

# 複雑な動的システムの空間依存情報縮約法の提案と応用

システム情報工学研究科  
筑波大学

2005年 3月  
渡邊 史紀

# 目次

1	本研究の目的	1
2	BWRの発振現象	3
2.1	原子炉の出力動特性	3
2.2	出力不安定性のメカニズム	6
3	安定性解析手法に関するレビュー	8
3.1	周波数領域解析手法	8
3.1.1	線形性の仮定	8
3.1.2	空間均一性の仮定	9
3.1.3	周波数領域解析手法の利点と問題点	11
3.2	時間領域領域解析手法	12
3.2.1	空間モード展開法	12
3.2.2	直接数値シミュレーション	14
3.2.3	時間領域解析手法の利点と問題点	15
3.3	安定性の指標	17
3.4	まとめ	19
4	原子炉の不安定性振動の空間依存性・非線形特性の抽出	20
4.1	中性子揺らぎの時系列データ	20
4.2	基本的諸量	22
4.3	全炉心振動と領域振動	26
4.3.1	全炉心振動と領域振動の分離手法	26
4.3.2	独立成分分析(ICA)の概要	27
4.3.2.1	独立成分の抽出アルゴリズム	27
4.3.2.2	事前直交化処理と主成分分析(PCA)	28
4.3.3	全炉心振動と領域振動の分離結果	29

4.4	振幅・位相分布	37
4.5	逐次位相解析	41
4.5.1	逐次位相解析の特性	41
4.5.2	安定性データへの適用	44
<b>5</b>	<b>空間依存性情報縮約法の開発</b>	<b>52</b>
5.1	空間局所ノード確率複素振動モデル	52
5.2	モード結合型確率複素振動モデル	55
5.3	実データを用いたモデルパラメータの同定手法	58
5.3.1	理論 PDF パラメータの同定	58
5.3.2	確率複素振動方程式パラメータの同定	59
5.4	確率複素振動モデルのパラメータ同定結果およびその妥当性	61
5.5	モデルパラメータの空間依存性・相互関係	72
5.5.1	PDF パラメータの空間依存性とシステム動特性との関係	72
5.5.2	確率複素振動モデルパラメータとシステム動特性との関係	78
<b>6</b>	<b>空間依存確率複素振動モデルを用いた物理的メカニズムの考察</b>	<b>83</b>
6.1	一次元拡散結合型複素振動モデル	83
6.2	一次元拡散結合型複素振動モデルの解析解	84
6.3	数値シミュレーションによる考察	86
<b>7</b>	<b>結論及び今後の課題</b>	<b>92</b>
付録A	von der Pol 方程式からの CGL 方程式の導出	93
付録B	$B=2$ の Rayleigh 分布の導出	96
付録C	振幅最頻値 $R_{mp}$ とパラメータ $a, b, D$ の関係式の導出	98
	参考文献	99

謝辞	101
公表論文・国内外発表リスト	102

# 1 本研究の目的

本研究の目的は、(I) 空間的な広がりを持ち、かつ非線形性や不確実性（不確実性）が内在する複雑な動的システムのダイナミクスの情報を抽出するための数理モデルを作成し、(II) そのモデルパラメータを偏見無く同定する方法を考案し、さらに、(III) 得られた複雑なシステムダイナミクスの時間及び空間情報を圧縮して、(IV) 物理的なメカニズムの解明やシステムの制御に応用することである。

システムダイナミクスの基礎物理方程式の計算機による直接数値計算が隆盛を極める今日、このようなシステムの表現手法の有効性について、疑問をもたれる方が居られるかもしれない。しかし、現在の科学・工学の水準でも (1) システムが複雑過ぎて、基礎式は存在しても数値解析が極めて困難な脳活動や経済活動では、依然として現象論的な確率微分方程式による解析がおこなわれている。(2) 理論や実験観測上の限界から、基礎方程式自体に近似や平均化 / 粗視化が導入されており、かつこれらが、モデルの精度に無視できない影響を与えている場合にはやはり現象論的な確率微分方程式に依存している場合が多い。

本研究の対象とする“空間依存性のある複雑な動的システム”として、沸騰水型原子炉 (BWR) で生ずる出力振動現象をとりあげた。BWR の出力振動は、ここ 10 数年、原子炉の安全性における一つの大きな検討テーマであり [1]、そのメカニズムや解析手法について多くの研究がなされた。しかし、これらの研究では、本論で明らかにするような、中性子の観測信号に潜む「非線形性」や不確実性が具現した結果としての「揺らぎの情報」を十分に取り扱えていない。通常の BWR の運転モードは、非線形性や不確実性の影響が小さい安定度の極めて大きい領域に制限されているが、将来、この過剰な安全裕度を低減する場合に、非線形性や不確実性の影響が顕在化するため、これらの影響を考慮したダイナミクスの本質と内在する情報の質を研究しておく価値は大きいと考えられる。

本研究では、BWR の出力振動現象発生時の中性子時系列信号を対象として、(a) システムの非線形性、揺らぎ特性（不確実性）を的確に抽出できる数理モデルを構築し、(b) 観測される中性子ゆらぎデータのみに基づく情報から、偏見無くパラ

メータまで同定する（原子炉工学的なモデルおよび核定数等を用いない）。さらに、このような方法で構築したモデルに縮約された情報から読みとれるシステム特性から、非線形性や揺らぎがシステムダイナミクスに及ぼす影響を明らかにする。さらに、構築した数理モデルをもとに、出力振動モードの発現機構の数理的な構造を解明するための試みを行う。

## 2 BWRの発振現象

### 2.1 原子炉の出力動特性

周知のように、核分裂型原子炉は、中性子を仲立ちとして核分裂の連鎖反応を持続させるシステムである。原子炉における核分裂連鎖反応の振る舞い、言い換えれば原子炉出力の挙動は、核燃料の状態、減速材・冷却材の温度や相状態、原子炉炉心からの中性子の漏れといった要因に影響されて、空間的・時間的に変動する。すなわち、原子炉は、空間依存性を持つ複雑な動的システムである。動的なシステムの設計においては、一般に、その動的安定性に大きな配慮が払われるが、原子炉においてもこれは例外ではない。加えて、原子炉においては、その安全性の確保が他産業の装置以上に重要であると考えられていることから、外部の制御手段に頼ることなく、原子炉本来が持っている物理的な性質によって動的安定が保たれる（「固有の出力抑制特性を持つ」と呼ばれる）ことが原子炉設計において求められている。

我が国の原子力発電用原子炉の大部分を占める、軽水を減速材および冷却材として用いる軽水炉においては、固有の出力抑制特性は以下の3つの出力フィードバック特性が負になるように設計されることで確保されている。

- (a) 燃料温度（ドップラー）フィードバック
- (b) 減速材/冷却材温度フィードバック
- (c) 減速材/冷却材ボイドフィードバック

上記の(a)は、出力上昇によって核燃料の温度が上昇すると、燃料中の非核分裂性物質に中性子が吸収される割合が増加して核分裂に寄与する中性子数が減少する、ドップラー効果と呼ばれる現象によるものである。(b)は、減速材温度の変動によって減速材密度が変化して中性子の減速の程度が変化し、原子炉出力が変動する出力フィードバックである。例えば、原子炉出力が増大して減速材密度が減少すれば、中性子の減速が不十分となり、核分裂数が減少する。減速材は、中性子の吸収作用も有するため、減速材の密度減少が、常に核分裂数を減少させる方向

に作用するとは定性的には断ぜられないが、実用の発電用原子炉の設計においては、通常出力範囲では、減速材温度フィードバックは負になるように配慮されている。(c)は、出力が変化すると冷却材中の気泡(ボイド)の割合が変化することに起因して、中性子の減速の程度が変化し、原子炉出力が変動する出力フィードバック効果である。ボイドの存在は、減速材の中性子減速能を大幅に逓減させる効果があるため、軽水炉においては負となる。これらのフィードバックのうち、フィードバック(a)は、出力変動に対して、事実上時遅れ無しに作用することが特色である。それに対し、フィードバック(b)及び(c)は、燃料から減速材/冷却材に熱が伝わることで生ずる現象であるので、燃料内の伝熱抵抗に起因する時遅れが伴うフィードバックである。

このような軽水炉のフィードバック特性は、軽水炉の代表的な型式である沸騰水型軽水炉(BWR)および加圧水型軽水炉(PWR)に共通するが、各フィードバックの関与の程度はBWRとPWRで異なる。特に、ボイドフィードバックは、PWRにおいては、通常の運転状態では出力の安定性に寄与しないのに対し、BWRでは、通常の運転状態においても大きく寄与をする。これは、BWRでは、通常の運転状態にあっても炉心内で冷却材の沸騰が生じているためである。BWRにおける、負のボイド出力フィードバックの存在は、原子炉に外乱が加えられた場合の速やかな出力整定や、柔軟な運転出力変更といった大きな利点をBWRにもたらす。しかし、その一方で、このような時遅れを伴う大きな負のフィードバックは、条件によっては原子炉の出力動特性を不安定性にする可能性も有している。

このような出力不安定特性は、BWR開発当初から予見された問題であったため、BWR開発の初期段階から、実験や理論的な検討がなされてきた。その結果、BWRは大部分の運転状態では動的安定を保つが、炉心を流れる冷却材流量に対して原子炉出力が相対的に高い「低流量・高出力」運転領域の一部において動的不安定となり、出力の発振が生ずることが明らかとなった。こうした知見をもとに、BWRでは不安定性の発現を防止する基本的な方策として、「低流量・高出力」運転領域のうちの動的不安定となる領域では、継続的な運転は行わないことが定め



られた。

出力が不安定となる「低流量・高出力」領域の範囲は、炉心の大きさや核燃料の特性により異なることから、炉の運転開始前に解析評価を行い、核・熱水力特性を模擬した計算により定めることが、商用 BWR プラントが運転を開始した初期の時代から行われ、これにより BWR の安定性は確保されていると考えられてきた。ところが、1988 年に米国の LaSalle プラントで、解析上安定と考えられていた領域で予期せざる不安定性出力発振が生じ [2]、解析評価手法の精度や適切性、さらには不安定発振の形態に再度関心が持たれるようになった。

## 2.2 出力不安定性のメカニズム

BWRの燃料集合体(チャンネル)は、その周囲に仕切壁(チャンネルボックス)を有しているため、BWRの熱水力流路は、燃料集合体数毎に独立している。しかし、燃料集合体の出力挙動は、中性子を仲立ちとして他の燃料集合体の出力挙動と相互に連係し、空間結合を有している。軽水炉の中性子の平均自由行程は1cm程度であり、直径4~5m程度の炉心の規模に比べて小さく、核分裂の一行程では、炉心規模に比べて局所的な空間結合を有しているにすぎないが、一核分裂に要する時間が極めて短い(約0.04ms)ため、炉心の局所的な出力変動の影響が短時間に全炉心規模に伝搬し、全炉心的な出力変動に影響する。このような、比較的局所的な規模の空間結合の連係によって成り立っている原子炉に出力振動が生じた場合、その振動の空間分布形は、弦の振動などからも類推されるように、全炉心が一体となって同相で振動する基本振動モードだけでなく、他の高次振動モードも発現する可能性を有している。BWRでは、炉心内の各領域が同位相で発振する「全炉心不安定振動(global oscillation)」と呼ばれる空間一様振動の他に、ある中性線境界にして、炉心の径方向の位相が180°異なる「(一次軸対称)領域振動(regional oscillation)」が発生する場合があることが実際に観測されている。(図2.1)

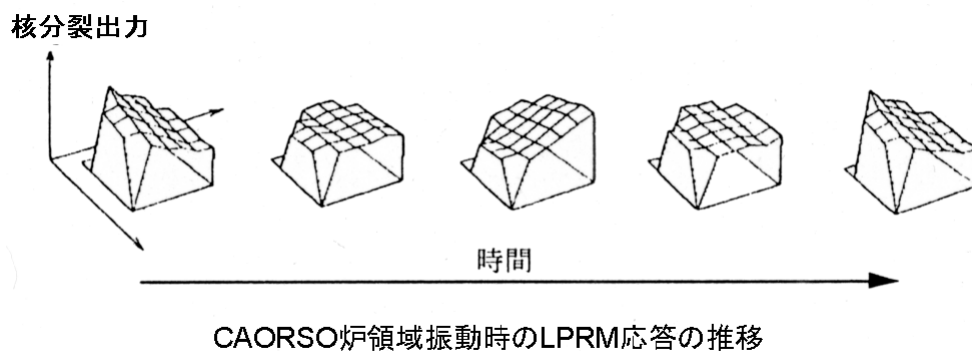


図 2.1: Fission power response during regional oscillation observed in Caorso reactor[3].

BWRの不安定発振振動の発生には、上述のような核-熱結合不安定以外に、純

熱水力的なメカニズムによって発生するチャンネル流量振動がさらに寄与することが明らかとなっている。このチャンネル流量振動は、チャンネル内のボイド量の変動とチャンネルの流動抵抗（二相圧損）の変動に位相ずれがあることに起因する密度波振動によるものであり、「チャンネル不安定」と呼ばれている。Caorso 炉などでの観測 [3] によれば、全炉心的に安定性が低下した状態において、チャンネル安定性が低い燃料集合体で発生した局所的な振動が徐々に成長してゆくのと同時に、中性線に対して対称位置にある燃料集合体で逆位相の発振が成長し、全炉心規模の一時軸対称発振に至っている。このことから、一次軸対称領域振動発振は、炉心不安定性にチャンネル不安定性の作用が加わって生じていると考えられている。BWR の出力異常時の安全保護システムは、炉内局所出力データを全炉心的に平均した情報をもとに作動するように設計されているが、一次軸対称発振では、その全炉心的な平均変動が微小であり、発振の発生を早期に検知することが難しい。このため、領域安定性の挙動には大きな関心が寄せられた。

以上のBWRの不安定性振動の分類を発生機構との関連と共に、模式的に図 2.2 に示す。

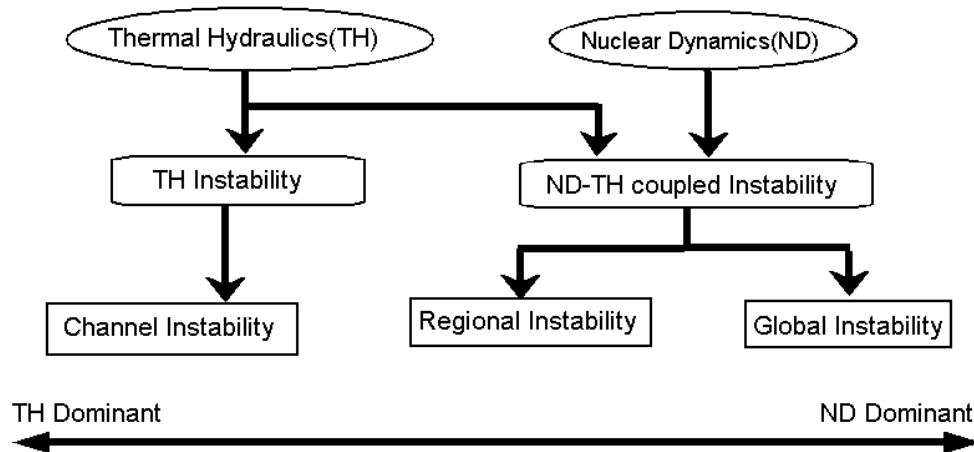


図 2.2: Categorization of BWR instability.

### 3 安定性解析手法に関するレビュー

本節では、原子炉の安定性の解析のために用いられている諸手法を概観し、その適用上の制約条件や問題点について考察する。

#### 3.1 周波数領域解析手法

BWR 出力の動的な振る舞いは、核挙動や冷却材への伝熱（熱水力）挙動の原子炉出力への時空間的なフィードバックを含んだ複雑な非線形挙動であり、これらの挙動をモデル化した方程式系も一般に非線形の偏微分方程式で表される。しかし、BWR の運転管理に実際に用いられている安定性の解析においては、これらの偏微分方程式を線形化したモデルが用いられている [1]。この解析手法では、摂動展開により偏微分方程式を線形化した後、さらにそれらをラプラス変換して、原子炉の動特性を線形のフィードバック伝達関数系で表現している。この結果、線形制御理論による一般的な安定性判別手法を BWR の安定性の判別に適用することが可能となる。このような、原子炉の動特性を線形フィードバック系に近似して、伝達関数で表現して定性解析を行う手法を「周波数領域」安定性解析手法と称している。

##### 3.1.1 線形性の仮定

図 3.1 に、BWR の出力不安定性に関するフィードバックループモデルの模式図を示す。周波数領域安定性解析手法では、同図中に示される各伝達要素の線形化を図り、同図に示すフィードバック系を全体として線形化する必要がある。伝達要素のうちの核動特性（Nuclear Dynamics）モデルについては、後述する空間に依存しない核動特性モデルである一点近似動特性方程式を摂動展開により線形化したモデルが用いられている。また、熱水力動特性モデル（Thermal-Hydraulic Models）は、気液均質流もしくは分離流に対しての流動方程式（質量・運動量・エネルギー保存式）を線形化した方程式が用いられる。

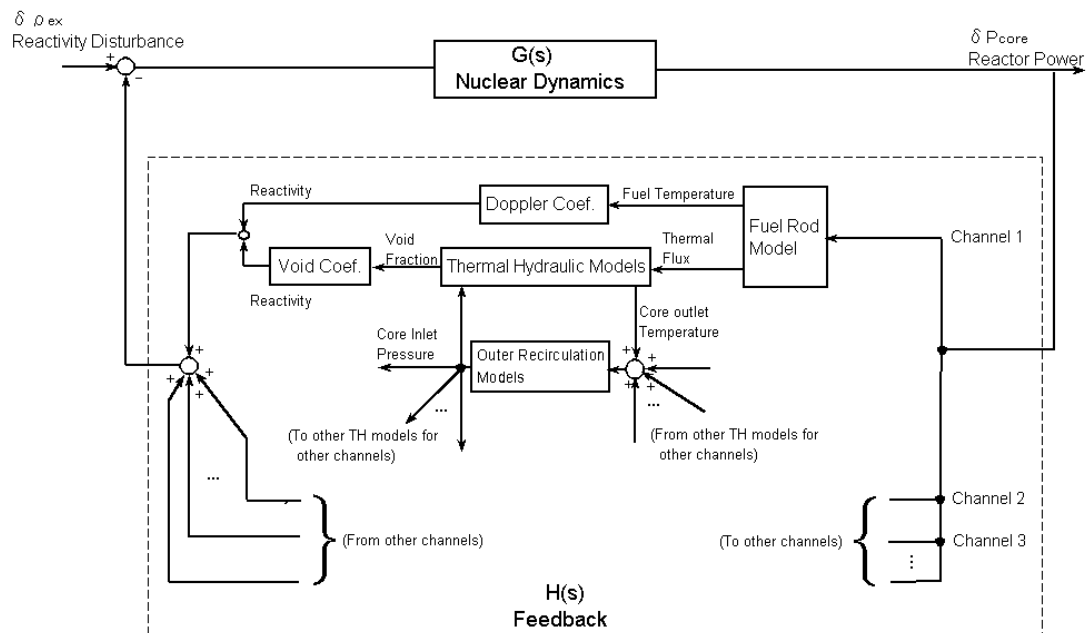


図 3.1: A typical example of the block diagram for BWR instability analysis in the frequency domain.

我が国の BWR で運転管理に用いられている周波数領域安定性解析コードとしては、K2/HIBLE[4]、LAPUR-TSI[5]、STAIF-PK[6] 等をあげることができる。これらは、モデルの詳細は互いに異なるものの、基本は、前述した様な線形化・線形安定判別を行っている。

### 3.1.2 空間均一性の仮定

原子炉における出力動特性を表す最も基礎的な式は、中性子輸送方程式 [7] とされている。中性子輸送方程式は、核分裂の仲立ちとなる中性子場（中性子束）の時間・空間分布を表した偏微分方程式であるが、解くべき中性子束が、時間、空間、エネルギー、方位依存性を持つのに加えて、方程式の係数である核反応断面積もエネルギー・や入射中性子束方位、位置依存性を持っている。したがって、同方程式を直接解くことは、現在の計算機でも大きな負荷となるため、方程式の近似・簡素化が図られている。輸送方程式の近似は、まず中性子束や核断面積の方

向依存性を平均化して消去し、次いでエネルギー依存性をエネルギー群で離散化することである。このように近似した方程式は、多群中性子拡散方程式と呼ばれ、次式 (3.1) と (3.2) の様に表される：

$$\frac{1}{v_g} \frac{d\Phi_g}{dt} + \nabla \cdot \nabla \Phi_g + \Sigma_{tg} \Phi_g(\mathbf{r}, t) = \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sg'g} \Phi_{g'} + \chi_g \sum_{g'=1}^G \nu_{g'} \Sigma_{fg'} \Phi_{g'} + \sum_i \chi_{ig}^d \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial C_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nu_i^d \sum_{g=1}^G \Sigma_{fg} \Phi_g(\mathbf{r}, t) - \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \quad (3.2)$$

ここで、

$\Phi_g$ : 中性子束 ( $g$  エネルギー群)、 $C_i$ :  $i$  群遅発中性子先行核濃度、 $\Sigma_{tg}$ : 消滅 + 吸収反応断面積 ( $g$  エネルギー群内)、 $\Sigma_{sg'g}$ : エネルギー遷移断面積 ( $g'$  群から  $g$  群内)、 $\Sigma_{fg'g}$ : 核分裂反応断面積 ( $g'$  エネルギー群)、 $\chi_g$ : 即発中性子が  $g$  群内エネルギーを有する確率、 $\nu_{g'}$ : 核分裂時平均中性子発生数 ( $g'$  エネルギー群内)、 $\chi_{ig}^d$ :  $i$  群の遅発中性子のうち、エネルギー  $g$  群内エネルギーを有する確率、 $\lambda_i$ :  $i$  群遅発中性子先行核崩壊定数、 $\chi_g^d$ : 遅発中性子が  $g$  群内エネルギーを有する確率である。

炉心設計計算や、原子炉動特性シミュレーションにおける炉心動特性計算には、一般にこの多群拡散方程式が用いられている。しかし、周波数領域安定性解析では、拡散方程式から空間依存性をさらに消去した動特性方程式が用いられる。具体的には、式 (3.1) と (3.2) において、中性子エネルギー群数  $G = 1$  とした一群拡散方程式を考え、当該方程式の中性子束  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  が時間・空間で変数分離可能であるとして近似を行う。この結果、次式 (3.3) と (3.4) の空間依存性のない動特性方程式が得られる：

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{l} n + \sum_i \lambda_i C_i(t) \quad (3.3)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{l} C - \lambda_i C_i \quad (3.4)$$

ここで、 $n(t)$ : 中性子数、 $\rho(t)$ : 反応度、 $l$ : 平均中性子寿命、 $\beta_i$ :  $i$  群遅発中性子割合、 $\beta = \sum_i \beta_i$  である。

この方程式は、炉心を一点（集中定数系）と見なして現象論的に構築した動特性方程式とも一致しており、このため、この方程式は一点近似動特性方程式と称される。周波数領域解析手法では、この一点近似動特性方程式を摂動展開して線形化した動特性方程式を用いている。

### 3.1.3 周波数領域解析手法の利点と問題点

周波数領域解析手法を使用する利点は、他の手法に比べて計算量が小さいことである。これは、計算機能力が現在と比べて小さかった 1970～80 年代にかけて大きな利点であったのみならず、現在でも、多くの運転点で安定性解析評価を実施する必要のある、BWR の炉心設計実務において有用である。一方、線形近似が成り立つ微小な出力変動を前提としている同手法は、非線形効果が顕在化しているリミットサイクル的な不安定性発振状態を的確に捉えられないことは明らかである。周波数領域解析手法は、BWR の安定性の低下を検知するには有用であるが、不安定性発振点近傍もしくは発振点の状態を精度よく予測・再現することはできない。

## 3.2 時間領域領域解析手法

原子炉の核動特性・熱水力特性モデルを、数値解析により時間積分して解く安定性解析手法が時間領域解析手法である。時間領域解析手法は、拡散方程式等の基礎的な式を直接的に解く直接数値シミュレーションと、振動モード（全炉心振動および領域振動）の直交性を仮定して、空間モード展開を行って動特性計算式を得る、空間モード展開法に大別される。

### 3.2.1 空間モード展開法

原子炉動特性の基本式である中性子輸送方程式や拡散方程式は空間依存性を持つ空間ノードモデルであり、これを直接解くことは大きな計算量を必要とする。空間モード展開法は、中性子束の空間分布が基本モードと高次モードの線形的な重ねあわせであると仮定することにより、空間ノード動特性モデルを振動の空間モード毎の動特性モデルに簡素化する手法である。

原子炉の不安定性振動をモード展開して計算を行う手法は、最初に March-Leuba ら [8] によって、一点近似方程式を用いる方法が提案された。その後、Hashimoto ら [9] によって、拡散方程式からモード展開された動特性方程式を導出する方法が明確化され、さらに Takeuchi ら [10] によって、実炉運転データを用いて解析を行う手法が確立された。ここでは、Hashimoto らによる空間モード動特性方程式の導出の概要を示す。

まず、一群拡散方程式を、以下のように簡易表現する。

$$\frac{1}{v} \frac{d\Phi(\mathbf{r}, t)}{dt} = -L(\mathbf{r}, t)\Phi(\mathbf{r}, t) + (1 - \beta)M(\mathbf{r}, t)\Phi(\mathbf{r}, t) + \sum_i \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial C_i(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \beta_i M(\mathbf{r}, t)\Phi(\mathbf{r}, t) - \lambda_i C_i(\mathbf{r}, t) \quad (3.6)$$

ここで、 $L(\mathbf{r}, t)$ ,  $M(\mathbf{r}, t)$  は、各々中性子消滅演算子、生成演算子であるが、こ



れらは、以下のような定常項と時間変動項に分けられる：

$$L(\mathbf{r}, t) = L_0(\mathbf{r}) + \delta L(\mathbf{r}, t) \quad (3.7)$$

$$M(\mathbf{r}, t) = M_0(\mathbf{r}) + \delta M(\mathbf{r}, t) \quad (3.8)$$

空間モード展開法では、中性子束  $\Phi(\mathbf{r}, t)$  について、モードの線形的重ねあわせで表されると仮定し、さらに各モードは、時間変動項と空間項に変数分離できると考えている：

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = N_0\phi_0(\mathbf{r}) + \sum_{m=0}^{\infty} n_m(t)\phi_m(\mathbf{r}) \quad (3.9)$$

$$C_i(\mathbf{r}, t) = C_{i,0}\phi_0(\mathbf{r})/v + \sum_{m=0}^{\infty} c_{i,m}(t)\phi_m(\mathbf{r})/v \quad (3.10)$$

ここで、 $\phi_m(\mathbf{r})$  は中性子束の  $m$  次空間モードを表す。

各空間モードの直交性を仮定すると、空間モードの下記の固有方程式および直交条件が成立する。

$$L_0(\mathbf{r})\phi_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_m}M_0(\mathbf{r})\phi_m(\mathbf{r}) \quad (3.11)$$

$$\int_{core} \phi_m^\dagger(\mathbf{r})M_0(\mathbf{r})\phi_m(\mathbf{r}) = \delta_{mn} \quad (3.12)$$

$$\int_{core} \phi_m^\dagger(\mathbf{r})\frac{1}{v}\phi_m(\mathbf{r}) = \delta_{mn} \quad (3.13)$$

ここで、 $\phi_m^\dagger(\mathbf{r})$  は、拡散方程式 (式 (3.5)) の随伴方程式を満足する被演算子であり、随伴中性子束と呼ばれる。また、 $k_m$  は  $m$  次空間モードの固有値、 $\delta_{mn}$  はクロネッカーのデルタである。

式 (3.7) - (3.10) を拡散方程式 (式 (3.5) と (3.6)) に代入し、更に式 (3.11) - (3.13) の関係を利用すると、以下の高次モード一点近似動特性方程式を得る：

$$\frac{dn_m(t)}{dt} = \frac{\Delta\rho_m - \beta}{\Lambda_m}n_m(t) + \sum_i \lambda_i c_{i,m}(t) + \frac{\rho_{m0}(t)}{\Lambda_m}N_0 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho_{mn}(t)}{\Lambda_m}n_n(t) \quad (3.14)$$

$$\frac{dc_{i,m}(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda_m} n_m(t) - \lambda_i c_{i,m}(t) \quad (3.15)$$

