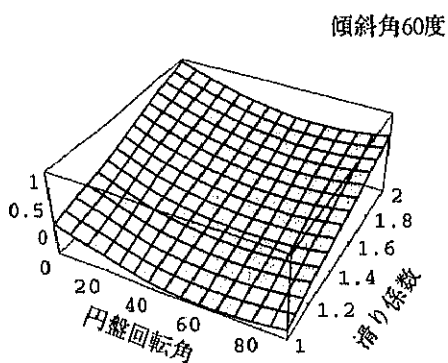
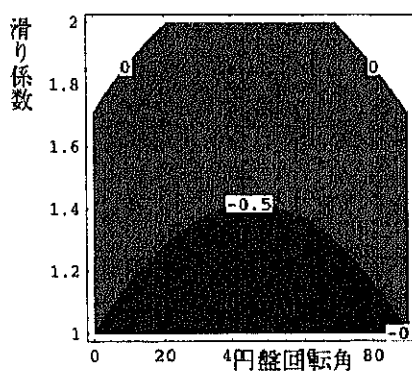
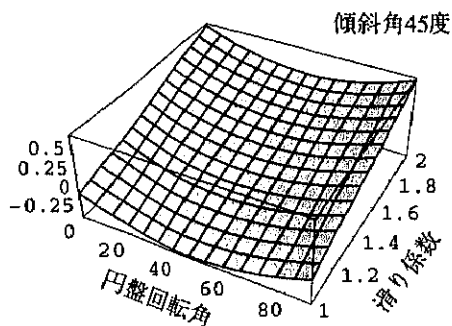
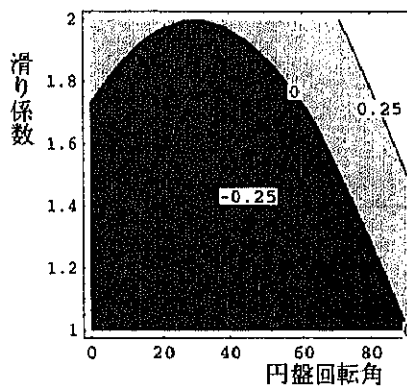
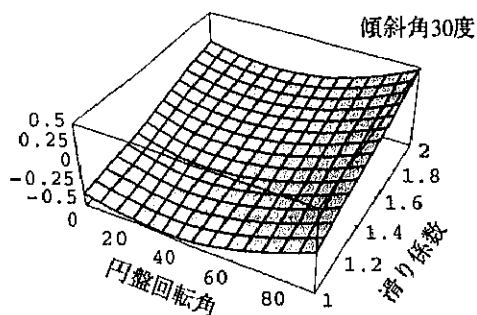
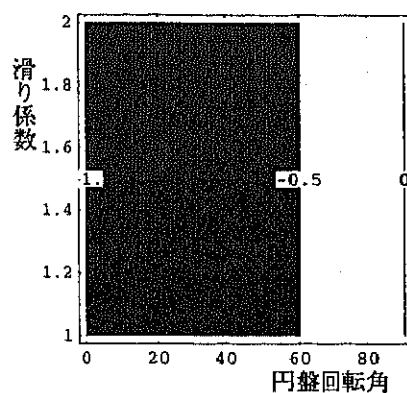
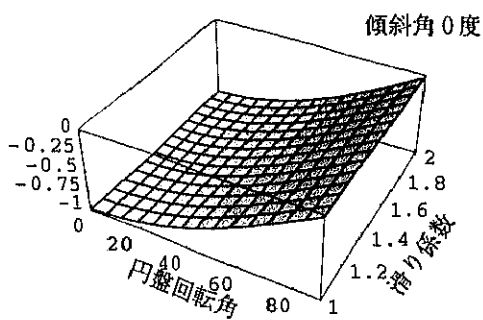


図4.8 いくつかの傾斜角における円盤回転角と滑り係数を変数としたヤコビアンz成分の変化

界線を示したものが図 4.6 である。図の白いところがローラ軸圧力角 45 度以下の範囲である。すなわち、滑り係数 1.4 以上では円盤回転角度のどの部分においてもローラ軸圧力角は 45 度以上である。

計算によると幅が正を維持できるのは滑り係数 1.41 まで、円盤回転角 60 度以上に渡ってローラ軸圧力角を 45 度以下に維持するには滑り係数 1.22 以下である必要がある。滑り係数を変化させることによって、円盤の移動距離を連続的に延長させることができるが、この図からローラ個数が 6 個である場合、ローラ軸にかかる力を最小値の $\sqrt{2}$ 倍以上に大きくしないためには滑り係数は 1.22 以下が要求される。そのため、円盤 1 回転の間の移動距離を無闇に延ばすことはできない。

4.3.3 直線駆動ガイドのヤコビアン

円盤の回転角度変化に対するローラの位置の変化割合はヤコビアンであり、 ∂x

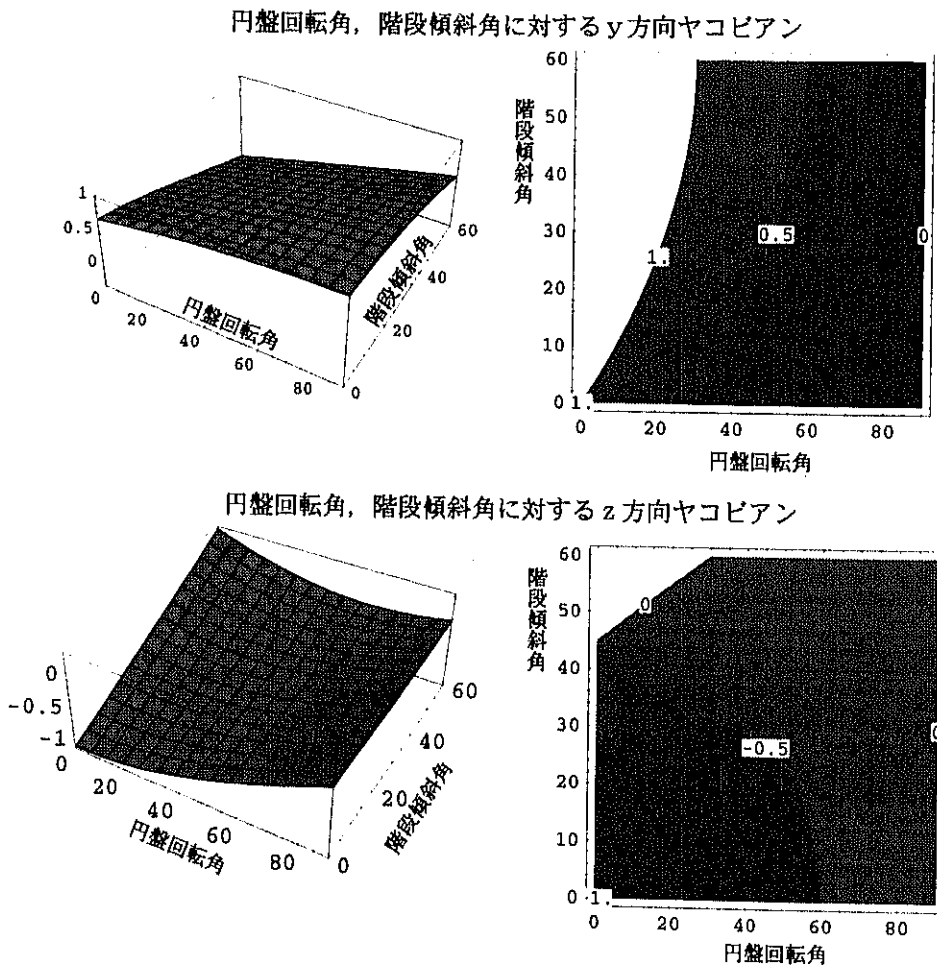


図 4.9 円盤回転角，階段傾斜角の変化と反力ベクトルおよびヤコビアンの関係

$\partial \theta$ で表される。 x は 2 次元， θ は 1 次元であり， 平面内クローラ型移動機構のヤコビアンは 2×1 の行列である。 数学（解析学）では一般にヤコビアンは行列式であるが， ここではロボット工学で一般的に用いられているように行列である。 ここでは， 行列の成分に注目する。 その値が 0 の時， 円盤回転角が変化しても成分に相当する方向の移動がないことを意味している。

円盤回転角と滑り係数を変数とし， 階段傾斜角をパラメータとしたときの基準座標系 y 軸方向のヤコビアンの変化を図 4.7 に， 基準座標系 z 軸方向のヤコビアンの変化を図 4.8 に示す。 滑りがないとき， すなわち滑り係数が 1 のとき， 階段傾斜角に関係なく円盤回転角 90 度において y ， z 方向のヤコビアンはともにゼロになっているのが分かる。 また， 滑り係数が大きくなるにつれて， y ， z 方向ともヤコビアン値が大きくなっている。 滑りがないときの円盤回転角と階段傾斜角を変数としたときの同様の傾向を図 4.9 に示す。

