

## 第5章 沸騰熱伝達のEHD的研究

### 第1節 緒論

#### 5-1-1 まえがき

現在、沸騰伝熱促進技術については、以下に示す研究成果および技術的手法が確立されている。特に、熱交換器の沸騰伝熱促進に関していえば、THERMOEXCEL管のように伝熱面の表面を粗くしたり、フィン付き管に代表されるように、単位長さあたりの面積を大きくしたりするような手法がとられ、熱交換器として実用化されている。一方、電場の効果による手法、ならびに強制対流、振動等の動力を付加して、伝熱促進を実現しようとする手法がある。動力を必要としない前者は受動的な方法 (passive technique) と呼ばれており、動力を必要とする後者は、能動的な方法 (active technique) と呼ばれている。受動的な方法については、技術的には実用化され、成熟しきった感がある。また、電子デバイス等の冷却技術、また、来たるべき二十一世紀に実現が予想される宇宙ステーションのエネルギーシステムについては、信頼性が優先されるため、伝熱制御技術の確立の必要性があるが、これらは受動的な方法での制御方法では難しく、能動的な方法によって行われることが推測される。その中でも、電場による伝熱制御は、制御方法が他の能動的な方法と比較して、電圧の大小のコントロールにより簡単に行うことができるため、技術的に実用化される大きな可能性を持っている。このように、電場の効果による様々な現象は、伝熱の分野で広範囲にわたって応用されることが期待できる。我々はこれまでに、省エネルギーの推進を目的として、電場を用いた沸騰熱伝達の研究について行ってきた。そこで、EHD効果を用いた伝熱促進の基礎的な解明は、今後の技術的応用に重要な役割を担うことは確かである。よって、EHD効果の説明を最終目的とした、沸騰熱伝達の基礎的な解明を行い、従来の電場のない場合の沸騰についても、EHD的な観点からアプローチして、沸騰現象の本質的な基礎現象の解明の研究を行ってきた。

また第4章より、プール沸騰限界熱流束近傍の沸騰現象を、『上昇蒸気流と液体界面に生じる Helmholtz 不安定  $1/4$  波長分の変化 → 気泡形状変化 → 気泡下部液膜内圧力変化 → 気泡下部液膜厚さ変化 → 熱流束変化』という関係式で説明した。このモデルは Helmholtz 不安定  $1/4$  波長分だけで沸騰現象を説明するため、上向き面、下向き面など多様な伝熱面における沸騰現象を統一的に説明する事ができる。

そこで本章では、電場の効果を含めた Helmholtz 不安定の解析を行い、EHD効果の説明を試みる。

### 5-1-2 EHD (electrohydrodynamics) について

EHD とは、electrohydrodynamics の略称で、日本語では電気流体力学と呼ばれている。本研究のように、電界中での沸騰熱伝達については、電気熱流体力学という言葉の方が適切であると思われる。

EHD 効果（電場を用いることによって流体に作用する効果）を用いた伝熱促進方法は、前述したように能動的方法である。EHD 効果を用いた伝熱促進方法を用いる利点として、

1. 水等比べて電気伝導度の小さなフロン等の作動媒体を用いた場合、高電圧を印加しやすく、かつ、媒体中を流れる電流をきわめて小さくすることができるため、消費電力が数 mW 程度と少ない割には、伝熱促進の割合は数十倍、条件によっては数百倍に大きくできる、
2. その他の能動的方法に比べ、電圧の大小のコントロールで、伝熱量の制御が簡単に実現できる。したがって、今後の伝熱分野での応用が非常に期待される、

などが挙げられる。

さらにこれまで、EHD 効果の伝熱分野での応用として、本研究で取り扱う沸騰、蒸発の伝熱促進<sup>(1)~(4)</sup>の他に、伝熱面から凝縮液体をはぎ取り、凝縮伝熱促進を実現する凝縮器への応用<sup>(12)~(16)</sup>、ドーナツ状のリングを電極として、高電圧を印加し、液体に流動を生じさせる EHD ジェット現象<sup>(17),(18)</sup>、また、コロナ風を利用した強制対流への応用<sup>(19)~(21)</sup>等があげられ、ほとんどの伝熱の分野を対象として研究が行われている。

### 5-1-3 これまでのモデルで説明できない沸騰現象に及ぼす EHD 効果

著書らは、省エネルギーの推進のために重要である低温度差熱サイクルを高効率で経済的なものとするために、EHD (Electrohydrodynamics) 効果による沸騰熱伝達促進の研究を実験的にかつ理論的に行なっている。特に、沸騰現象の基本系である飽和プール沸騰における EHD 効果を用いた伝熱促進のメカニズムについて、以下の点を明らかにしてきた<sup>(25)~(29)</sup>。

1. Fig. 31 に示すように、静電界力の伝熱面に垂直な成分の力により、気泡は伝熱面に抑え付けられ、一方で、気液の非対称な変形等による、静電界力水平成分の不均一性により、伝熱面上を水平方向に激しく動き回る。
2. 気泡は伝熱面上を激しく動き回りながら成長し、電界中での気液界面の Taylor 不安定波長に相当する気泡径以上になると分裂するので、印加電界が増大すると伝熱面上の気泡数が増大する。この時の気泡数増大効果を Fig. 32 に示す。
3. 気泡は伝熱面上を動き回り、また気泡数も増大するため、効果的に熱伝達

が進み、熱流束が増大する。

また気泡の水平成分の運動による効果を生じさせないように、直径5mmの小さな伝熱面を使用し、電場の及ぼす気泡の変形による伝熱促進効果に限った定量的実験を行い、以下の結果を得た。

1. 電場をかける事により、気泡形状の横に広がる効果が抑えられた形となった。この効果をFig.33に示す。
2. 沸騰曲線は伝熱面を小さくしたところ、限界熱流束近傍(伝熱面過熱度 40 Kelvin 付近)において伝熱促進は約2倍であった。この時の沸騰曲線をFig.34に示す。

#### 5-1-4 従来の研究

##### Zuberモデル<sup>(5)</sup>

Taylor不安定とHelmholtz不安定による蒸気柱の蒸気速度が限界に達し、限界熱流束が発生するというモデルである。このモデルを基に、電場による項を加える事により、発生蒸気泡数の増大については説明はできるものの、単一蒸気柱における伝熱促進を説明できない。また静的なモデルであり、動的な沸騰現象の時間的な挙動も説明できない。

##### 原村、甲藤モデル<sup>(6)</sup>

気泡下部の液膜に微少な蒸気茎を仮定し、蒸気茎の蒸気と液膜とのHelmholtz不安定により液膜厚さを決定し、伝熱面上での液膜が乾くと限界熱流束が発生するというモデルである。上向き面、下向き面などの現象を統一的に説明するモデルであるが、著者らの実験では微少な蒸気茎の存在は確認できなかった。さらに、気泡下部まで電気力線が入り込む事はできず、電場による伝熱促進に対するメカニズムの定性的な説明もつきにくい。

##### マクロ液膜蒸発モデル

熊田らのモデル<sup>(7)</sup>も液膜厚さの変動に対する電場の効果などの説明がつきにくい。ミクロの動的な運動が議論されていないため、電場の促進効果を定性的に説明できない。

##### Dhirモデル<sup>(8)</sup>

気泡下部液膜厚さを考慮した沸騰熱伝達モデルを提案している。このモデルは、「気泡はキャビティから成長し、限界熱流束近傍において気泡の直径が最大値になった時に安定形態をとる。気泡下部液膜の蒸発が茸状気泡を支えていて、気泡は制止しており、気泡柱周辺の流れや熱過程は定常状態で起こる。気泡が安定状態にあるとき、茸状気泡の気液界面の側壁が伝熱面と直角を成しているとして、液膜への液体供給を作る出す圧力勾配は、気泡柱周方向半径が変わることによって生じる。壁面過熱度があがると蒸発速度が増し、毛細管力は短い濡れ面長さに必要な分の流入量を維持することしかできない。このことにより、限界熱流束に達する」というものである。Dhirモデルでは、気泡下部の液膜厚さにより限界熱流束が決定されるが、気泡下部は電場の効果が影響しない。よって、この気泡下部の蒸気茎の状態は変わらないため、限界熱流束の増大を説

明できない。

## 第2節 解析と考察

### 5-2-1 静電場の影響を受ける気泡下部気液界面にかかる力の解析と考察

本研究で対象とする伝熱面は、直径5mmである。この値は20kV/cmまでの電場付与に対する、Taylor不安定波長より小さい。それゆえ単一気泡が形成されると考えられ、一つの蒸気泡に対する電場の効果が検討できる。