ここで、 $\Delta\rho_m$  は、 $m$  次モードの未臨界度と呼ばれる量であり、 $\Lambda_m$  は  $m$  次モードの空間分布重みつき中性子平均寿命である。さらに  $\rho_{mn}$  は、 $n$  次モードの干渉による  $m$  次モードへの反応度投入量である。すなわち、 $\rho_{mn}$  を含む式 (3.14) の最後の項は、高次モード間の非線形干渉を表しているが、Takeuchi らの手法では、この項は無視される。

以上のように、モード展開法は、複雑な拡散方程式を高次モード一点近似方程式に簡易化する方法であると同時に、不安定性振動の様態（全炉心振動及び領域振動）を個別に陽に考慮できる手法であるといえる。また、線形化された高次モード一点近似式は、周波数領域解析コードで領域振動を評価するための動特性基本式としても使用されている。[1]

### 3.2.2 直接数値シミュレーション

近年の計算機能力の向上に伴い、原子炉動特性方程式および熱水力方程式を直接的に数値計算する安定性解析手法が発展してきている。[11][12][13] 直接数値シミュレーションでは、一般に、動特性方程式は 1~3 群拡散方程式を空間 3 次元で扱い、熱水力方程式は、均質流（3 方程式）~ 完全 2 流体（6 方程式）の流動保存式を空間 1 次元（ただし炉心部において並行流路考慮）で扱っている。実炉では計測できない炉心内の諸物理量の変動をトレースすることができるなどの直接数値シミュレーションの利点を活かして、BWR 不安定性のメカニズムについての多くの研究が行われている。また、将来的には、実炉心設計実務における安定性解析を、周波数領域解析から直接数値シミュレーションに変更しようという構想も持たれている。

### 3.2.3 時間領域解析手法の利点と問題点

空間モード展開法は、各振動モードを陽に扱いつつ、直接数値シミュレーションに比べて小さい計算負荷で時間領域の不安定性シミュレーションを行うことができる。また、空間モード展開法で開発された空間振動モードの分離手法は、実原子炉で計測された不安定性振動を炉心振動・領域振動に分離することにも使用されている。しかし、BWRの不安定性出力振動は、核動特性・熱水力の非線形協同現象であるため、完全な振動モード分解は本来は不可能と考えられる。したがって、中性子束の線形直交性を仮定した空間モード展開法によって分離された空間モードおよびその時間動特性は、不安定性振動の一つの近似解であることを認識する必要がある。特に、炉心振動、領域振動のどちらか一方が他方に卓越するのではなく、両者が混合している振動においては、モード展開法の近似解と実現象の差は増大すると考えられる。

直接数値シミュレーションは、線形化や直交性の仮定無しに基礎式を直接数値計算しているため、周波数領域解析やモード展開法で指摘したような問題は有していない。しかし、直接数値シミュレーションで用いている基礎式が、どの程度物理現象を詳細にモデル化したものであるかということに注意しなければならない。直接数値シミュレーションで用いられる拡散方程式は中性子輸送方程式を近似したものであることは3.1.2に記述した通りであるが、中性子輸送方程式で扱う中性子束自体も、核分裂連鎖反応の統計的な揺らぎを平均化した平均場である。また、熱水力方程式で用いられる、気液相関モデルや燃料から冷却材への伝熱モデルといった、いわゆる構成式モデルの多くが、定常もしくは準定常的な実験結果から導かれたものであることから、熱水力解析モデルにおいても、炉心内のボイド挙動や乱流効果による熱流動の不規則性は平均化・粗視化されていると言ってよい。

このように、直接数値シミュレーションにおいては、解くべき基礎方程式自体が平均場を表現するものであるため、実原子炉で有意に観測される、核分裂分岐過程や、熱水力現象の複雑性に起因する中性子場等の不規則揺らぎの影響が無視されている。Konnoら [14][15]の指摘するとおり、揺らぎの存在は、不安定性発振

の動力学分岐（Hopf 分岐）や安定性指標（減幅比やリアプノフ指数）に大きな影響を与えるため、これを無視した基礎方程式を解法しても観測データと直接比較可能な時間変動が必ずしも得られるわけではない。

本研究では、これらの原子炉工学的な解析手法とは異なり、原子炉から得られる中性子ゆらぎの時系列データを一個の複雑な動的システムからの信号と捉えて、1章で述べた視点で動的モデルの構築、同定、情報抽出などを行う。

### 3.3 安定性の指標

BWRの安定性の指標として最もよく用いられるのは、減幅比(Decay Ratio( $DR$ ))である。 $DR$ は、システムのインパルス応答の連続する振幅ピークの比またはシステムの自己相関関数(ACF)の振幅のピークの比で定義される。[16](図3.2) $DR$ は、時間領域解析結果や実測データを用いて、自己回帰モデリング法(AR法)等でシステム推定を行い、そのインパルス応答から減幅比を容易に求めることもできる。

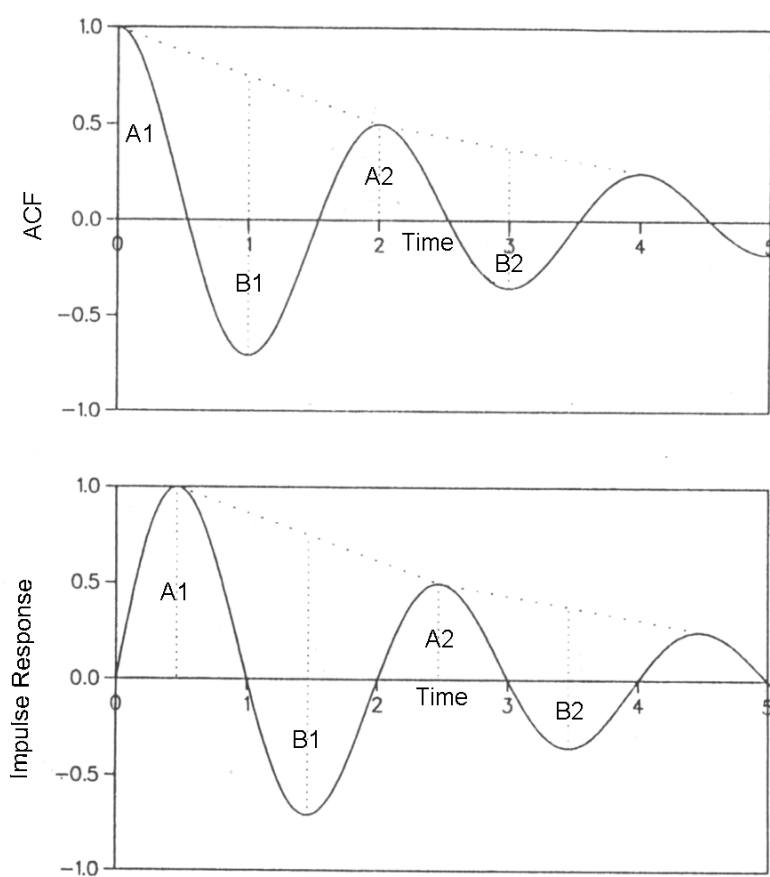


図 3.2: Definition of decay ratio( $DR$ ):  $DR = A1/A2 = B1/B2$ .

システムが線形2次形のフィードバック系の場合、 $DR$ は、システムの減衰係数

との間に下記の関係が成り立つ [1] :

$$DR = \exp(-2\pi\zeta) \quad (3.16)$$

すなわち、システムが線形 2 次系であれば、減幅比は系の減衰係数に 1 対 1 で対応し、その物理的な意味は明確である。また、隣り合うどの部分のピークを用いても減幅比は同一の値となる。さらに、インパルス応答による減幅比と相関係数による減幅比は等価になる。また、このような線形 2 次システムを仮定した減幅比は、周波数領域の安定性判別の結果から容易に得ることができる。このように、減幅比は、実データや安定性解析結果から容易に値を得ることができるので、BWR の安定性管理のための標準的な指標・制限値として採用されている。例えば、炉心安定性減幅比は 0.25 以下とすることが運転上の設計基準となっている。

前述の様にシステムが線形 2 次系であれば、減幅比とシステムの対応は明確である。しかし、実システムは、より高次 / 非線形な特性を有していることが多く、この場合には減幅比とシステムダイナミクスとの関連は不明確となる。図 3.3 に BWR 安定性試験データ [17] の自己相関係数を求めた例を示す。この例では、ピーク列はきれいな指数関数的減衰を示しておらず、システムが線形 2 次系とはみなせないことがわかる。このようなシステムでは、比をとるピークの位置により減幅比の値が異なるので、いくつかのピーク位置でのピーク比の平均を減幅比として用いる場合が多い。[18] 本研究では、 $DR$  を以下の定義で求めている :

$$DR \equiv \langle P_j / P_{j-1} \rangle_{\text{averaging over } j \geq 1} , \quad (3.17)$$

ここで、 $P_j \equiv C(jT_p)$  は、自己相関関数の  $j$  番目のピーク位置である。また、 $j$  の範囲を、本研究では、 $1 \leq j \leq 3$  としている。

減幅比の定義および線形 2 次系との関係が示すところでは、安定性の低下とともに減幅比は 1 に漸近していくことが期待される。しかしながら、Van der Hagen ら [19] は、Doddewaard 自然循環 BWR において、減幅比 0.6 前後の状態からからわずかに原子炉状態が変化しただけで、減幅比が 1 を超える発散振動状態に至った事例があることを報告しており、値が 0.6 を超え 1 に近接する範囲での減幅比の

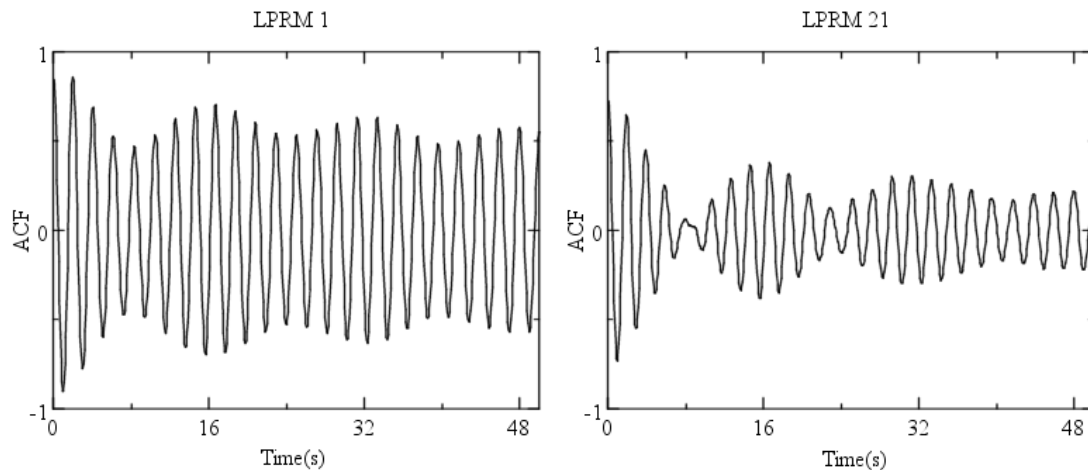


図 3.3: Examples of ACF for actual BWR stability data.[17]

指標としての妥当性に疑問を投げかけた。この現象の物理的メカニズムについての十分な説明は現時点までに未だ行われていないが、Konno ら [20] は、非線形 2 次振動子に相乗性・相加性ノイズを引加すると、発振点近傍における減幅比の減少や自己相関関数におけるロングタイムテイル (long time tail) が出現すること等を明らかにし、安定性の動的モデルにおいてノイズを考慮することの重要性を示した。

### 3.4 まとめ

第 3 章では、BWR の安定性解析についての現行の手法や安定性の指標について概観し、その有用性や問題点を述べた。そこであげた、線形性・直交性を前提としたモデル、平均場的扱い (統計性 (ノイズ) の平均化 / 無視) は、現状の運転管理における安定性評価では大きな問題とはならないものの、原子炉の安定性が低下し、自励発振 ( $DR = 1$ ) に近接する状況においては、解析予測精度の低下や減幅比の安定性指標としての限界が顕在化する可能性があることを示した。

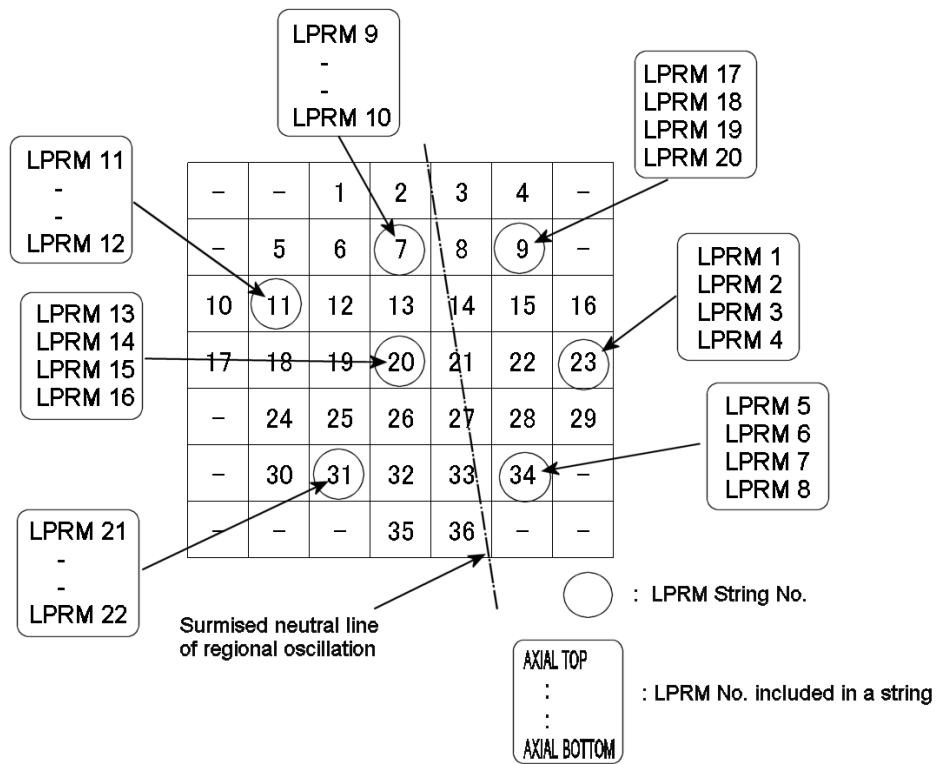
## 4 原子炉の不安定性振動の空間依存性・非線形特性の抽出

本研究で目標とする BWR 不安定性振動の数値モデルの構築を行うにあたり、複雑な中性子揺らぎの時間変動に含まれるシステムの動的挙動に関する情報の抽出を行う。これらの情報の多くは従来の解析では、あまり利用されていなかった情報である。本研究では様々な手法を適宜活用してこれらの情報抽出を行う。

### 4.1 中性子揺らぎの時系列データ

沸騰水型原子炉 (BWR) の出力変動は、原子炉内の各所に配置した中性子センサにより計測される。すなわち、原子炉出力に何らかの変動や振動が生じた場合、中性子センサ信号の揺らぎとなってこれが検知される。本研究では、実際に BWR で観測された、原子炉の不安定性に伴う中性子揺らぎを研究対象としている。研究で使用した中性子揺らぎの実データは、国際ベンチマーク問題として経済協力開発機構 / 原子力機関 (OECD/NEA) が配布している、スウェーデンの FORSMARK 原子炉で行われた安定性試験の際の計測データ [17] である。同データには異なる 5 つの計測データセットが含まれているが、本研究は、特に、その中の試験ケース 4 (Case4) のデータセットを対象とする。同試験ケースでは、全炉心不安定振動と領域不安定振動が混在するという、興味深い現象が観測されている。同データセットには、原子炉内の中性子センサ (局所出力領域モニタ (LPRM)) のうちの一部の計測信号が含まれている。図 4.1 に Case4 計測信号に含まれる LPRM データの計測位置とデータ番号を示す。7 本の LPRM ストリング (炉心軸方向に 4 個の LPRM を収納する鞘管) に含まれる LPRM のうちの 22 個の LPRM 計測データが提供されている。Case4 データセットには、更に、LPRM 信号を全炉心的に平均化した平均出力モニタ (APRM) の信号が含まれている。各 LPRM および APRM データの長さ (信号点数) は各々 4209 点であり、計測のサンプリング時間間隔は 0.08 秒である。





☒ 4.1: The location of LPRMs in the Forsmark reactor core.

## 4.2 基本的諸量

ここでは、揺らぎの情報抽出手法として従来からよく用いられてきた、基本的な方法を用いて、データの特徴を明らかとする。

図 4.2 に Case4 の LPRM データの例を示す。LPRM 信号の挙動は、原子炉の安定性の低下に伴い振動的な挙動を示しているが、単純な振動ではなく、これに不規則的な変動が加わった「乱雑なりミットサイクル」(Noisy limit cycle) といえる。さらに、この図をより詳細に見ると、

- ・ 振幅の大きさに長周期変動がある。すなわちビートが存在する；
- ・ 振動の位相に間欠的な変調やすべりが存在するように見える；
- ・ 各 LPRM データの振動は空間的に完全に同相な振動ではなく、位相差が存在する；

こと等を読みとることができる。これらのことから、Case4 の原子炉出力揺らぎは、単純な空間一様振動ではなく、時間的、空間的な複雑性を有する振動であることがわかる。

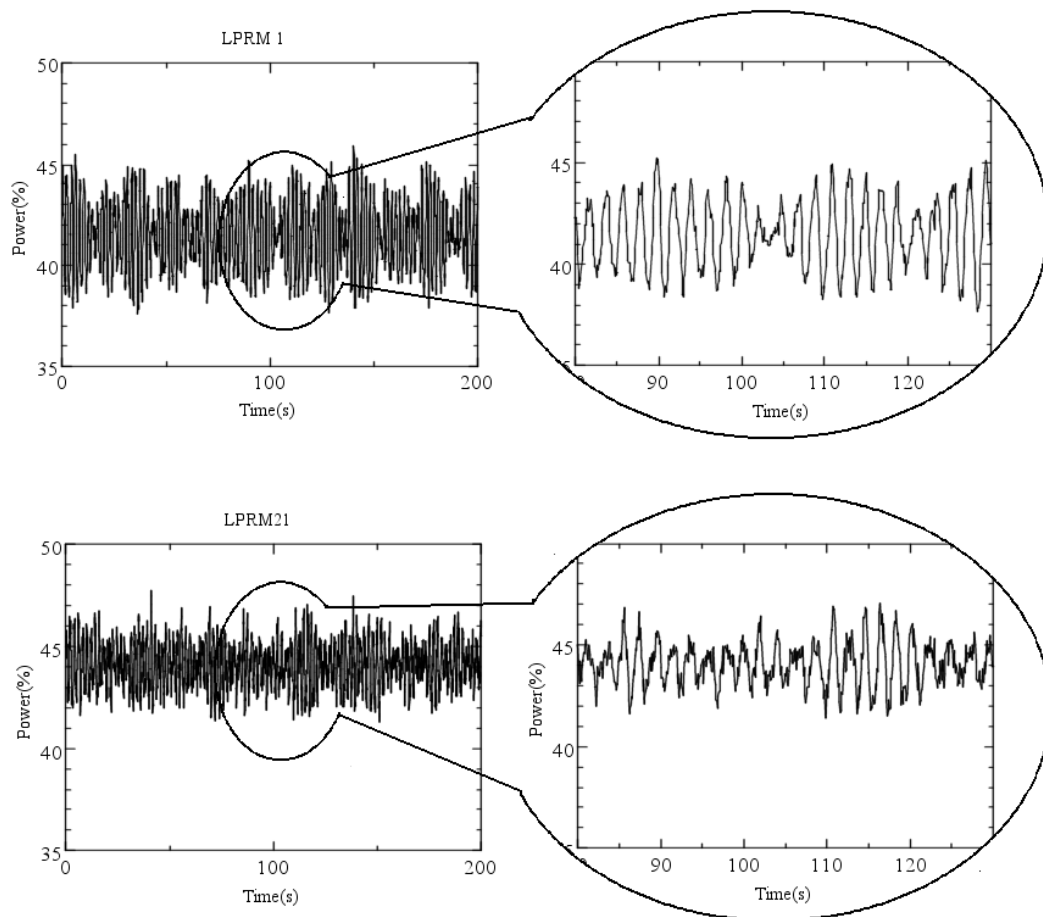


図 4.2: The examples of the observed LPRM signals, LPRM1 and LPRM21, are depicted.

図 4.3 に LPRM データ (4209 点全点) の振動成分のパワースペクトル密度 (PSD) の例を示す。PSD は、0.49Hz および 0.53Hz 付近の近接した 2 つのピークを有している。これら 2 つの振動ピークと不安定性振動の対応については、3.2.1 節で述べた空間モード展開法を応用した振動モード分離を行った既往の解析 [17] によって、低周波数側が領域振動によるピーク、高周波数側が全炉心振動によるピークとされている。2 つの異なる周波数のピークの存在から、2 つの振動モードは、完全に同期しているわけではないことは明らかであるが、両者がある程度互いに引き込みあった結果、近接したピーク周波数を有するようになっているのか、ある

いは、両者は、全く独立して運動しており、ピーク周波数が近いことは偶然であるのかの判断は、PSD 結果の観察だけでは行えない。Kanemoto ら [17] これに関連し、分離した各振動モードの周波数ピークの時間的な変化を追跡して、高周波数側振動ピークが一時的に低周波数側振動ピークに近接することを示し、間欠的な振動の引き込みがあることを示唆している。

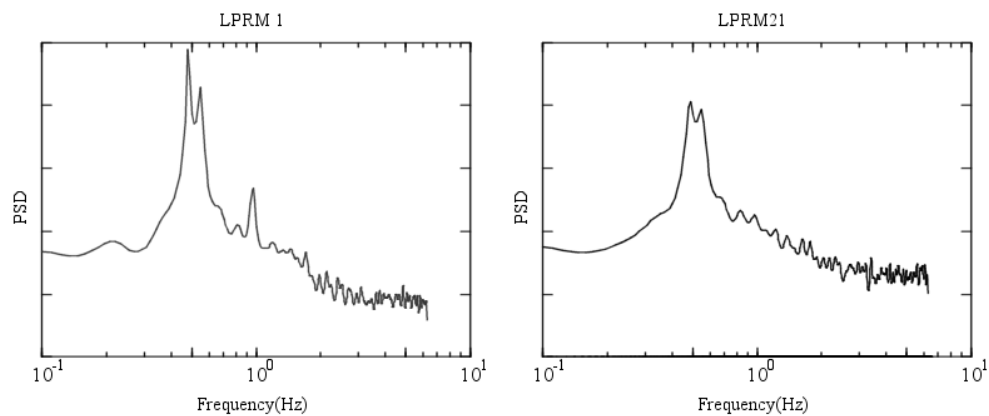
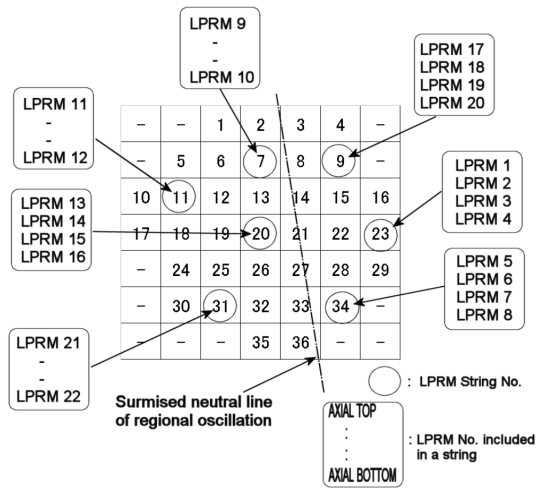


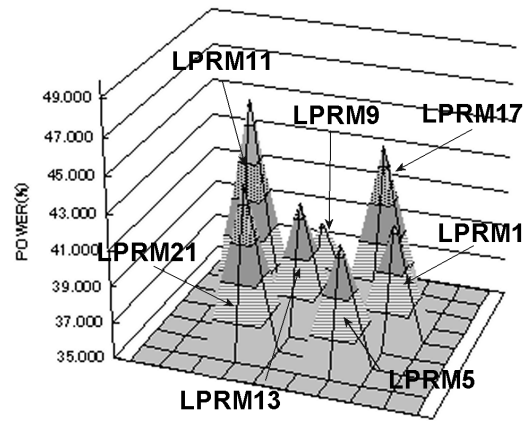
図 4.3: Examples of PSDs of the LPRM signals, LPRM1 and LPRM21, are depicted.

次に、基本的な統計量で一様でない空間分布を示すものとして、LPRM の平均出力、振動振幅および減幅比 ( $DR$ ) の分布を示す。図 4.4(a) に LPRM の空間配置、図 4.4(b) に、炉心上部の LPRM のデータの平均値の空間分布、図 4.4(c) に、各 LPRM データから平均を差し引いた振動成分の振幅の分散の空間分布を示し、さらに、図 4.4(d) に  $DR$  の空間分布を示す。これらの図から、平均出力の空間分布と振幅の空間分布は、相似関係にはなく、振幅はむしろ平均出力の小さな領域で大きいことがわかる。 $DR$  も局所的に大きく異なる分布をしているが、その空間分布は、ほぼ振幅の空間分布と同様となっている。

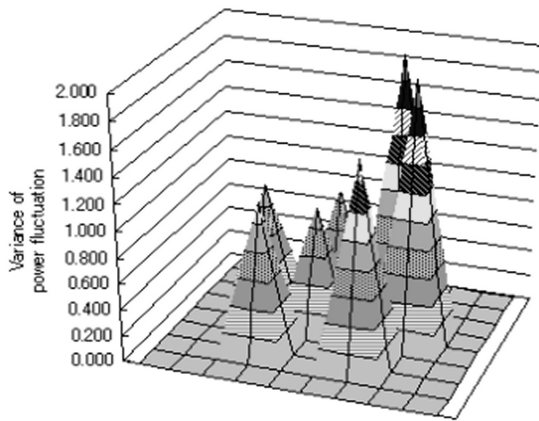
これらの基本的統計量の解析結果は、データに少なくとも 2 つの異なる振動成分が混在すること、および不安定振動の諸特性に大きな空間依存性（局所性）が存在することを示している。



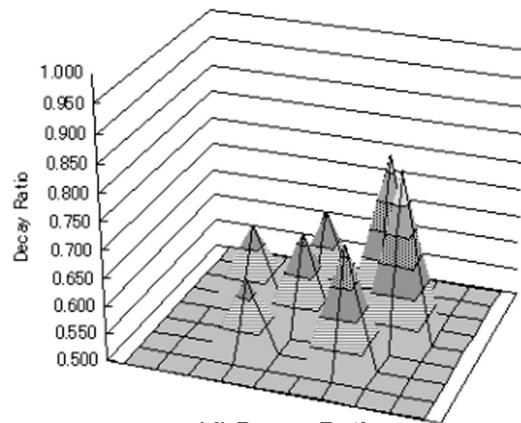
(a) LPRM location in the core



(b) Fission power measured by LPRMs



(c) Variance of the power fluctuation



(d) Decay Ratio

☒ 4.4: Spatial distributions of (b) the LPRM power, (c) the variance of power fluctuation and (d) the  $DR$  at the upper core region. The spatial locations of the LPRMs are also depicted in figure (a).