4.3.4 直線駆動ガイドの生成と歯の形状

これまで， クローラ型移動機構への適用を前提として， 滑りがないとき（滑り係数が 1）のサイクロイド曲線と， 滑りがあるとき（滑り係数が 1 以上）のトロコイド曲線の特性について述べた。 ここからは回転円盤上のローラ個数を条件に入れた議論を展開する。 まず， ローラ個数 4 個の場合について検討する。 円周上に 4 個のローラが均等に配置され， 初期状態においてそのローラが y 軸， z 軸上にあり， 図 4.10 に示すように各ローラを y 軸正方向より左方向に $ph1 \sim ph4$ と名付ける。 図 4.10 では $ph1$ については 2π ， $ph2 \sim ph4$ については y 軸に達してからの $\pi/2$ 分の軌跡が示されている。 ローラ $ph1$ は円盤の回転につれて下に進み， 回転角 90 度で最下点に達し， さ

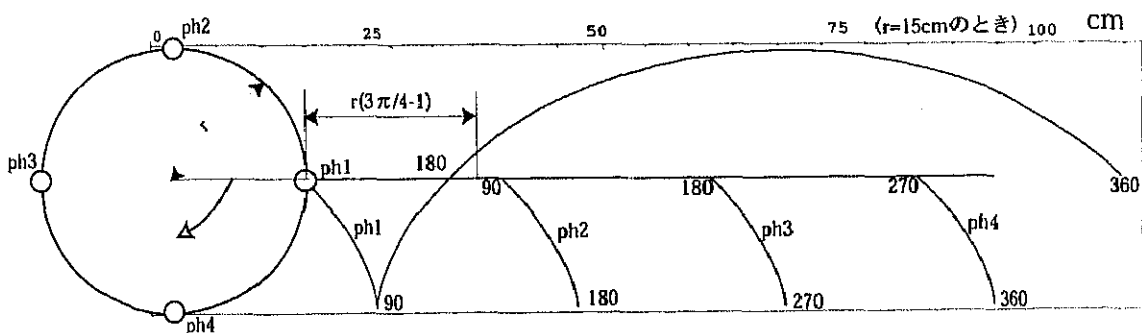


図 4.10 ローラ 4 個の場合の各ローラ中心の軌跡， $ph1$ については円盤 1 回転分について示した。

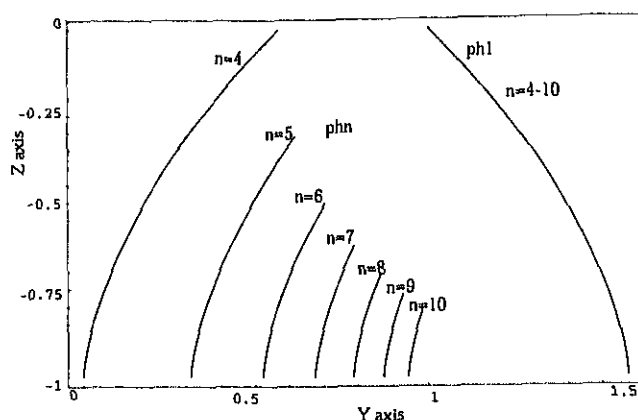


図 4.11 ローラ個数とラック歯構成の基礎となるローラ中心の軌跡

らに回転すると z 軸に対して線対称に上に向かって進み、270 度で最高点に達し、360 度で始めの高さに戻る。

ph2, ph3, ph4 もそれぞれ 90 度, 180 度, 270 度から ph1 と同じ曲線を描く。各曲線の端部に示されている数字は円盤の回転角である。図中真ん中の水平線は円盤中心の軌跡である。中心線より下の部分は、第 3 章で導入したベクトル f_p と進行方向の向きが近いために駆動力を得るには適した領域と言える。クロール型移動機構ではこの部分を駆動力を得る駆動ガイドとして採用している。また、図 3.1 の点 A には実

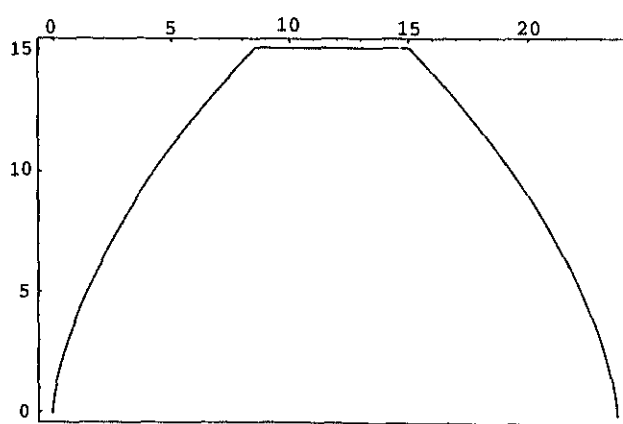


図 4.12 ローラ 4 個を有する半径 15 センチの円盤に適應するラック歯形状

際はローラが設置されているため、駆動ガイドはサイクロイド曲線からローラの半径分を差し引いたサイクロイド曲線の平行曲線となっているが、これからの解析においては上記と同様複雑さを避けるため、ローラ中心のみの軌跡に注目しローラの肉厚は無視して議論を進める。

円盤の周縁部に等間隔にローラを n 個設置し、滑ることなく回転させたとき、それぞれのローラは $2\pi/n$ づつシフトしたサイクロイド曲線を描く。図 4.10 の場合、 $ph1$ の 90 度～ 180 度（円盤中心軌跡との交点）の軌跡と $ph2$ の 90 度～ 180 度の軌跡は、 $ph1$ 初期位置から右に $r(\frac{3}{4}\pi - 1)$ シフトした軸に対して線対称である。すなわち、 $ph1$ 、 $ph2$ の描く軌跡の一部が線対称であるということは、 $ph2$ (90 度～ 180 度) は右方向の駆動力を得るためのガイド、 $ph1$ (90 度～ 180 度) は左方向の駆動力を得るためのガイドとして利用できることを示している。さらに、両方向移動可能なガイドまたはラックを構成するためには、 $ph2$ (90 度) - $ph1$ (180 度) で示される歯先部における厚さ（これを歯先厚さと定義する）が正でなければならない。

ローラ個数を 4 個から 10 個まで変化させたときのラック歯形状の変化を図 4.11 に示す。ここでは、回転角が $90 - 360/n$ 度～ 90 度と変化したときの、 $ph1$ と phn (n はローラ個数) が示されており、ローラ個数が増加するにしたがって、ラックの歯の高さが低くなっている。また、ローラ個数 4 個から 10 個に対応する $ph1$ の軌跡（右側の歯形）は全て重なっている。ここで左側の曲線において、下端点は回転角 $90 - 360/n$ 度、上端点は回転角 90 度に対応する。

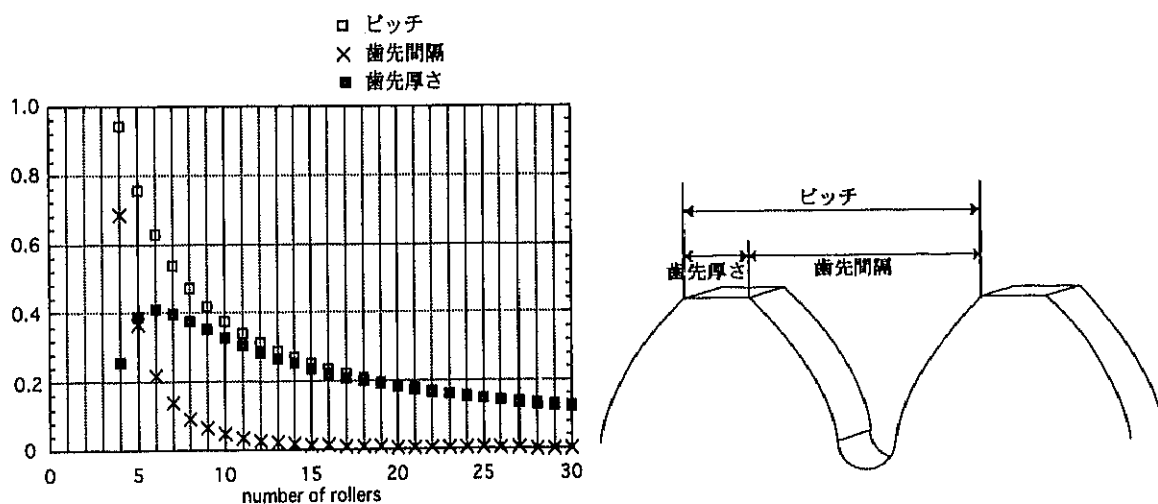


図 4.13 ローラ個数の変化に対する歯先幅、歯先間隔の変化

図 4.12 は、ローラ 4 個を有する半径 15 センチの円盤に対応するラック歯一枚の形状である。実際の歯形は、先に述べたようにローラ半径だけ内側に削り込み、歯底の処理についての考慮も必要である。

