

## 第 5 章

### 振幅荷重最適化球面アレイ型マイクロフォンシステム

球面アレイ型マイクロフォン基本システム考案に際しては、音波の球面伝播に伴う物理的考察から振幅減衰補正用振幅荷重の値を、発見的に焦点、各マイクロフォン間の距離  $r_{f,ij}$  に選び、これを音速で割って求めた相対時間遅延を各マイクロフォン出力に与え、合成することにより、所望の高感度、高 SNR 並びに忠実な波形採取が可能なシステムを実現した。この振幅荷重採用により、特に焦点にある音源に対しては、 $(2MN+1)$  個のマイクロフォンを配置した場合、システムの絶対感度が 1 個のマイクロフォンの感度の  $(2MN+1)$  倍となり、システムの出力は音源信号そのものを  $(2MN+1)$  倍したものとなった。また、マイクロフォン素子に混入する無相関加法ノイズに対しては、システムの SNR は使用マイクロフォンの個数  $(2MN+1)$  倍に改善された。これらの特性は、焦点の近傍に於て、おおよそ成立する。音源が焦点から離れると、システムの感度が次第に減少し、システムには合焦特性と指向性が現れる。一方、それと同時に、システムの相対受信 RMS 誤差が次第に大きくなり、音源信号を忠実に採取できなくなる等のことが明らかにされた。

ところで、音源信号の忠実な採取のためには、焦点、各マイクロフォン間の相対的遅延時間は揃えなければならないが、振幅荷重の値を該当距離に選ぶ必然性はない。これを波動の球面伝播に伴う振幅減衰補正の観点から再考察すると、電気回路系のダイナミックレンジの範囲内で荷重を極力大きく選び感度を向上することが考えられる。しかし、常にそれを大きくし、感度を向上させても、加法的混入ノイズまでも増幅してしまったのでは意味がない。加えて、単一周波感度の距離方向空間分布の評価結果である図 2.4 にも見られるように、これまでの振幅荷重では焦点にある音源よりも球面アレイ中心近くに存在する音源に対する感度の方がより高くなるという不具合もあった。これらの点は振幅荷重の最適化により改善される可能性がある。そこで、本章では、振幅荷重の最適化について、システム SNR 向上度を最大にする観点から最適荷重を導出し、導出した最適荷重採用の球面アレイ型マイクロフォンシステムの基本 3 特性を理論・数値的に検討する。また、基本システムの特性評価結果と比較し、最適荷重採用システムの特徴を議論する。

## 5.1 振幅荷重の最適化問題

既に第1章序論でも触れたように、振幅荷重に関しては、近方場において、感度と指向性の一方だけに注目して試行錯誤的に検討されてきた [3, 4, 5]. これに対して、近年、合成出力の SNR 最大化を狙った最適化問題が提案された [25]. それによると、振幅荷重  $G_{ij}$  の最適化は前章までの議論とは異なり、焦点、マイクロフォン間の距離に反比例し、かつその比例定数は室内音響学にのみ適用可能なもので、本論文で論じている半自由空間における受動計測では適用できないものであった. 加えて最適解の導出も簡潔ではなかった [25]. ここでは、これらの問題点を解決し、近遠方場に関係なく、野外の採音にも適用できる最適振幅荷重を導出し、提案球面アレイ型マイクロフォンシステムの特性を改善する.

以下、まず振幅荷重の最適化問題を定式化し、簡潔にその解を導出する.

### 5.1.1 最適化問題の定式化

球面上マイクロフォン  $M_{ij}$  の検出信号に対する振幅補正係数を一般的な荷重  $G_{ij}$  で表わせば、球面アレイ型マイクロフォンシステムの出力は、式 (2.6) により次式となる.

$$x_o(t) = \sum_{i,j} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} s \left( t - \frac{r_{s,ij} - r_{f,ij} + r_{fmax}}{c} \right) \quad (5.1)$$

ここで、基本システムの場合と同じく  $r_{fmax}$  は焦点とマイクロフォン間の最大距離である. 音源信号のフーリエスペクトル  $S(f)$  でマイクロフォンシステムの出力を再表現すると、上式は式 (5.2) となる.

$$x_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} df S(f) \exp \left( j2\pi f \left( t - \frac{r_{fmax}}{c} \right) \right) \sum_{i,j} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} \exp \left( -j2\pi f \frac{r_{s,ij} - r_{f,ij}}{c} \right) \quad (5.2)$$

基本システムについての説明時に述べたように、システムの出力は、各マイクロフォンによる検出信号を複素荷重で線形加算したものである. ただし、音源がシステムの焦点にある場合、システムの出力は単に音源信号を  $\sum_{i,j} G_{ij}/r_{f,ij}$  倍したものとなり、時間的にはそれから  $r_{fmax}/c$  だけ遅れた信号となる.