### 4.3 全炉心振動と領域振動

本研究が対象とするデータは、全炉心不安定振動と領域不安定振動が混在したデータである。本研究の目的とする数理モデルの構築にあたっては、これらの振動を別個に分離し、各々の振動の空間分布等を事前に把握しておくことが望ましい。

#### 4.3.1 全炉心振動と領域振動の分離手法

炉心の不安定性振動を全炉心振動と領域振動に分離する方法は、Van der Hagenら [16]、Takeuchiら [10] によって提示されているが、これらは原子炉工学的な理論に立脚するものであり、これらの手法を用いるためには、炉心の幾何形状や燃料核特性データなどの詳細な炉心データを必要とする。本研究で用いたデータセットには、これらの情報は含まれておらず、Takeuchiらは、上記手法を本データに適用するにあたり、出力分布の形状等に仮定を用いざるをえなかった。また、これらの手法は、3.2.1 に記述した様に、振動モード間の直交性を仮定しており、振動モード間の干渉効果は無視されている。本論では、これらの原子炉工学的手法に依ることなく、LPRM データのみを用いて情報工学的な手法で全炉心振動と領域振動の分離を試みる。

分離に用いた手法は、独立成分分析 (ICA) [21] である。ICA では、観測信号  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$  (T:転置行列) がソース信号  $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_n)^T$  の線形和であることを仮定して、ソース信号  $\mathbf{s}$  を推定する。同様の形式でソース信号の線形和を仮定する信号推定手法として従来からよく用いられる手法として、主成分分析 (PCA) があげられるが、PCA では  $\mathbf{s}$  の各要素間の直交性を仮定しているのに対して、ICA では、直交性は仮定せず、 $\mathbf{s}$  の各要素の「独立性」を基準としてソース信号の推定を行う。ICA で観測信号からソース信号を実際に推定する手法は多く提案されているが、このうち、ICA を最初に考案した Jutten ら [22] の手法は、Amari ら [23] が情報幾何理論から理論付けを行った結果、信号成分間の相互情報量を最小化する操作と等価であることが示されている。

### 4.3.2 独立成分分析 (ICA) の概要

4.3.2.1 独立成分の抽出アルゴリズム ICA は、PCA と同様に、観測信号がいくつかのソース信号の線形的な重ねあわせで構成されているという仮定のもと、観測信号の情報だけをもとにして、ソース信号の復元（抽出）を行う手法である。ソース信号の復元を行う基準が、ICA では、信号の独立性であるところが、信号の直交性を仮定した上で固有値分解を行う PCA とは異なる。

本研究では、提案されている多くの ICA 手法の中で、自然勾配法 ([23]) を用いる。今、 $n$  個の独立なソース信号  $s_1(t) \sim s_n(t)$  を縦ベクトル

$$\mathbf{s}(t) = (s_1(t) \ s_2(t) \ \cdots \ s_n(t))^T \quad (4.1)$$

であらわす。ここで、 $T$  は行列の転置を表す。さらに、 $n$  個の観測信号  $x_1(t) \sim x_n(t)$  から成る観測信号ベクトル：

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t))^T \quad (4.2)$$

と  $\mathbf{s}$  の関係は、線形混合行列  $\mathbf{A}$  によって、

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (4.3)$$

と表される。ICA は、観測信号  $\mathbf{x}(t)$  のみから、復元信号行列  $\mathbf{W}$  を求めて、復元信号（推定ソース信号） $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_n(t)]^T$  を、

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (4.4)$$

で求める手法である。もし、 $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$  であれば、復元信号  $\mathbf{y}(t)$  は、ソース信号  $\mathbf{s}(t)$  に一致する。自然勾配法では、 $\mathbf{y}(t)$  の各成分間の独立性を計る基準として Kullback-Leibler (KL) 情報量を用い、最終的に、 $\mathbf{W}$  を求めるための以下の学習方程式を得ている：

$$\Delta \mathbf{W}_{t+1} = -\eta_t \left( \mathbf{I} - E[\varphi(\mathbf{y}(t))\mathbf{y}(t)^T] \right) \mathbf{W}_t \quad (4.5)$$

ここで、 $W_t$  は時刻  $t$  時点での復元行列  $W$  の推定値であり、次時刻の  $W$  の推定は、 $W_{t+1} = W_t + \Delta W_{t+1}$  でなされる。また、 $\varphi(\mathbf{y}) = [\varphi_1(y_1) \cdots \varphi_n(y_n)]^T$  は  $y_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) についての非線形関数  $\varphi_i$  のベクトル、 $\eta_t$  は時間依存の収束緩和係数である。 $W_t$  が収束するまで逐次的にこの学習方程式を実行し、 $W$  の最適値を得ることができる。非線形関数  $\varphi_i$  については、安定収束をはかるため、ソース信号  $s_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) の分布形がスーパーガウス的かサブガウス的かで関数を使い分ける。[21] 具体的には、 $s_i$  の 4 次キュムラント

$$\kappa_i = E[s_i^4] - 3\left(E[s_i^2]\right)^2 \quad (4.6)$$

の正負により、

$$\varphi_i(s_i) = s_i^3 \quad (\kappa_i < 0) \quad (4.7)$$

$$\varphi_i(s_i) = \frac{1}{1 + \exp(-s_i)} \quad (\kappa_i \geq 0) \quad (4.8)$$

とする。

自然勾配法は、情報理論で馴染み深い KL 情報量から導かれること、アルゴリズムが簡単であること、安定性に十分な検討が行われていることが大きな利点であり、原子炉の不安定性振動等のこれまで ICA の適用経験が少ない現象に最初に適用してみる方法として適当と考える。その反面、収束速度が一次であり、最近提案されている手法にくらべて収束が遅いことが欠点である。

4.3.2.2 事前直交化処理と主成分分析 (PCA) 自然勾配法 ICA においては、必須ではないが、収束性を改善するために、ICA を実施する前に、観測信号  $\mathbf{x}(t)$  を互いに無相関化 (直交化) する変換が通常行われる。これは、sphering もしくは、pre-whitening と称される。

以下、 $\mathbf{x}(t)$  の平均値を 0 と考える。いま、 $\mathbf{x}(t)$  の共分散行列  $V$  を

$$V = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^T \quad (4.9)$$

とする。このとき、 $V$  は、以下の様な対角行列に変換できる。

$$K^T V K = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \quad (4.10)$$



ここで、 $n$  は、 $x(t)$  のベクトル長さ (=観測箇所数)、 $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) は、行列  $V$  の固有値である。また、行列  $K$  の第  $i$  列の列ベクトル  $k_i$  は、固有値  $\lambda_i$  に対応する大きさ 1 の固有ベクトルになっている。

いま、行列

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \end{bmatrix} K^T \quad (4.11)$$

を考え、 $R$  による  $x(t)$  の変換、

$$\tilde{x}(t) = Rx(t) \quad (4.12)$$

を行う。変換された観測データ  $\tilde{x}(t)$  の共分散は、以下となる。

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{x}(t)\tilde{x}(t)^T = I_n \quad (4.13)$$

ここで、 $I_n$  は  $n \times n$  の単位行列である。すなわち、式 (4.12) の変換により、 $x(t)$  は無相関化される。

式 (4.12) は、主成分分析 (PCA) と等価であるため、このような sphering は、PCA による sphering と称されている。

#### 4.3.3 全炉心振動と領域振動の分離結果

図 4.5 に、原子炉上部の 7 個の LPRM 信号 (LPRM1,5,9,11,13,17,21) の全点 (4209 点) を用いて ICA を実施した結果を示す。ICA で分離・推定された信号ベクトル  $y(t)$  の要素数は、ICA の仮定に従い、観測信号数と同じ 7 個であるが、同図から明らかのように、信号 1,2 ( $y_1, y_2$ ) は振動的な挙動を示し、それ以外の信号はノイズ的な挙動を示している。このことから、信号 1,2 ( $y_1, y_2$ ) が有意な信号と思われるが、ICA では、推定した各ソース信号の強度については、原理的に一意に定まらないため、信号 1,2 が信号強度としても有意に観測信号に寄与するか否かは、 $y(t)$  の観察のみからでは判断することができない。

本研究では、推定ソース信号  $\mathbf{y}(t)$  の各要素が、どの程度の強度で観測信号に寄与するかの判断は、復元信号行列  $\mathbf{W}$  の逆行列で再現した観測信号  $\mathbf{x}_{sim}$ :

$$\mathbf{x}_{sim}(t) = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{y}(t) \quad (4.14)$$

の各要素の強度が、一意に定まることを利用して行っている。

式 (4.14) は、さらに以下の様書き直せる:

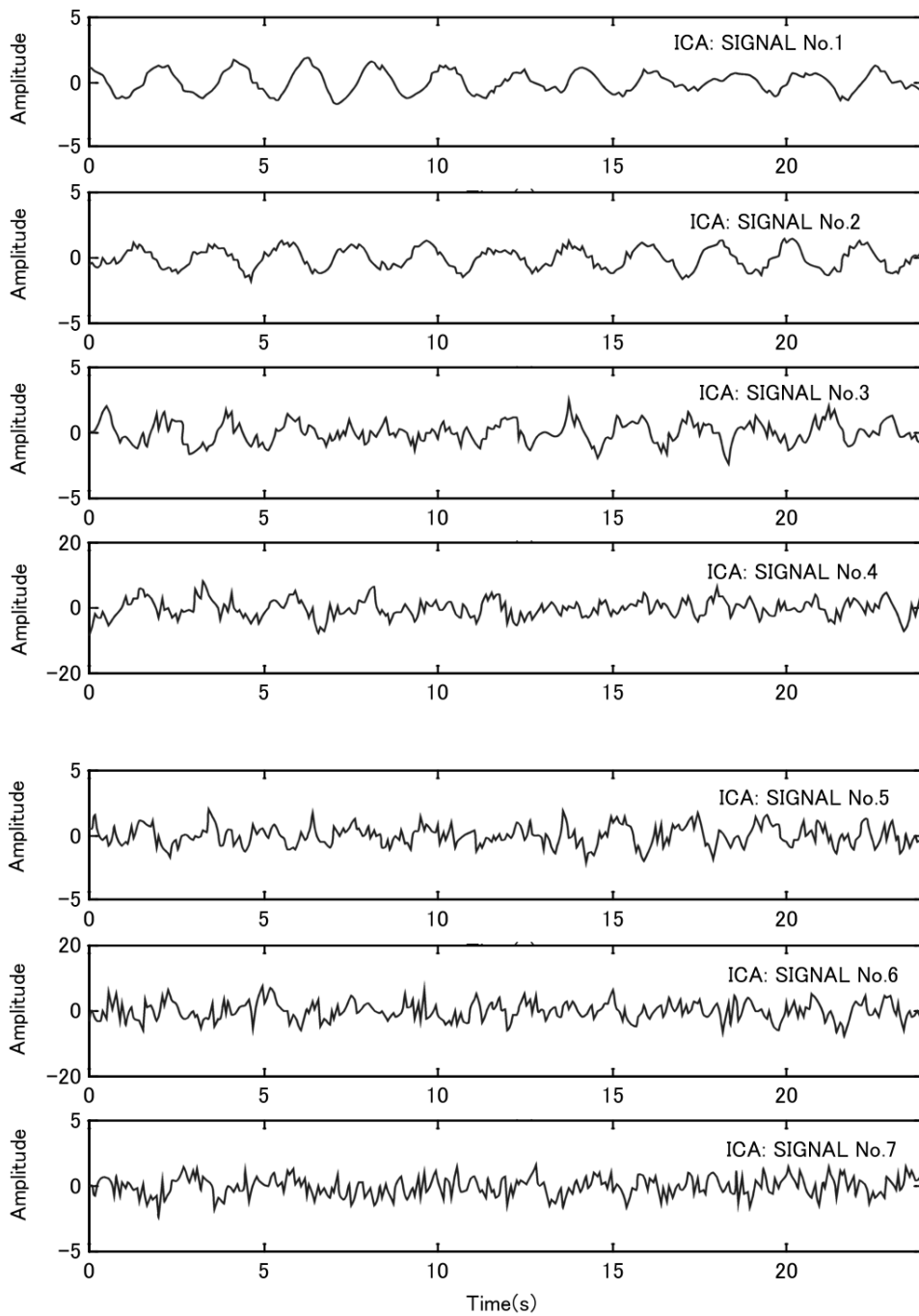
$$\mathbf{x}_{sim}(t) = \begin{pmatrix} w_{11} \\ w_{21} \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{n1} \end{pmatrix} y_1(t) + \begin{pmatrix} w_{12} \\ w_{22} \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{n2} \end{pmatrix} y_2(t) + \cdots + \begin{pmatrix} w_{1n} \\ w_{2n} \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{nn} \end{pmatrix} y_n(t) \quad (4.15)$$

ここで、 $n$  は信号数、 $w_{ij}(i, j = 1, \dots, n)$  は  $\mathbf{W}^{-1}$  の各要素、 $y_i(i = 1, \dots, n)$  は、 $\mathbf{y}$  の各要素である。

式 (4.15) から、推定ソース信号  $y_k$  に対応するベクトル  $\mathbf{w}_k = (w_{1k}, w_{2k}, \dots, w_{nk})^T$  の分散をとれば、これが、推定ソース信号  $y_k$  が振動系全体に対してどの程度の強度の寄与があるかのおおよその指標となることが明らかである。

前記 LPRM データについて求めた  $\mathbf{W}^{-1}$  の各要素の値、及び当該行列の列ベクトル要素  $\mathbf{w}_k$  の分散の値を表 4.1 に示す。分散の値から、信号の強度についても、推定ソース信号 1,2 ( $y_1, y_2$ ) が観測信号に支配的に寄与をすることがわかる。

さらに、式 (4.15) は、その各列ベクトル  $\mathbf{w}_k$  の各要素の分布が、推定ソース信号  $y_k$  の空間形状を与えるものであることも示している。図 4.6 に、推定ソース信号 1,2 の空間分布を示す。同図に示される様に、信号 1 は全炉心振動に整合する空間分布形状を有しており、信号 2 は、領域振動に整合する空間分布形を有している。信号 2 の空間分布形から読みとれる様に、同振動では、位相が  $180^\circ$  反転する中性線が、LPRM5 および LPRM9 付近を通ることを示しているが、これは、従来の解析 [17] で推定された領域振動の中性線の位置とほぼ一致する。以上のことから、ICA によって分離された信号 1 及び 2 は、各々、全炉心振動及び領域振動にほぼ該当する振動であると判断する。



☒ 4.5: Separated signals from the observed LPRM data in the upper core region of Forsmark reactor.

表 4.1: Elements of estimated mixture matrix  $\mathbf{W}^{-1}$  and the variance of each column vector  $\mathbf{w}$ .

Matrix $\mathbf{W}^{-1}$						
$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$	$\mathbf{w}_3$	$\mathbf{w}_4$	$\mathbf{w}_5$	$\mathbf{w}_6$	$\mathbf{w}_7$
+1.5E+0	-1.2E+0	+2.2E-1	-9.0E-2	+2.2E-1	-3.8E-2	+3.7E-2
+1.4E+0	-1.9E-1	+4.4E-1	+5.6E-2	+5.0E-1	+2.5E-2	+2.9E-2
+1.1E+0	+7.9E-2	-2.4E-1	+1.3E-2	+1.4E-1	-4.8E-2	+2.6E-1
+9.6E-1	+5.0E-1	-2.0E-1	-1.1E-1	+2.3E-1	+5.2E-2	-9.5E-2
+1.1E+0	+1.8E-1	+1.0E-1	-1.7E-3	+2.0E-1	-8.8E-2	-2.5E-1
+1.6E+0	-6.3E-1	-2.7E-1	+8.1E-2	-8.8E-2	+1.4E-2	-1.3E-1
+1.1E+0	+4.7E-1	+5.6E-1	-5.0E-2	-2.9E-1	+1.5E-4	+8.3E-2
Variance						
+1.6E+0	+3.6E-1	+1.0E-1	+4.8E-3	+7.1E-2	+2.1E-3	+2.4E-2
Order						
1	2	3	6	4	7	5

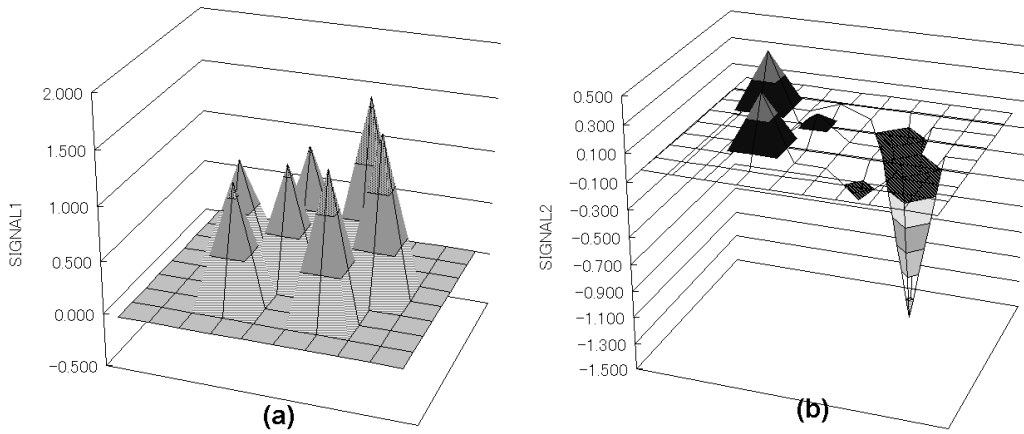


图 4.6: Spatial distributions of the two major separated signals by ICA in the upper core region; (a) Signal 1; (b) Signal 2.

信号1及び信号2のPSDを図4.7に示す。信号分離前のスペクトルに比べて、信号1では高周波側ピークが強調され、領域振動に相当する信号2では低周波側ピークが強調されていることが分かるが、両信号で完全にスペクトルピークがどちらかに分離されているわけではない。スペクトルピークが完全に分離されていない原因については、ICAによる信号分離が不完全である場合と、全炉心振動と領域振動の間に実際に物理的な干渉があり、互いに引き込みがある場合の二通りが考えられる。

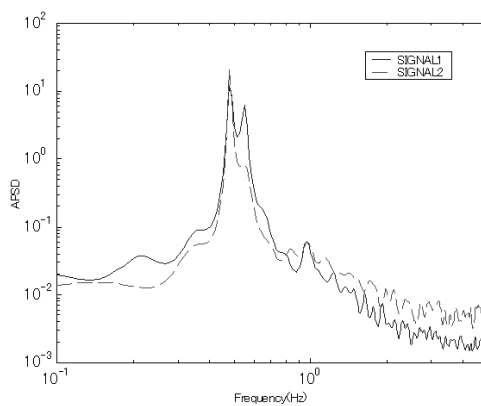
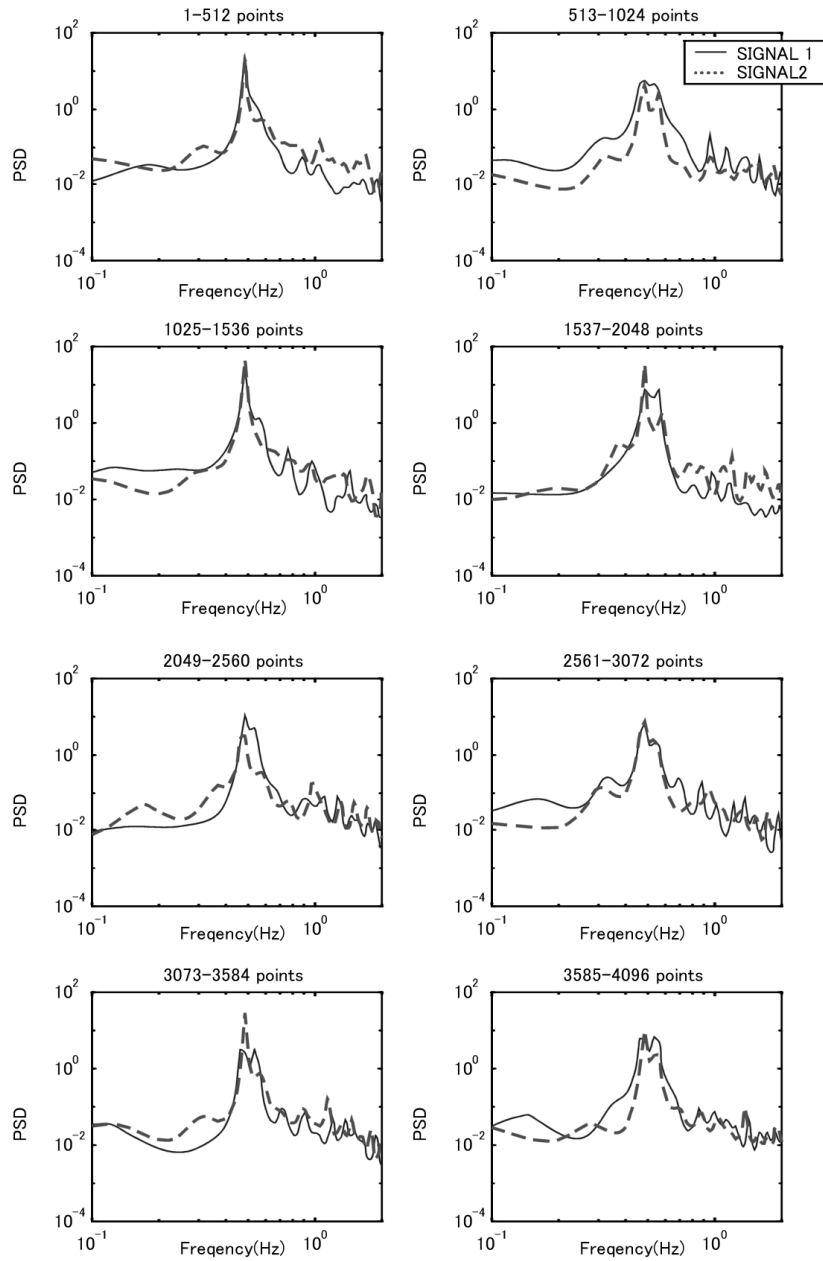


図 4.7: The PSDs of the two significant separated signals, SIGNAL1 and SIGNAL2, are plotted.

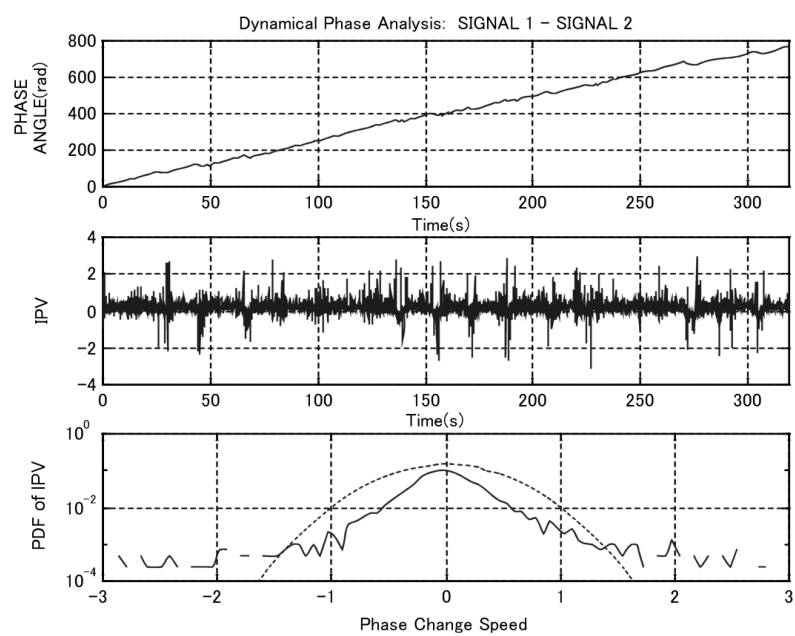
ICAで解こうとしているのは、もともと不適切問題 (ill posed problem) であるので、理論的にその分離結果の完全性を検証することは困難であり、他の手法や物理的な考察によって結果の適切性を判断することが重要となる。まず、全炉心振動と領域振動に物理的な干渉がある可能性を考える。Kanemotoら [17][18] は、既往の手法でLPRM信号を全炉心振動と領域振動成分に分離した結果を、短時間毎にスペクトル解析した結果、全炉心振動 (高周波側 PSD ピーク) が間欠的に領域振動 (低周波側 PSD ピーク) に引き込まれる挙動が存在することを指摘している。そこで、ICAにおいても、4209点の全点ではなく、短時間毎に区切った点数で解析を行い、引き込み等の様相が観察できるかどうかを試みることにし、LPRM点数を512点毎に区切り、それら個別にICAを実施した。図4.8にそれらのICAから得ら

れた、信号1及び2のPSDを図示する。図は、各信号のピークの有無、大きさ等が変動する様子を示しているが、信号2のPSDは比較的安定な形状をしており、特に低周波側ピークが安定して存在することがわかる。これに対して、信号1のPSDの形状の変化は大きく、二つの振動ピークが明瞭に存在する場合と、ほとんど低周波側ピークのみと見なせる場合があることがわかる。この事実は、Kanemotoらの指摘と整合する。また、信号1および信号2の関係を $\theta(t) = \arctan [y_2(t)/y_1(t)]$ でとらえた逐次位相解析(4.5節参照)の結果を図4.9に示す。同図のうちの相互位相速度(IPV)( $= \theta(t + \Delta t) - \theta(t)$ )に間欠的なパルスが生じていることが認められる。この結果は、両信号は同期もしくは一定の位相差・周波数差を維持する関係にはなく、間欠的な干渉がある可能性を示すものである。以上のことから、ICAで推定した信号1及び2は、その分離の完全性の検証は困難ではあるものの、各々、全炉心振動及び領域振動の物理特性を良く取り込んでいる信号であると判断する。

ICAの信号1および信号2の解析結果は、全炉心振動と領域振動が厳密には直交関係になく、かつ振動モード間に無視できない干渉があることを示唆している。また、ICAによる、領域振動的な空間分布の強度は、全炉心振動的な空間分布の強度に対して、同図の左端のLPRM21においては1/3であるが、同図の右端のLPRM1においては、ほぼ同じ強度であることが注目される。さらに、領域振動的な信号2の空間分布の強度と、全炉心振動的な信号1の空間分布の強度はいずれも炉心の右側に偏って大きな値をとることが注目される。



☒ 4.8: PSDs of the independent signals obtained by ICA.



⊠ 4.9: Results of the dynamical phase analysis (see section 4.5) between the separated signal 1 and 2.



## 4.4 振幅・位相分布

4.2 節の LPRM 信号の時系列の観察結果は、その振幅にビートのような長周期変動があることと、位相周波数に間欠的な乱れがあるらしいことを示していた。これらの特性をより明瞭にするために、信号の振幅・位相周波数特性を分離して表示できれば有用である。そこで、各 LPRM の計測信号  $x(t)$  を、Takens の遅延時間埋め込み法 [24] により 2 次元位相空間で再構成して

$$A(t) = x + i \cdot x(t + \tau) = R(t) \exp(i\Phi(t)) \quad (4.16)$$

(ここで、 $\tau$  は最適な遅延時間である) と高次元化することにより、その振幅 ( $R(t)$ ) 特性、位相 ( $\Phi(t)$ ) 周波数 ( $\dot{\Phi}(t)$ ) 特性を明らかにする。

本研究では、遅延時間  $\tau$  を、信号の自己相関係数が最初にゼロとなる時間に設定した。この遅延時間を用いた  $x(t + \tau)$  は、信号  $x(t)$  が単振動であれば  $\dot{x}$  にあたり、振動的な時系列を高次元化するのに妥当なものといえる。

図 4.10 に、得られた各 LPRM 信号の振幅  $R(t)$  の例を示す。各信号とも、大きな長周期振幅があり、かつそれにノイズ的な短周期振幅が重畳していることがわかる。さらに、図 4.11 に位相  $\Phi(t)$  の例を示す。ほぼ単振動的な  $\Phi(t)$  の単調増加の中に間欠的な乱れが認められるが、明瞭ではない。

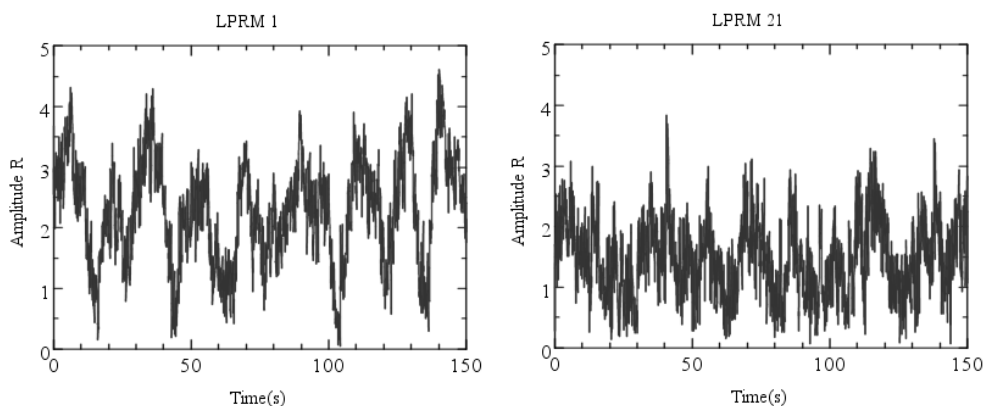


図 4.10: Examples of the amplitude  $R$ .