図 4.13 は、ローラ個数を変数としたときの歯先厚さと歯先間隔（2つの隣り合う歯先のピッチから歯先厚さを差し引いたものをここではこう定義する）の変化を示したものである。ローラ個数が 3 個の時、歯先厚さは負になるため、このグラフでは省略した。歯先が負になるときは戻りローラが駆動ガイド先端部分で衝突するために駆動ガイドとしての役目を果たさない。すなわちローラ個数 3 個のクローラ型移動機構は原理的に不可能であることを示している。歯先厚さは■印で、歯先間隔は×印で示され、それらを足したピッチが□印で表示されている。歯先厚さは次式で表される。

$$\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) - \frac{2\pi}{n}$$

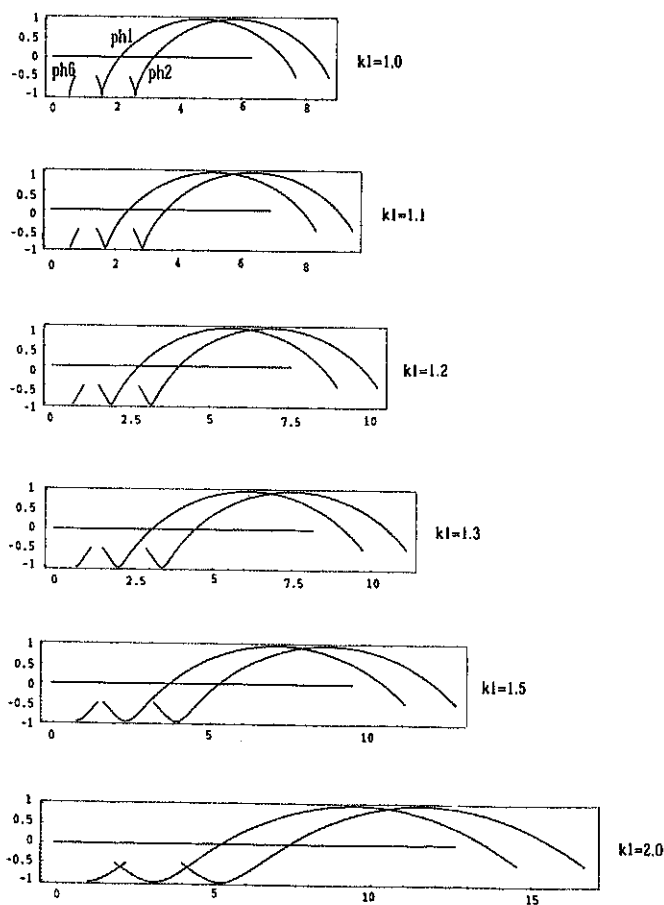


図 4.14 ローラ個数 6 個のとき滑り係数を 1 から 2 まで変化させた場合の隣り合うローラ中心の軌跡

ここで、 n はローラ個数である。この関数（ n は整数のため連続関数ではない）は $n=6$ で最大値を示し、ローラ個数の増加とともに0に向かって減少する。

4.3.5 滑り係数と歯先厚さ

サイクロイド曲線を利用したラックでは1歯のピッチが $2\pi r/n$ に固定されるために、全体の長さは $2\pi r/n$ を単位とする長さの整数倍に限定される。しかし階段など現実のシステムにおいては、一定長の直線部に対応したり、任意の螺旋角（円柱上の螺旋の接線とその円柱の母線のなす角）を有する定螺旋軌道に対応する必要がある。ラック1歯のピッチを可変とするためには4.3.2で述べた滑り係数を利用する。ここではラックの歯の構成という観点から滑り係数の限度を見極める。

歯先厚さが最大であるローラ6個の場合、滑り係数を変化させたときの、隣り合うローラの中心が描くサイクロイド曲線からトロコイド曲線への形状変化（すなわち歯の形状変化）を調べたものが図4.14である。 k_1 が1以下であると、サイクロイド曲線において尖点（ローラ中心が水平位置にあるときから計測して回転角90度で発生する）を示したものがループを描くようになり、回転角90度を越え推進力を得る目的を失った戻りローラがラック歯を押すことになる。そのため、 k_1 が1以下ではラ

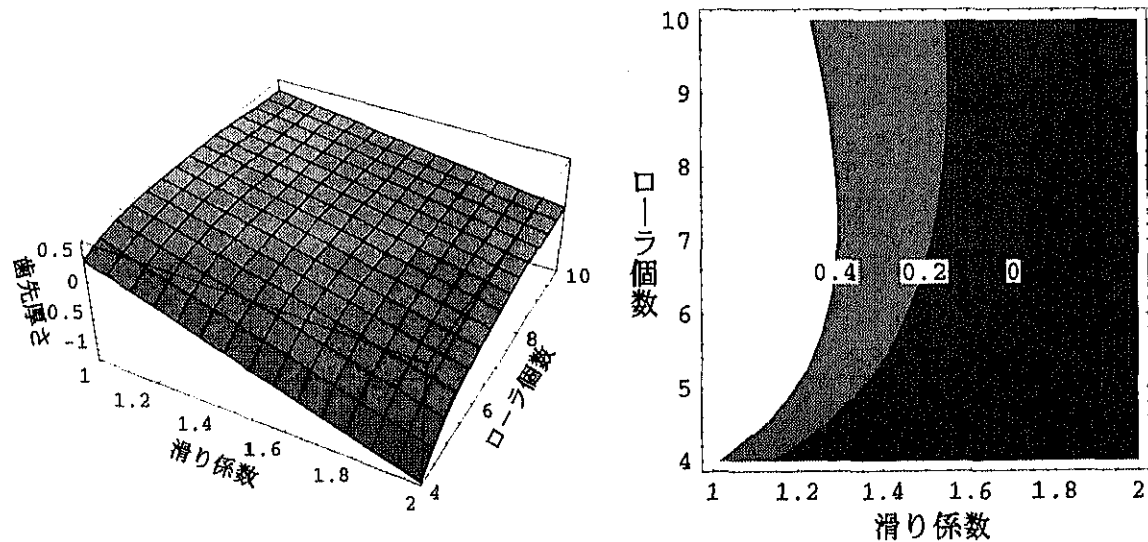


図4.15 滑り係数，ローラ個数に対する歯先厚さの関係と比歯先幅0, 0.2, 0.4の等高線表示

ック歯は構成できない。図では滑り係数 1 から 2 までに対応する軌跡が描かれている。各図ともいちばん左の曲線は $ph6$ の尖点から $1/6$ 周期、その右の曲線は回転角 30 度から $(30+360)$ 度までに対応した $ph1$ の 1 周期である。いちばん右の曲線は $ph2$ の 1 周期の軌跡で $ph1$ とは円盤回転角度に換算して $\pi/3$ シフトしている。 $ph6$ の最上部と $ph1$ の始めの位置の間隔がラック歯の歯先厚さである。この間隔が正であればラック歯が構成できることを示している。図から $k_1=1.5$ で歯の尖りが発生しており、 $k_1=2.0$ では歯先厚さは負である。これから、滑り係数 1.5 以上ではラック歯を構成できないことが概略わかる。

さらにローラ個数を変数として加えたときの歯先厚さの変化を図 4.15 左に示す。同図では横軸に滑り係数、奥行きにローラ個数をとっている。右の図はその等高線図である。両図とも歯先厚さは円盤半径を 1 としたときの比として示されている。図 4.15 右によるとローラ個数 4 個の場合、滑り係数 1.3 で歯先の尖りが発生している。ローラ個数 6 個の場合、滑り係数 1.6 以上で歯先の尖りが発生するのがわかる。ローラ個数 6 個の方が 4 個の場合よりローラ歯が構成しやすいことは、図 4.13 で示された傾向と同様である。

4.3.6 直線駆動ガイドの力学的特性

必要とするモータトルクについて考察する。4.3.2 節で、仮想仕事の原理からローラ軸圧力角を定義した。ここでは同じ式 ($T \cdot \delta\theta = F \cdot \delta x$) から移動本体が直線駆動ガイド走行中、モータトルクは一定であることを示す。 θ はスカラーであるから、 $\delta\theta$ で両辺を割ると $T = F \cdot \delta x / \delta\theta$ となる。右辺右側 $\delta x / \delta\theta$ はクローラ型移動機構では一定であり、 F の進行方向への射影 F_r も一定であるので、 T は一定となる。すなわち、傾斜角が一定であれば、必要とされるモータトルクは一定である。

水平方向に対して傾斜角 ϕ をもって駆動ガイドが設置されたとき、移動本体質量を M 、重力加速度を g とすると、 $T \cdot \delta\theta$ は $-Mg \cdot \delta x$ と一致するので、4.3.2 節と同じ議論でモータトルク T は $Mg \sin\phi$ に比例する。すなわち、駆動ガイドが水平に置かれた場合、理想的にはモータトルクは必要ない。駆動ガイドが垂直に置かれた場合、モータは最大トルクを必要とする。

駆動ガイドに沿って動くローラ個数 6 個の場合のヤコビアンは図 4.16 である。尖点 (円盤回転角度 90 度) において y 軸、 z 軸成分がともに 0 になり、 z 軸方向の移動方向が反転するために瞬間的にローラは静止するが、移動本体は定速で直進する。移動本体と走行ガイド、ローラと駆動ガイドの間に摩擦が存在する場合、モータトルク