基本システムで仮定したものと同様の無相関加法ノイズがマイクロフォンに混入した場合、システム出力は、式 (5.3) となる.

$$x_o(t) = \sum_{i,j} \left( \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} s \left( t - \frac{r_{s,ij} - r_{f,ij} + r_{fmax}}{c} \right) + G_{ij} n_{ij} \left( t - \frac{r_{fmax} - r_{f,ij}}{c} \right) \right) \quad (5.3)$$

この時、システム出力の平均パワーは、次式のように求められる.

$$P_o \equiv E[x_o^2(t)] = \sum_{i,j} \sum_{kl} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} \frac{G_{kl}}{r_{s,kl}} R_s(\tau) + \sum_{i,j} G_{ij}^2 P_n \quad (5.4)$$

音源信号が焦点にある場合、 $r_{f,ij} = r_{s,ij}$ 、 $r_{f,kl} = r_{s,kl}$  になるので、式 (5.4) は簡単に以下のよう  
に書ける。

$$P_o = \left( \sum_{i,j} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} \right)^2 P_s + (2MN + 1) \langle G_{ij}^2 \rangle P_n \quad (5.5)$$

$2MN + 1$  は使用マイクロフォンの総数、 $P_s \equiv P_s(0)$ 、 $\langle G_{ij}^2 \rangle$  は全荷重の自乗平均値である。  
式 (5.4) より、合焦操作により、システムの SNR は、次式となる。

$$\text{SNR}_o = \frac{\sum_{i,j} \sum_{kl} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} \frac{G_{kl}}{r_{s,kl}} R_s(\tau)}{(2MN + 1) \langle G_{ij}^2 \rangle P_n} \quad (5.6)$$

球面アレイの開口直径がマイクロフォンと音源並びに焦点間の距離にくらべて十分小さい場合、  
式 (5.6) は、以下のように簡単化できる。

$$\text{SNR}_o \simeq \frac{\left( \sum_{i,j} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} \right)^2 P_s}{\sum_{i,j} G_{ij}^2 P_n} \quad (5.7)$$

また合焦操作を行わない場合、システムの SNR は次式で表せる。

$$\text{SNR}_m = \frac{1}{2MN + 1} \sum_{i,j} \frac{1}{r_{s,ij}^2} \frac{P_s}{P_n} \quad (5.8)$$

従って、合焦操作によるシステム SNR の向上度は、 $\text{SNR}_o$  と  $\text{SNR}_m$  の比で次式のように定義  
される。

$$\eta \equiv \frac{\text{SNR}_o}{\text{SNR}_m} = \frac{(2MN + 1) \left( \sum_{i,j} \frac{G_{ij}}{r_{s,ij}} \right)^2}{\sum_{i,j} G_{ij}^2 \sum_{i,j} r_{s,ij}^{-2}} \quad (5.9)$$

上式では、 $G_{ij}$  の代わりに  $r_{f,ij}$  を代入すれば、システム SNR の向上度は基本システムと同じ  
となる。従って、音源が焦点にある場合、システム SNR の向上度はマイクロフォンの総数  $\eta =$   
 $2MN + 1$  倍となる。しかし、音源、マイクロフォン  $M_{ij}$  間距離  $r_{s,ij}$  は未知であるため、 $G_{ij}$   
に関しては、 $\eta$  を最大化しても意味がない。本来、開発する計算機援用電子走査球面アレイ型  
マイクロフォンシステムでは焦点を走査し、音源探査を行うので、 $r_{s,ij}$  と  $r_{f,ij}$  を同一視して  
考える。式 (5.9) 右辺の分子  $(\sum_{i,j} G_{ij}/r_{s,ij})^2$  にシュワルツの不等式を適用すると、次の結果が  
得られる。

$$\left( \sum_{i,j} \frac{G_{ij}}{r_{f,ij}} \right)^2 \leq \left( \sum_{i,j} G_{ij}^2 \right) \left( \sum_{i,j} r_{f,ij}^{-2} \right) \quad (5.10)$$