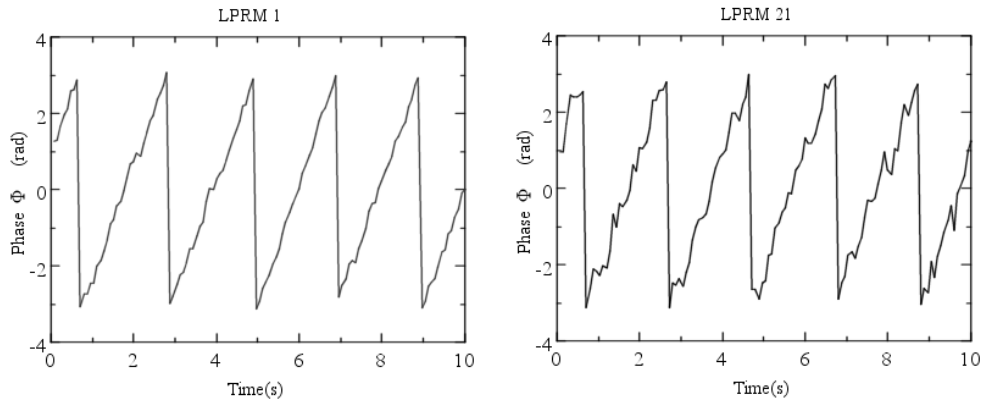
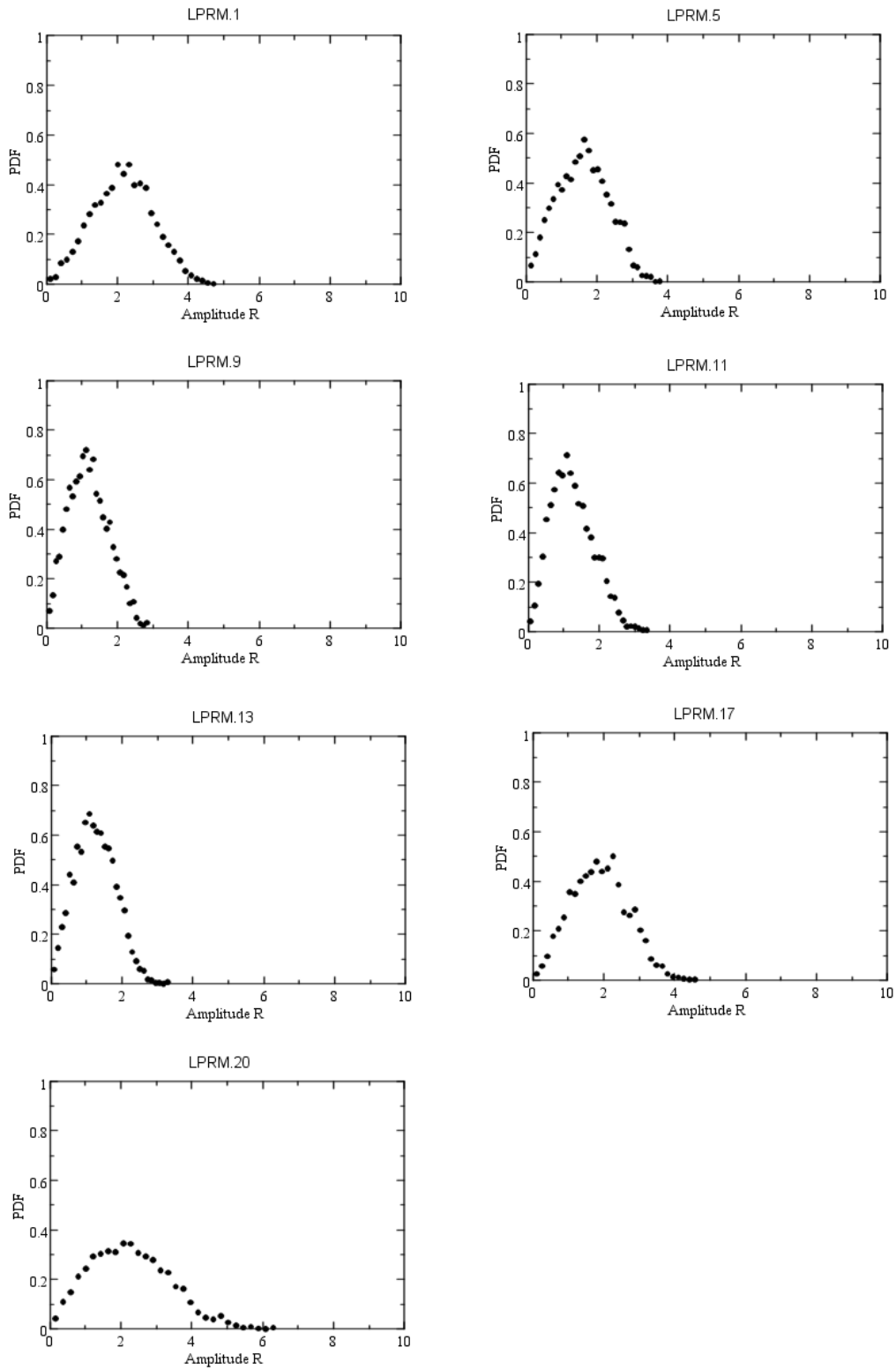
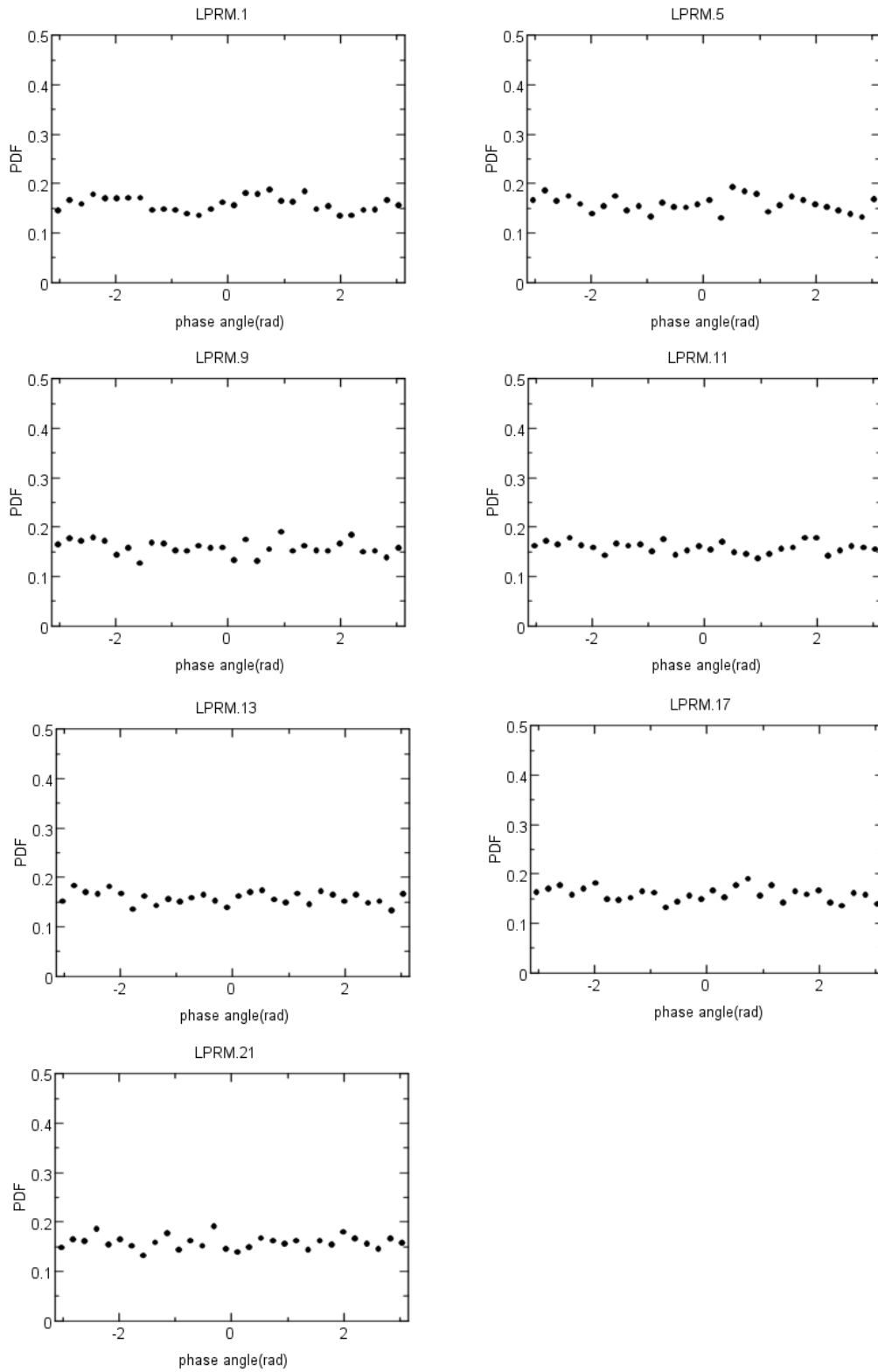


図 4.11: Examples of the phase  $\Phi$ .

$R(t)$  および  $\Phi(t)$  の統計的特性を示すために、それらの確率密度分布 (PDF) を評価した。図 4.12 に  $R$  の PDF の例を示す。各 LPRM の振幅の大きさに応じて PDF の広がりやピーク高さ等が異なるが、ほぼ相似な形状であることがわかる。この PDF 形状は、Rayleigh 分布で良く当てはめられることは後節の 5.4 でさらに示す。位相  $\Phi(t)$  の PDF を図 4.13 に示す。いずれの LPRM データも小さい乱れはあるものの、PDF はほぼ一様分布的な形状をしている。これは、振動の位相  $\Phi(t)$  は、単振動的な周期振動が支配的であり、 $\Phi(t)$  の時系列 (図 4.11) にわずかに見られる様な間欠的な乱れは、PDF の様な統計量の中には明確には現れないことを意味している。



☒ 4.12: PDFs of the amplitude  $R$  of the LPRM signals observed in the upper core region.



☒ 4.13: PDFs of the phase  $\Phi$  of the LPRM signals observed in the upper core region.

## 4.5 逐次位相解析

前節 4.4 の振幅と位相の分離によって、振幅については、各 LPRM 信号毎に異なる、Rayleigh 分布的な PDF を見出した。しかし、位相は、いずれもほぼ一般的な PDF となり、有用な情報を見出し得なかった。これは、各信号で単振動的な振動が卓越してことと、位相や周波数の乱れが間欠的に作用し、PDF の様な統計的特性には現れ難いことが原因であった。そこで、本研究では、以下に述べる特性を持つ「逐次位相解析法」を各データに適用して、位相・周波数についての有意な情報の抽出を行った。

### 4.5.1 逐次位相解析の特性

信号  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$  間の関係を、 $\theta(t) = \arctan(x_1/x_2)$  の様に扱う方法を、本研究では逐次位相解析法と称している。Tass ら [25] は、逐次位相解析を用いて、異なる場所で検出された脳波間の位相のドリフトや位相固定の様相を明らかにしているが、逐次位相解析の他の事例への適用は多くはなく、原子炉の計測データに適用したのは、本研究および Konno ら [14] の研究が初めてである。逐次位相解析は、スペクトル解析のような情報の平均化操作を含まないため、適切に使用すれば、信号間の時間変化を高感度に検出することができる。

本研究では、異なる 3 つの型の逐次位相解析を検討した。その一つは、異なる 2 つの信号  $x_1(t), x_2(t)$  間の位相解析：

$$\theta_{inter}(t) = \arctan\left(\frac{x_2(t)}{x_1(t)}\right) \quad (4.17)$$

であり、他の二つは、時間の異なる自信号間の位相解析：

$$\theta_{auto12}(t) = \arctan\left(\frac{x(t - T/4)}{x(t)}\right) \quad (4.18)$$

及び、

$$\theta_{auto13}(t) = \arctan\left(\frac{x(t - T/2)}{x(t)}\right) \quad (4.19)$$

である。ここで、 $T$ は、信号  $x$  の平均振動周期である。なお、逐次位相解析では、位相角  $\theta$  の経時的な変化を明示するため、算出した  $\theta(t)$  を  $-\pi \sim +\pi$  や  $-\pi/2 \sim +\pi/2$  の間で折り返すことをせず、累積的な角度変化で表す。

$\theta_{inter}$  の特性を示すため、わずかの周波数の異なる単振動  $x_1 = \sin(\omega_1 t)$  と  $x_2 = \sin(\omega_2 t)$  間の位相解析結果を図 4.14 に示す。図からわかる様に、 $\theta_{inter}$  は、 $x_1, x_2$  の相互の位相の関係により単調増加 / 減少又は両者の繰り返りしとなる。さらに、相互位相速度 (IPV) ( $= \theta_{inter}(t + \Delta t) - \theta_{inter}(t)$ ,  $\Delta t$ : 信号のサンプリング間隔) は、正又は負のパルス状のピークが周期的に出現することで特徴付けられる。振動的な挙動を示している 2 つの実信号について  $\theta_{inter}$  を求めた場合に、その位相速度が、周期的なパルス状ピークではなく、何らかの乱れが生じた場合には、乱れが生じた時刻点近傍で、2 信号間の周波数もしくは位相差の関係に擾乱が生じていることを示している。

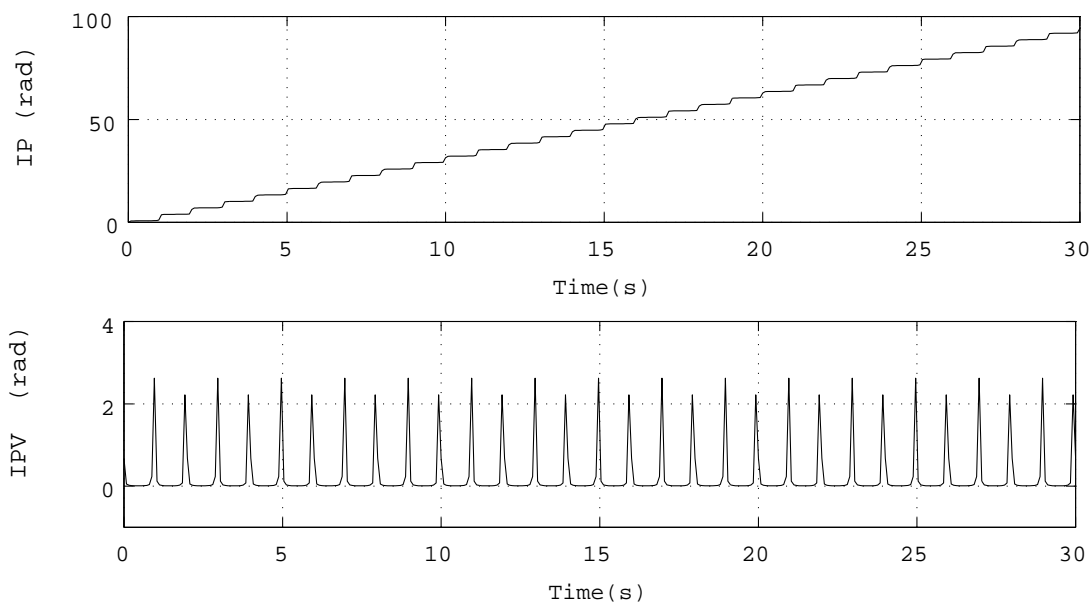


図 4.14: A simple example to exhibit temporal variation of the inter-phase (IP)  $\theta$  and the corresponding inter-phase velocity (IPV)  $V_p = d\theta/dt$ .

信号が単振動  $x = \sin \omega_0 t$  の場合についての自信号間の逐次位相解析相  $\theta_{12}$  及び  $\theta_{13}$  の関係を位相軌道上で表現すると図 4.15 のようになる。図からわかる様に、

$\theta_{auto12}$  は、位相軌道の平面 12 (軸 1( $x(t)$ ) と軸 2( $x(t - T/4)$ ) で構成される平面) への射影が軸 1 となす角度であり、かつ  $\theta_{auto12}(t) = \omega_0 t$  となり、角周波数の値で角度が増加する。 $\theta_{auto13}$  は、位相軌道の平面 13 (軸 1( $x(t)$ ) と軸 3( $x(t - T/2)$ ) で構成される平面) への射影が軸 1 となす角度、 $\theta_{auto13}(t) = -\pi/4$  となり、一定値をとる。位相運動に乱れが生じ、位相軌道が変位した場合、逐次位相解析により、この変動が、 $\theta_{auto12}$  の角周波数相当速度の変化、及び  $\theta_{auto13}$  の一定値からの偏移となって検知される。

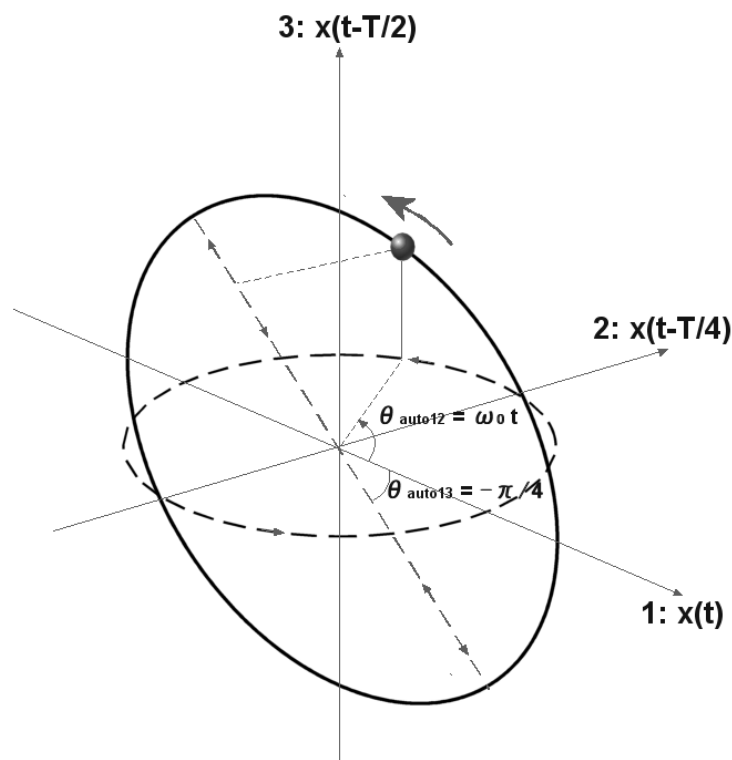


図 4.15: Relation between the phase orbit of the two kinds of auto-phases  $\theta_{auto12}$  and  $\theta_{auto13}$  for an ideal limit cycle oscillation.

本研究では、逐次位相解析のこれらの特性に着目して、APRM 及び LPRM データの逐次位相解析を行う。

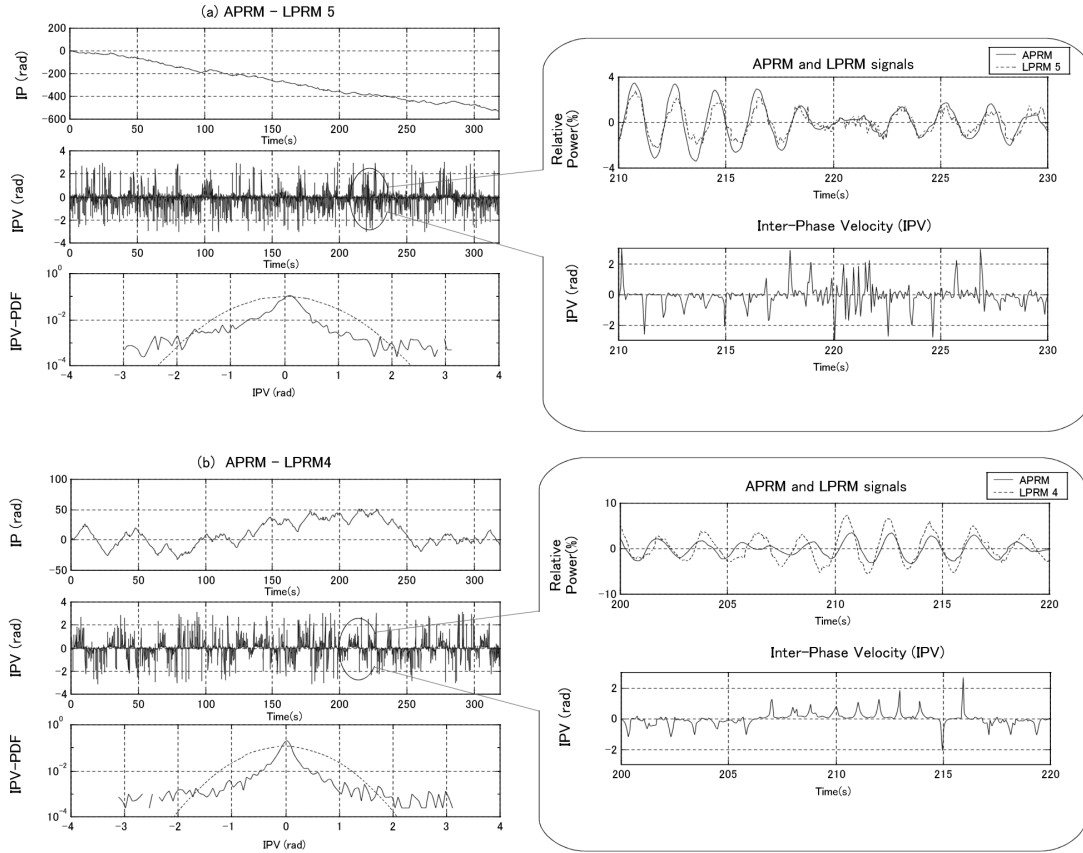
#### 4.5.2 安定性データへの適用

本研究では、まず、APRM 信号と各 LPRM 信号の 2 信号間の逐次位相解析  $\theta_{inter}$  を実施した。図 4.16 に、APRM と LPRM5 及び APRM と LPRM4 の信号について、APRM 信号と LPRM 信号の APRM 信号の相互位相変位 (IP) である  $\theta_{inter}$  の変位、相互位相速度 (IPV) 及び IPV の確率密度分布 (PDF) が、示されている。IP は、信号相互間の位相差の大きさに依存して、比較的単調な変化 (同図 (a)) や酔歩的な変化 (同図 (b)) のどちらの状態も現出し得るので、2 信号間の逐次的な関係の変化を直接的に表示することには役立ちにくい。一方、IPV について見ると、APRM と LPRM4 信号の間には周期的なパルスが継続的に出現しており、同信号間には、平均周波数に差があることと、両者の周波数・位相の関係がほぼ恒常的に一定に保たれていることがわかる。(同図 (b)) しかし、APRM と LPRM5 信号の間 IPV については、周期的なパルス列に加えて、間欠的にランダムなパルスが発生しており、LPRM5 信号に間欠的な周波数・位相の有意な擾乱が生じていることがわかる。

また、IPV の PDF については、いずれも、中央部付近が正規分布よりも尖り、かつ中央部から離れた部分の確率密度が正規分布の値よりも大きく、かつ裾の長い、いわゆるファットテール (fat tail) 型の分布となっているが、子細に同図 (a) と (b) を比較すると、同図 (b) では、PDF は、IPV のゼロの値を境に、ほぼ対称形をしているのに対し、同図 (a) は非対称形をしていることがわかる。これらの事実から、同図 (a) (APRM-LPRM5) で生じている周波数・位相の擾乱は、LPRM5 の振動を特定の方向に変位させる傾向をもつ擾乱であることが明らかとなった。この様に、APRM 信号と各 LPRM 信号の 2 信号間の逐次位相解析により、LPRM 信号に間欠的な周波数・位相の擾乱が生じていることと、こうした擾乱は LPRM 信号によりその有無や擾乱の大きさに差があること、すなわち局所性があることが明らかとなった。

さらに、本研究では、各 LPRM 信号についての自己位相  $\theta_{12}(t)$  の解析を実施した。その例を図 4.17 に示す。図には相互位相解析 (図 4.16) と同様に、自己位相





4.16: Examples of the temporal variations of the inter-phase (IP) between APRM and LPRM signal in the Forsmark case-4 data. The inter-phase velocity (IPV)  $V_p$  (estimated from the phase difference  $V_p(i) \approx \theta(i+1) - \theta(i)$ ) and the related IPV-PDF are also shown. Dashed line in each IPV-PDF denotes the profile of the normal distribution to emphasize the feature of the truncated stretched exponential function [  $PDF(V_p) \sim \exp(-\alpha|V_p|^\beta)$ ,  $\beta < 2$  and  $-\pi \leq V_p \leq \pi$  ].

変位 (AP)、自己位相速度 (APV)(=  $\theta_{auto12}(t + \Delta t) - \theta_{auto12}(t)$ ) 及び APV の PDF を示している。図に示される様に、AP は、図 4.16 の IP に比べて単調な増加（あるいは減少）を示しているが、APV の図に示される様に、位相速度の微小な揺動および間欠的な速度増加が現れている。このことは、LPRM の周波数・位相速度が完全に一定ではないことを明らかに示している。APV の PDF については、これも IPV の PDF と同様なファットテール型の分布となっている。その形状は、ほぼ対称系であり、IPV の特定の方向への偏移は認められない。

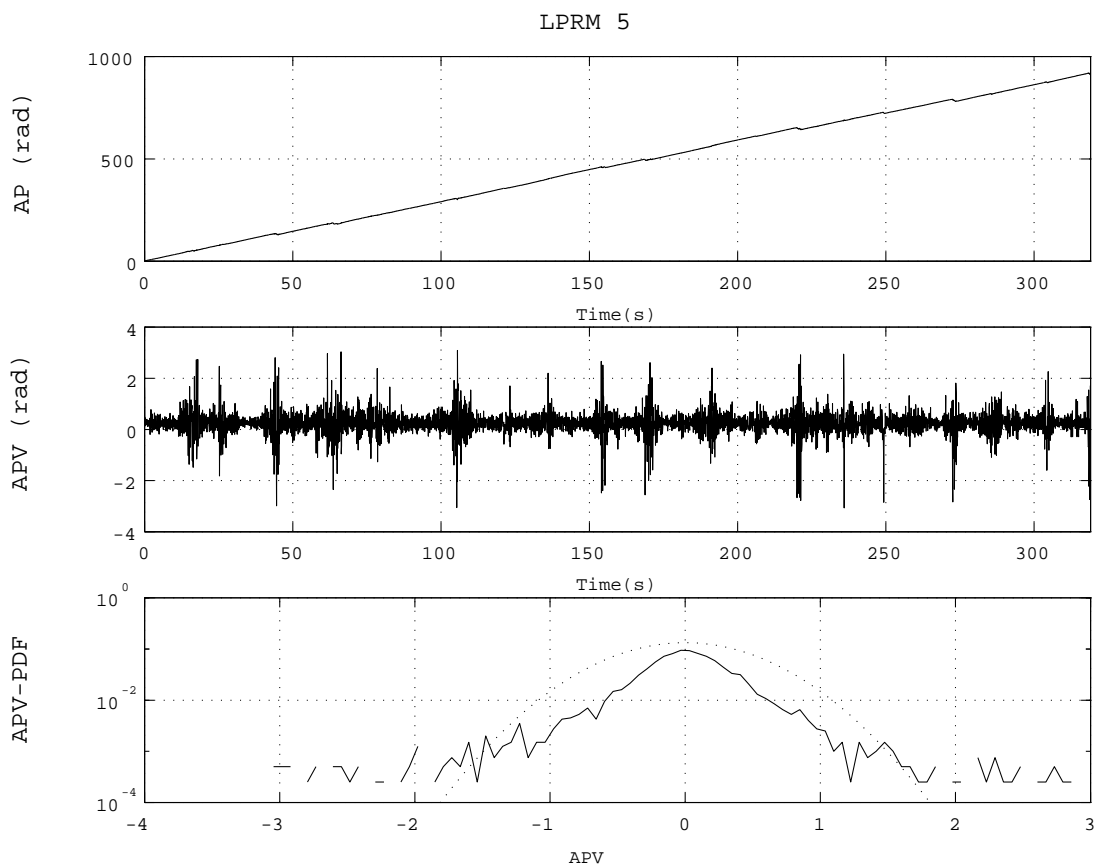


図 4.17: An typical example of the auto-phase (AP)  $\theta_{auto12}$  for a LPRM signal.