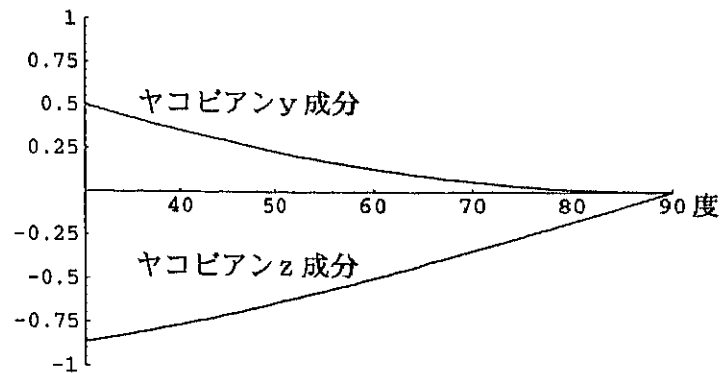


図 4-16 直線軌道のヤコビアン

クは駆動ガイドに沿ってどのように変化するかを求める。そのモデルを図 4.17 に示す。 f は駆動ガイドに垂直方向に働く反力、 $f\mu$ は f による摩擦力、 g は走行ガイドが移動本体へ及ぼす反力、 $g\mu$ は g による摩擦力である。ここで、 μ は摩擦係数である。 T は全体が釣合うために必要なモータトルク、 F は重力である。簡単化のため 2 つの摩擦係数は同じとした。力とモーメントの釣合いの式は次式である。

$$f + f\mu + g + g\mu + F = 0 \dots (5)$$

$$r \times (f + f\mu) + r_1 \times (g + g\mu) + T = 0 \dots (6)$$

ここで、 r は円盤中心から反力ベクトル f までの位置ベクトル、 r_1 は円盤中心から g までの位置ベクトルである。

摩擦係数を 0.1 とし、円盤回転角度の変化に対するモータトルクの変化を、重力方向を 45 度ごとに変化させて図示したものが図 4.18 である。この計算では全てを単位化しているため、モータトルクをもっとも必要とする階段傾斜角 90 度のとき、モータトルクは 1 である。この曲線群は円盤回転角 90 度で最小絶対値を示す単調関数である。摩擦がないとき、モータトルクは 90 度の時の値で横軸に平行になる。摩擦係数が大きくなると、90 度での値はそのままであるが、単調関数の傾斜が大きくなる。

4.4 直線軌道対応クローラ型移動機構装置の試作

これまで、ローラ軸圧力角、歯先厚さを評価項目として、滑り係数、ローラ個数との関係を見てきた。これまでの解析に基づいて、直線軌道対応でかつローラ 4 個（製作が楽なため）を有する円盤に対応したサイクロイド平行曲線をガイドとするクロー

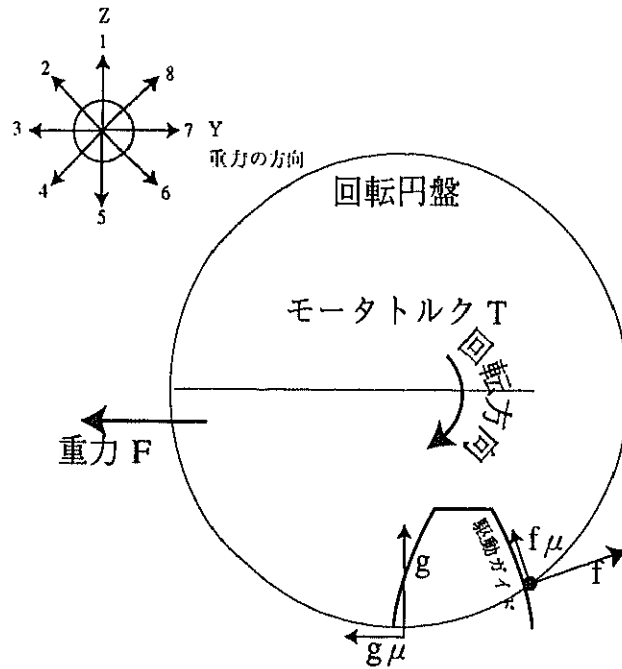


図 4.17 駆動ガイド, 走行ガイドとの間の摩擦を考慮した釣り合い

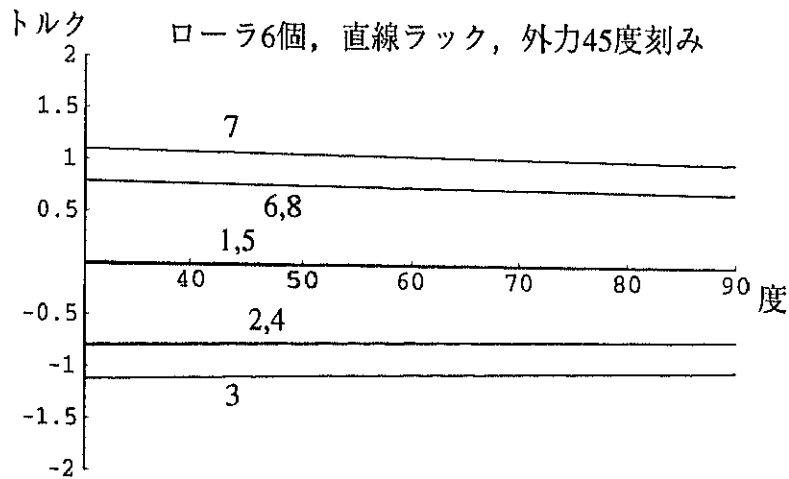


図 4.18 外力 (重力) の向きが図 4.17 左上のように変化したときの釣り合うためのモータトルク (それぞれの番号は対応している)

ル型ラックを試作し、移動がスムーズに行えることを確認した。試作機を図 4.19 に示す。本機構に用いるラックは傾斜角度に依存しないため、図 4.19 に示すように同じ機構で、水平、斜行、垂直移動に対応することができる。垂直設置時、円盤が 90 度回転したときのローラ位置の連続移動（ラックの片側全移動に対応する）の様子を図 4.20 に示す。本装置では、デモンストレーションにおける視認性をよくするためにラックをアクリル板で構成したが、写真ではローラと歯の噛みあいが分かり辛いために、ラック上のローラを矢印で示した。

また、本方式では、回転円盤の中心が描く移動線と線対称にラックを付け替えることによっても移動可能である。これによつてたとえば、ラックの歯底にゴミがたまるというクレームなどに対応できる。本プロトタイプではラックが取り外せるようにねじ止めになっている。このとき、同一移動方向に動くためには円盤は逆回転する必要がある。

4.5 直線軌道対応クローラ型移動機構の適用例

直線軌道対応クローラ型移動機構の屋内設置階段昇降機以外への適用例を以下 2 件述べる。

4.5.1 歩道橋への適用（水平と傾斜の例）

歩道橋は全国に約一万ヶ所あり、また歩道トンネル、跨線橋など屋外における階段を伴う公共設備は多い。特に歩道橋は形状の見苦しさもあり評判は芳しくなく、新設のものはさほど増加していないが、身障者・高齢者にとっては利用が困難で大きな障害であり続けている。しかし、歩道橋の階段部および水平部は鉄骨であるため、クローラ型階段昇降機を設置するには適している。また、階段部と水平部の接続は 4.6 節以降に述べる円弧軌道によって対処可能である。クローラ型階段昇降機の回転円盤のローラと走行ガイド間には潤滑が必要でないため、歩道橋などに対してメンテナンスフリー全天候型階段昇降機を提供できる。

4.5.2 緊急避難装置への適用（垂直の例）

クローラ型ラックを用いて、身障者・高齢者でも安全に恐怖感を抱かせることなく使用可能な緊急避難装置を提供できる。緊急避難装置の現状は、緩降器に代表されるように体が空間にさらされるために健常者でも使用が困難で、さらに高層階での使用は恐怖を伴うため実際に使用された例は極めて少ない。身障者・高齢者を考慮した