上式の等号成立の必要十分条件は、公知のようにすべての  $(i, j)$  について、 $G_{ij}$  と  $1/r_{f,ij}$  が定  
数  $k$  を用いて

$$G_{ij} = k \frac{1}{r_{f,ij}}, \quad (\text{all } i, j) \quad (5.11)$$

と比例することである。この時、SNR 向上度は、 $r_{s,ij} = r_{f,ij}$  と置き換えた後、式 (5.11) を  
(5.9) へ代入することにより最大値  $\eta_{max} = 2MN + 1$  を得る。従って、最適荷重は (5.11) 式

の形で与えられる。それ故、式(5.11)の条件下では、式(5.10)が等号で成立するような係数  $k_{min}$  の決定が問題となる。これについては、次節で述べる。

### 5.1.2 最適荷重の導出

マイクロフォンシステムで、所望レベルの信号を採取するためには、最低限の感度が必要である。これを  $S_{min}$  とすると、比例定数  $k_{min}$  と、焦点におけるシステムの感度下限の  $S_{min}$  とは、次の関係にある。

$$A_p(x_f, y_f, z_f; *) = \sum_{ij} \frac{k_{min}}{r_{f,ij}^2} = S_{min}, \quad (5.12)$$

上式より、比例係数の下限  $k_{min}$ 、最適荷重  $G_{o,ij}$  が完全に決定される。その結果を式(5.13)に示す。

$$G_{o,ij} = \frac{S_{min}}{r_{f,ij} \sum_{i,j} r_{f,ij}^{-2}} \quad (5.13)$$

上式では、システムの感度下限  $S_{min}$  を使用目的に応じて決めれば、焦点の設定位置に従い、各マイクロフォンの最適振幅荷重を計算し、設定することができる。また、本最適振幅荷重採用システムでは、焦点位置に依らず、そこでの感度の値は常に  $S_{min}$  で与えられるという特長がある。以下、この最適荷重を用いたシステムの基本3特性を理論・数値的に解析する。

## 5.2 最適荷重システムの基本特性理論・数値解析結果

この節では、2.2節の理論・数値解析に用いたものと同一のパラメータ設定と幾何学配置の下で、式(5.13)の最適荷重を用い、当最適荷重採用システムの基本特性を数値解析的に評価し、その結果を示す。

球面アレイの幾何配置などのパラメータを換えない限り、球面伝播に従い、基本システムの検討結果に基づいて導出した最適荷重採用システムの出力式(5.3)に、最適荷重を代入することによって、システムの感度（単一周波数感度、帯域周波数感度）、相対受信 RMS 誤差の分布が即計算できる。システムの SNR 分布は最適荷重の導出で既に明確にしたので、以下、感度分布と相対受信 RMS 誤差分布の数値解析の結果だけを示す。

### 5.2.1 感度空間分布

最適荷重採用マイクロフォンシステムの基本特性の理論・数値解析評価に関して、基本システムで用いた方法と同一方法で、単一周波に対するシステムの感度空間分布と帯域波に対する周波数平均感度空間分布を評価する。基本システムの特性評価で示したように、対称性があるため、感度空間分布の評価は、単一周波、帯域波の両感度分布共に、方位方向、距離方向で

行う。また、単一周波数の音源に対するシステムの感度分布の評価には、周波数 1kHz, 3kHz, 5kHz 正弦波を用いる。帯域波音源に対するシステムの感度分布の評価には、FM 変調波 (周波数範囲：100Hz~6.0kHz) 音源を用いる。

### (1) 単一周波感度分布

基本システムで導出した単一周波感度式 (2.9) の  $r_{f,ij}$  の代わりに式 (5.13) の最適振幅荷重  $G_{o,ij}$  を代入して、最適荷重採用システムの単一周波感度は式 (5.14) となる。以下、この式で最適荷重採用システムの単一周波感度の空間分布を評価する。

$$A_p(x, y, z; f_0) = \left| \sum_{i,j} \frac{S_{min}}{r_{f,ij} r_{s,ij} \sum_{i,j} r_{f,ij}^{-2}} \exp \left( -j2\pi f_0 \frac{r_{s,ij} - r_{f,ij}}{c} \right) \right| \quad (5.14)$$