EHD効果があると、気泡側面には、Helmholtz不安定による力に対して回復力が増し、気液界面の振幅を押さえる力が増す。Fig. 35に液体と気体の速度差によって生じる気泡下部蒸気泡界面における振動と、それに及ぼす気泡上部から電場による電気力線の影響を示す。電気力線が気泡上昇方向と平行して走るため、気液界面には水平方向にマックスウェル応力が働く。

そこでHelmholtz不安定の振動周期に付いて解く。なお座標系に付いてはFig. 36(a)に示す。

流速変化による微小圧力を求める。 $r=\eta$ における気液界面を

$$\eta = \eta_0 \sin kZ \quad (48)$$

とする。ベルヌーイの式より

$$\frac{P_v}{\rho} + \frac{U^2}{2} + gZ = C \quad (49)$$

で重力項は効かないため、

$$\frac{1}{2} \rho_v U_v^2 + P_v = \text{一定} \quad (50)$$

となる。式(50)より、

$$\frac{1}{2} \rho_v U_0^2 + P_0 = \frac{1}{2} \rho_v U_v^2 + P_v \quad (51)$$

$$P_v = P_0 + \frac{1}{2} \rho_v (U_0^2 - U_v^2) \quad (52)$$

流量一定のため

$$\pi R_0^2 \times U_0 = \pi(R_0 + \eta)^2 \times U_v \quad (53)$$

式(53)より、蒸気泡内蒸気上昇速度を

$$U_v = \frac{R_0^2}{(R_0 + \eta)^2} U_0 \doteq \frac{R_0^2}{R_0^2 + 2R_0\eta} U_0 = \frac{1}{1 + 2\frac{\eta}{R_0}} U_0 \doteq \left\{ 1 - 2\left(\frac{\eta}{R_0}\right) \right\} U_0 \quad (54)$$

式(52)に式(54)を代入すると、

$$\begin{aligned} P_v &= P_0 + \frac{1}{2} \rho_v \left( U_0^2 - \left\{ 1 - 2\left(\frac{\eta}{R_0}\right) \right\}^2 U_0^2 \right) \\ &= P_0 + \frac{1}{2} \rho_v U_0^2 \left( 1 - \left\{ 1 - 4\left(\frac{\eta}{R_0}\right) + 4\left(\frac{\eta}{R_0}\right)^2 \right\} \right) \\ &\doteq P_0 + 2\rho_v U_0^2 \left(\frac{\eta}{R_0}\right) \end{aligned} \quad (55)$$

より、流速変化による圧力変化は、

$$\Delta P_v = P_v - P_0 = \frac{2\rho_v U_0^2}{R_0} \eta_0 \sin kZ \quad (56)$$

と表せる。

次に表面張力による微小圧力の変化を考える。但し  $k_1$ : 蒸気泡横断面方向曲率、 $k_2$ : 蒸気泡縦断面方向曲率とする。主曲率は、

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \doteq \frac{1}{R_0 + \eta} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2} = \frac{1}{R_0 \left( 1 + \frac{\eta}{R_0} \right)} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2} = \frac{1}{R_0} \left( 1 - \frac{\eta}{R_0} \right) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2} \\ &= \frac{1}{R_0} - \frac{\eta}{R_0^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2} \end{aligned} \quad (57)$$

となる。この曲率によって生じる表面張力  $T_s$  は、

$$T_s = \sigma \left( \frac{1}{R_0} - \frac{\eta}{R_0^2} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2} \right) = \sigma \left( \frac{1}{R_0} - \frac{\eta_0 \sin kZ}{R_0^2} + k^2 \eta_0 \sin kZ \right) \quad (58)$$

と表せる。これより表面張力の増加分は

$$\Delta T_s = \sigma \left( -\frac{\eta_0 \sin kZ}{R_0^2} + k^2 \eta_0 \sin kZ \right) = -\sigma \eta_0 \left( \frac{1}{R_0^2} - k^2 \right) \sin kZ \quad (59)$$

となり、よって表面張力が作る圧力は、

$$\Delta P_v = -\sigma \eta_0 \left( \frac{1}{R_0^2} - k^2 \right) \sin kZ \quad (60)$$

となる。

次に電場による微小圧力を求める。電場の基礎式であるマクスウェルの方程式より、内部に電荷がないときには発散が0となるため、

$$\text{div} \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (61)$$

内部に電荷のある時は、ポアソンの式より、

$$\text{div} \mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\rho_c}{\epsilon} \quad (62)$$

さらに電場は電位 $\phi$ の勾配であるから、

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (63)$$

円柱座標において、

$$\text{grad} \phi = \nabla \phi = \left( \frac{\partial \phi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) \quad (64)$$

ただし Fig. 36(b)に示すように、 $\frac{\partial\phi}{\partial\theta}$  は $\phi$ の角度方向変化分で、角度方向に動いた距離は $\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}$ となる。微小体積要素中でのEの湧き出し、吸い込みのないため、

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (65)$$

$\nabla^2\phi$ に付いて解くと、

$$\begin{aligned} \nabla^2\phi &= \frac{E_{r=r+dr}(r+dr)d\theta \cdot dZ - E_{r=r}rd\theta \cdot dZ}{dr \cdot rd\theta \cdot dZ} \\ &+ \frac{E_{\theta=\theta+d\theta}dr \cdot dZ - E_{\theta=\theta}dr \cdot dZ}{dr \cdot rd\theta \cdot dZ} \\ &+ \frac{E_{z=z+dz}dr \cdot rd\theta - E_{z=z}dr \cdot rd\theta}{dr \cdot rd\theta \cdot dZ} \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2\phi \cdot dr \cdot rd\theta \cdot dZ &= \left\{ \left( E_r + \frac{dE_r}{dr} \cdot dr \right) (r+dr) - E_r r \right\} d\theta \cdot dZ \\ &+ \left\{ \frac{dE_\theta}{d\theta} dr \cdot dZ \cdot d\theta \right\} + \left\{ \frac{dE_z}{dz} dr \cdot rd\theta \cdot dZ \right\} \end{aligned} \quad (67)$$

ここで $\frac{dE_r}{dr} \cdot (dr)^2 \approx 0$ より、

$$\begin{aligned} \nabla^2\phi \cdot dr \cdot rd\theta \cdot dZ &= \left\{ E_r \cdot dr + r \frac{dE_r}{dr} \cdot dr \right\} d\theta \cdot dZ \\ &+ \left\{ \frac{dE_\theta}{d\theta} dr \cdot dZ \cdot d\theta \right\} + \left\{ \frac{dE_z}{dz} dr \cdot rd\theta \cdot dZ \right\} \end{aligned} \quad (68)$$

電場の成分を電位で表すと、

$$E_r = -\frac{\partial\phi}{\partial r}, E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta}, E_z = -\frac{\partial\phi}{\partial z} \quad (69)$$

を代入すると

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{r} \left\{ \frac{-\partial\phi}{\partial r} + r \frac{d}{dr} \left( \frac{-\partial\phi}{\partial r} \right) + \frac{d}{d\theta} \left( -\frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} \right) + r \frac{d}{dZ} \left( -\frac{\partial\phi}{\partial Z} \right) \right\} \quad (70)$$

$$\nabla^2\phi = - \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial Z^2} \right\} \quad (71)$$

となる。

電気力線が蒸気泡上部より垂直に発生するため、気泡縦断面方向曲率のみを考慮する必要がある。すなわち $\theta$ 方向に変化はないため

$$\nabla^2\phi = - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial Z^2} \right) \quad (72)$$

となる。式(65)、(72)より、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial Z^2} = 0 \quad (73)$$

微小擾乱がない場合は、電位分布は  $r$  の関数ではないので  $\frac{\partial^2\phi}{\partial Z^2} = 0$  となり、その一般解は  $\phi = -E_0 Z$  となる。微小擾乱により、電位分布もわずかに  $\phi'$  変化するとすれば、

$$\phi = -E_0 Z + \phi' \quad (74)$$

である。ただし  $\phi'$  の満足すべき方程式は、

$$\nabla^2\phi' = 0 \quad (75)$$

また電気力線は液体中を通るので、擾乱の界面に平行であるとして、また変数分離して考えると、(C:定数)

$$\phi = CG_{(z)} \sin kZ \quad (76)$$

$$\phi' = CG_{(r)} \cos kZ \quad (77)$$



式(73)、(76)および(77)より、

$$\left[ \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{\partial^2 G}{\partial r^2} - k^2 G \right] \cos kZ = 0 \quad (78)$$