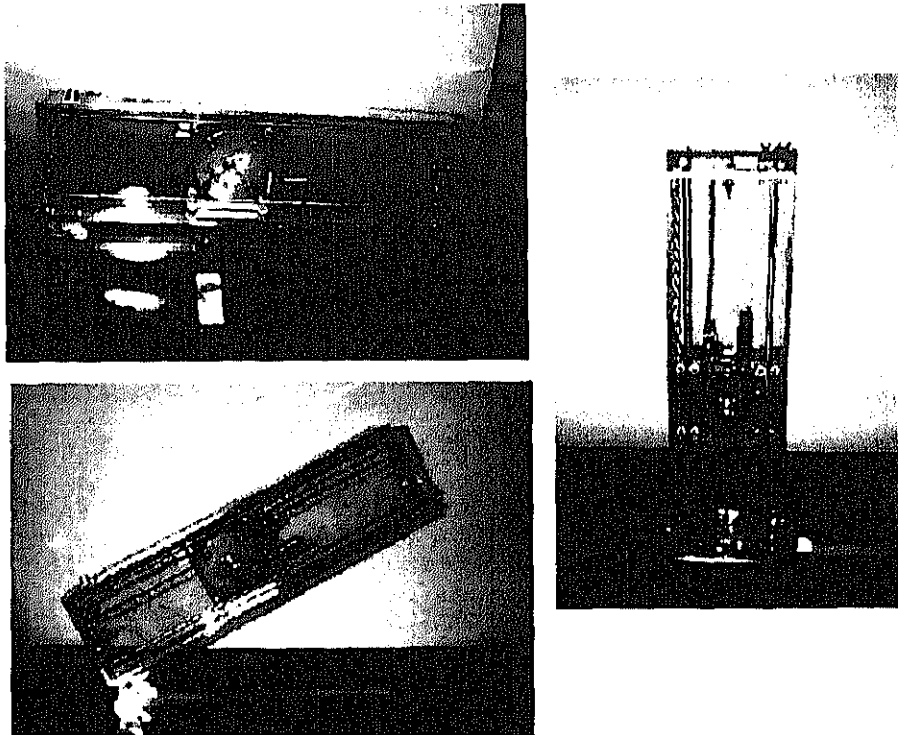


図4.19 ローラ個数4個のクローラ型移動機構プロトタイプ

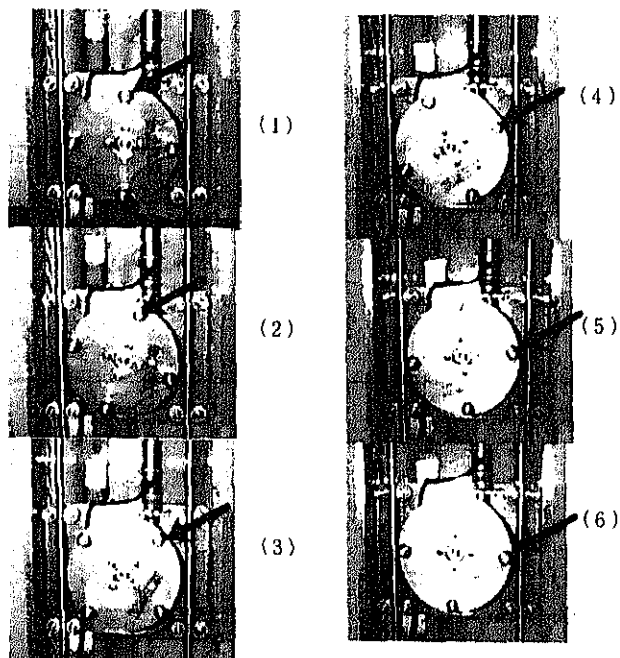


図4.20 図4.19に示すプロトタイプの移動シーケンス。
ローラが矢印で示されている。

避難装置は全国に数台しかない。

ここで提案する緊急避難装置の概念模型と一連の動きを図 4.21 に示す。クローラ型ラックを2本垂直に設置し、それぞれに回転円盤を有する2台のゴンドラの天井同士を釣瓶式に接続し、屋上から順次避難するものである。本システムの特長は、ローラを有する回転円盤が常にラックとかみ合ってゴンドラの落下によって強制的に回転

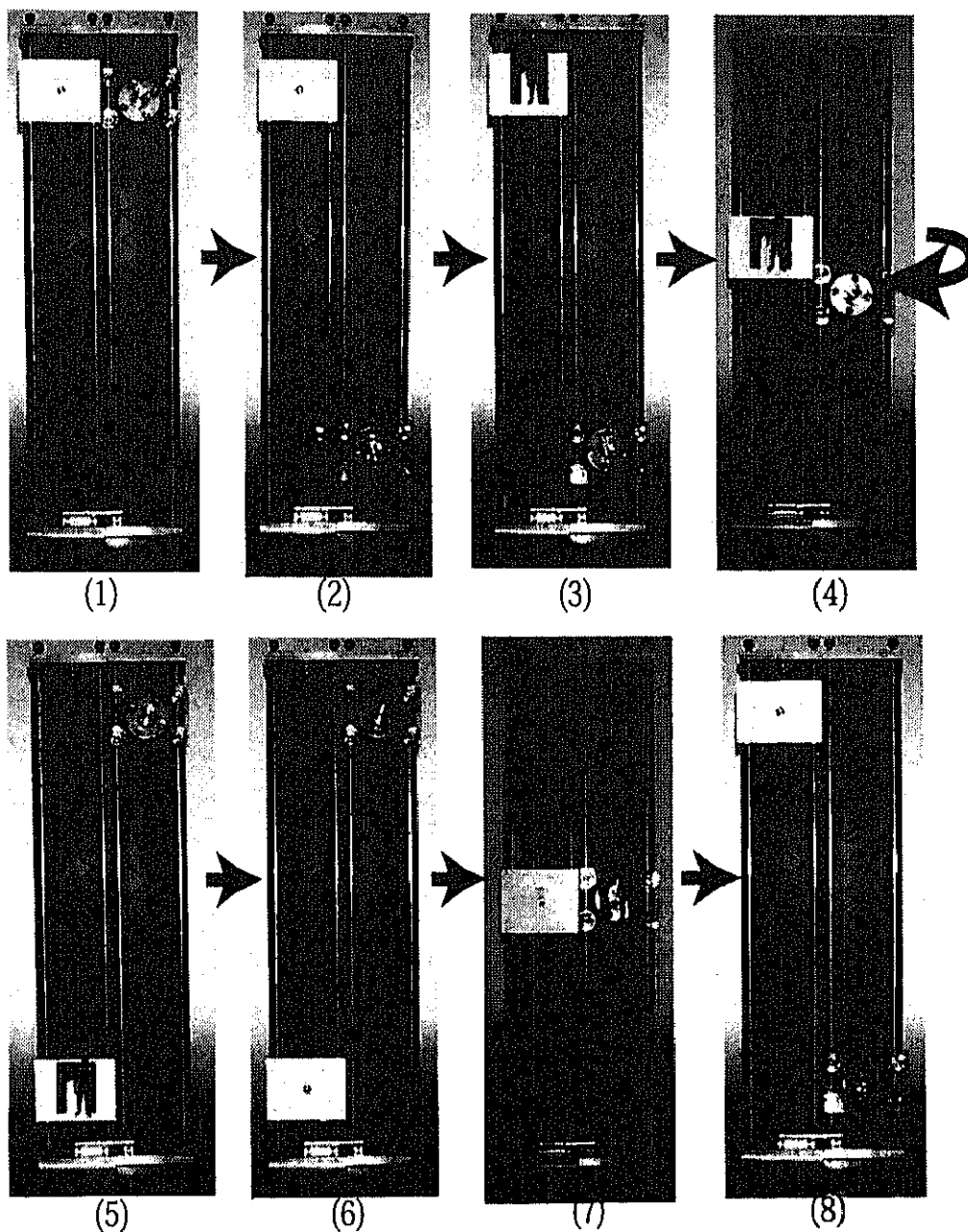


図 4.21 クローラ型移動機構を2台併設した緊急避難装置プロトタイプ
のデモンストレーション

されるため、落下に伴う重力エネルギーを、回転軸に接続された粘性流体素子によって吸収させ、ゴンドラの降下速度を一定速度にできることである。すなわち、避難動作に伴う主要なエネルギーを重力に頼ることによって、電力の供給を期待できない緊急時でも使用可能である。図 4.21 は動作の確認のために試作したものである。粘性流体素子は設置されていない。(1) は通常時の格納状態を示している。ゴンドラが2台とも屋上の然るべき格納庫に収納されている状態を示している。(2) は緊急時、ゴンドラ的一方(この図では右側)が地上に移動した状態である。(3) この状態で左側の屋上のゴンドラに人が乗り込めば、人の自重で、状態(4)、(5)を経由して地上に降りることができる。このとき、右側のゴンドラは屋上に達するため、2番目の避難者が乗り込み(6)、(7)、(8)と先程と同じ状態を経由して地上に降り立つことができる。このシーケンスを避難者がいなくなるまで継続すればよい。

本システムはゴンドラに乗り込む方式であるため、身障者・高齢者でも恐怖感なく安全に使用できる。また、万が一釣瓶式のロープが切断しても、システムはその後使用できなくなるが、ゴンドラは安全に地上に達することができ、システムの安全性は確保される。