焦点をアレイ軸上 20m に設定した場合、感度下限  $S_{min}$  を 45.3dB として、評価した方位方向と距離方向の感度空間分布を、それぞれ図 5.1 と図 5.2 に示す。図 5.1 と図 5.2 の連続曲線は、2.2 節で示した、従来の基本特性を示し、図 5.1 中の「 $\cdot$ 」印は最適荷重採用時の計算値を示す。また、図 5.2 中の破線は後者より算出した等高線を示す。それらの比較より、本焦点位置の場合、最適荷重採用システムと基本システムの感度分布は殆ど一致している。また焦点をアレイの軸上中心から 1m 以上の所に設定した場合、20m の場合と同様、両感度分布は殆ど一致していることも確認した。それ故、アレイの軸上中心から 1m 以上の所では、発見的に導いた基本システムと当最適システムとが殆んど一致し、前記発見的考えの妥当性を裏づけるものと考えられる。

また、焦点をアレイの前方、軸上 0.75m に設定した近方場での単一周波感度空間分布計算結果を図 5.3 と図 5.4 に示す。これらの比較より最適荷重採用システムは、近方場において基本システムに比べて焦点近傍での感度が高く、かつ焦点から離れるに従い、急速に感度が減少し、優れた合焦機能を持つことが良く伺われる。

以下で行う帯域波に対するシステムの感度分布及び相対受信 RMS 誤差分布の数値解析では、近方場に限定して行う。

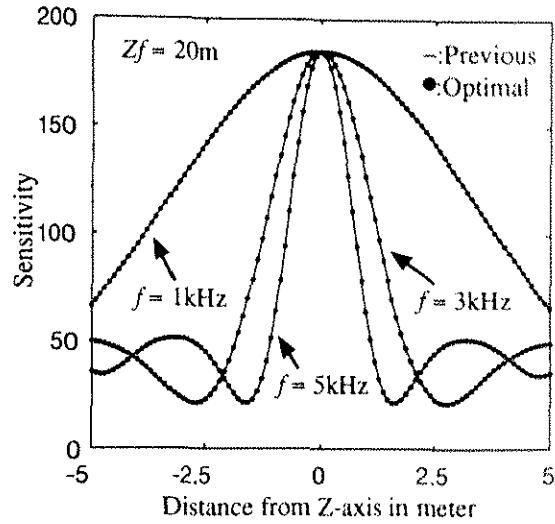


图 5.1: Numerically evaluated azimuth sensitivity distributions of the system with and without the optimal gains for sinusoidal signals, when the focus point being 20m apart from the array center. The evaluated values with the previous gains and optimal are represented by solid lines and dots superimposed on them, respectively, for frequencies 1kHz, 3kHz and 5kHz.