よって

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{\partial^2 G}{\partial r^2} - k^2 G &= 0 \\ \frac{1}{k^2 r} \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 G}{\partial r^2} - G &= 0 \end{aligned} \quad (79)$$

ここで

$$kr = \gamma \quad (80)$$

と、変数変換して考えると

$$\left. \begin{aligned} k \partial r &= \partial \gamma \\ (k \partial r)^2 &= \partial \gamma^2 \\ k^2 r \partial r &= \gamma \partial \gamma \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

であるから、式(79)は

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial G}{\partial \gamma} - G = 0 \quad (82)$$

と変形される。この微分方程式の解は変形された Bessel 関数である。変形された Bessel 関数を用いると、 $\gamma \rightarrow \infty$  で式(82)が成り立つ解は  $B_{0(\gamma)}$  となるため、これを使用する。このため式(77)において、 $G_{(\gamma)}$  を  $B_{0(\gamma)}$  におきかえると、

$$\phi' = CB_{0(\gamma)} \cos kZ \quad (83)$$

さらに変数を戻し、

$$\phi' = CB_{0(kr)} \cos kZ \quad (84)$$

ここで境界条件は、 $E_0$ (電界の絶対値)の  $r$  方向の傾き分が、 $\phi'$ (微小擾乱による電位分布のわずかな変化)の  $r$  方向成分に等しいことから、 $r = R_0$ で

$$\frac{\partial \phi'}{\partial r} = E_0 \frac{\partial \eta}{\partial Z} = E_0 \eta_0 k \cos kZ \quad (85)$$

式(85)より、 $r = R_0$ において

$$\frac{\partial \phi'}{\partial r} = Ck B_{0'(kR_0)} \cos kZ \quad (86)$$

ここで  $B_{0'(kR_0)} = -B_{1(kR_0)}$  より、

$$\frac{\partial \phi'}{\partial r} = -Ck B_{1(kR_0)} \cos kZ \quad (87)$$

式(85)(87)より、

$$\begin{aligned} E_0 \eta_0 &= -CB_{1(kR_0)} \\ C &= -\frac{E_0 \eta_0}{B_{1(kR_0)}} \end{aligned} \quad (88)$$

よって

$$\phi' = -E_0 \eta_0 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \cos kZ \quad (89)$$

となる。また式(74)に式(89)を代入し、微小電位変化を含めた電位は次の様に表される。

$$\phi = -E_0 Z - E_0 \eta_0 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \cos kZ \quad (90)$$

これから電場  $E$  の成分を求めると、

$$E_z = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial Z}\right) = E_0 - E_0\eta_0 k \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \sin kZ \quad (91)$$

$$E_r = -\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) = k \left(\frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}}\right)' E_0\eta_0 \cos kZ \quad (92)$$

となる。式(91)、(92)より、

$$E^2 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial Z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)^2 = E_0^2 - 2kE_0^2 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \eta_0 \sin kZ + o(\eta^2) \quad (93)$$

マクスウェル応力は、 $\frac{1}{2}\epsilon E^2$ なので、マクスウェル応力の変化分は

$$\Delta\text{Maxwell} = \frac{1}{2}\epsilon_L(E^2 - E_0^2) = -\epsilon_L k E_0^2 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \eta_0 \sin kZ \quad (94)$$

よって電場による圧力変化は、

$$\Delta P_v = -\epsilon_L k E_0^2 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \eta_0 \sin kZ \quad (95)$$

と表せる。式(56)(60)(95)より、気泡が外に膨らんだとき、微小圧力変化は半径方向正とし、

$$\Delta P = \frac{2\rho U_0^2}{R_0} \eta_0 \sin kZ - \sigma \left\{ \frac{1}{R^2} - k^2 \right\} \eta_0 \sin kZ - \epsilon_L k E_0^2 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \eta_0 \sin kZ \quad (96)$$

$$\Delta P = \left[ \frac{2\rho U_0^2}{R_0} - \sigma \left\{ \frac{1}{R^2} - k^2 \right\} - \epsilon_L k E_0^2 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kR_0)}} \right] \eta_0 \sin kZ \quad (97)$$

と表せる。カッコ内の第一項は Helmholtz 不安定による力、第二項、第三項は表面張力及びマクスウェル応力による回復力を示す。

これらの結果より、EHD 効果のない気泡側面には、Helmholtz 不安定による力に対して気液界面に働く表面張力から生まれる回復力が釣り合い、気液界面の振幅を押さえる働きをする。これを Fig. 37 に示す。

電場をかけると、気液界面に水平に働くマクスウェル応力は、Helmholtz 不安定による力に対する回復力の一つになり、気液界面の振幅を押さえる働きをする。これを Fig. 38 に示す。すなわち電場をかけることにより、気液界面に働く張力を高くする効果のある事が分かる。この事により、振幅が小さく、周期は短くなる効果を示す事になる。

### 5-2-2 静電場の影響を受ける気泡下部気液界面の振動効果の解析と考察

第4章において、プール沸騰限界熱流束近傍の沸騰現象を、『上昇蒸気流と液体界面に生じる Helmholtz 不安定 1/4 波長分の変化→気泡形状変化→気泡下部液膜内圧力変化→気泡下部液膜厚さ変化→熱流束変化』と言う過程で説明した。このモデルは Helmholtz 不安定周期が熱流束の変化をもたらすことを示している。そこで気液界面の伝播速度をもとめ、Helmholtz 不安定周期を計算する。

Fig. 36(a) に示すように、ここでは一次元波を仮定して検討する。r=ηにおける波を

$$\eta = \eta_0 \sin k(Z - ct) \quad (98)$$

とすると、液体と気体の圧力は、

$$P_L = \rho_L k(c - U_L)^2 \eta_0 \sin k(Z - ct) \quad (99)$$

$$P_V = -\rho_V k(c - U_V)^2 \eta_0 \sin k(Z - ct) \quad (100)$$

気泡側面において重力の影響はなく、表面張力のみが働くため、

$$P_L - P_V = -\sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2} \quad (101)$$

式(99)、(100)及び(101)より、

$$(\rho_L k + \rho_V k)c^2 - 2(\rho_L U_L + \rho_V U_V)kc + (\rho_L U_L^2 + \rho_V U_V^2)k - \sigma k^2 = 0 \quad (102)$$

気液界面の伝播速度に付いて解くと、

$$c = \frac{\rho_L U_L + \rho_V U_V}{\rho_L + \rho_V} \pm \sqrt{\frac{1}{\rho_L + \rho_V} k\sigma - \frac{\rho_L \rho_V}{(\rho_L + \rho_V)^2} (U_L - U_V)^2}$$

$$= \frac{\rho_L U_L + \rho_V U_V}{\rho_L + \rho_V} \pm \sqrt{\frac{1}{\rho_L + \rho_V} \frac{2\pi\sigma}{\lambda} - \frac{\rho_L \rho_V}{(\rho_L + \rho_V)^2} (U_L - U_V)^2}$$
(103)

が求まる。また電場がある場合の伝播速度も同様に、式(95)及び(101)から、

$$P_L - P_V = - \left( \sigma + \epsilon_L k E_0^2 \frac{B_{0(kr)}}{B_{1(kr_0)}} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial Z^2}$$

$$c_{EHD} = \frac{\rho_L U_L + \rho_V U_V}{\rho_L + \rho_V} \pm \sqrt{\frac{1}{\rho_L + \rho_V} \left\{ \frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V) E_0^2 \right\} - \frac{\rho_L \rho_V}{(\rho_L + \rho_V)^2} (U_L - U_V)^2}$$
(104)

と表せる。

次に蒸気と液体の質量保存則を用いて  $U_L$  を  $U_V$  で表す。

$$(S_H - S_V) \rho_L U_L + S_V \rho_V U_V = 0$$
(105)

$$U_L = - \frac{S_V \rho_V}{(S_H - S_V) \rho_L} U_V$$
(106)

ここで簡略化のため

$$J = \frac{S_V \rho_V}{(S_H - S_V) \rho_L}$$
(107)

とすると

$$U_L = -J U_V$$
(108)