4.6 円弧軌道対応クローラ型移動機構

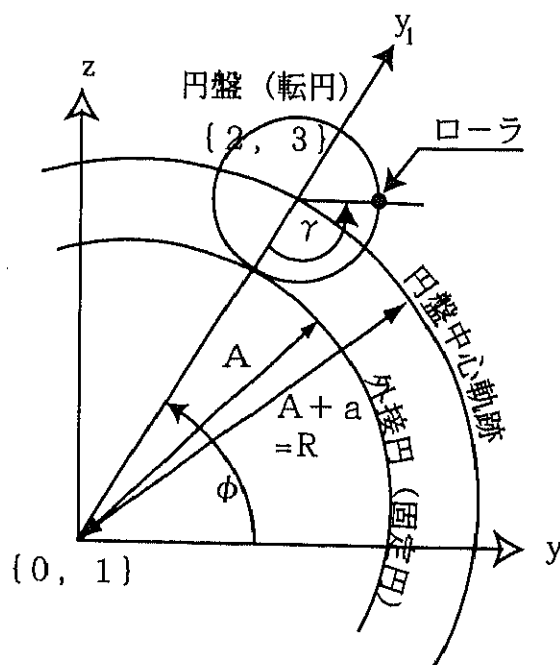


図 4.22 外接円弧軌道座標系

本節では、直線軌道と組み合わせて垂直平面内における閉ループ移動を可能とするための円弧軌道の設計の指針となる幾何および力学特性について述べる。円弧移動に対応する駆動ガイドは直線軌道の時と同じく2次元平面で構成できるため、極めてコスト安く実現でき、また、クローラ機構を垂直平面内に設置することによって、牽引索を用いない静粛で安全な移動手段を提供できる。すなわち、移動本体に設置された回転円盤の周縁部ローラをラックに相当する駆動ガイドに沿わせることにより、モータトルクを駆動ガイドからの反力として推進力に利用するため落下などの心配がない。垂直平面内閉ループの同一姿勢での移動が可能になれば、複数の移動装置を同時に同架することによって積載物の分配輸送、乗降ルートにもっとも近い最適移動本体の選定ができるなど今までにない移動手段を提供することが可能となる。円弧移動方式は乗り移りにおけるショックが少ないなど、クローラ型移動機構の特徴は継承されるため、コスト以上のメリットが期待される。

ビルの壁面など垂直な平面上において、水平移動と垂直移動を組み合わせた長方形の角など移動方向が変化する場所においてはここで提案する円弧軌道によって対処する。クローラ型移動軌道を用いた閉曲線軌道は、回転円盤が円弧の内側にくるか外側にくるかによって、円盤の回転方向と移動本体の閉曲線上の回転方向が異なってくる。円盤が円弧の外側にくる方式においてはこれらは一致し、円盤が円弧の内側に位置する方式においては逆になる。ここでは前者を外接方式、後者を内接方式と呼ぶ。これまで同様これからの解析はローラ中心の軌跡でのみ議論するが、ローラには半径厚みがあるので実際の歯（駆動ガイド）は半径分を削り取った各サイクロイドの平行曲線になる。

4.6.1 外接円弧軌道

図 4.22 は、固定円上を転円が外接している様子と座標系を示している。基準座標系 {0} の原点は定円中心であり、横軸を y 軸、縦軸を z 軸とする。初期状態は転円中心が y 軸上にあるときとする。図 4.22 は、転円が定円上を滑らずに左回りに角度 γ 回転して、 y 軸から ϕ の位置で接しているところを表している。座標系 {1} は基準座標系 {0} の原点周りに ϕ 回転したものである。座標系 {2} は座標系 {1} を姿勢そのままの状態でも y 軸方向に距離 R シフトしたものである。座標系 {3} は座標系 {2} の原点周りに γ 回転したものである。これら座標系間の同次変換行列は次式で表される。

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ローラの位置ベクトルは次で表される.

$$P_{roller} = [0 \quad a \cos \theta \quad a \sin \theta \quad 1]$$

ここで, a は転円の半径, θ は y 軸正側から計られる. ローラの番号は y 軸と正側で交わるローラから反時計方向につける. ローラ個数 n 個のとき, i 番目の θ は $\frac{2\pi}{n}(i-1)$ である.

座標系 $\{0\}$ における転円上の一点の位置は次式で表される.

$$y = (A+a) \cos \phi - a \cos(\gamma + \phi) \dots (7)$$

$$z = (A+a) \sin \phi - a \sin(\gamma + \phi) \dots (8)$$

ここで, A は定円の半径, a は転円の半径, γ は転円の回転角, ϕ はその時の y 軸から計った定円の角度である. (7), (8) はエピサイクロイド曲線のパラメータ表現である.

定円と転円が同じ半径であれば, 転円は1回転して, 定円上の同じ位置に戻ってくる. このエピサイクロイド曲線はカージオイド(心臓形)曲線になり, 出発点が尖点となる(図4.23で点 a). 定円を大きくしてゆけば, この尖点の位置は定円円周上

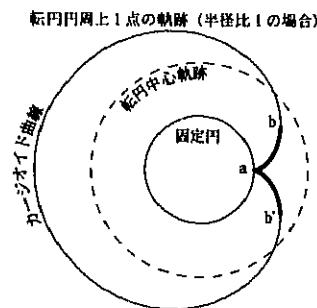


図4.23 カージオイド曲線

を徐々に出発点から離れてゆき、定円の半径が転円の半径の整数倍になるときに、定円上に半径比と同じ整数個の尖点をもつエピサイクロイド曲線を描く。転円の周囲に等間隔に n 個の点をとると、 $2\pi/n$ づつシフトしたエピサイクロイド曲線群が描かれる。

図 4.24 は $n=6$ 個の場合の $\pi/3k_2$ シフトした曲線群から構成される歯群のうち2枚の歯（駆動ガイド）の形状を示している。この図において、内側の円が外接する定円を表している。外側の円は定円を一周したときの転円の中心軌跡である。ここで k_2 は定円と転円の半径比 A/a であるので、総歯数は n と k_2 の積である。また、歯の片側を構成する線分は、転円の回転角度に換算して $60 (=360/6)$ 度に対応している。 $k_2=1$ のとき（図 4.23 左上）、2枚の歯は3つの尖点（おのおの $\pi/3$ ずれて定円に接している）を歯底とするカージオイド曲線から構成されている。図中 b 、 a 、 b' は図 4.23 の b 、 a 、 b' に対応している。歯先は、 $k_2=1$ 、 $n=6$ のとき交わって

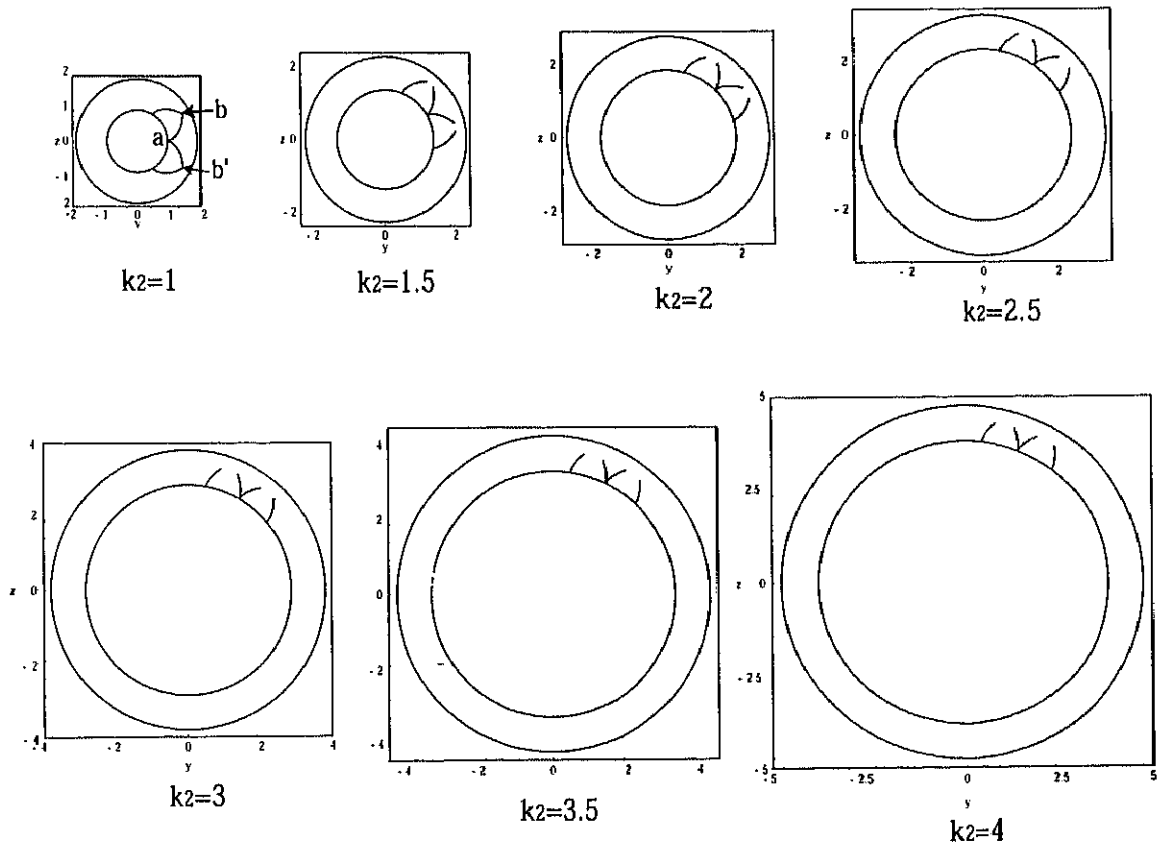


図 4.24 外接円弧における歯の構成

おり、このとき歯先の厚さは0である。すなわち $k_2=1$ のとき、 $n < 6$ では歯先の厚さは負となり歯は構成できない。 k_2 が1より大きくなるにつれて、歯先は開くようになり（歯先の厚さが正）、歯が構成できることを示している。