本研究では、こうした IPV の変動の統計的な意味を明らかとするめ、IPV の分散を求めた。(表 4.2) 求めた分散値のうち、炉心上部を計測している LPRM データ (LPRM1,5,9,11,13,17,21) の値の空間分布を図 4.18(a) に示す。図示される様に、

この分布はICAで分離した領域振動の空間分布との相関のある形状をしていることがわかる。さらに、後述する様に、この分布は、各LPRMの「平均周波数」値の空間分布とも相関している。

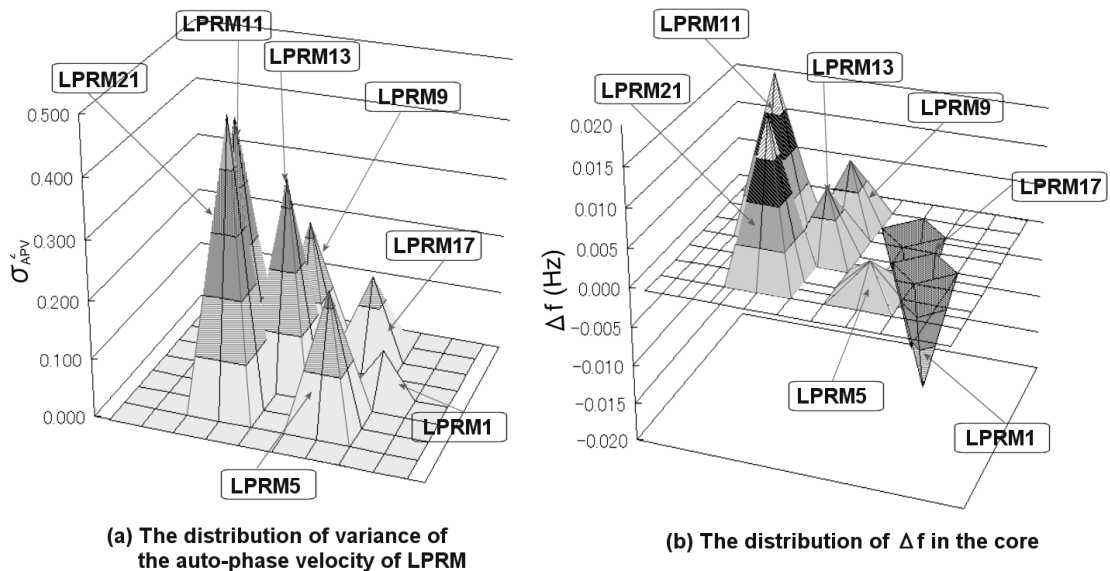


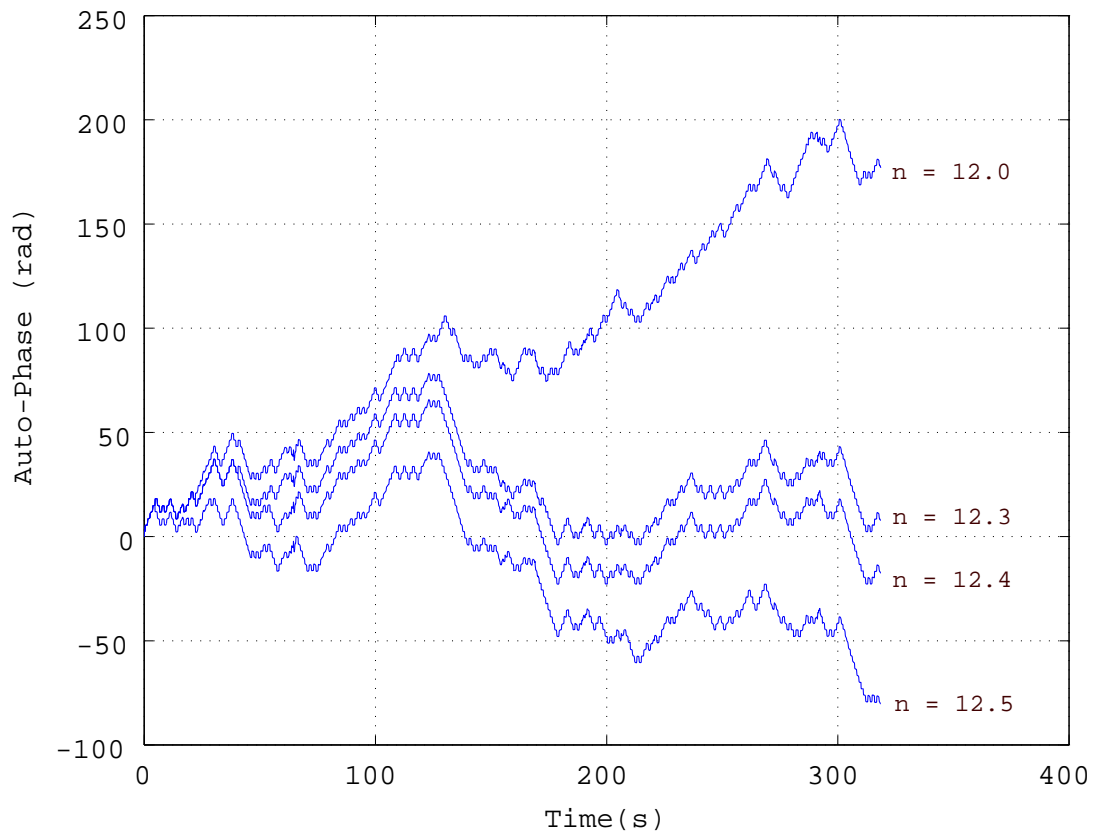
図 4.18: Spatial distribution of the variance  $\sigma_{APV}^2$  and  $\delta f$ .

さらに、本研究では、APRM 信号及び各 LPRM 信号についての自己位相  $\theta_{auto13}$  の解析を以下の形で実施した：

$$\theta_{auto13}(t) = \arctan \left[ \frac{x(t - \tau)}{x(t)} \right] \quad (4.20)$$

前節 4.5.1 に記した様に、信号  $x(t)$  が周期  $T$  の単振動の時、 $\tau = T/2$  であれば、 $\theta_{auto13}(t)$  は、一定値となる。本研究では、 $\theta_{auto13}(t)$  がゼロまわりにどとまる  $\tau$  ( $\equiv \tau_f$ ) を逐次位相解析で求め、その結果から、主周波数に相当する「平均周波数」を  $f_{mean} = \frac{1}{2\tau}$  で算出した。APRM 信号に対する、いくつかの  $\tau = n\Delta t$  の値による  $\theta_{auto13}(t)$  の挙動を図 4.19 に示す。

図に示されている  $\theta_{auto13}(t)$  は、いずれも不規則かつ非定常的な時間変位をしており、このことから、APRM 信号及び (図示はしていないが) 他の LPRM 信号



☒ 4.19: Temporal transition of auto-phase (AP) behavior of APRM data in the Forsmark with the delay  $n\Delta t$  for various values of  $n$ . ( $\Delta t$ : Sampling interval)

は、厳密には定常状態にはないことがわかる。そこで、「平均周波数」として、平均的に最もゼロに近い部分で変動する、同図の  $n = 12.4$  に対応する  $\tau (= n\Delta t)$  を平均周波数に対応する  $\tau_f$  とし、この値から APRM の平均周波数  $f_{APRM}$  を同定した。この結果、APRM の平均周波数は、

$$f_{APRM} = 0.504 \pm 0.002 Hz \quad (4.21)$$

と同定された。さらに、同様の手法で、各 LPRM データの平均周波数  $f_{LPRM.n}$  についても評価を行った。この結果は、表 4.2 に示すが、各 LPRM の周波数の変位は、最大でも、 $f_{APRM}$  まわりに 0.02Hz 程度と微小であり、一見、計測誤差等に起因する無意味な値のように見えるが、APRM との平均周波数の差  $\Delta f = f_{LPRM.n} - f_{APRM}$  を求め、その空間分布をとると、図 4.18(b) に示す様に、領域振動の空間分布形状および APV の分散の空間分布形状と整合する分布形状をしている。したがって、各 LPRM の平均周波数は、領域振動の挙動に密接に関連する量であることが強く示唆される。

平均周波数の変位の意味をより明らかとするため、今、 $x(t)$  が、近接する二つの周波数を有する 2 つの単振動の合成波:

$$x(t) = a_1 \sin(2\pi f_1 t) + a_2 \sin(2\pi f_2 t), \quad (a_1 \geq a_2, f_1 \simeq f_2) \quad (4.22)$$

である場合を考える。 $a_1 = a_2$  のとき、

$$f_{mean} \simeq (f_1 + f_2)/2 \quad (4.23)$$

であり、 $a_1 \gg a_2$  のとき、

$$f_{mean} \simeq f_1 \quad (4.24)$$

あることからわかる様に、 $f_{mean}$  は二つの単振動の強度比に応じて変化する。

平均周波数のこうした特性から考察して、 $\Delta f$  もしくは  $f_{LPRM.n}$  の空間分布には、領域振動の全炉心振動に対する相対的な強度が反映されており、さらに、これと整合する分散の空間分布を持つ各 LPRM の自己位相速度 (APV) も領域振動と全炉心振動の強度比が反映されていると考えられる。

表 4.2: Variance of auto-phase velocity  $\sigma_{APV}^2$ , and mean frequency estimated from the auto-phase in the Forsmark case-4 data obtained by dynamical phase analysis.

LPRM No.	$\sigma_{APV}^2$	Mean Frequency(Hz)
1	0.080	0.488 ± 0.002
2	0.069	0.492 ± 0.002
3	0.034	0.484 ± 0.002
4	0.052	0.484 ± 0.002
5	0.228	0.508 ± 0.002
6	0.237	0.512 ± 0.002
7	0.240	0.508 ± 0.002
8	0.166	0.500 ± 0.002
9	0.226	0.512 ± 0.002
10	0.152	0.517 ± 0.002
11	0.412	0.525 ± 0.002
12	0.364	0.543 ± 0.002
13	0.348	0.512 ± 0.002
14	0.393	0.508 ± 0.002
15	0.157	0.512 ± 0.002
16	0.046	0.512 ± 0.002
17	0.148	0.488 ± 0.002
18	0.173	0.500 ± 0.002
20	0.139	0.500 ± 0.002
21	0.485	0.525 ± 0.002
22	0.272	0.568 ± 0.003

図 4.20 に、 $\Delta f$  と振幅  $R$  の最頻値 ( $R_{mp}$ ) の関係を示す。図から、 $\Delta f$  と  $R_{mp}$  には相関があり、 $\Delta f$  が負側に大きくなる程、振幅  $R_{mp}$  が増大する。この相関は、図 4.4(c) に示した、領域振動の片側の半分で LPRM 振動の振幅が大きい状況に対応している。また、ICA の結果の全炉心振動 (信号 1) の空間分布 (図 4.6) からわかるように、 $\Delta f$  は、全炉心振動成分の振幅の大きさとも相関している。このような周波数と振幅の相関関係は、両者に非線形引き込み (non-linear pulling) の関係があることを示している。

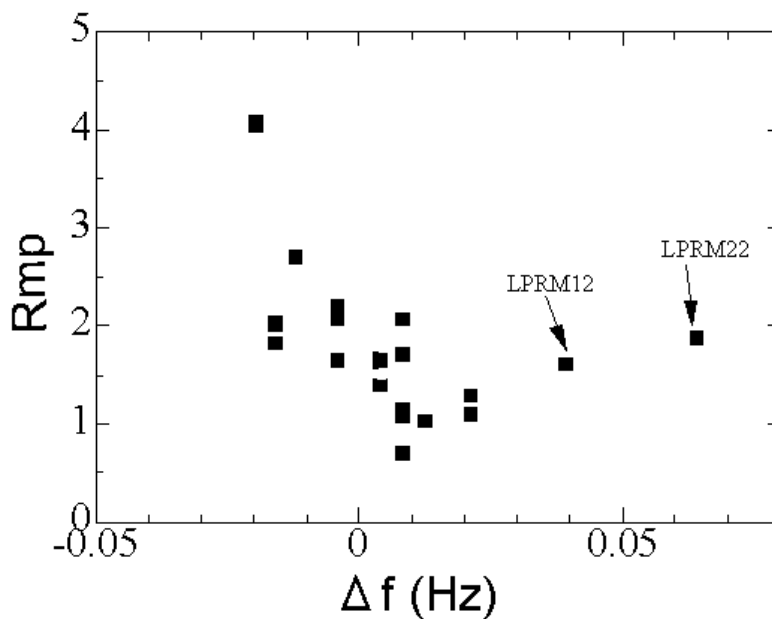


図 4.20: Correlation between the frequency deviation  $\Delta f$  and the amplitude  $R$ .

## 5 空間依存性情報縮約法の開発

前章で明らかにした、出力振動の空間局所性、非線形性、揺らぎ等を的確に情報圧縮して反映した数理モデルを作成することが、本研究の主要テーマである。的確な数理モデルの作成は、システムのダイナミクスを十分な情報量をもって再現する動的モデルの選定と、選定したモデルの係数などのパラメータを適切に同定することで実行される。

BWRの不安定性振動を数理モデルを用いて表現したモデルとしては、March-Leuba[8]が示した、炉心全体を一点とする集中定数系の簡易BWR出力振動モデルが有名であるが、本研究で開発したモデルは、従来のモデルに比べて以下の点で大きな新規性を有している：

- (a) 観測データに含まれる揺らぎ特性をも再現するモデルである；
- (b) 本研究においても集中定数系の動的モデルを用いるが、空間局所ノード(LPRM観測データ)毎に、パラメータを偏見無く推定している。この結果、推定されたパラメータに観測された出力振動の空間依存性情報が縮約されて表現されることになる。

さらに、ダイナミクスモデルの作成と、パラメータの同定方法について、本研究の手法は、以下のような特長を有する：

- (c) 計測データの挙動のみからの現象論的な理解のもとに動的モデルを構築する；
- (d) モデルの係数等のパラメータは、観測データから得られる情報のみによって推定する

これら(c)と(d)の特長は、現象のメカニズムの本質が明らかでない事象に、本研究で開発した手法が広範に適用できる可能性を与えるものといえる。

### 5.1 空間局所ノード確率複素振動モデル

本研究では、本章冒頭の(a)と(b)の特長を有する振動モデルとして、複素変数( $A(t) = R(t) \exp(i\Phi(t))$ )に関しての、以下のような確率複素標準モデルを基本と



する：

$$dA(t)/dt = i\omega_0 A + aA - (b_r + ib_i)|A|^2 A + cA^* + AF(t) + G(t) \quad (5.1)$$

ここで、 $\omega_0$  は発振周波数、 $a(> 0)$ ,  $b_r(> 0)$ ,  $b_i$ ,  $c$  は実数係数、 $F(t)$ ,  $G(t)$  は雑音項であり、 $A^*$  は、複素変数  $A$  の複素共役を意味する。同モデルは、計測データの挙動の観察から、現象の背景となる物理的状況として、Hopf 分岐点の近傍のダイナミクスを暗黙に仮定したものである。実際、同モデルの雑音項および対称性を破る項 ( $cA^*$ ) 以外の部分は、Van der Pol 方程式の発振点近傍の近似から導かれる複素 Ginzburg-Landau (CGL) 方程式の特別な場合となっている。[26] (付録 A 参照)

金野らは、この形の確率複素標準モデルを用いて、日本原子力研究所の安全性研究炉 (NSRR) で観測された出力の不規則揺動のメカニズムの解明 [27]、相乗性雑音が BWR 安定性に及ぼす影響の考察 [20] 等を実施した。これらの研究により、複雑な原子炉の出力揺動現象を、比較的少数のモデル係数を有する集中定数型の数理モデルで考察することの有用性が示された。本研究では、これらの研究成果をさらに発展させて、本章の冒頭に述べたような特長を持つ数理モデルを開発した。

開発においては、計測データのみ情報から如何にしてモデル係数を同定するのかということが最大の課題となった。式 (5.1) の確率複素標準モデルは、複雑な現象を、モデルパラメータ 5 個および雑音項 2 項に高度に縮約したモデルではあるが、現実的な係数同定問題としては、5 個の係数 (雑音項の特性パラメータも含めると 7 個以上) を推定することは難しい。一方、モデル化の対象とする実現象においては、式 (5.1) の標準モデルの全ての項が必ずしも存在するわけではなく、また存在したとしても必ずしも現象に有意に寄与しているわけでない。したがって、適用対象とするデータの特性に即して、式 (5.1) から、必要な項のみを適切に選択すれば、推定すべき係数の数を減らすことができる。本研究では、観測データの PDF と後述する複素振動モデルの理論 PDF の比較、現象論的な考察などを経て、標準モデルから、非線形項の複素係数、相加性雑音項及び対称性を破る項を削除した、以下の形の相乗性雑音型確率複素振動方程式 (以下この方程式を「基本確

率複素振動モデル」称することとする。) をモデル化の基本式とした：

$$\frac{dA(t)}{dt} = i\omega_0 A + aA - b|A|^2 A + AF(t) \quad (5.2)$$

ここで、複素雑音  $F(t) \equiv F_x(t) + iF_y(t)$  の実数部  $F_x$ 、虚数部  $F_y$  は、各々、平均ゼロ、強度  $2D$  の互いに独立なガウス性白色雑音であると仮定する。

式 (5.2) の基本確率複素振動モデルの大きな特長は、近似無しに、これを下記の振幅と位相周波数の方程式に分離できることである：

$$\frac{dR}{dt} = aR - bR^3 + RF_R(t), \quad (5.3)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega_0 + F_\Phi(t) \quad (5.4)$$

ここで、 $F_R(t) = \cos \Phi \cdot F_x(t) + \sin \Phi \cdot F_y(t)$ 、 $F_\Phi(t) = -\sin \Phi \cdot F_x(t) + \cos \Phi \cdot F_y(t)$  となるが、これらは、平均がゼロ、強度  $2D$  のガウス性白色雑音と見なすことができる。

振幅  $R$  の式 (式 (5.3)) の Fokker-Planck(FP) 方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t} f(R, t) = -\frac{\partial}{\partial R} \{[(a + D)R - bR^3]f(R, t)\} + D \frac{\partial^2}{\partial R^2} \{R^2 f(R, t)\} \quad (5.5)$$

となる。ここで、式の右辺第 2 項は、式 (5.2) の相乗性雑音項  $AF(t)$  に対応する Wong-Zakai[28] の雑音補正項である。式 (5.5) の FP 方程式を定常状態について解くと、振幅  $R$  の理論確率密度分布が以下の Rayleigh 分布となることが分かる：

$$f_{th}(R; \gamma, \beta) = W_0 \exp [(\gamma - 1) \ln R - \beta R^2] = W_0 R^{\gamma-1} \exp (-\beta R^2) \quad (5.6)$$

ここで、

$$\gamma = a/D, \quad \beta = b/(2D) \quad (5.7)$$

である。ただし、確率統計の教科書等で Rayleigh 分布と呼ばれる確率分布は、式 (5.6) で、 $\gamma = 2$  とした式であるが、本研究では、 $\gamma$  の値にかかわらず、式 (5.6) の分布を一般化された Rayleigh 分布と称する。一方、 $\Phi$  の理論 PDF は、式 (5.4) の FP 方程式：

$$\frac{\partial}{\partial t} g(\varphi, t) = D \frac{\partial^2}{\partial \Phi^2} g(\varphi, t). \quad (5.8)$$

から、その PDF は、

$$f_{th}(\Phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (5.9)$$

の一定値となることが分かる。

確率複素振動方程式は、物理的には Van der Pol 方程式とほぼ同等のリミットサイクル振動を表現する。本研究で確率複素振動方程式を用いる理由は、式 (5.6),(5.9) に示される様に、システムの揺らぎ特性 (PDF) と動的モデルの係数の関係が解析的に得られることにある。後で 5.3 節に示すように、本研究では、観測データの揺らぎ特性に着目して、モデルパラメータの推定を行っているが、式 (5.6),(5.9) のような解析式が得られたことが、偏見のない推定手法が開発可能となった鍵である。

## 5.2 モード結合型確率複素振動モデル

本研究の基本確率振動モデルは、式 (5.2) を見ても明らかな様に、基本的には単一の主振動周波数を有する振動モデルである。しかるに、このモデルを適用する FORSMARK プラントの安定性データは、4 章の評価のから明らかなように、主周波数が微小に異なる全炉心振動と領域振動の混合振動であり、基本確率振動モデルを適用することの適切性や適用する場合の各モデル係数への影響を事前に検討しておく必要がある。本研究では、二つの振動モードが存在する場合の最も簡単な場合の複素確率振動モデルとして、以下の様な、二つの振動方程式の線形結合モデルを考察した：

$$\frac{dA_0}{dt} = i\omega_0 A_0 + a_0 A_0 - b_0 |A_0|^2 A_0 + A_0 F_0(t) + k(A_1 - A_0), \quad (5.10)$$

$$\frac{dA_1}{dt} = i\omega_1 A_1 + a_1 A_1 - b_1 |A_1|^2 A_1 + A_1 F_1(t) - k(A_1 - A_0) \quad (5.11)$$

ここで、 $\omega_0, \omega_1$  は、各々、二つの振動モード  $A_0(t), A_1(t)$  の主振動数であり、 $k$  は両振動モードの実数結合係数である。さらに、係数  $a_0, b_0, a_1, b_1$  は、いずれも式 (5.2) と同様な実数係数であり、また、雑音  $F_0(t), F_1(t)$  も、式 (5.2) と同様に、そ

の実数項と虚数項が、各々、平均値ゼロ、強度  $2D$  を有するガウス性の白色雑音である。

もし、 $A_0$  と  $A_1$  が互いに独立であり、かつ雑音項を考慮しないのであれば、厳密解、

$$A_0(t) = R_0 e^{i\omega_0 t}, \quad A_1(t) = R_1 e^{i\omega_1 t}, \quad (5.12)$$

が得られる。ここで、 $R_0 = \sqrt{a_0/b_0}$ ,  $R_1 = \sqrt{a_1/b_1}$  は、 $A_1$ ,  $A_2$  の各々の振幅である。いま、全体の振動は、 $A_0$  が支配的である（すなわち、 $R_0 \gg R_1$ ）とする。ここに、隷従化原理 [29] を適用すると、断熱近似により、 $dA_1/dt = 0$  とすることができる。この結果、式 (5.11) から、 $A_1$  の第一近似として下記を得る：

$$A_1 \approx \alpha_1 A_0 + \alpha_2 |A_0|^2 A_0 \quad (5.13)$$

ここで、 $\alpha_1 (= \alpha_{1r} + i\alpha_{1i})$  と  $\alpha_2 (= \alpha_{2r} + i\alpha_{2i})$  は複素係数である。式 (5.13) を  $A_0$  の式 (5.10) に代入することによって、 $A_1$  を同式から消去すると、

$$\frac{dA_0}{dt} = i\omega_L A_0 + a_r A_0 - (b_r + ib_i) |A_0|^2 A_0 + A_0 F_0(t) \quad (5.14)$$

となる。ここで、 $\omega_L \equiv \omega_0 + k\alpha_{1i}$ ,  $a_r \equiv a_0 + k\alpha_{1r}$ ,  $b_r \equiv b_0 + k\alpha_{2r}$ ,  $b_i \equiv k\alpha_{2i}$  である。式 (5.14) は、二つの振動モードの干渉がある振動系を一つの複素確率振動方程式で表現した場合、非線形項に複素係数を考慮しなければならないことを示している。さらに、式 (5.14) を振幅  $R$  と位相周波数  $\Phi$  の式に分離して表現すると、下記のようになる：

$$\frac{dR}{dt} = a_r R - b_r R^3 + R F_R(t) \quad (5.15)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega_L - b_i R^2 + F_\Phi(t) \quad (5.16)$$

ここで、 $\langle F_R(t) F_R(t') \rangle = \langle F_\Phi(t) F_\Phi(t') \rangle = 2D\delta(t-t')$  である。ここに示された振幅  $R$  の式 (5.15) は、前述した基本確率振動式の振幅の方程式と同形であり、その PDF は、基本確率振動式と同じく一般化された Rayleigh 分布となる。これに対し、位相周波数  $\Phi$  の式 (5.16) には、基本確率振動式と異なり、非線形項の複素係数  $b_i$  によって振幅  $R$  の干渉項が出現している。すなわち、位相周波数は、複素非線形

項係数  $b_i$  を通じて、振幅  $R$  と相関が生じる。これは、4.5 の逐次位相解析で見出した、 $\Delta f$  と  $R_{mp}$  の間の相関と整合する知見である。位相周波数  $\Phi(t)$  の PDF を式 (5.16) から解析的に求めることは困難である。そこで、式 (5.16) の振幅  $R$  に、さらに平均場近似、

$$R^2 \approx \langle R^2 \rangle \approx R_{mp}^2 \quad (5.17)$$

を行うと、位相周波数の方程式として下記を得る：

$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega_0 + m_i + F_\Phi \quad (5.18)$$

ここで、

$$m_i = k(\alpha_{1i} - \alpha_{2i}R_{mp}^2) \quad (5.19)$$

である。ここで得られた式 (5.19) は、振幅と位相周波数の相関を近似的に表す式といえる。

式 (5.15) と (5.18) を結合し、さらに、変数  $A_0$  の表現の再定義:  $A_0 \equiv A$  と係数の表現の再定義:  $a_r \equiv a$ ,  $b_r \equiv b$  and  $F_0 \equiv F$  を行えば、下記の確率振動方程式を得る：

$$\frac{dA}{dt} = i(\omega_0 + m_i)A + aA - b|A|^2A + AF(t) \quad (5.20)$$

以上の導出過程は、下記のようにまとめられる。式 (5.10) と式 (5.11) で表される線形結合した振動は、式 (5.14) のような非線形項に複素係数を有する単一の複素確率振動方程式で近似的に表すことができる。さらに、複素非線形項の影響を平均的な強さで近似すると、その影響は、周波数偏移  $m_i$  となって表現され、複素確率振動方程式は式 (5.20) となる。この方程式は、見かけ上、周波数偏移  $m_i$  が加わっていることのみが基本複素確率振動方程式 (式 (5.2)) と異なる。従って、その振幅と位相周波数の PDF の導出は、前節 5.1 での検討がそのまま適用でき、得られる PDF も、基本確率振動方程式の理論 PDF と同形になる。すなわち、振幅  $R$  については、式 (5.6) で表される一般化された Rayleigh 分布、位相  $\Phi(t)$  については、 $[-\pi, \pi]$  区間の一様分布 ( $\frac{1}{2\pi}$  の一定値) となる。

### 5.3 実データを用いたモデルパラメータの同定手法

本研究では、確率複素振動式 (5.20) を BWR 安定性データへ適用し、そのモデルパラメータを同定した。同定の手順は、実測データの統計的な情報から、同式の理論 PDF パラメータを同定し、次いでその PDF パラメータの値をもとに式の係数および雑音強度を同定するという 2 段階である。

#### 5.3.1 理論 PDF パラメータの同定

確率複素振動式 (5.20) の振幅  $R$  の理論 PDF パラメータを振幅についての計測結果 (4.4 参照) の統計的な特性と理論 PDF の対応から決定する。PDF のパラメータは、PDF の分布形が既知である場合には、最尤法によって求めることができることは良く知られているが、本研究の対象とするデータの実測 PDF については、その PDF 形を予測するような情報は与えられていない。しかし、PDF 形を一般化された Rayleigh 分布と仮定して最尤法によってパラメータ推定を試み、もし、その結果が実測 PDF と良い一致を見れば、その分布形の仮定と同定したパラメータの適切性を示すことができ、さらには、その値を、確率複素振動式の振幅  $R$  の理論 PDF のパラメータの値として採用することができる。以下に、最尤法による、実測データからのパラメータ推定式の導出を示す：