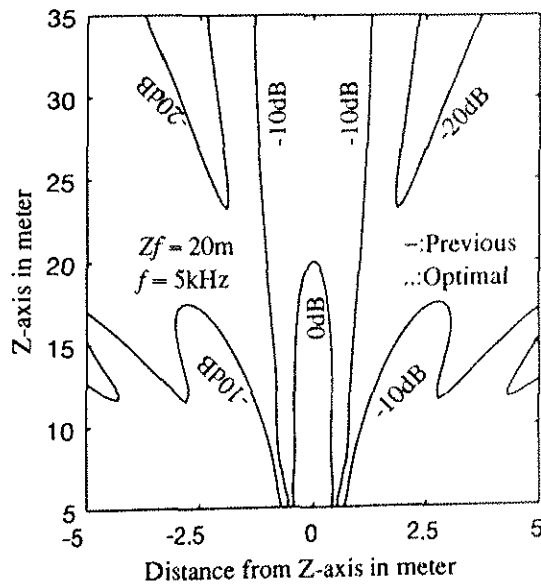
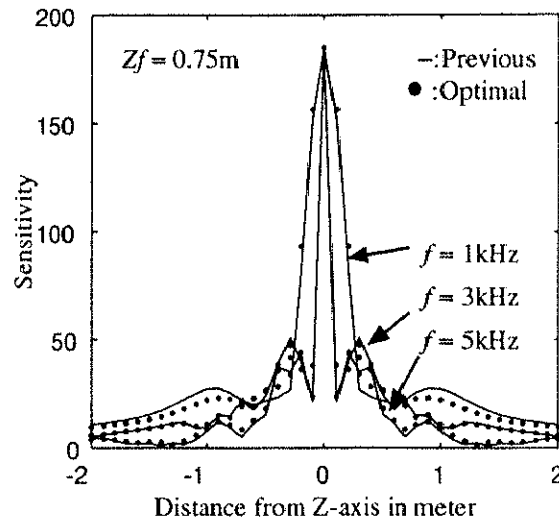
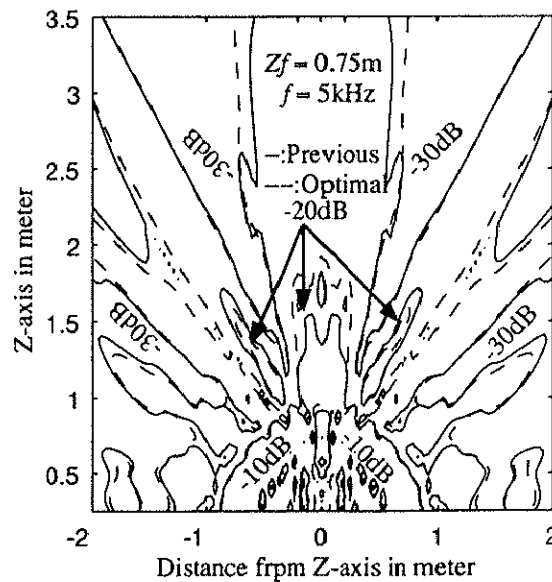


图 5.2: Numerically evaluated range-azimuth sensitivity distribution of the system with and without the optimal gains for a sinusoidal signal, when the focus point being 20m apart from the array center. The evaluated values normalized by that at the focused point are represented in decibels, and those with and without the optimal gains are shown by broken and solid contour lines, respectively.



⊠ 5.3: Numerically evaluated azimuth sensitivity distributions of the system with and without the optimal gains for sinusoidal signals, when the focus point being 0.75m apart from the array center. The evaluated values with the previous gains and optimal are represented by solid lines and dots superimposed on them, respectively, for frequencies 1kHz, 3kHz and 5kHz.



⊠ 5.4: Numerically evaluated range-azimuth sensitivity distributions of the system with and without the optimal gains for a sinusoidal signals, when the focus point being 0.75m apart from the array center. The evaluated values normalized by that at the focus point are represented in decibels, and those with and without the optimal gains are shown by broken and solid contour lines, respectively.

## (2) 帯域波感度分布

単一周波数感度の分布の検討と同様に，基本システムで導出した周波数平均感度式(2.12)に対して，同様な最適荷重代入を行うと，最適荷重採用システムの周波数平均感度は，式(5.15)となる．以下，この式で近方場における最適荷重採用システムの周波数平均感度の空間分布を評価する．

$$A_p(x, y, z; f_c, B_H) = \left| \sum_{i,j} \frac{S_{min}}{r_{f,i,j} r_{s,i,j} \sum_{i,j} r_{f,i,j}^{-2}} \frac{\sin(\pi B_H \alpha)}{\pi B_H \alpha} \exp(-j2\pi f_c \alpha) \right| \quad (5.15)$$

システムの焦点を，球面アレイの前方軸上0.75mに設定し，感度下限  $S_{min}$  を45.3dBとした場合の方位，距離両方向におけるシステム周波数平均感度分布評価結果を図5.5と図5.6に示す．ここで，表示の方法は図5.3と図5.4同じである．図5.3と図5.4の単一周波の場合と比べてみれば，帯域波に対する最適荷重システムの周波数平均感度分布は方位，距離両方向共に，より鋭い指向性と合焦特性を有していることが分かる．特に距離方向では，焦点が極端に絞られ，前項の場合に比べ更に優れた合焦機能が達成されている．