歯先の厚さに余裕があるとき、円盤を滑らせることによってサイクロイド曲線からトロコイド曲線ができたように、エピサイクロイド曲線においても、滑らせることによって歯数を減らすことが可能である。半径比と滑り係数を変数として、歯先の厚さの変化を見たものが図4.25である。同図右は等高線図で示したものである。図中の数字は転円半径を1としたときの比率である。この図からも、 $k_2=1$ のとき、滑り係数 k_1 が1を越えると歯先の歯の厚さが0以下になることがわかる。転円を滑らせたとき、式(7)、(8)は次式に変更される。

$$y = (A+a)\cos(k_1\phi) - a\cos(\gamma + k_1\phi) \dots (9)$$

$$y = (A+a)\sin(k_1\phi) - a\cos(\gamma + k_1\phi) \dots (10)$$

4.6.2 内接円弧軌道

内接円弧軌道を求めるための座標系を図4.26に示す。図4.26は、転円が内接円である定円上を滑らずに右回りに角度 $(-\gamma)$ 回転して、 y 軸から ϕ の位置で接しているところを示している。ここで、転円の回転角度と定円の角度の符号は逆である。外接の時と同様に同次変換行列を次に示す。同次変換行列において、外接式と違うところは転円の回転方向と進行方向が逆になるために、 2_3T において γ が負となることである。

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

転円円周上の一点の位置（ローラ位置）は次式で表される。

$$y = (A-a)\cos(\phi) + a\cos(\gamma - \phi) \dots (11)$$

$$z = (A - a)\sin(\phi) - a\sin(\gamma - \phi) \dots (12)$$

(11), (12) はハイポサイクロイド曲線または内接サイクロイド曲線のパラメータ表示である。

k_2 は外接円の場合と同じく半径比 A/a である。定円の半径が転円の2倍であれば、転円は2回転して、定円上の同じ位置に戻ってくる。このときの転円円周上の点が描く曲線は定円の直径となり直線である。定円を大きくしてゆけば、定円の半径が転円の半径の整数倍になるごとに、同じ数の尖点をもつハイポサイクロイド曲線が定円の内側に描かれる。転円の周囲に等間隔に n 個の点をとると、 $2\pi/n$ ずつシフトした曲線群が描かれる。

図 4.27 は $n=6$ 個の場合の $\pi/3k_2$ シフトした曲線群から構成される歯群のうち2枚の歯（駆動ガイド）の形状を示している。この図において、外側の円が内接する定円を表している。内側の円は定円を一周したときの転円の中心軌跡である。定円の内側に張り付いている尖点を有する曲線群が歯を表している。 k_2 は転円の半径を1としたときの定円の半径であるので総歯数は n と k_2 の積である。また、歯の片側を構成する線分は、転円の回転角度に換算して60度に対応している。 $k_2=2$ のとき、2枚の歯は定円の直径と円周の交わる点（おのおの $\pi/3$ ずれている）を歯底とする直線から構成されている。 k_2 が2より大きくなるにつれて、歯先は閉じ始め、歯が構成できることを示している。

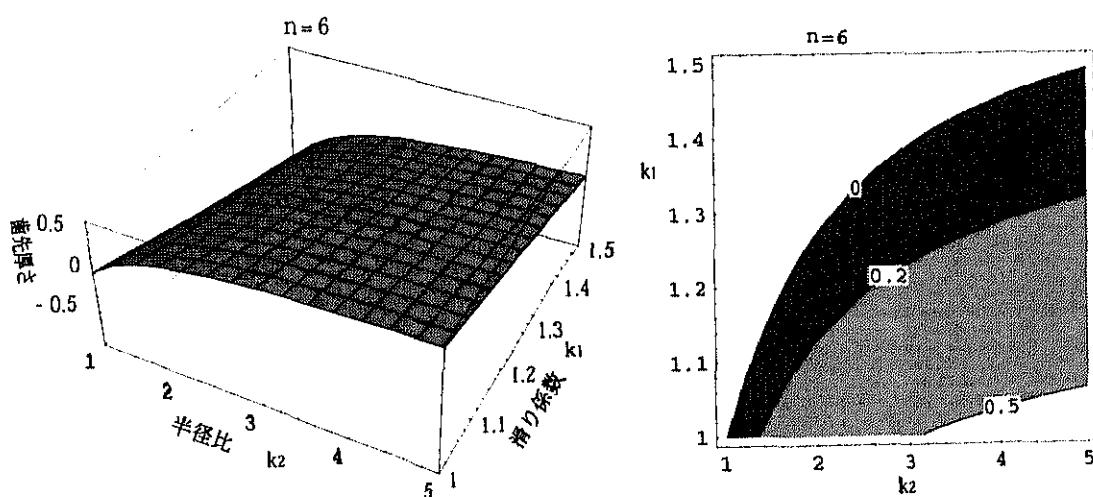


図 4.25 転円半径を単位化したときの固定円半径、滑り係数と歯先厚さの関係。
右の図はその等高線表示

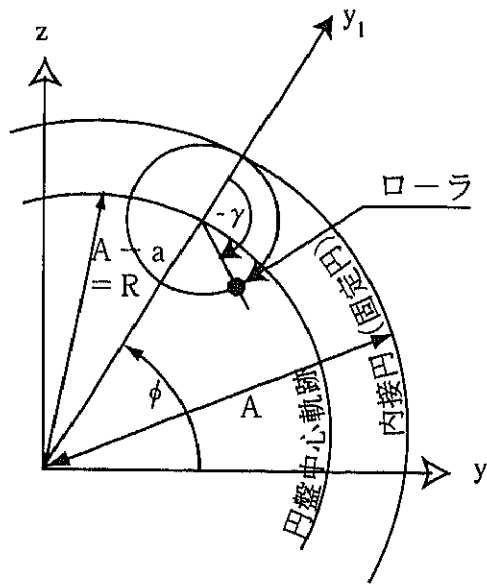


図 4.26 内接円弧軌道座標系

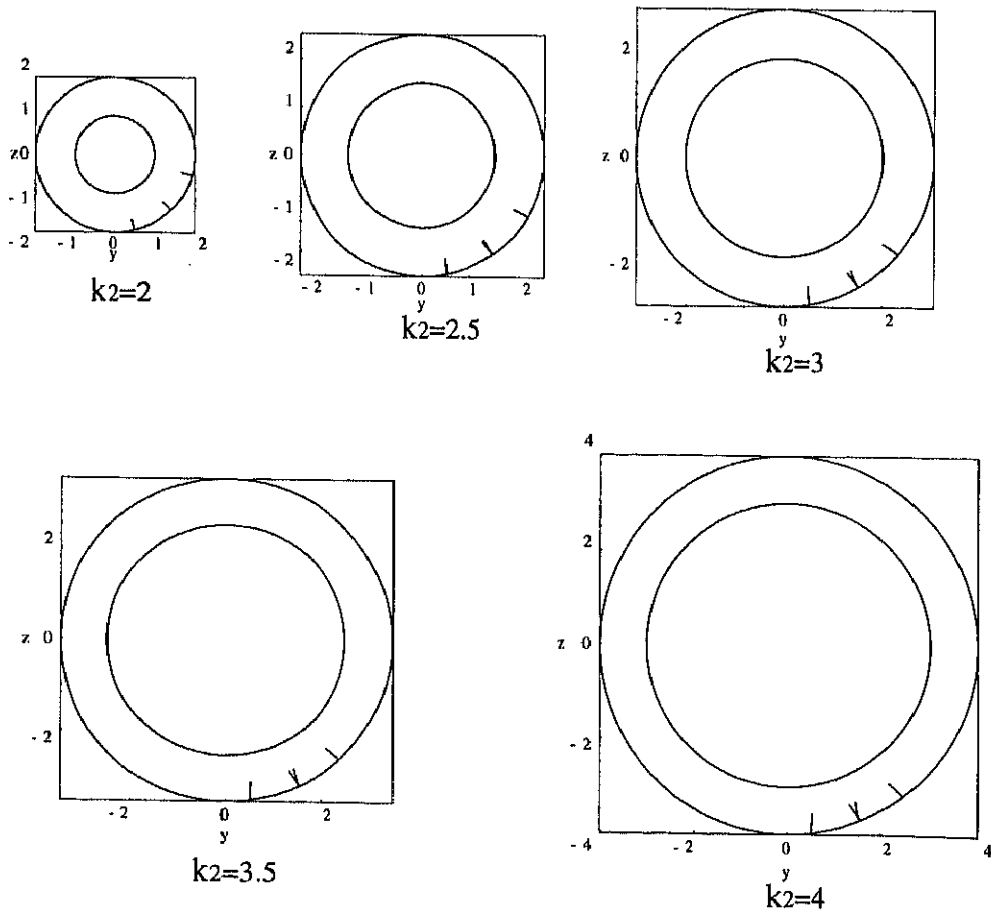


図 4.27 内接円弧における歯の構成

ローラ個数6個の場合の半径比を変えたときの外接歯形，内接歯形をまとめて図4.28に示す．数字は転円に対する固定円の半径比を表している．大きい円弧は固定円の円弧である．内接歯形は固定円円弧の内側に，外接歯形は固定円円弧の外側に歯形を形成する．図では歯先同士を結ぶ線は示されていないが，ローラの運動を妨げなければどのような曲線で結んでもよい．