実測振幅データ  $R_j$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) が与えられた場合、式 (5.6) に示した様な理論 Rayleigh 分布  $f_{th}(R; \beta, \gamma)$  の尤度関数は、

$$L(\beta, \gamma) = \prod_{j=1}^N \frac{2\beta^{\frac{\gamma+1}{2}}}{\Gamma(\frac{\gamma+1}{2})} R_j^{\gamma-1} e^{-\beta R_j^2} \quad (5.21)$$

であり、その対数尤度は、

$$\ell(\beta, \gamma) = N \ln 2 + \frac{N(\gamma+1)}{2} \ln \beta - N \ln \Gamma(\frac{\gamma+1}{2}) + (\gamma-1) \sum_{j=1}^N \ln R_j - \beta \sum_{j=1}^N R_j^2 \quad (5.22)$$

で表される。従って、PDF パラメータ  $\beta, \gamma$  の最尤推定値  $\hat{\beta}, \hat{\gamma}$  は、以下の式の解で与えられる：

$$\frac{\partial \ell(\beta, \gamma)}{\partial \beta} = 0 \quad \text{及び} \quad \frac{\partial \ell(\beta, \gamma)}{\partial \gamma} = 0 \quad (5.23)$$

この結果、以下の関係式を得る；

$$\langle R^2 \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N R_j^2 = \frac{\hat{\gamma} + 1}{2\hat{\beta}} \quad (5.24)$$

$$\langle \ln R \rangle \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \ln R_j = \psi\left(\frac{\hat{\gamma} + 1}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln \hat{\beta} \quad (5.25)$$

ここで、 $\psi(z) = d \ln \Gamma(z) / dz$  は特殊関数（ダイ-ガンマ関数）であり、これらの式を用いてパラメータを推定するにはニュートン法などを用いた数値計算が必要になる。しかし、Konno ら [30] は情報幾何理論からも最尤法と同じ形の実測値と PDF パラメータの関係が導かれることを示す過程で、高次の統計量  $\langle R^2 \ln R \rangle$  を利用すると、実測振幅  $R$  と PDF パラメータ  $\gamma, \beta$  の関係は、以下のようにさらに簡単になることを示している；

$$\langle R^2 \ln R \rangle - \langle R^2 \rangle \langle \ln R \rangle = \frac{1}{2\beta}, \quad \frac{\langle R^2 \ln R \rangle}{\langle R^2 \rangle} - \langle \ln R \rangle = \frac{1}{\gamma + 1} \quad (5.26)$$

したがって、理論 PDF(5.6) のパラメータ  $\gamma, \beta$  は、上記 2 式を用いて、簡単な代数計算を用いて実測データから求めることができる。

### 5.3.2 確率複素振動方程式パラメータの同定

理論 PDF のパラメータの同定を行った後、得られた理論 PDF のパラメータの値等を利用して、確率複素振動方程式 (5.20) のパラメータの同定を行う。まず、同式の  $\omega_0$  は、逐次位相解析で求めた APRM の平均周波数とし、周波数偏差  $m_i$  は、各 LPRM の平均周波数と APRM の平均周波数の差  $\Delta f_i$  を用いて、 $m_i = 2\pi \Delta f_i$  で決定する。次いで、パラメータ  $a, b$  および  $D$  については、これらのパラメータと PDF パラメータ  $\gamma, \beta$  の関係を示す、式 (5.26) で推定した  $\beta, \gamma$  の値を拘束条件として式 (5.7) を用いてパラメータを推定することになる。しかし、推定すべきパラメータは  $a, b, D$  の 3 個であり、式 (5.7) の 2 個の情報だけでは  $a, b, D$  の絶対値を推定できない。そこで、式 (5.7) の関係に、確率複素振動方程式 (5.20) の直接数値シミュレーションを併用して  $a, b, D$  の絶対値を同定する手法を考案した。具体的には、複素振動モデルの揺らぎ特性の重要な統計量である自己相関関数および振

幅  $R$  の分散が、雑音強度  $D$  の変化に対して、互いに相反する動きをすることに注目し、以下の指標  $ERR$  を定めた：

$$ERR = \frac{\sum_{n=1}^N (C_{sim}(nT_p) - C_{mes}(nT_p))^2}{\sum_{n=1}^N C_{mes}(nT_p)^2} + \frac{(\sigma_{Rsim} - \sigma_{Rmes})^2}{\sigma_{Rmes}^2} \quad (5.27)$$

ここで、 $C_{sim}(nT_p), C_{mes}(nT_p)$  は各々数値シミュレーションと実測データの相関関数の  $n$  番目のピーク値である。また、 $\sigma_{Rsim}, \sigma_{Rmes}$  は、各々数値シミュレーションと実測データの振幅  $R$  の標準偏差である。 $D, a, b$  の値による  $ERR$  変化を探索し、これが最小値となる数値シミュレーション結果を与える  $a, b, D$  を最適な値として同定する。



## 5.4 確率複素振動モデルのパラメータ同定結果およびその妥当性

前節 5.3 の手法を用いて、各 LPRM のデータの理論 PDF パラメータ  $\gamma, \beta$  および確率複素振動モデル (式 (5.20)) の係数を同定した。理論 PDF パラメータ  $\gamma, \beta$  の同定値を、表 5.1 に示す。同定した  $\gamma$  の値は約 1.9 ~ 4.2 の間、 $\beta$  の値は約 0.07 ~ 1.6 の間に分布する。これらの値は、ランダムな分布ではなく、明確な空間依存性や相互の相関を有する。これについては、後節 5.5 で、別途考察する。

表 5.1: Estimated values of  $\gamma$  and  $\beta$  for the Rayleigh distribution.

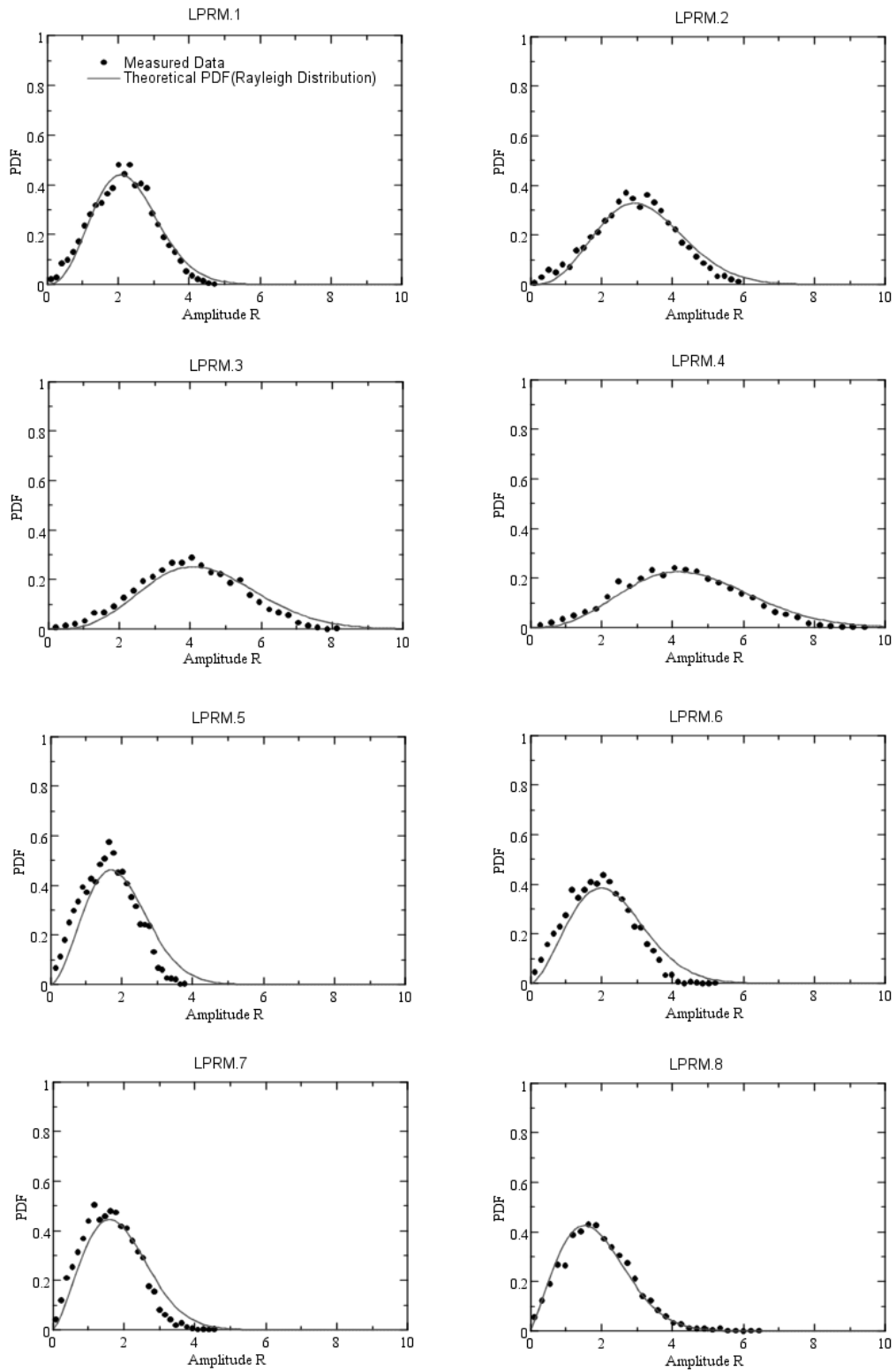
LPRM No.	$\gamma$	$\beta$
1	3.47	2.87E-01
2	3.74	1.60E-01
3	4.17	9.45E-02
4	3.60	7.43E-02
5	2.78	3.06E-01
6	2.67	2.11E-01
7	2.44	2.82E-01
8	2.18	2.52E-01
9	2.48	7.72E-01
10	2.18	5.40E-01
11	2.37	6.01E-01
12	1.92	2.12E-01
13	2.63	7.29E-01
14	2.60	4.39E-01
15	2.65	3.12E-01
16	2.61	1.63E+00
17	3.00	3.34E-01
18	3.01	1.96E-01
20	2.26	1.63E-01
21	2.51	4.81E-01
22	2.07	2.23E-01

同定値を用いた理論 PDF (Rayleigh 分布) と実測 PDF の比較を図 5.1 に示す。これらの図から、LPRM5 や LPRM12, 22 などの一致が相対的には良くないが、全

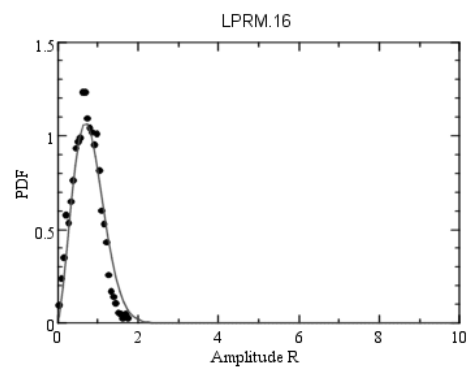
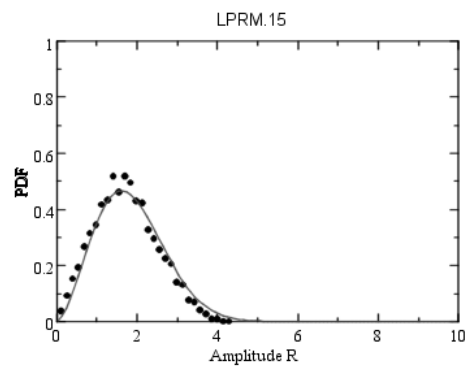
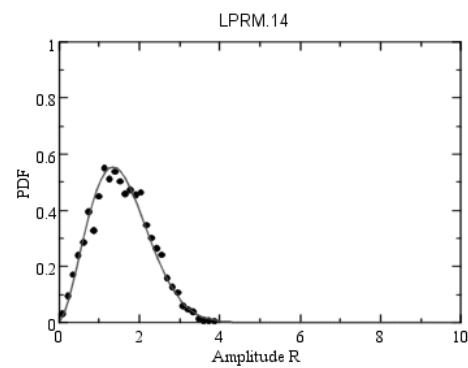
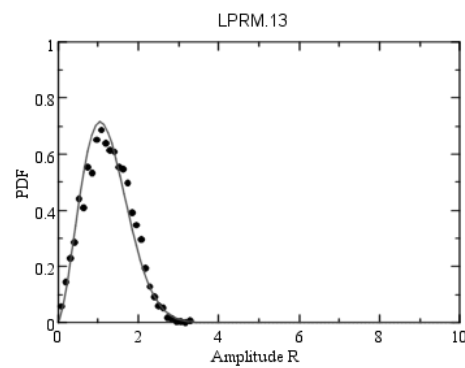
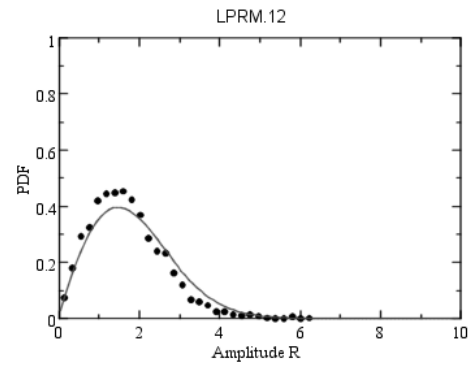
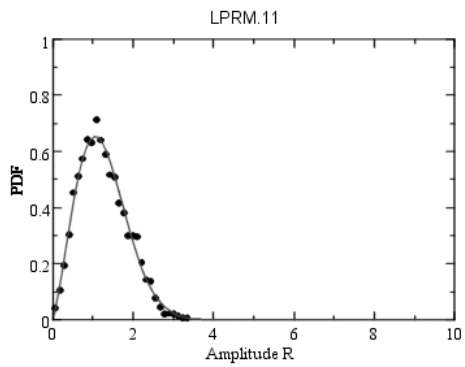
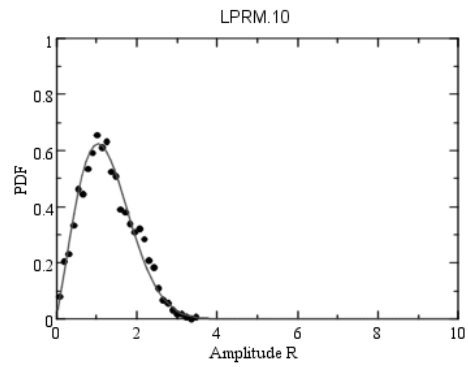
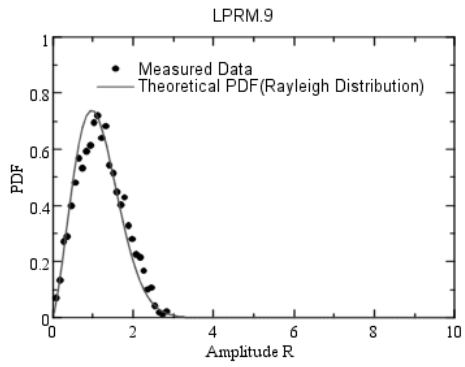
般的には、各 LPRM の実測 PDF と同定したパラメータ値を用いた理論 PDF は極めてよく一致することがわかる。なお、LPRM5 の実測 PDF は、形状としては、理論 PDF に相似であり、両者の不一致は何らかの原因で理論 PDF パラメータの推定精度が悪くなったためと考えることができるのに対し、LPRM12,22 については、形状そのものが理論 PDF (Rayleigh 分布) とやや異なる様に見える。図 5.2 に位相周波数の実測 PDF と理論 PDF の比較を示す。実測 PDF には非一様な傾向が認められ、厳密には、一様分布となる理論 PDF とは一致しない。このことは、厳密には、複素標準確率振動式を基本確率複素振動式に簡略化する過程で削除した項の影響が無視できないことを示しているが、理論 PDF が実測 PDF と大きく乖離する程の影響はない。

同定した PDF パラメータの値をもとに、確率複素振動モデル (式 (5.20)) の係数の同定を行った。同定は、5.3.2 節に述べた、数値シミュレーションを併用した方法で行った。図 5.3 は、1 つの LPRM データについて、係数を同定する過程における同定指標  $ERR$  (式 (5.27)) の値の推移を示したものである。この例では、 $ERR$  が最小値となる雑音強度  $D$  を 0.27 と同定し、その値をもとに式 (5.7) を用いて係数の値を  $a = 9.71 \times 10^{-1}$ ,  $b = 4.01 \times 10^{-2}$  と決定した。各 LPRM データのパラメータ同定結果を、表 5.2 に示す。同定された値は、係数  $a$  については、LPRM22 を除き、ほぼ 0.8 ~ 1.0 の範囲にあり、ばらつきは小さいが、係数  $b$  については、0.04 ~ 1.2 の間の比較的広い範囲にばらついていることがわかる。また、雑音強度  $D$  は LPRM12 と LPRM22 を除き、0.26 ~ 0.39 の間に分布する。同表には、実測および同定データを用いた数値シミュレーションによる減幅比 ( $DR$ ) と振幅の最頻値 ( $R_{mp}$ ) も示しているが、実測値とシミュレーション結果は、LPRM22 と 12 を除いてはよい一致を示している。

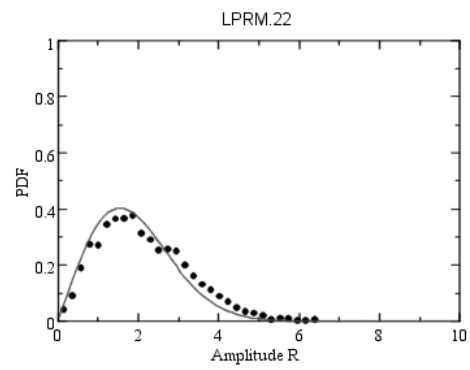
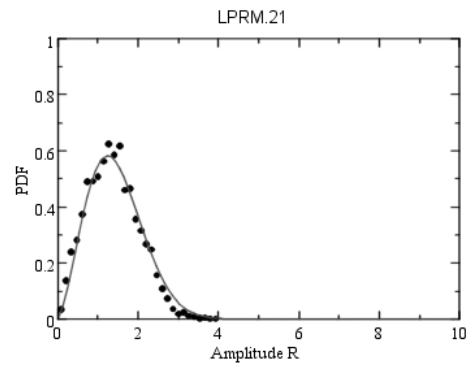
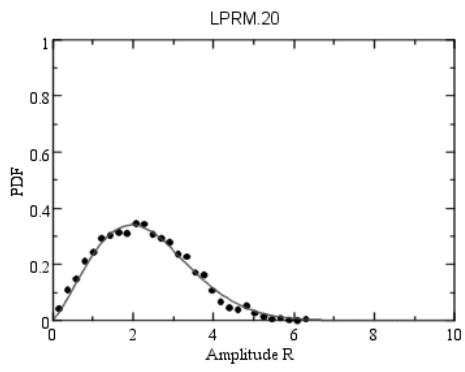
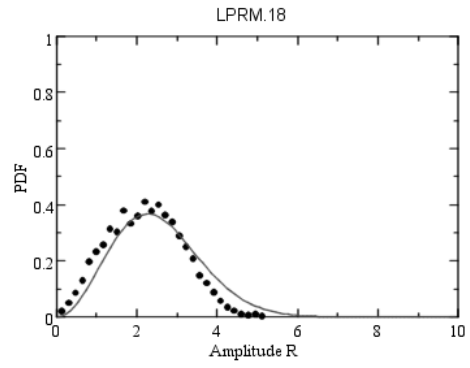
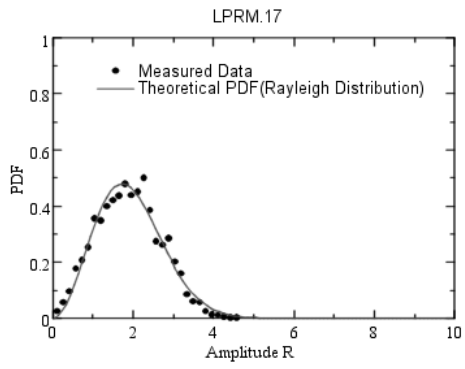
図 5.4 に周波数偏移  $m_i$  とシミュレーションによる振幅 ( $R_{mp,sim}$ ) の関係を示す。この結果は、実測による周波数偏移  $\Delta f$  と振幅 ( $R_{mp}$ ) の関係 (図 4.20) をよく再現している。これらのことから、指標  $ERR$  を用いた係数同定手法が妥当であると考えられる。同定した係数値の空間依存性や相互の相関は、後節 5.5 で、別途考察



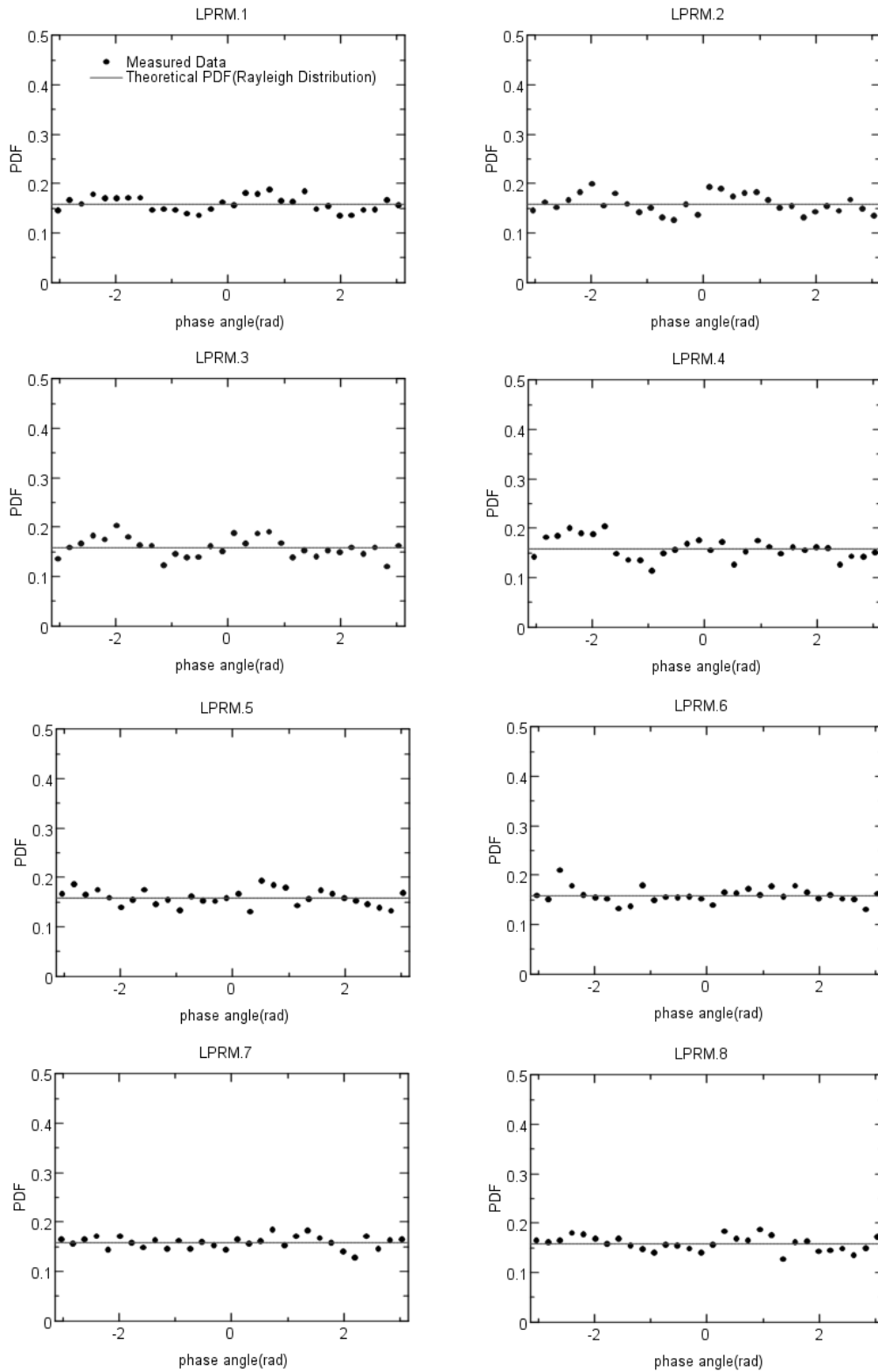
☒ 5.1: Comparison of the measured PDF of  $R$  and the theoretical PDF(Rayleigh distribution), the parameters for the theoretical PDFs are identified by the method deccribed in the section 5.3.1.