ここで  $U_V$  を求める。熱流束が増大し、蒸気泡内蒸気上昇速度と液体速度の差  $U_L - U_V$  が増大するに従い、気液界面の伝播速度が増す。気液界面の伝播速度が最大となるのは、式(104)の√内が0になる時である。この時の液体速度を求める。

$$\frac{1}{\rho_L + \rho_V} \left\{ \frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2 \right\} - \frac{\rho_L \rho_V}{(\rho_L + \rho_V)^2} (U_L - U_V)^2 = 0 \quad (109)$$

$$U_L = U_V - \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2} \cdot \sqrt{\frac{\rho_L + \rho_V}{\rho_L \rho_V}} \quad (110)$$

式(108)及び(110)より、蒸気泡内蒸気上昇速度を求めると、

$$U_V = \frac{1}{1+J} \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2} \cdot \sqrt{\frac{\rho_L + \rho_V}{\rho_L \rho_V}} \quad (111)$$

となる。ここでさらに簡略化のため

$$I = \frac{1}{1+J} \sqrt{\frac{\rho_L + \rho_V}{\rho_L \rho_V}} \text{ とする}$$

$$U_V = I \cdot \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2} \quad (112)$$

式(112)を用いて、気液界面の伝播速度の最大値を求める。  
気液界面の伝播速度の最大値は、

$$c_{EHD} = \frac{\rho_L U_L + \rho_V U_V}{\rho_L + \rho_V} = \frac{-J\rho_L + \rho_V}{\rho_L + \rho_V} U_V = \frac{-J\rho_L + \rho_V}{\rho_L + \rho_V} \cdot I \cdot \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2} \quad (113)$$

電場による不安定の振動数

$$f_{EHD} = \frac{c_{EHD}}{\lambda} = \frac{\rho_L U_L + \rho_V U_V}{(\rho_L + \rho_V)\lambda} = \frac{-J\rho_L + \rho_V}{(\rho_L + \rho_V)\lambda} U_V$$

$$= \frac{-J\rho_L + \rho_V}{(\rho_L + \rho_V)\lambda} \cdot I \cdot \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2} \quad (114)$$

式(114)を元に、電場による不安定の振動数の増加  $f_{EHD}/f_0$  を求める。ただし Helmholtz 不安定波長に関しては、ここでは Fig. 39 より、電場をかけた場合もかけない場合も、気液界面の伝熱面近傍での周期的振動が、伝熱面から約 1.25mm 離れた範囲で生じていることが分かったため、振動範囲である 1.25mm を  $\lambda/4$  と

して実験的に決定した。すなわちこの値の4倍、5mmをHelmholtz不安定波長として用いる。

$$\lambda = 5 \times 10^{-3} \text{ m} \quad (115)$$

$$\frac{f_{\text{EHD}}}{f_0} = \frac{C_{\text{EHD}}}{C_0} = \frac{\sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + (\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2}}{\sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\lambda}}} = \sqrt{1 + \frac{\lambda}{2\pi\sigma}(\epsilon_L - \epsilon_V)E_0^2} \quad (116)$$

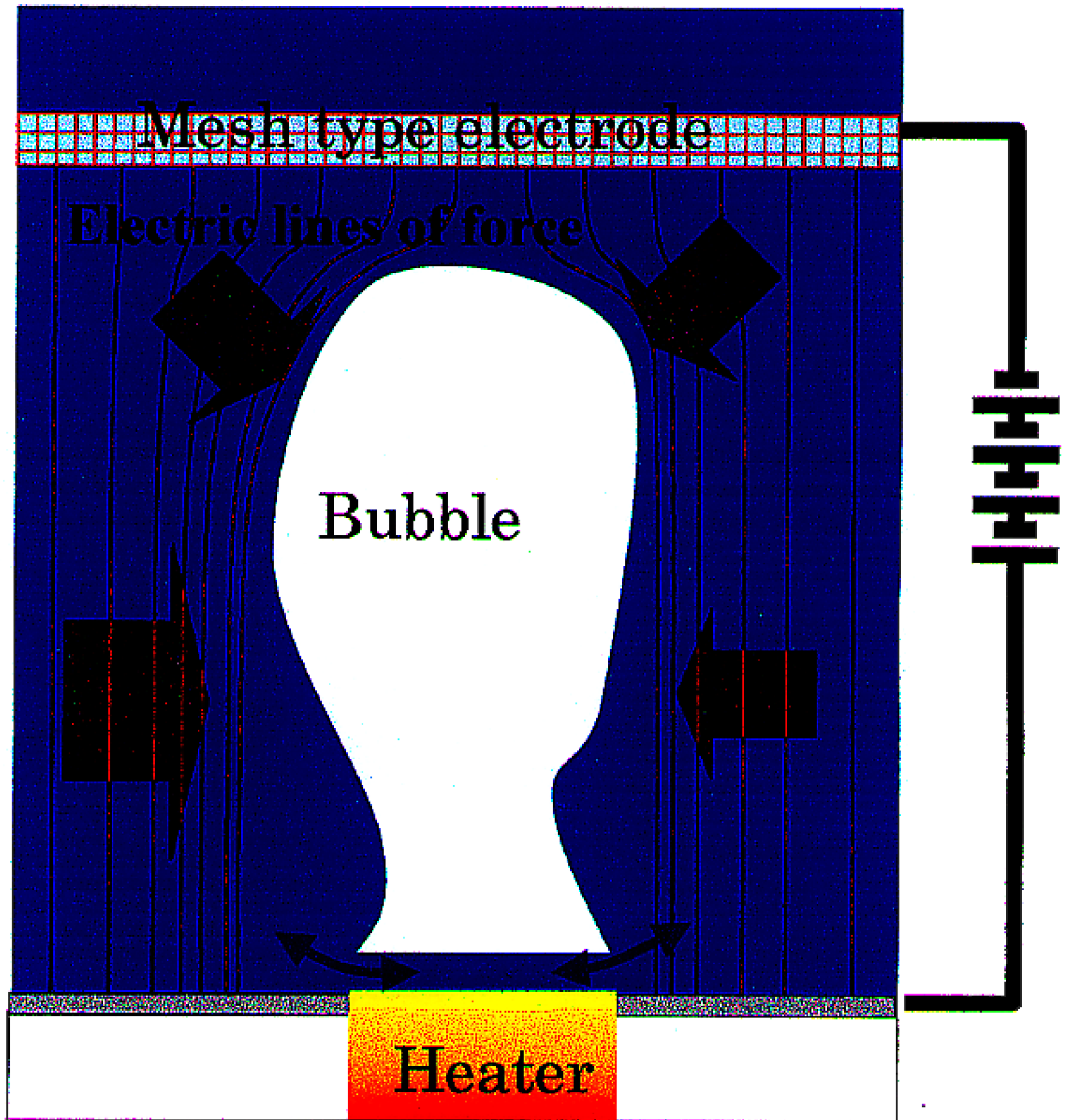
$$\frac{f_{\text{EHD}}}{f_0} = \sqrt{1 + 1.311 \times 10^{-12} E_0^2} \quad (117)$$

Fig. 40に $C_{\text{EHD}}$ と $\lambda$ より求めた振動数増加 $f_{\text{EHD}}/f_0$ の電場による変化と、測定結果の比較を示す。図中の、positive electrode、negative electrodeは、沸騰面上部に配置する電極に与える電荷の正負を示す。図中、negative electrodeの電気伝導度 $\sigma = 5.9 \times 10^{-8} (1/\Omega \cdot \text{m})$ 、 $\sigma = 6.7 \times 10^{-9} (1/\Omega \cdot \text{m})$ の違いは、熱媒体HCFC-123にエチルアルコールを混合して変えたものである。positive electrodeの電気伝導度は $\sigma = 1.0 \times 10^{-8} (1/\Omega \cdot \text{m})$ で、これは熱媒体にHCFC-123のみを用いた結果である。なお実験結果は、電場による限界熱流束促進の最適値を取ったものである。この図より単一蒸気泡に対する電場のパーンアウト熱流速促進効果を定性的・定量的に説明することができた。これは電場付与という手段を用いて、沸騰限界熱流束の発生メカニズムに対する一つの新しい知見を提案したことになる。

### 第3節 結論

「液体の供給及び排出が主に蒸気柱下部曲率半径の変化により生じる」、という新たな沸騰限界熱流束発生モデルを基に、電場による沸騰限界熱流束の増大効果の説明を試み以下の結論を得た。