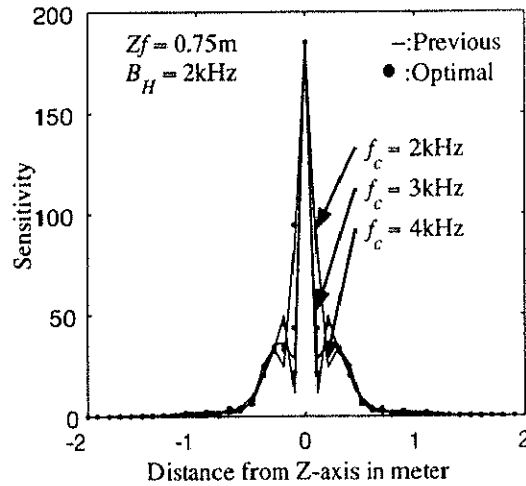


図 5.5: Numerically evaluated frequency averaged azimuth sensitivity distributions of the system with and without the optimal gains for FM signals of finite bandwidth  $B_H$  around the center frequency  $f_c$ , when the focus point being 0.75m apart from the array center. The evaluated values with the previous gains and optimal are represented by solid lines and dots superimposed on them, respectively, for center frequencies  $f_c$  2kHz, 3kHz and 4kHz.



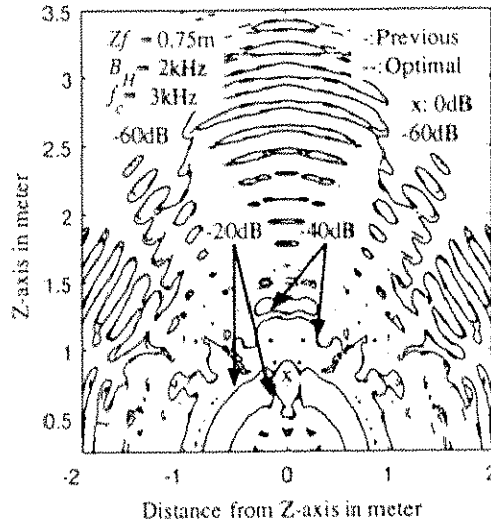


図 5.6: Numerically evaluated frequency averaged range-azimuth sensitivity distributions of the system with and without the optimal gains for an FM signal of finite bandwidth  $B_H$  around the center frequency  $f_c$ , when the focus point being 0.75m apart from the array center. The evaluated values normalized by that at the focus point are represented in decibels, and those with and without the optimal gains are shown by broken and solid contour lines, respectively.

### 5.2.2 相対受信 RMS 誤差空間分布

最適化荷重採用システムの相対受信誤差を評価するには、基本システムに用いた式 (2.24) に示した広帯域音源信号を用いる。式 (2.25) の  $r_{f,ij}$  代わりに式 (5.13) の最適荷重を使用し、広帯域 FM 変調波に対する最適荷重採用システム出力 (式 (5.16)) の相対受信 RMS 誤差の空間分布を評価する。

$$x_o(t) = \sum_{i,j} \frac{S_{min}}{r_{f,ij} r_{s,ij} \sum_{i,j} r_{f,ij}^{-2}} \sin \left( 2\pi f_0 t' + \frac{\Delta f}{b} \sin(2\pi b t') \right)$$

$$t' = t - \frac{r_{s,ij} - r_{f,ij} + r_{f,max}}{c} \quad (5.16)$$

基本システムで検討したのと同じ方法で、システムの感度下限  $S_{min}$  を 45.3dB とした場合、方位、距離両方向の相対受信 RMS 誤差の評価結果を、それぞれ図 5.7 と図 5.8 に示す。表示の方法はそれぞれ第 2 章の図 2.9, 図 2.10 と同じである。図 5.8 の実線と破線の範囲を比較してみると、焦点近傍では、最適荷重採用システム誤差範囲は基本システムより広くなり、即ち焦点近傍ではより広範囲に渡って、音源信号をより忠実に受信できることが分かる。