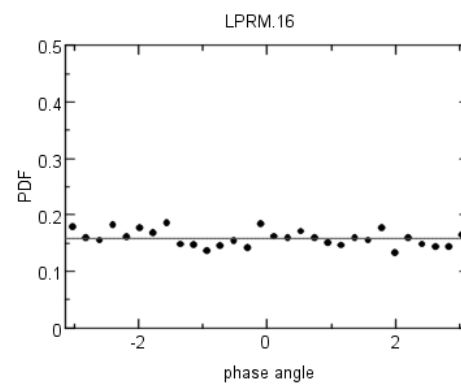
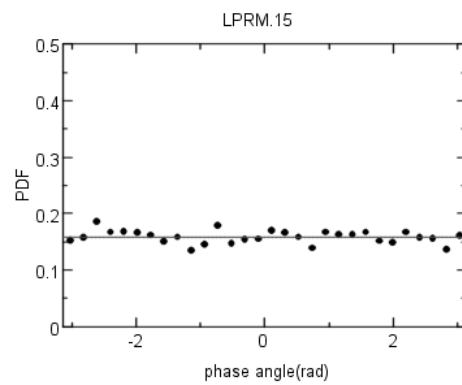
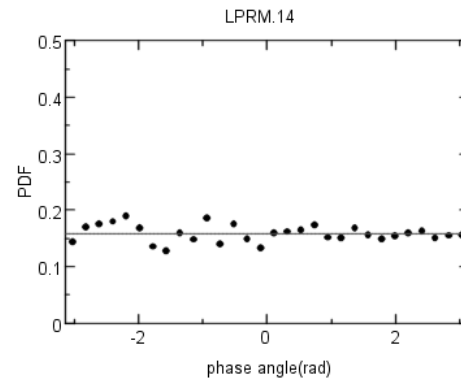
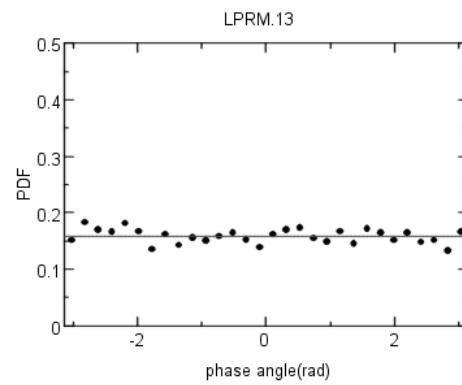
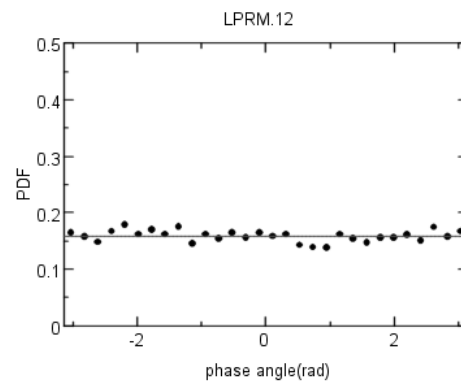
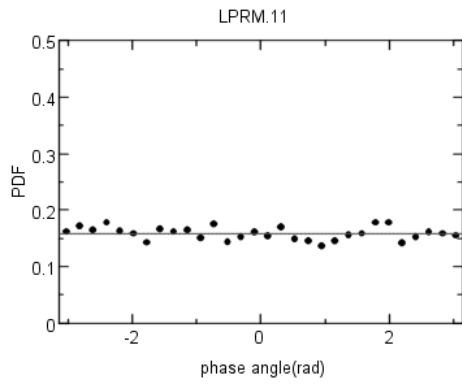
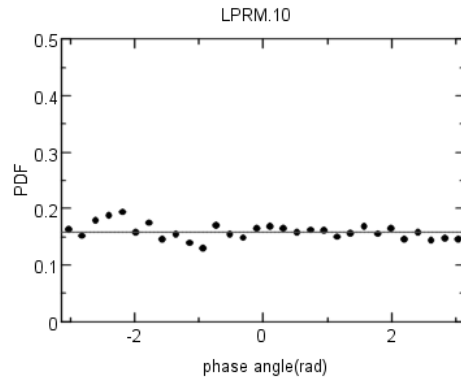
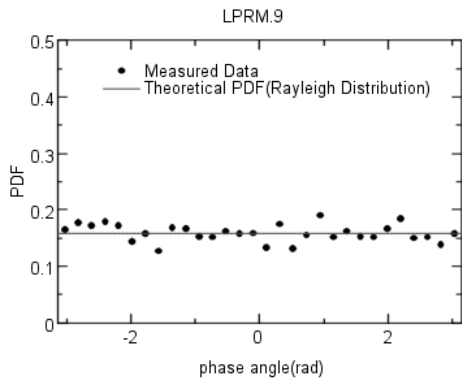
☒ 5.1: (continued)



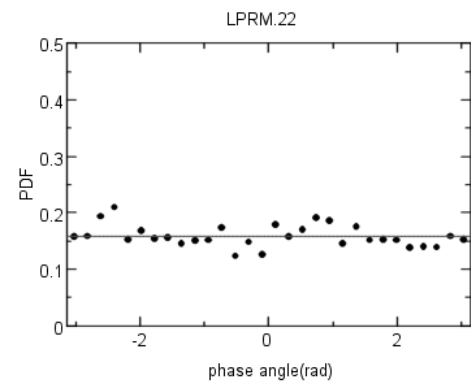
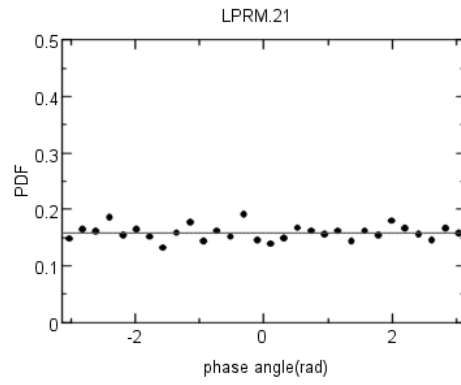
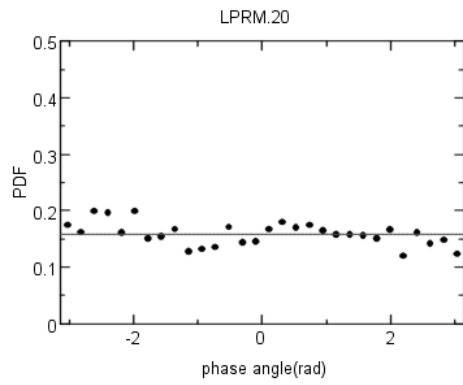
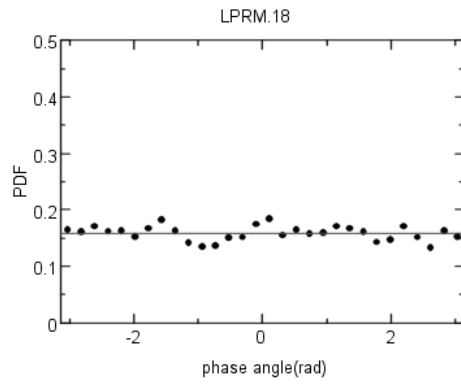
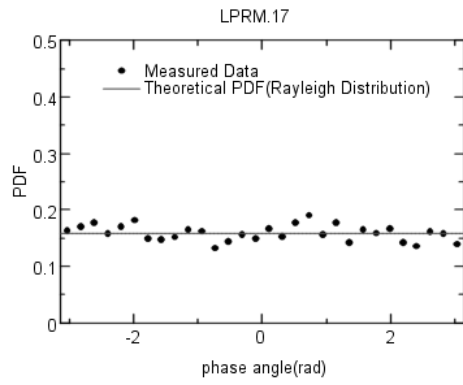
☒ 5.1: (continued)



☒ 5.2: Comparison of the measured PDF of  $\Phi$ .



☒ 5.2: (continued)



☒ 5.2: (continued)



表 5.2: The identified values of the parameters  $a$ ,  $b$ ,  $D$  and  $m_i$  in Eq.(5.20), and simulation results of the decay ratio( $DR$ ) and the most probable value of amplitude  $R$  ( $R_{mp}$ ) with the identified values. The  $DR$  and  $R_{mp}$  from measured LPRM data are also listed for the convenience of comparison with simulated ones.

LPRM No.	Identified Values				Simulation		Measurement	
	$a$	$b$	$D$	$m_i$	$DR_{sim}$	$R_{mp,sim}$	$DR$	$R_{mp}$
1	1.01E+00	1.66E-01	0.29	-9.90E-02	0.79	2.20	0.81	2.01
2	1.05E+00	8.95E-02	0.28	-7.48E-02	0.80	3.03	0.84	2.69
3	1.08E+00	4.92E-02	0.26	-1.23E-01	0.82	4.30	0.86	4.04
4	9.71E-01	4.01E-02	0.27	-1.23E-01	0.81	4.41	0.86	4.06
5	8.89E-01	1.96E-01	0.32	2.57E-02	0.76	1.77	0.72	1.65
6	8.53E-01	1.35E-01	0.32	5.19E-02	0.76	2.11	0.72	2.06
7	8.07E-01	1.86E-01	0.33	2.57E-02	0.74	1.66	0.71	1.63
8	8.72E-01	2.01E-01	0.40	-2.53E-02	0.67	1.54	0.65	1.64
9	9.16E-01	5.71E-01	0.37	5.19E-02	0.70	0.99	0.66	1.13
10	8.71E-01	4.32E-01	0.40	7.85E-02	0.67	1.05	0.64	1.02
11	9.23E-01	4.69E-01	0.39	1.33E-01	0.68	1.10	0.64	1.09
12	9.23E-01	2.03E-01	0.48	2.48E-01	0.58	1.44	0.64	1.60
13	9.48E-01	5.25E-01	0.36	5.19E-02	0.72	1.04	0.67	1.08
14	9.36E-01	3.16E-01	0.36	2.57E-02	0.71	1.34	0.66	1.39
15	9.54E-01	2.24E-01	0.36	5.19E-02	0.72	1.60	0.66	1.70
16	9.38E-01	1.17E+00	0.36	5.19E-02	0.72	0.70	0.65	0.69
17	9.29E-01	2.07E-01	0.31	-9.90E-02	0.76	1.84	0.78	1.81
18	9.33E-01	1.21E-01	0.31	-2.53E-02	0.77	2.41	0.78	2.20
20	8.80E-01	1.27E-01	0.39	-2.53E-02	0.68	1.94	0.64	2.07
21	9.78E-01	3.75E-01	0.39	1.33E-01	0.68	1.25	0.63	1.28
22	1.26E+00	2.72E-01	0.61	4.03E-01	0.50	0.51	0.52	1.87

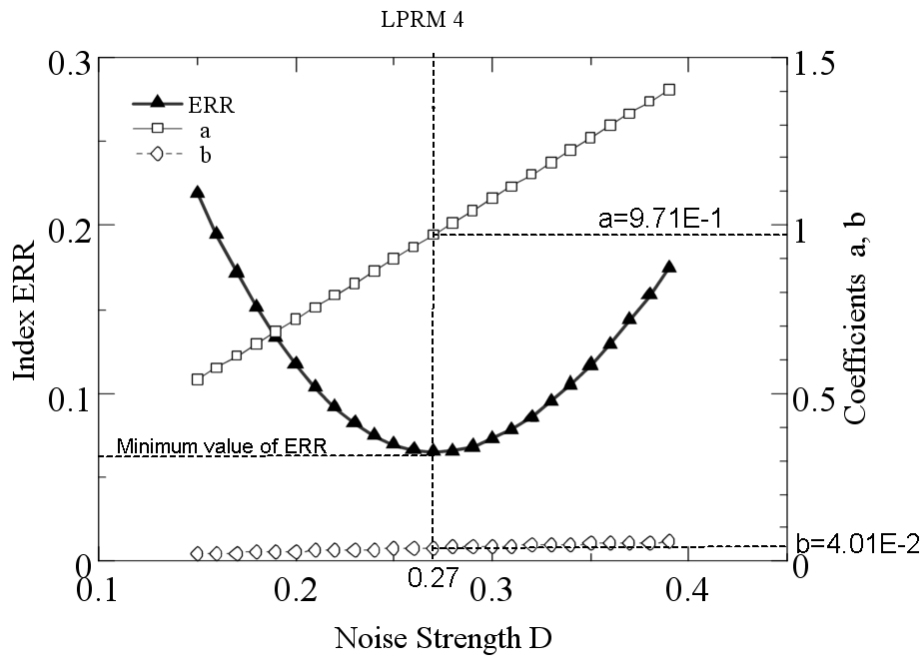


Figure 5.3: An example of the trend of  $ERR$  with the value of the noise strength  $D$ . The trends of the coefficients  $a$  and  $b$ , which are estimated by eq.(5.7) with the  $D$ , are also plotted. The optimized values of the  $a$  and  $b$  are determined as  $a = 9.71 \times 10^{-1}$  and  $b = 4.01 \times 10^{-2}$  with the optimum value of the  $D(= 0.27)$  in this example.

する。

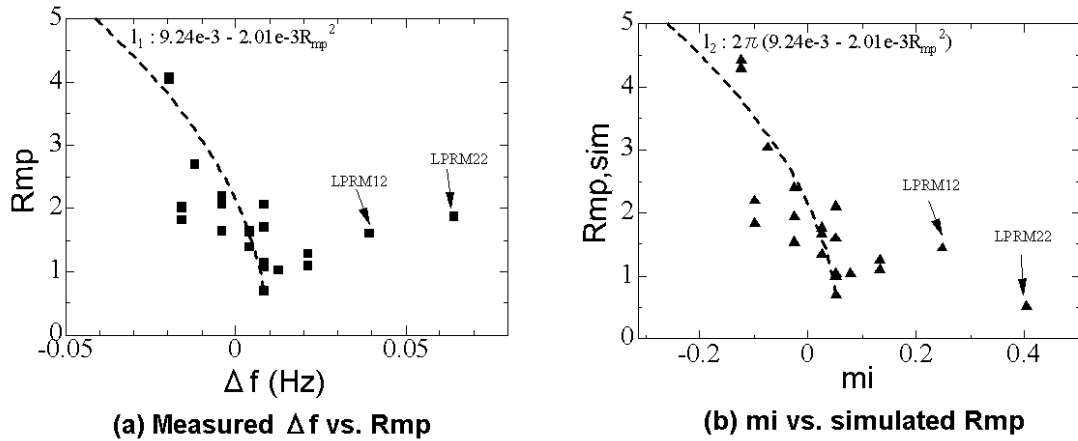


図 5.4: Correlation between the frequency shift and the most probable amplitude; (a) Measured data; (b) Simulation results.

以上のことから、

- (a) 採用した確率複素振動モデルは、揺らぎ特性を記述するシステムの動的モデルとして妥当なものであり、
- (b) 開発した手法によるパラメータ同定は、物理的にも妥当であると結論できる。

なお、LPRM12 および LPRM22 については、実測、シミュレーションとも他の LPRM データの非線形引き込みの関係とは異なる特異な傾向を示している。この事実と、これらのデータについての理論 PDF と実測の乖離傾向、数値シミュレーションと実測の不一致傾向を考慮すれば、これらのデータについては、他の LPRM とは、やや異なる物理現象が発現している可能性がある。

## 5.5 モデルパラメータの空間依存性・相互関係

前節で同定した空間の各ノード（LPRM計測点）毎の観測データのPDF及び確率複素振動モデルのパラメータには、中性子ゆらぎの特性が縮約されて反映されているはずである。本節では、同定したパラメータの空間依存性を明らかとするとともに、各パラメータの挙動やパラメータ間の依存性の考察を行い、システム特性を検討し、非線形性や揺らぎがシステムダイナミクスに及ぼす影響を明らかにする。

### 5.5.1 PDFパラメータの空間依存性とシステム動特性との関係

同定したPDFパラメータ $\gamma$ 及び $\beta$ は、明確な空間依存性を示すと同時に、システム動特性の指標と強く相関している。図5.5に、 $\gamma$ 、 $\gamma/\beta$ の原子炉内の空間分布を、システム動特性指標（減幅比（ $DR$ ）、振幅の最頻値（ $R_{mp}$ ））と同時を示す。 $\gamma$ 及び $\gamma/\beta$ は、原子炉の片側（図5.5においては、右側）に偏って大きい値をとることが明らかである。これと同時に、 $\gamma$ と $DR$ の空間分布は互いに相似的であり、 $\gamma/\beta$ と $R_{mp}$ 空間分布も互いに相似であることがわかる。図5.6、図5.7に、 $\gamma$ と $DR$ の相関及び $\gamma/\beta$ と $R_{mp}$ の相関を図示する。いずれも強い相関があることが明らかである。

これらの相関のうち、 $\gamma/\beta$ と $R_{mp}$ の間の相関と、振動系のシステムダイナミクスとの関連は明確である。式(5.7)より、 $\gamma/\beta = 2a/b$ であることから、 $\gamma/\beta$ と $R_{mp}$ の間の相関には、振幅 $R$ の大きさが、確率複素振動モデルの振幅増加項の係数 $a$ と非線形振幅減衰項の係数 $b$ の相対比に支配されることが反映されていることは明らかである。

一方、 $\gamma$ と $DR$ 相関とシステムダイナミクスとの関連は、 $\gamma/\beta$ - $R_{mp}$ 相関のように単純な関係で示すことは困難である。なぜなら、3.3に述べたように、非線形振動系においては、 $DR$ と振動系のダイナミクスとの関連自体が明らかではないからである。本研究では、一般化されたRayleigh分布パラメータ $\gamma$ の持つ物理的な意味から、 $\gamma$ - $DR$ 相関の意味の考察を試みる。

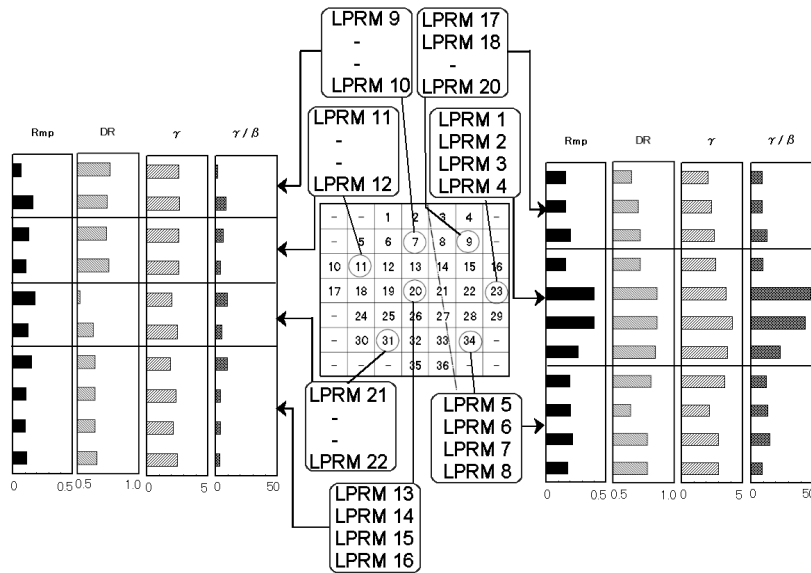
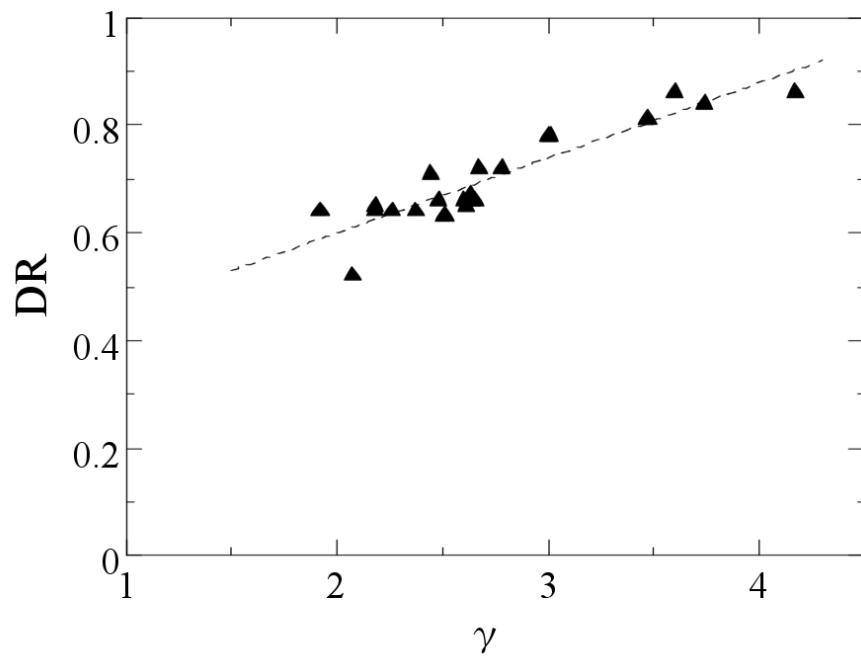


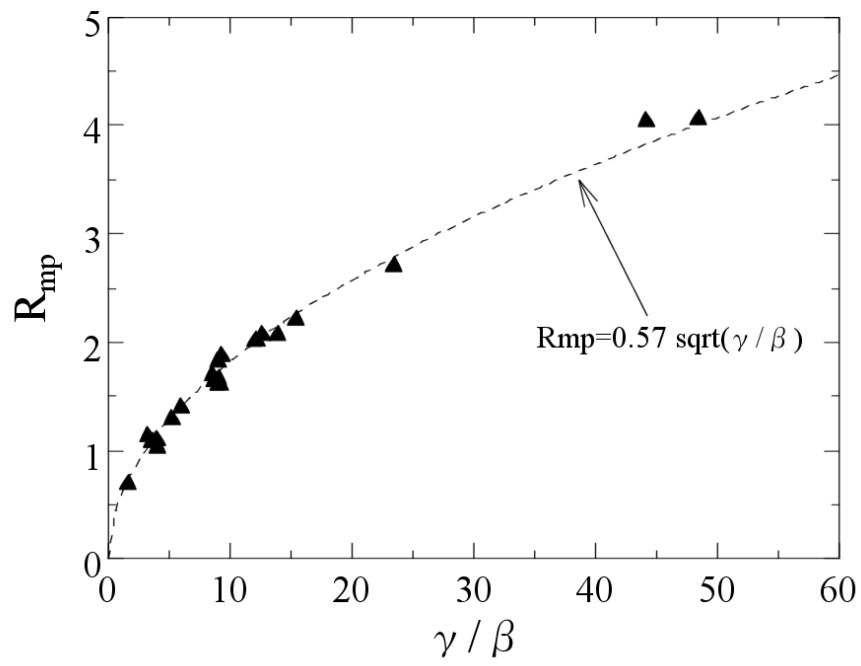
図 5.5: Spatial distribution of the PDF parameters,  $DR$  and  $R_{mp}$  in the Forsmark core.

振幅が Rayleigh 分布となる揺らぎ現象は、無線通信の分野で古くから知られており、現在でも携帯電話における反射波の干渉の影響を排除する技術に応用されている。Rice[31] は、その技術の端緒となった、無線通信に含まれる雑音の研究を行う過程で、Rayleigh 分布発現の機構を明らかにしている。それによれば、揺らぎ信号  $x(t)$  および  $y(t)$  が各々、同じ分散の大きさを持つ正規分布に従う確率振動であり、かつ両分布が互いに独立である場合には、信号  $A(t) = R(t) \exp[i\Phi(t)] (= x(t) + iy(t))$  の振幅  $R(t)$  の PDF は、 $\gamma = 2$  の値をもつ Rayleigh 分布になる。(付録 B) すなわち、 $\gamma = 2$  の値をもつ Rayleigh 分布は、信号  $x(t)$ ,  $y(t)$  の独立性と正規分布性の結果発現する。したがって、パラメータ  $\gamma$  は、信号の正規性からのずれならびに独立性の指標となる。

本研究で  $R(t)$  を求めた、 $x(t)$ ,  $x(t + \tau)$  の関係は、理論的には、ほぼ無相関ではあるが互いに独立ではなく、 $\gamma$  の値は 2 にはならない。しかし、本研究で同定した LPRM データの  $\gamma$  は、約 2~4 に間に分布しており、 $\gamma = 2$  の近傍の値をとるもの



⊗ 5.6: Correlation between the parameter  $\gamma$  and  $DR$ .



☒ 5.7: Correlation between the  $\gamma/\beta$  and the most probable amplitude  $R_{mp}$ .

も存在する。図 5.8 に、 $\gamma = 4.17$  の値をとる LPRM4 データ及び  $\gamma = 2.51$  の値をとる LPRM21 データの  $x(t), x(t + \tau)$  の相関図を示す。LPRM1 データの相関図では、 $x(t), x(t + \tau)$  は揺らぎのある軌道運動を示しており、両者が独立ではないことは明確である。しかし、LPRM21 データの相関図では、軌道運動は揺らぎの中に埋没しており、位相運動の点の分布もほぼ正方形となっており、両者の独立性が事実上高くなっていることがわかる。

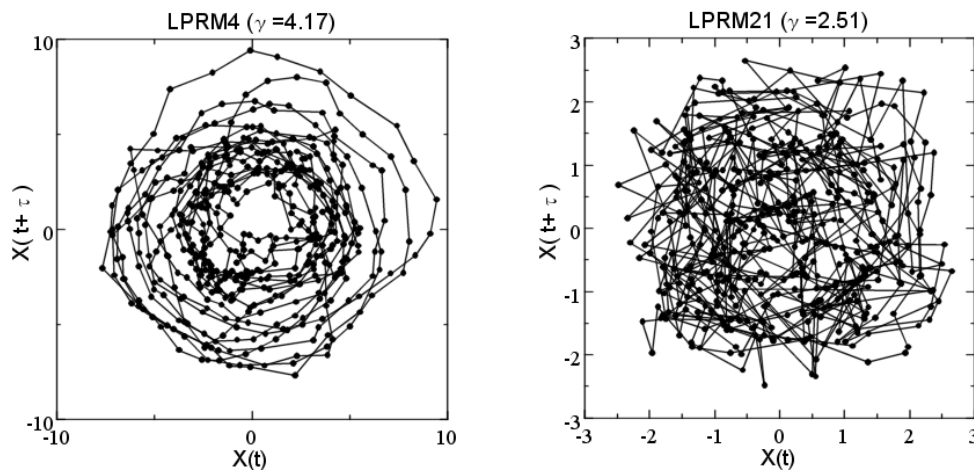
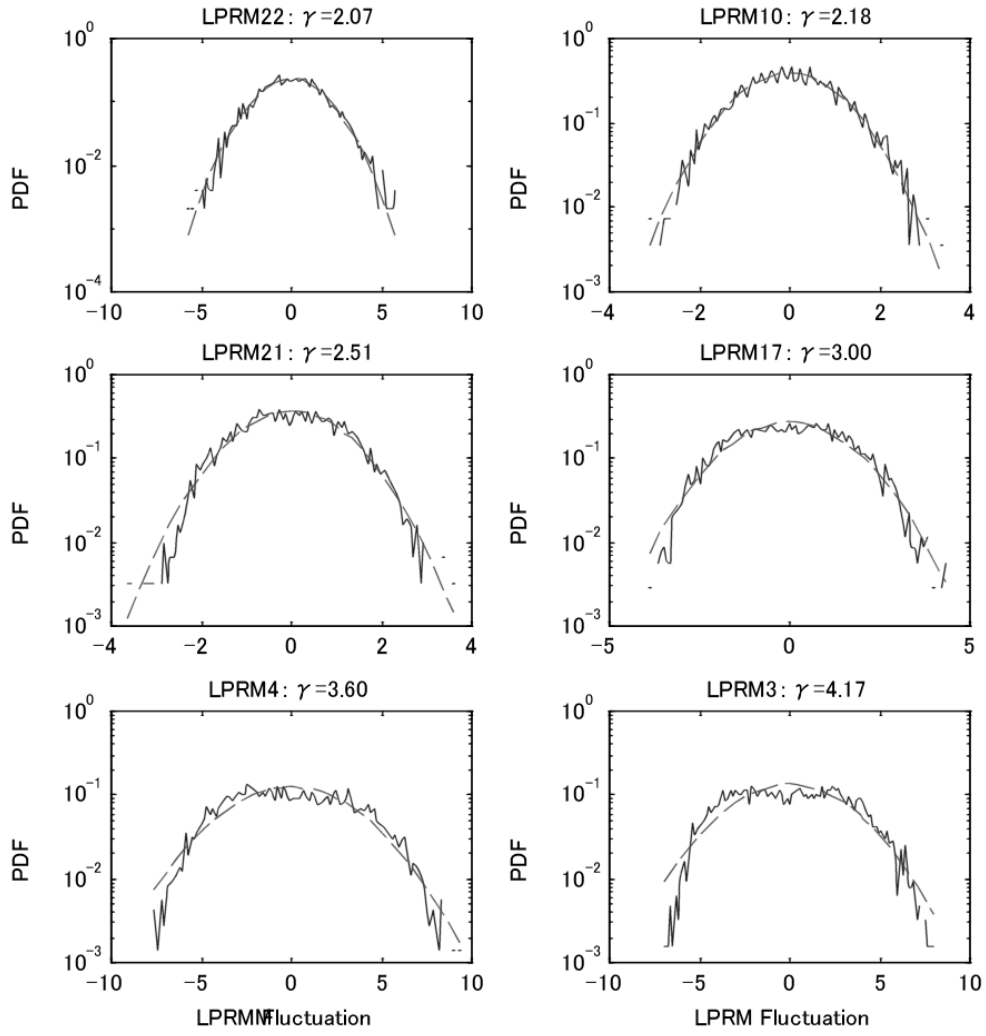


図 5.8: Two dimensional orbit by  $x(t)$  and  $x(t + \tau)$ ; (a) LPRM1; (b) LPRM21.

図 5.9 に、 $\gamma$  の値の順番に LPRM データの揺らぎの PDF を示す。これらの図から明らかのように、 $\gamma$  の値が 2 近傍のデータは、Rice の理論から予測されるように、その PDF 形は正規分布に近い形となっており、 $\gamma$  の値の増大に伴って PDF がより平坦な形状をとるようになる。図 5.8 の議論から、 $\gamma = 2$  近傍の値をとる LPRM データにおいては、不規則揺らぎの大きさが相対的に単振動的な振動に対して大きいことが明らかである。

一方、振幅  $R$  の PDF に  $\gamma > 2$  となる高次項を発現させる最適な  $x$  の PDF の構造がどのようなものになるかの理論的な解明は、今後さらに研究を要するが、定性的には、 $\gamma$  の値が大きいほど、LPRM 信号の PDF は、単振動の PDF (正負の振幅値を頂点とする凹型) に類似な形状になると考えられる。以上のことから、 $\gamma$ -DR





⊠ 5.9: PDFs of the LPRM signals. The PDF of the normal distribution is also plotted with the dashed line in each figure for comparison.