1. 単一蒸気泡の沸騰限界熱流束促進効果を、蒸気泡下部気液界面の振動数増大効果と考へて計算し、実験結果の熱流束増大効果と一致した。
2. 沸騰限界熱流束を決める要因として、Taylor不安定ごとに発生する蒸気柱の伝熱面近傍でのHelmholtz不安定による気液界面の振動現象を考えることにより、気泡下部液膜厚さの時間変動と電場の影響を定性的・定量的に説明できることを明らかにした。

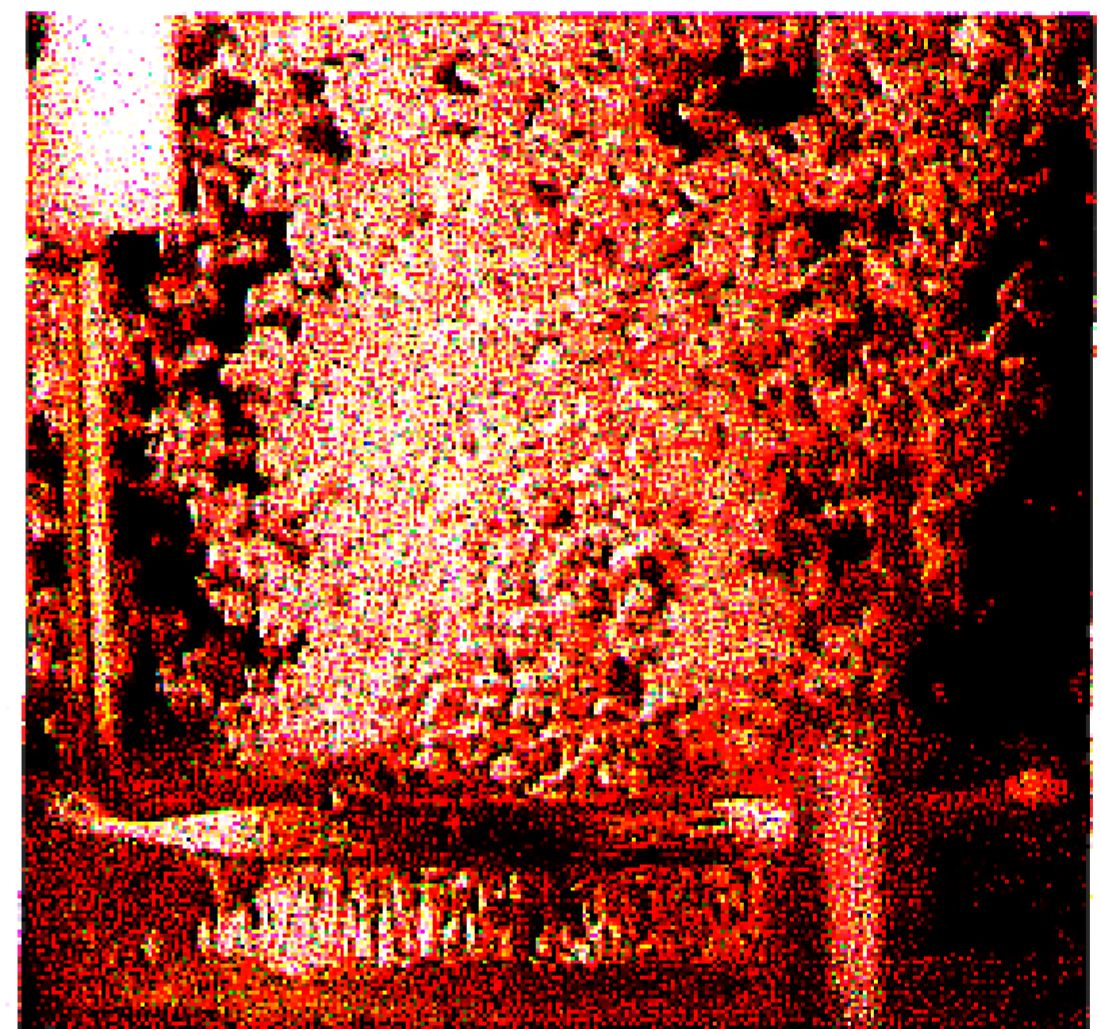