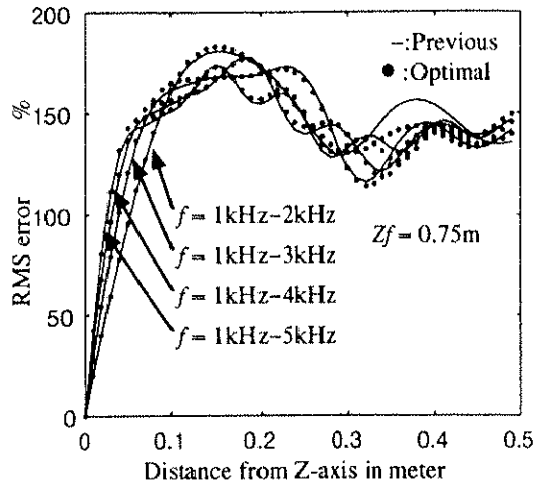


图 5.7: Numerically evaluated azimuth relative RMS error distributions of the system with and without the optimal gains for FM signals of center frequency  $f_c$  and finite bandwidth  $B_H$ , when the focus point being 0.75m apart from the array center. The evaluated values with the previous gains and optimal are represented by solid lines and dots superimposed on them, respectively, the frequencies range is changed 1kHz~2kHz, 1kHz~3kHz, 1kHz~4kHz, and 1kHz~5kHz.

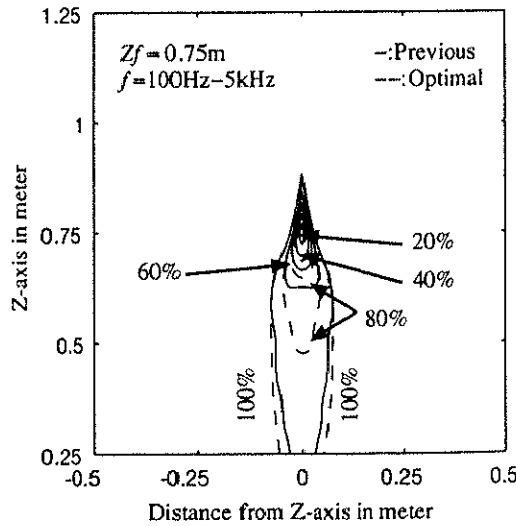


图 5.8: Numerically evaluated range-azimuth relative RMS error distributions of the system with and without the optimal gains for an FM signal of center frequency  $f_c$  and finite bandwidth  $B_H$ , when the focus point being 0.75m apart from the array center. The evaluated values normalized by that at the focus point are represented in percent, and those with and without the optimal gains are shown by broken and solid contour lines, respectively.

### 5.3 最適化荷重システムの基本特性に関する考察

球面アレイ型マイクロフォンシステムにおける振幅荷重の最適化について、システムの感度下限の拘束条件の下で、SNR向上度を最大化する形で、振幅荷重の新たな最適決定法を提案した。最適振幅荷重採用システムには、中遠方場の音源に対して、基本システムと殆んど同一の特性を示し、高感度、高SNR、焦点の近傍では忠実な信号採取性を有することが、本章の理論・数値解析の結果から分かった。言い換えれば、基本システムで発見的に採用した荷重 $r_{f,i}$ は中遠方場において最適に近いものであると言える。一方、最適荷重採用システムは、近方場に於て優れた特性を有することも明らかになった。

システム感度分布の評価結果では、単一周波感度分布と周波数平均感度分布共に、基本システムの場合より、方位、距離方向の両方向において、合焦範囲が鋭く絞られ、合焦機能が一層上がっていることが分かった。また、相対受信RMS誤差分布の評価結果では、焦点の近傍において、最適荷重採用システムの所定のRMS誤差範囲は基本システムより広くなり、即ち焦点近傍ではより広範囲に渡って、音源信号をより忠実に受信できることが分かった。これらの優れた特性は最適振幅荷重採用による結果である。

### 5.4 本章のまとめ

本章では、まず球面アレイ型マイクロフォンシステムの振幅荷重の最適化を理論・数値解析的に検討した。焦点におけるシステムの感度下限を拘束条件として、システムのSNR向上度を最大化する形の振幅荷重の最適決定法を提案した。次に、基本システムで用いたものと同様の方法で、システムの感度、相対受信RMS誤差の両空間分布を理論・数値解析により評価し、基本システムの評価結果と比較して、その効果が次に点にあることを明らかにした。中遠方場では、最適化荷重採用システムは先の基本システムと殆んど同一の特性を示す。中遠距離場におけるこの事実は、基本システムで発見的に採用した振幅荷重がすでに最適に近いものであったことを意味している。これに対して、近方場では、感度分布における合焦性向上、相対受信RMS誤差範囲の拡大が著しく、最適振幅荷重採用システムは当領域に置いて特に優れた特性を示す。