内接式の歯形状は外接式の時以上に歯先に余裕があるために，円盤を滑らせることによって，ハイポサイクロイド曲線においても歯数を減らすことが可能である．半径比と滑り係数を変数として，歯先の厚さの変化を見たものが図4.29である．同図右は同じものを等高線図で示したものである．図中の数字は転円半径を1としたときの歯先の厚さである．この図から，内接式では広い範囲にわたって歯を構成できることがわかる．

ここで，外接式と同じように滑り係数を k_1 とすると，式(11)，(12)は次式に変更される．

$$y = (A - a) \cos(k_1 \phi) + a \cos(\gamma - k_1 \phi) \dots (13)$$

$$z = (A - a) \sin(k_1 \phi) - a \sin(\gamma - k_1 \phi) \dots (14)$$

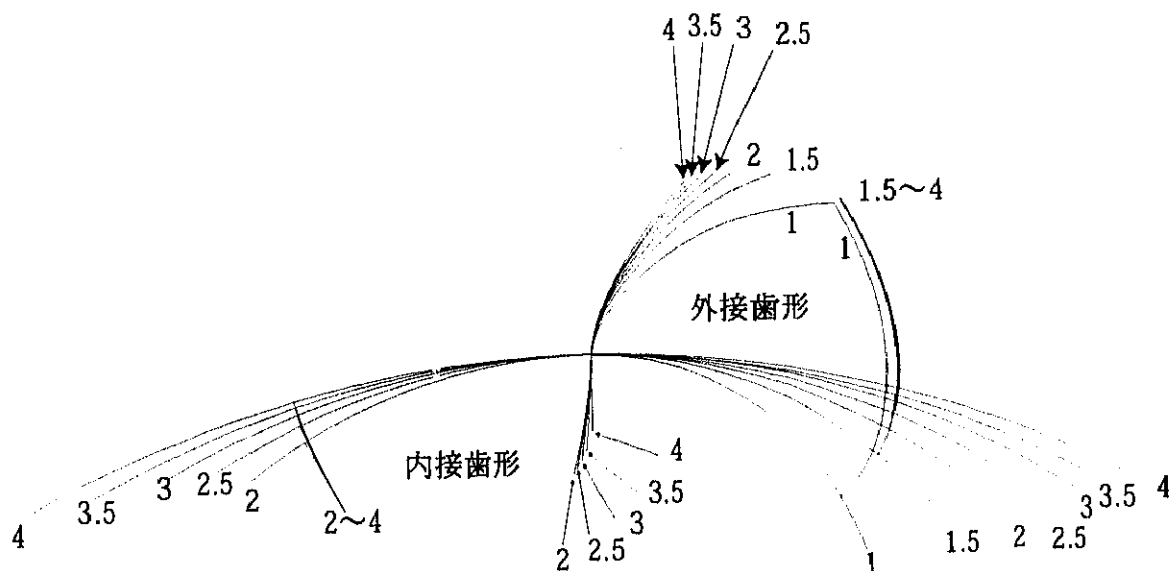


図4.28 外接歯形，内接歯形のまとめ

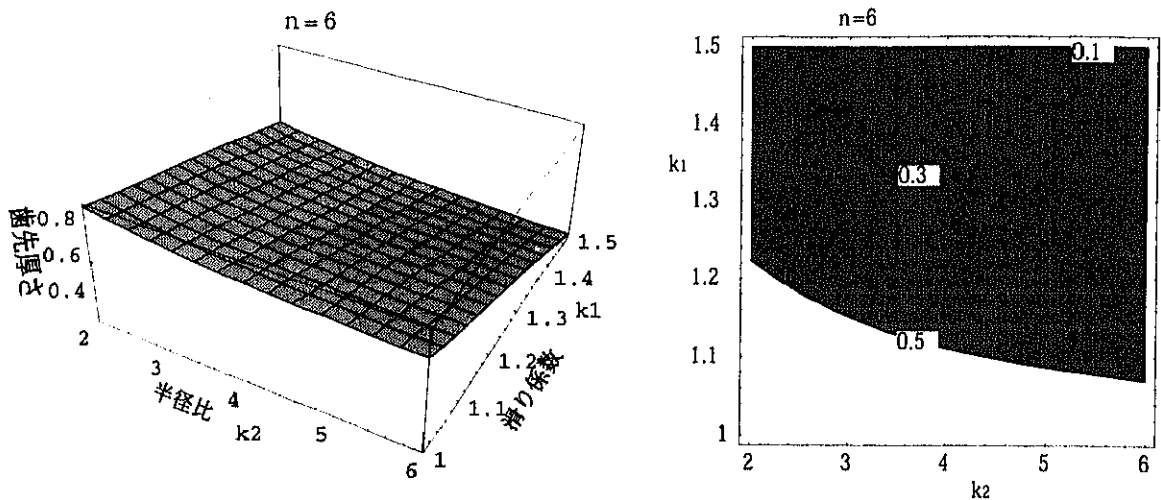


図 4.29 転円半径を単位化したときの固定円半径，滑り係数と歯先厚さの関係。
右の図はその等高線表示

4.7 円弧軌道対応クローラ型移動機構についての考察

内接式，外接式クローラ型移動機構用ラックが構成できることを示した。ここからの解析は，駆動ガイドである歯の形状は滑りのない条件 ($k_1=1$) で考察する。滑りのない条件の時，内接式，外接式を問わず転円である円盤のローラは定円と接するところで尖点を発生する。尖点は，位置変数の長さに関する 2 次微分が無限大になる点である。円弧軌道は水平軌道から垂直軌道に移り移りの時またその逆の時必要とする軌道であるため，円弧角は 90 度の場合が多い。90 度に対応した円弧駆動ガイドを構成するには，半径比 k_2 とローラ個数 n の積（総歯数）が 4 の倍数である必要がある。その関係を示したものが表 4.2 である。これはローラ個数 n と k_2 を決定するときに使用される。

表 4.2 円弧（90 度）ラックにおける k_2 と n の関係

k_2	n
4 の倍数	整数
偶数	偶数
奇数	4 の倍数
整数 / 2	8 の倍数

1/3円弧, 1/2円弧など特殊な円弧が必要なときは, $k_2 \times n$ が円弧の係数(上の場合1/3, 1/2)の分母の倍数に等しくなるように k_2 と n の組み合わせを選択すれば, 同様の駆動ガイドを設計することができる。

4.7.1 外接式円弧駆動ガイドのヤコビアン

外接式円弧駆動ガイドのヤコビアンは次式で表される。

$$epijy = -a(1 + \frac{1}{k_2})(\sin[\phi + \gamma + \frac{2\pi}{n}(i-1)] + \sin[\phi]) \dots (15)$$

$$epijz = a(1 + \frac{1}{k_2})(\cos[\phi + \gamma + \frac{2\pi}{n}(i-1)] + \cos[\phi]) \dots (16)$$

ここで, a は転円半径, k_2 は半径比, n はローラ個数, i はローラ順番で初期位置において y 軸上正側にあるローラが1で左回りに番号を振る。 ϕ , γ は図 4.22 の通りである。 k_2 が1の時の例を図 4.30 に示す。ここで番号はローラの番号である。図上部において半径1の円は定円, 外側の半径2の円は転円の中心の軌跡である。この図では転円が時計回りに回転したときの移動するために必要な駆動ガイド形状のうち6歯示している。反時計回りに対応する駆動ガイドを付け加えると図 4.24 に示す形状になる。図 4.30 において, 中段と下段は各駆動ガイドに対応したヤコビアンの y 成分と z 成分である。数字の付いているほうが駆動ガイドの始点(歯先)に対応する。各駆動ガイドの終点である尖点においてヤコビアンは必ず0となっている。また, ヤコビアン値は転円の回転半径に比例する。

4.7.2 内接式円弧駆動ガイドのヤコビアン

内接式円弧駆動ガイドのヤコビアンは次式で表される。

$$hypo jy = -r(1 - \frac{1}{k_2})(\sin[\gamma - \phi - \frac{2\pi}{n}(i-1)] + \sin[\phi]) \dots (17)$$

$$hypo jz = r(1 - \frac{1}{k_2})(-\cos[\gamma - \phi - \frac{2\pi}{n}(i-1)] + \cos[\phi]) \dots (18)$$

ここで文字の意味は外接式の場合と同じである。半径比2の場合の駆動ガイドの形状とヤコビアン値を図 4.31 に示す。前述したように, 半径比2の場合ハイポサイクロイドは定円の直径であるため, ヤコビアン値も直線的に変化する。また, 外接式と同