**Fig.31 Maxwell stress effect**



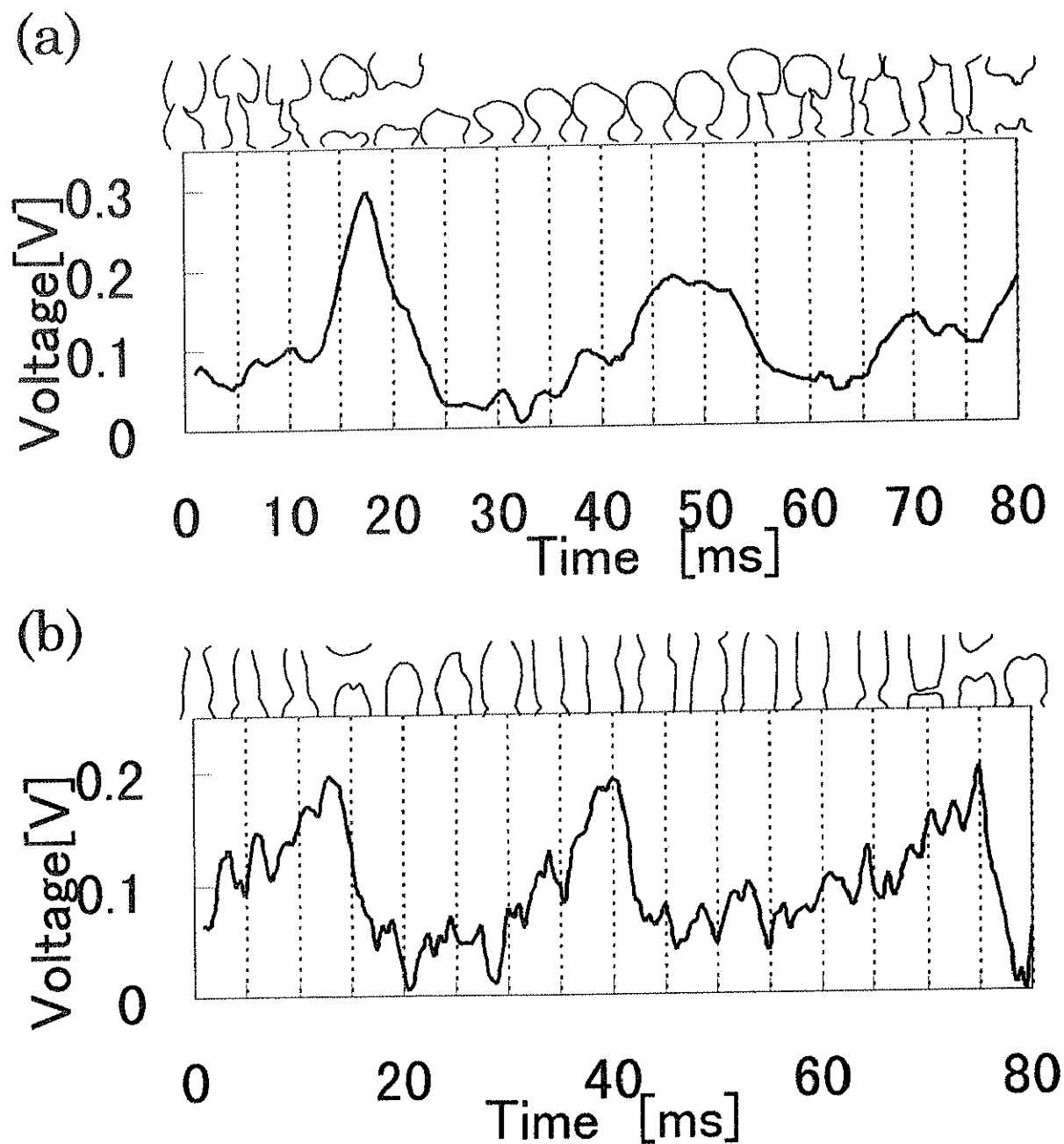


**2kV/cm**

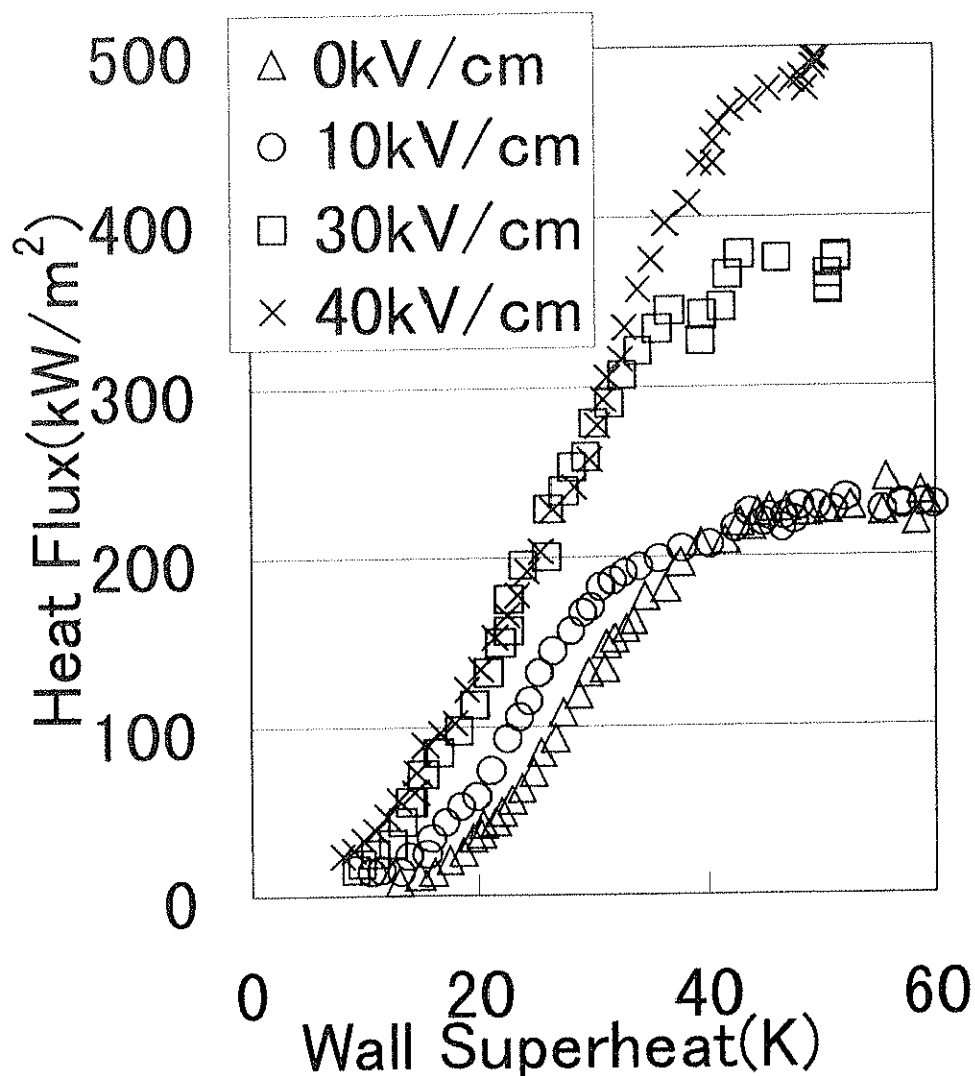


**4kV/cm**

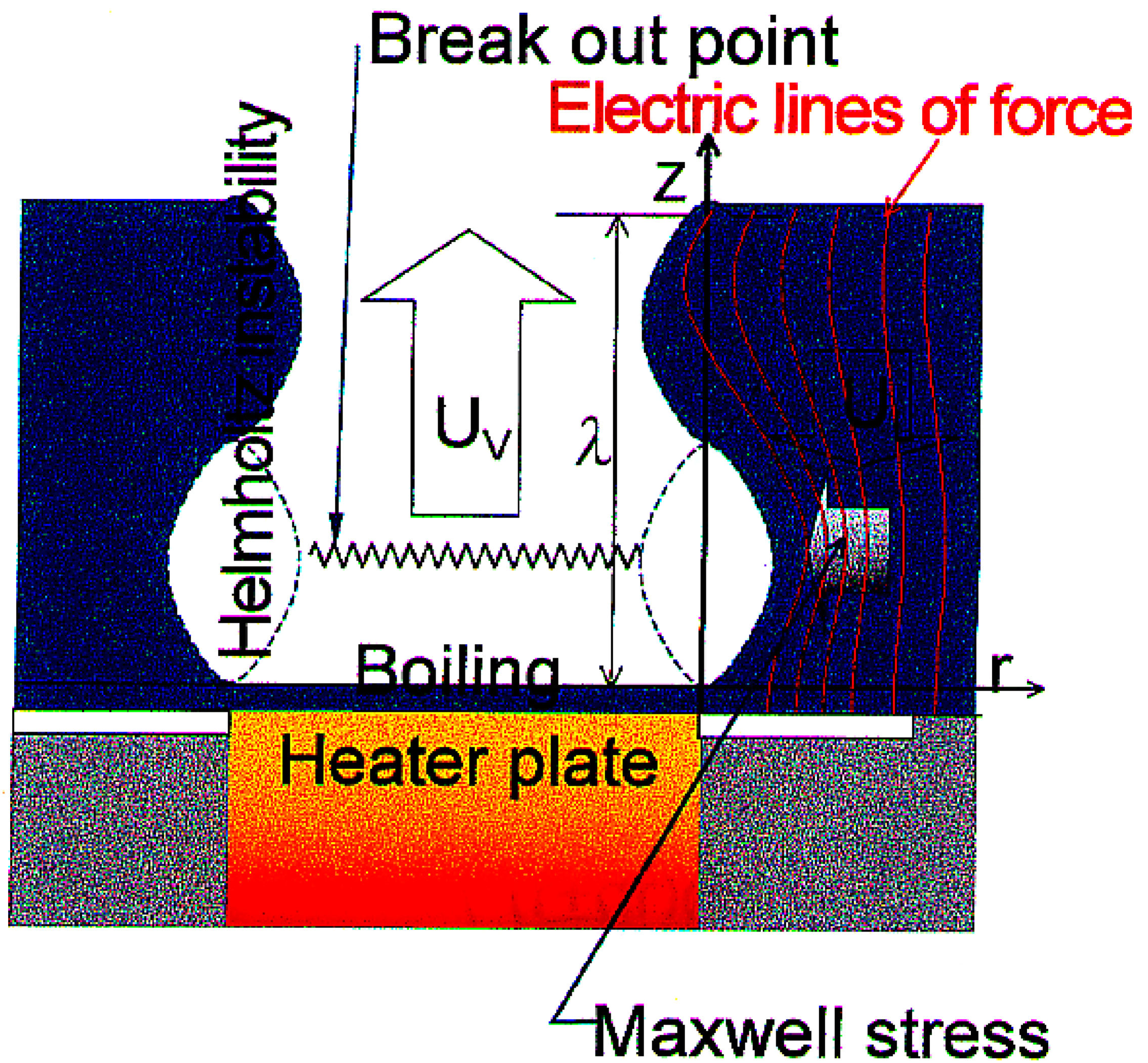
**Fig.32 EHD effects on the number of bubbles increase at large heat transfer surface**



**Fig.33 Time variation of bubble shapes at (a)CHF (b)CHF with EHD effect**

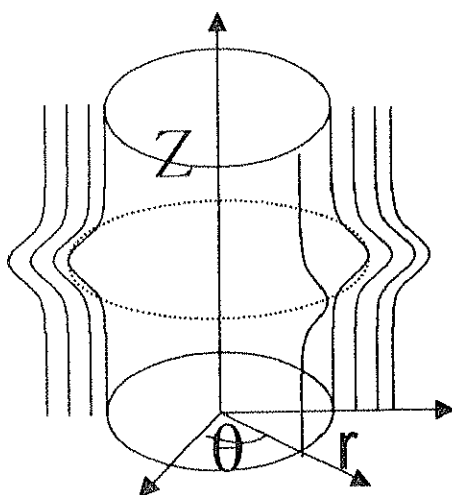


**Fig.34 Heat flux increase with an application of an electric field at small heat transfer surface**

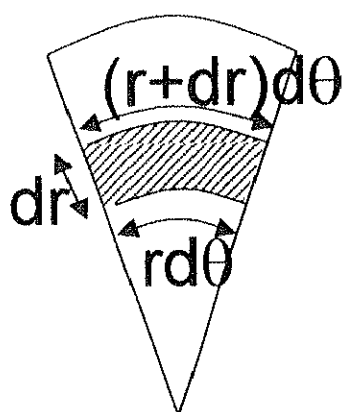


**Fig.35 Critical heat flux increases with the application of an electric field**

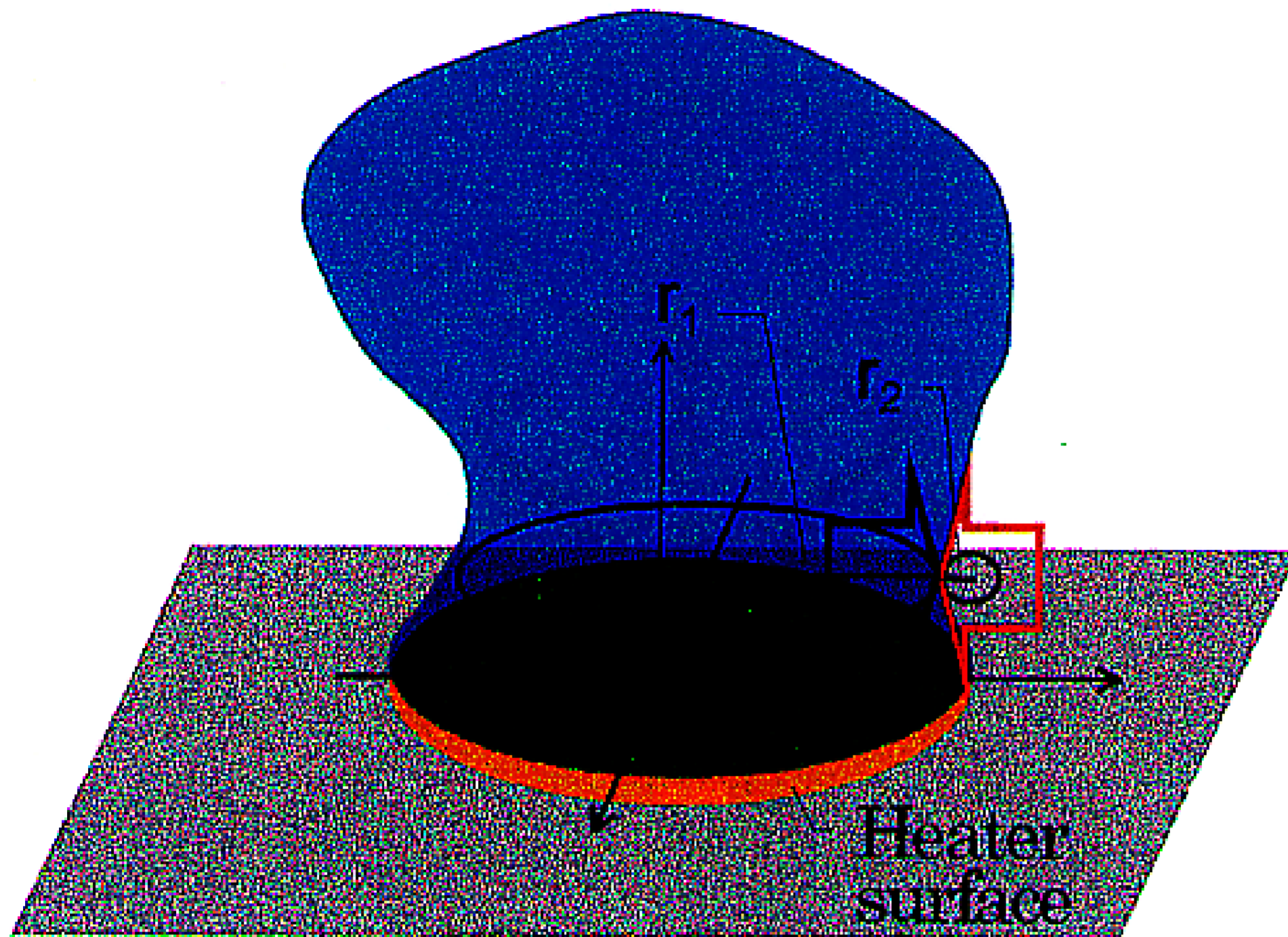
(a)



(b)



**Fig.36 (a)Cylindrical coordinate system (b)Schematic of integration for pressure**

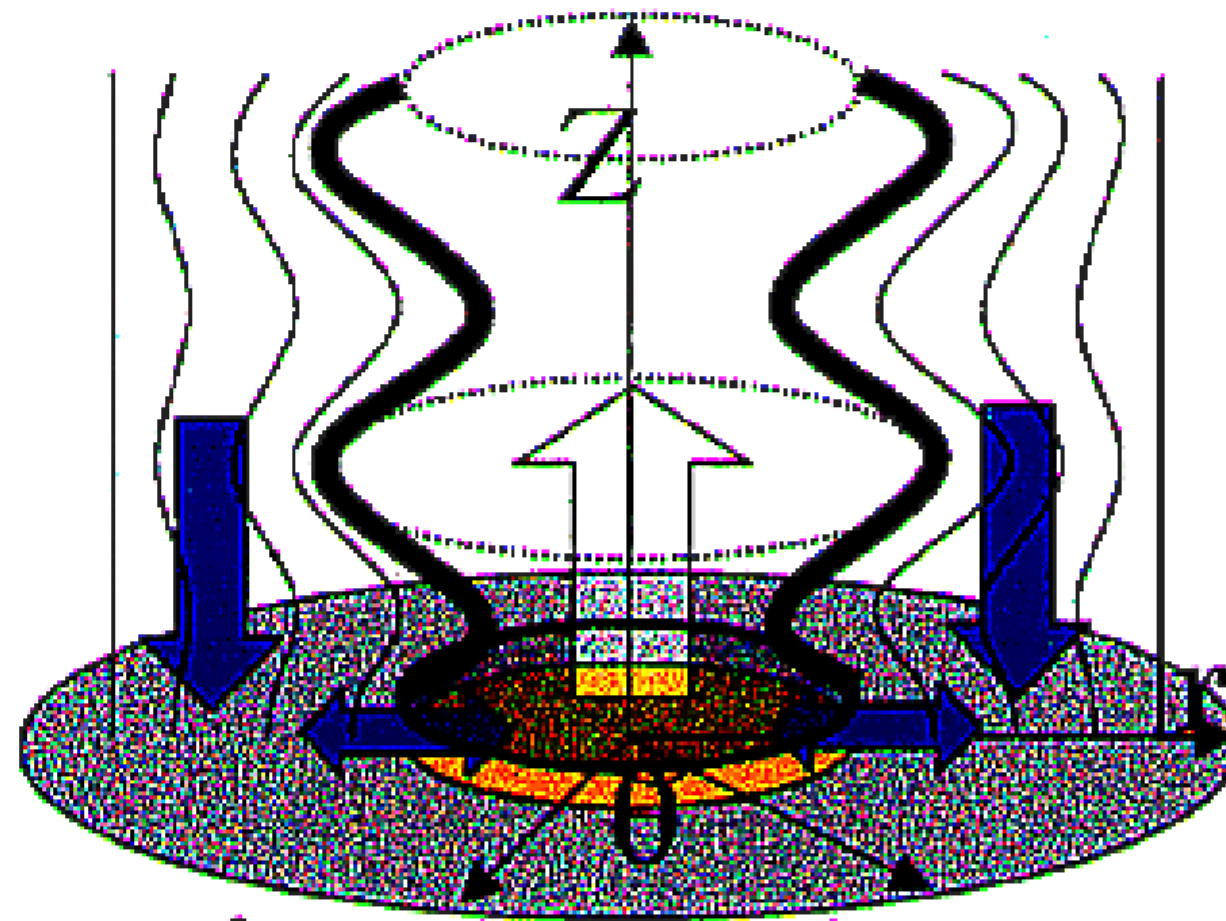


Restoring force

$$\Delta P = \frac{2\rho U_0^2}{R_0} \eta_0 \sin k(Z - ct)$$

$$+ \sigma \eta_0 \left\{ \frac{1}{R^2} - k^2 \right\} \sin k(Z - ct)$$

**Fig.37 Pressure balance between instability force and restoring force at the side of bubble**



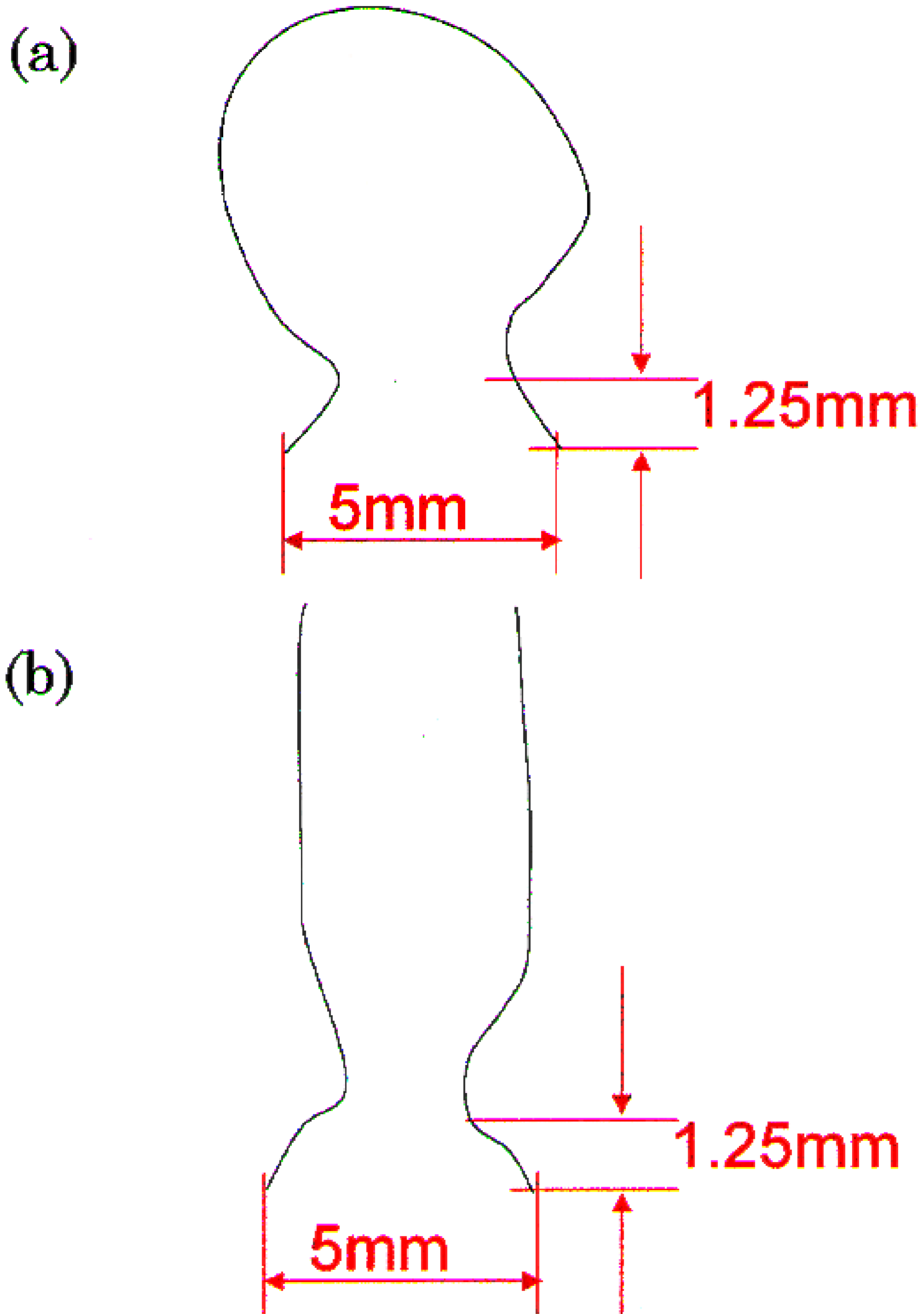
$$\Delta P = \left[ \frac{2\rho U_0^2}{R_0} - \sigma \left\{ \frac{1}{R^2} - k^2 \right\} - \varepsilon_L k E_0^2 \frac{B_0(kr)}{B_1(kR_0)} \right] \eta_0 \sin kZ$$

The 1st term: Instability force

The 2nd term: surface tension

The 3rd term: Maxwell stress

**Fig.38 Pressure balance between instability force and restoring force at the side of bubble with EHD effect**



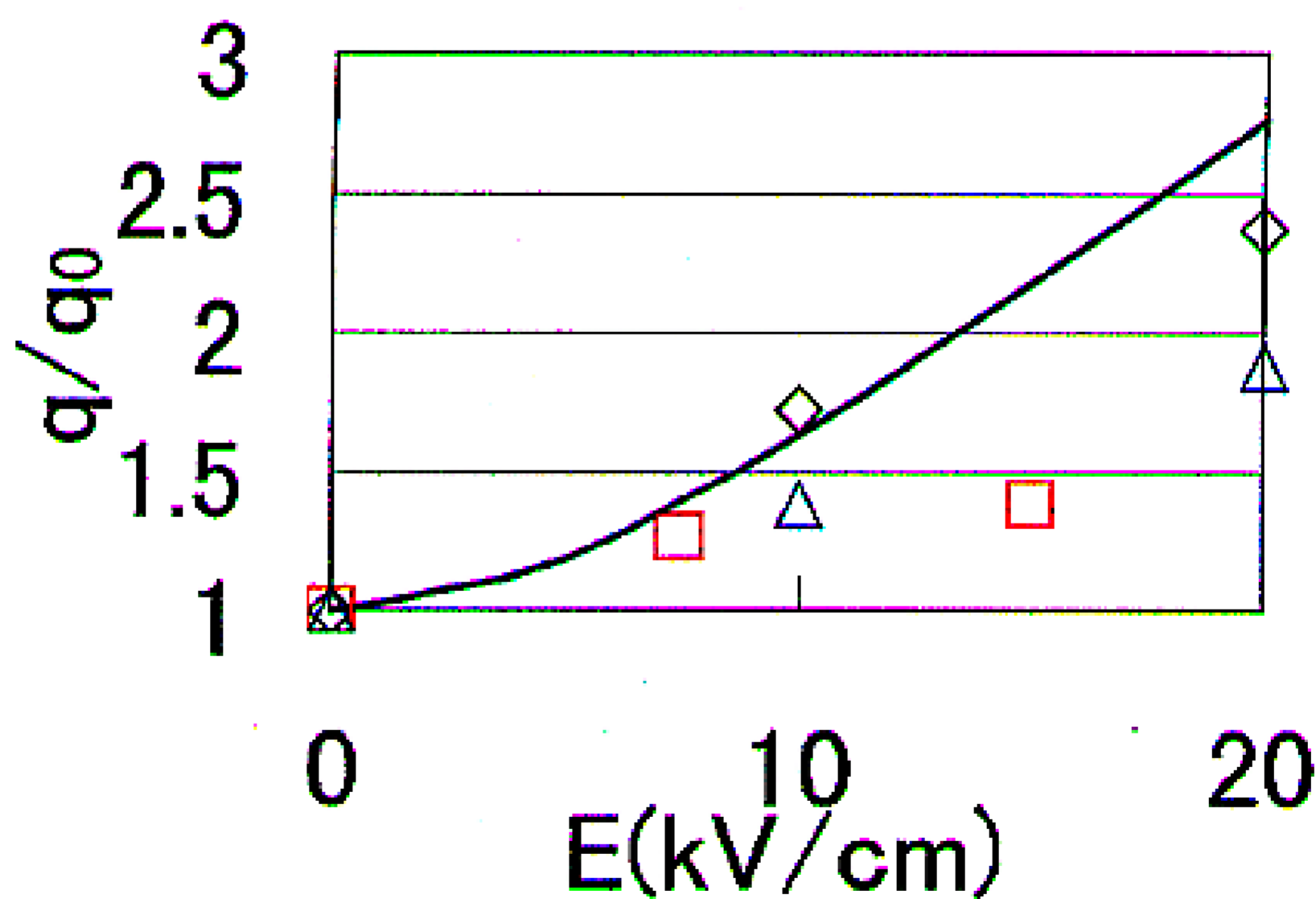
**Fig.39 Bubble shapes at CHF (a)without EHD effect (b)with EHD effect**



$$\frac{f_{\text{EHD}}}{f_0} = \frac{\sigma k^2 + \varepsilon_L k E_0^2 \frac{K_{(kR_0)}}{K_{I(kR_0)}} - \frac{\sigma}{R_0^2}}{\sigma k^2 - \frac{\sigma}{R_0^2}}$$

then  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

- Theoretical data
- ◇ Negative electrode ( $\sigma_e: 6.7 \times 10^{-9} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ )
- △ Negative electrode ( $\sigma_e: 5.9 \times 10^{-8} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ )
- Positive electrode ( $\sigma_e: 1.0 \times 10^{-8} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ )



**Fig.40 Critical heat flux increases with the application of an electric field**