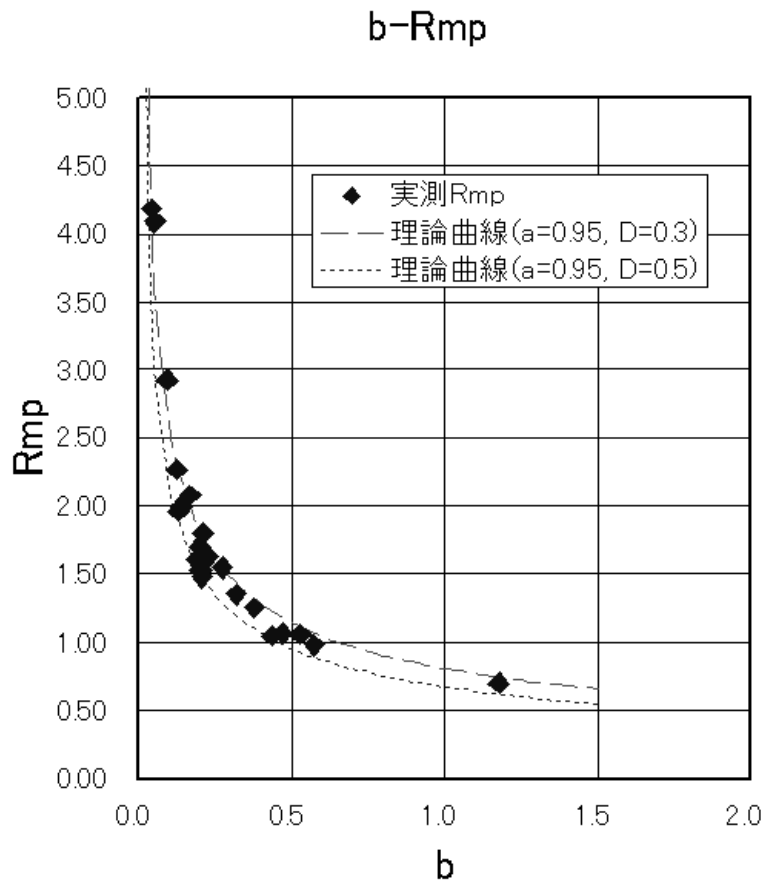
の相関は、LPRM 信号が不規則揺らぎからよりはっきりとした単振動的な振動になっていくのに相関して、システム安定性指標である  $DR$  が低下してくことを表している。

以上の検討から、 $\gamma$  の値が 2 よりも大きくなり、LPRM 信号の PDF が正規分布から乖離してより単振動的な PDF になる程、 $DR$  も減少し、システムの安定性がより低下していくことが明らかとなった。しかし、この事実は、 $\gamma$  の値が 2 付近の、PDF がほぼ正規分布の場合のシステムが安定性についての情報を示すものではない事に注意する必要がある。すなわち、LPRM 信号の PDF が正規分布であれば、システムの安定性も一意に決定され、変化がないのか、あるいは、PDF が正規分布であっても、その背後にシステムの多様な安定性の変化が潜んでいるのかについては明らかにしていない。これについては、次節でさらに検討する。

### 5.5.2 確率複素振動モデルパラメータとシステム動特性との関係

表 5.2 から読みとれるように、同定した確率複素振動モデル (式 (5.20)) の振幅増加項の係数  $a$  の多くが 0.9 ~ 1 程度であり、大きな空間依存性は認められないのに対し、非線形振幅減衰項の係数  $b$  には大きな空間依存性が認められる。したがって、前節 5.5.1 で指摘した  $\gamma/\beta(\propto a/b)$  と  $R_{mp}$  の相関は、基本的には減衰係数  $b$  と振幅  $R_{mp}$  の相関関係を示している。実際に  $b$  と  $R_{mp}$  の関係を図示すると、図 5.10 の様になり、両者の間には明確な相関が存在する。

一方、減衰係数  $b$  と  $DR$  の関係は、図 5.11 で示されるものとなる。同図に示されているように、 $b < 0.2$  の範囲では、 $b$  と  $DR$  は相関あるが、 $b > 0.2$  の範囲では係数  $b$  と  $DR$  は大きな相関はなく、 $DR$  は約 0.6-0.7 の値で一定となる。このことは、 $b > 0.2$  の範囲では、システムの減衰特性  $b$  の変化、すなわちシステムの安定性の変化は  $DR$  の変化としては検出されないことを意味する。前節 5.5 で述べたように、 $DR$  が約 0.6-0.7 の値は、PDF パラメータ  $\gamma$  の値が 2 に近接する範囲であり、LPRM 信号の PDF が正規分布に近くなる範囲と重なっている。図 5.10 に、同



⊠ 5.10: Correlation between the coefficient  $b$  and the most probable amplitude  $R_{mp}$ . The theoretical curves by eq.(5.28) are also plotted with the dotted and dashed lines.

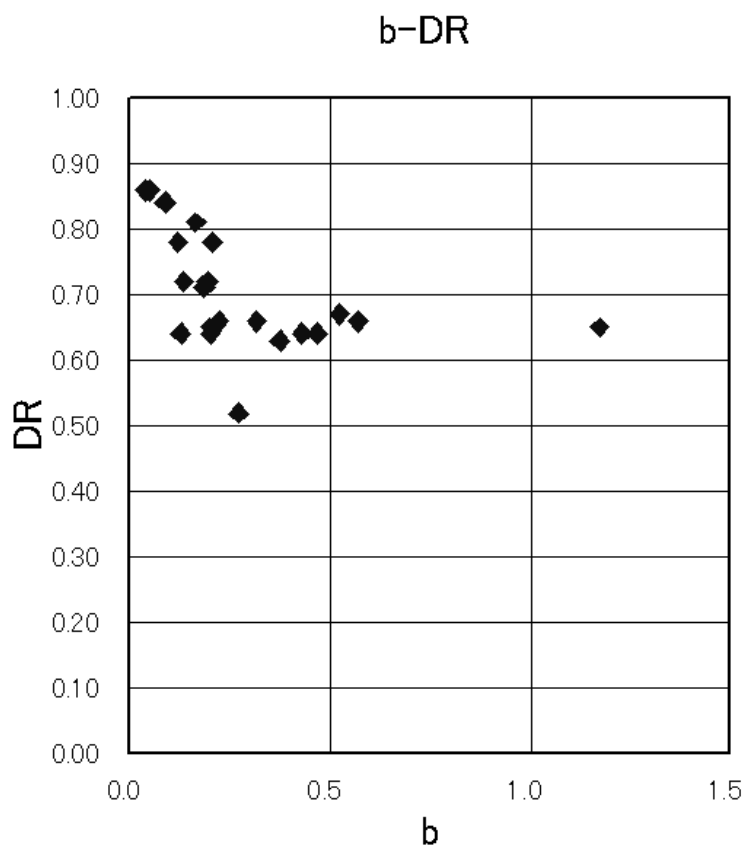
定した係数及び雑音強度  $D$  の範囲をほぼ包含する  $b-R_{mp}$  の理論曲線（付録 C）：

$$R_{mp} = \sqrt{\frac{a - D}{b}} \quad (5.28)$$

と実測値を同時に示す。同図から、理論曲線は実測値に良く一致することに加えて、同定された雑音強度  $D$  の範囲では、 $b-R_{mp}$  の相関特性は、雑音強度には大きく影響されない。これに対し、 $b-DR$  および  $b-D$  の関係を示した図 5.12 から、 $b$  と  $DR$  の相関がなくなる  $b > 0.2$  の範囲は、雑音強度が約 0.35 を超え、相対的に大きな値をとる領域とも一致する。これらの事実から、同定した減衰係数  $b$  の値には、システムの雑音の影響が排除され、雑音の強度が相対的に大きくてもシステム安定性の変化が反映されてきているのに対し、 $DR$  はシステムの雑音の影響を受け、LPRM 信号揺らぎが正規分布に近い状況では、システムの安定性の変化を鋭敏に示さないことがわかる。

以上の検討結果は、システムの減衰係数が大きく、相対的に雑音強度が大きい領域では、 $DR$  は雑音の影響を受けてシステムの安定性変化を鋭敏に検出しにくく、一定以上安定性が低下すると初めて  $DR$  にその変化が急激に現れることを示している。この事実は、Van der Hagen ら [19] が指摘した、わずかに原子炉状態が変化しただけで  $DR$  が急激に変化する事例（3.2 参照）とも整合する点が注目される。ただし、Van der Hagen らの観測したデータに、現時点では本研究で適用した数理モデルを当てはめてはいないため、本研究と Van der Hagen らの指摘した事実が物理的に実際に整合するかどうかの断定的な結論は下せない。

減衰係数  $b$  が雑音の影響を強く受けないのは、確率複素振動モデルにおいて、雑音項の存在を明示的に考慮した上で、係数と雑音強度を同時に推定していることにより、係数とノイズの一種の分離が図られたためと考えられる。これに対して、 $DR$  の推定は、相関関数法、AR 法ともにシステム雑音を含んだ形で行っていることになり、雑音の影響を強く受け、特にランダムネスが大きい正規分布に近い揺らぎに対しては、システム特性の変化を明確に検出できないと考えられる。



☒ 5.11: Correlation between the coefficient  $b$  and the decay ratio ( $DR$ ).

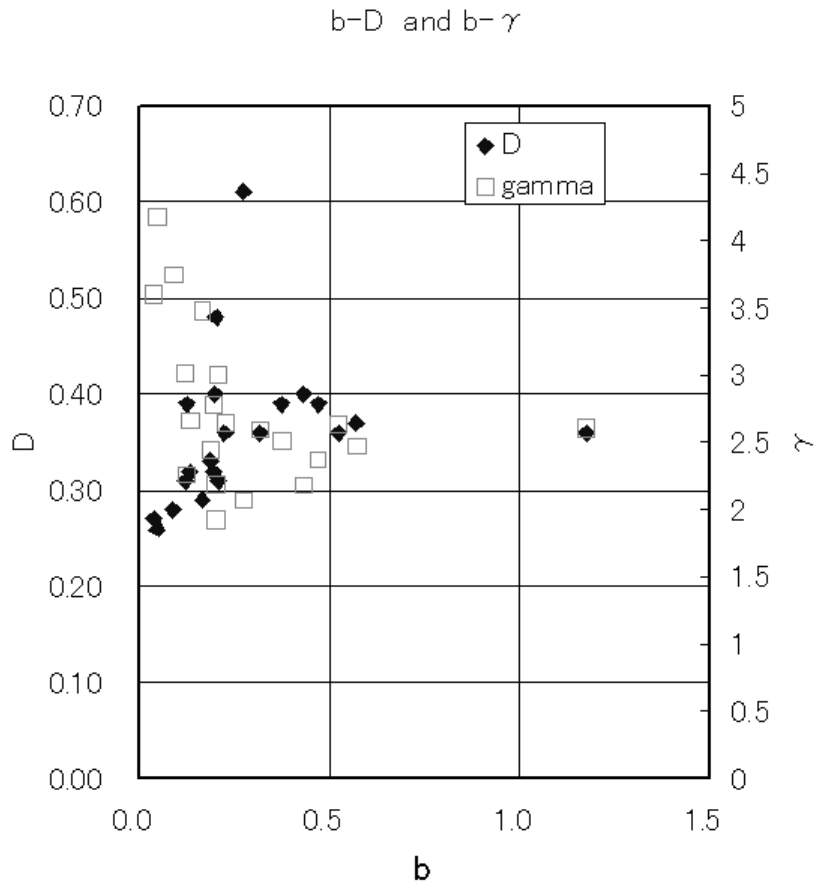


Figure 5.12: Correlation between the coefficient  $b$  and the noise strength  $D$ , and correlation between the coefficient  $b$  and the generalized Rayleigh distribution parameter  $\gamma$  is also plotted in the same figure.

## 6 空間依存確率複素振動モデルを用いた物理的メカニズムの考察

5章の空間局所ノード複素確率振動モデルにより、諸特性の空間依存性、相互作用等を明らかに出来た。しかし、このモデルは、物理的にはノード間の結合はなく、現象の空間依存性が具体的にどのように作用して、全炉心振動や領域振動の発現に至るのかを直接的に示すことはできない。そこで、空間局所ノード確率複素振動モデルに次元拡散項を導入して、ノードの空間結合の様相を検討する。

### 6.1 次元拡散結合型複素振動モデル

複雑な非線形フィードバックが存在する系では、非線形項などモデル方程式の係数は全て複素数である CGL 方程式を考える必要がある。実際、4章のデータ解析で非線形引き込みが内在することが確認されたが、これは非線形減衰項の係数が複素数になっていなければならないことを意味していた。5章では、パラメータ同定を可能とするために、複素数の非線形減衰項をさらに近似して周波数偏移項に置き換えたが、本章では、この様な近似は行わず、CGL 方程式に相乗性雑音項と空間一次結合項（拡散項）を付加した以下のような方程式を考える：

$$\frac{\partial A(x, t)}{\partial t} = (i\omega_0 + a) A - (b + ic) |A|^2 A + (D_r + iD_i) \frac{\partial^2}{\partial x^2} A + AF(t) \quad (6.1)$$

ただし、 $a, b > 0$ ,  $D_r > 0$  とする。ここで、 $a > 0$  としたのは、リミットサイクルの存在を仮定することに対応するためであり、 $b > 0$  としたのは、システムの大局的な安定性を保証（振動振幅の有限性を保証）するためである。さらに、 $D_r > 0$  としたのは、エネルギーの空間的な散逸を仮定するためである。

## 6.2 一次元拡散結合型複素振動モデルの解析解

式 (6.1) で相乗性ノイズ項がない場合、以下の空間一様振動の解析解があることは容易に確かめられる：

$$A_0(t) = \sqrt{\frac{a}{b}} \exp \left\{ i \left( \omega_0 - \frac{ac}{b} \right) t \right\} \quad (6.2)$$

式 (6.1) は、パラメータが 6 個 (  $\omega_0, a, b, c, D_r, D_i$  ) もあり、理論解析の見通しがよくない。そこで、パラメータ数がより少ない簡単な形に変換する。 $A(x, t)$  を、空間一様解を用いて下記の様に時間空間スケーリングする：

$$A(x, t) = A_0(t)B(x, t) \quad (6.3)$$

すると、 $B$  に関する 2 個の係数  $c_1, c_2$  のみを有する以下の式が得られる：

$$\frac{\partial}{\partial \tau} B = (1 + ic_2)B - (1 + ic_2)|B|^2B + (1 + ic_1)\frac{\partial^2}{\partial X^2} B \quad (6.4)$$

ここで、

$$c_1 = D_i/D_r, c_2 = c/b, \tau = at, X = \sqrt{\frac{D_r}{a}}x \quad (6.5)$$

である。 $B(X, \tau)$  をさらに、角周波数  $c_2$  で回転する座標系、

$$B(X, \tau) = \exp(ic_2\tau)\tilde{B}(X, \tau) \quad (6.6)$$

で表すと、式 (6.4) よりさらに簡素化された、 $\tilde{B}$  についての式が得られる：

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \tilde{B} = \tilde{B} - (1 + ic_2)|\tilde{B}|^2\tilde{B} + (1 + ic_1)\frac{\partial^2}{\partial X^2} \tilde{B} \quad (6.7)$$

式 (6.7) には、以下の様なソリトン ( soliton ) 解が存在する [32]：

$$\tilde{B}_s(X, \tau) = B_{0s} (\operatorname{sech}K_s X)^{1+i\alpha} \exp(i\Omega_s \tau) \quad (6.8)$$

ここで、 $B_{0s}, K_s, \Omega_s$  は実数定数であり、下記で定義される：

$$K_s^2 = 1/(\alpha^2 + 2c_1\alpha - 1), \quad (6.9)$$



$$\Omega_s = [2\alpha + c_1(1 - \alpha^2)] K_s^2, \quad (6.10)$$

$$B_{0s}^2 = (\alpha^2 + 3c_1\alpha - 1)K_s^2, \quad (6.11)$$

$$\alpha = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 2}, \quad (6.12)$$

$$\beta = \frac{3}{2} \frac{1 + c_1c_2}{c_2 - c_1} \quad (6.13)$$

この解は、振動の振幅が原点付近に局在した構造を持っていることが特徴である。

さらに、Nozaki および Bekki[32] は、以下の様なドメイン・ウォール ( domain-wall ) 解が存在することを示した :

$$\tilde{B}_h(X, \tau) = B_{0h} (\tanh K_h X) (\operatorname{sech} K_h X)^{i\alpha} \exp(i\Omega_h \tau) \quad (6.14)$$

ここで、 $B_{0h}, K_h, \Omega_h$  は実数定数であり、下記で定義される :

$$K_h^2 = 1/(2 - 3c_1\alpha), \quad (6.15)$$

$$\Omega_h = -(2c_1 + 3\alpha) K_h^2, \quad (6.16)$$

$$B_{0h}^2 = (2 - \alpha^2 + 3c_1\alpha)K_h^2, \quad (6.17)$$

上記の定義の中の  $\alpha, \beta$  の定義は式 (6.12), (6.13) と同じである。この解は、ドメインの境界が原点付近に形成され、かつ振動の位相が空間的に変化する構造を持っていることが特徴である。

式 (6.14) をもとの空間、時間変数  $x, t$  であらわすと下記になる :

$$\tilde{B}_h(x, t) = B_{0h} \left( \tanh K_h \sqrt{\frac{D_r}{a}} x \right) \left( \operatorname{sech} K_h \sqrt{\frac{D_r}{a}} x \right)^{i\alpha} \exp(i\Omega_h a t) \quad (6.18)$$

式 (6.18) の  $\exp$  項に掛かる振幅にあたる項は、絶対値は  $x = 0$  を中心とする窪んだ形状をしている ( このため、式 (6.14) は、別名ホール ( hole ) 解とも呼ばれる ) が、振幅の符号は  $x = 0$  を境に正負が反転している。したがって、ドメイン・ウォール解は、領域振動の形状に整合する解となっている。

以上の検討から、空間結合型複素確率振動モデル ( 式 (6.1) ) には、空間一様振動解及び領域振動解が存在することが確かめられた。解析解の安定性や解の共存性などは今後の研究課題である。

### 6.3 数値シミュレーションによる考察

前節 6.2 では、空間結合型複素確率振動モデル (式 (6.1)) には空間一様振動解及び領域振動解が存在することが確かめられたが、それらの安定性や併存性および雑音加わった場合の挙動などは、解析的に示すことは難しい。複数個 (6 個) あるモデル係数の空間依存性の効果などを考えると解析的な考察はさらに困難が予想される。そこで、本節では、式 (6.1) の直接数値解析によって解の特性を調べた。

式 (6.1) の離散化は、ノード数 21 ノード、ノード間距離 0.2m と設定し、ほぼ実原子炉の直径と対応するように行った。解析は、まず、全ノードの係数が一様なケースを実施した。このケースでは、 $a, b, D$  および実数拡散係数  $D_r$  を適宜変化させて、解析を実施した。(拡散係数の虚数項 ( $D_i$ ) については、本節の全ての解析ケースにおいてゼロとしている。) これらの解析結果は、係数の値や初期値如何にかかわらず、最終的には、振動は空間一様振動に収束している。代表例を図 6.1 に示す。すなわち、現在までのところ、係数が空間一様である場合には、振動の空間的な特異性が発現する事例を見出せない。

次に、空間結合が比較的弱いときに、一部のノードに特異性 (空間局所性、空間不均一性) を与える解析を実施した。この場合、位相の位置依存性が発現し、特異性の増加に従い位相差が増加することが見出された。その代表例を図 6.2 に示す。この例では、空間ノード 6 に他ノードとは異なる  $c$  の値を与えた場合の振動の時空間分布が図示されている。同図に示される様に、ノード 6 を接点に位相の位置依存性が発現していることがわかる。

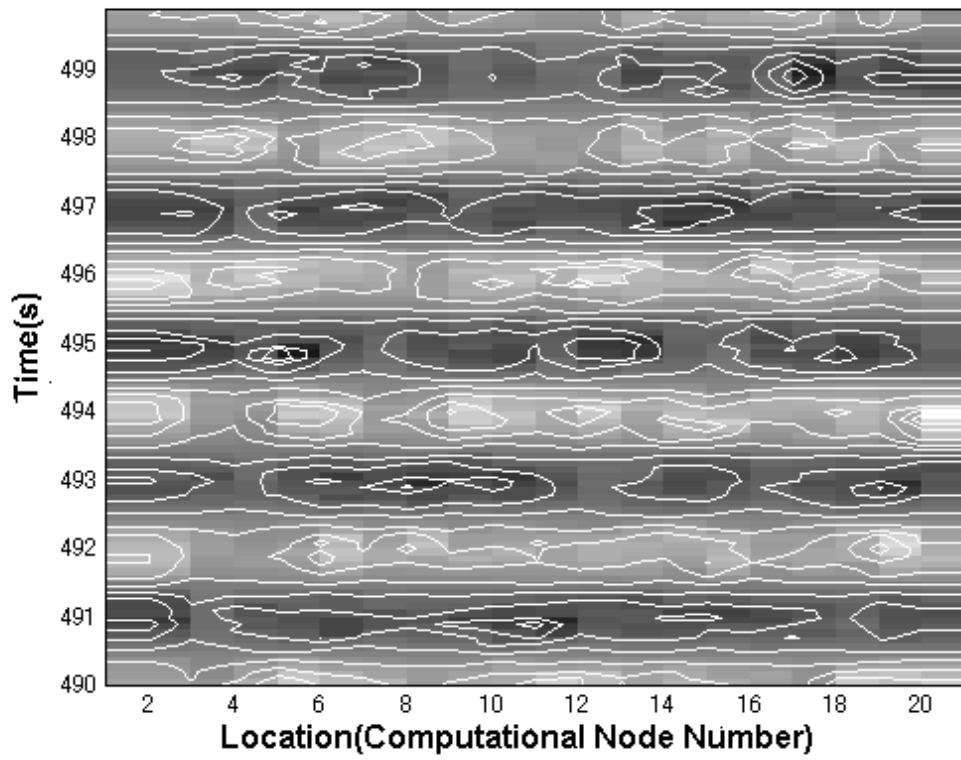
解析の結果得られた、位置依存性のある時空間振動を、全ノードの平均成分とその残りの成分に分離した。図 6.2 の解析を対象に行った例を図 6.3 に示す。図 6.3 に示される様に、残りの成分は、雑音により誘起された乱れはあるものの、中心を境に位相が  $180^\circ$  異なる領域振動であることがわかる。このことから、空間結合型複素確率振動モデルの係数に空間的な特異性を与えると、空間一様振動と領域振動の混在と見なせる時空間振動が発現することが明らかとなった。

以上の直接数値解析の結果は、局所的なチャンネル安定性の悪化が領域振動発

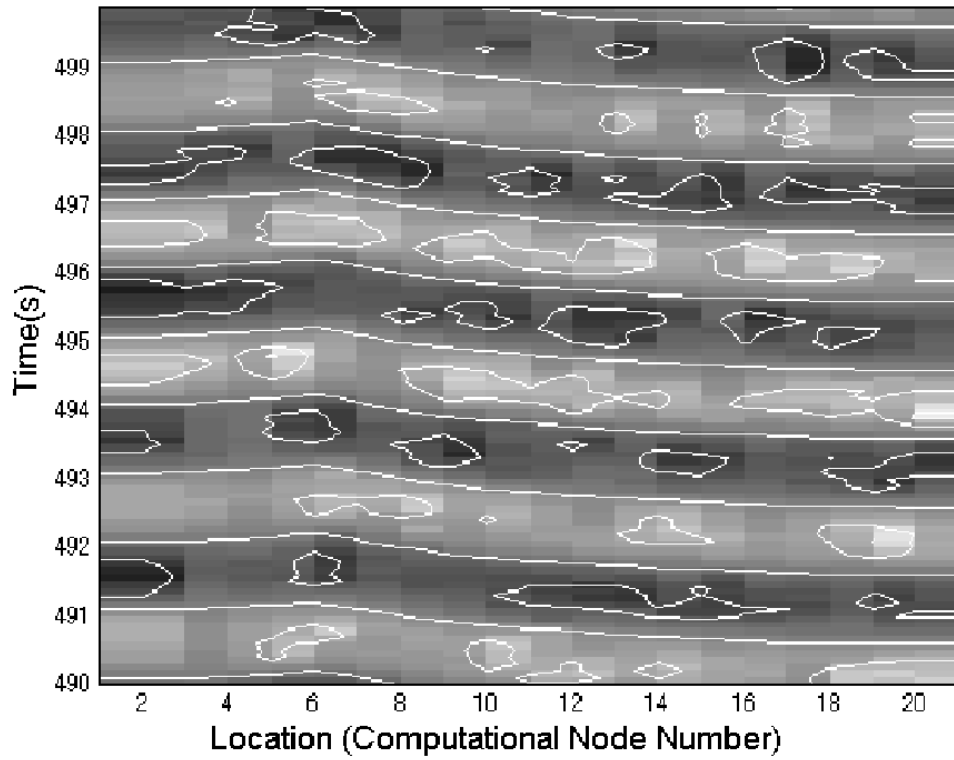
現に大きな寄与をするという既往の知識と整合する。さらに、空間位置による位相差は、FORSMARK の Case4 の実測データにも類似のパターンが認められる。(図 6.3) 以上のことから、空間結合型複素確率振動モデルは、全炉心振動および空間振動が混在する不安定性振動を適切に情報圧縮して表現するモデルと考えられる。

空間結合型複素確率振動モデルの数値解析結果は、実炉心において、中心から偏った一部分に局所的なチャンネル安定性の悪化があるだけで、何故、軸対称な領域振動モードが発生するのをうまく説明できる。既往の現象論的説明では、中心から偏った一部分に局所的なチャンネル安定性の悪化が生じた場合には、空間的な出力分布の偏りに適合する空間モードが出現するという、局所空間モードの存在が最初から前提とされる説明がなされてきた。しかし、この説明では、位置や影響度合いについて多様性のある空間局所性の多くが、なぜ特定の振動モード(一次軸対称モード)の発現を促すのかについて十分に説明していない。これに対して、本研究の結果では、局所的な空間振動の特異性による振動の位相の位置依存性の発現が現象の本質であり、これを振動モードの重ね合わせと捉えて分離すれば、いわゆる一様振動モードと一次軸対称領域振動モードとなるという説明が可能となる。

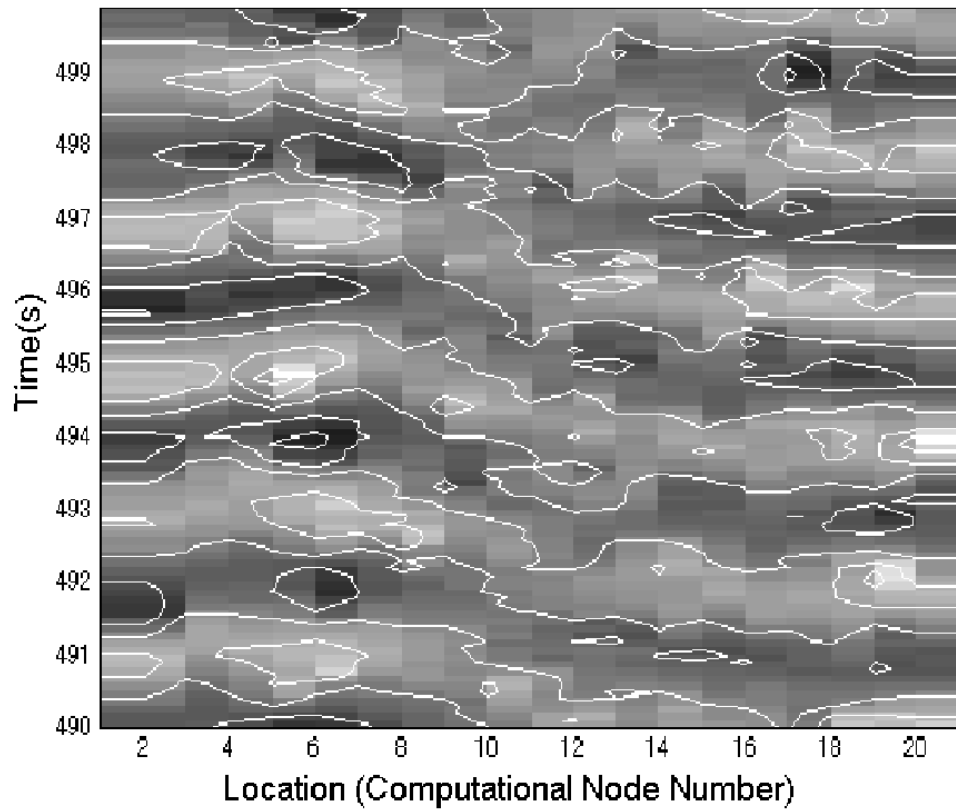
実際の空間局所性の発現機構が、もともとのノード係数の特異性だけに依存するのか、あるいは、本来より一様なノード係数が、なんらかの自己組織化的作用により、空間特異性を示す様になっているのかを解明するためには、今後さらに研究を要する。



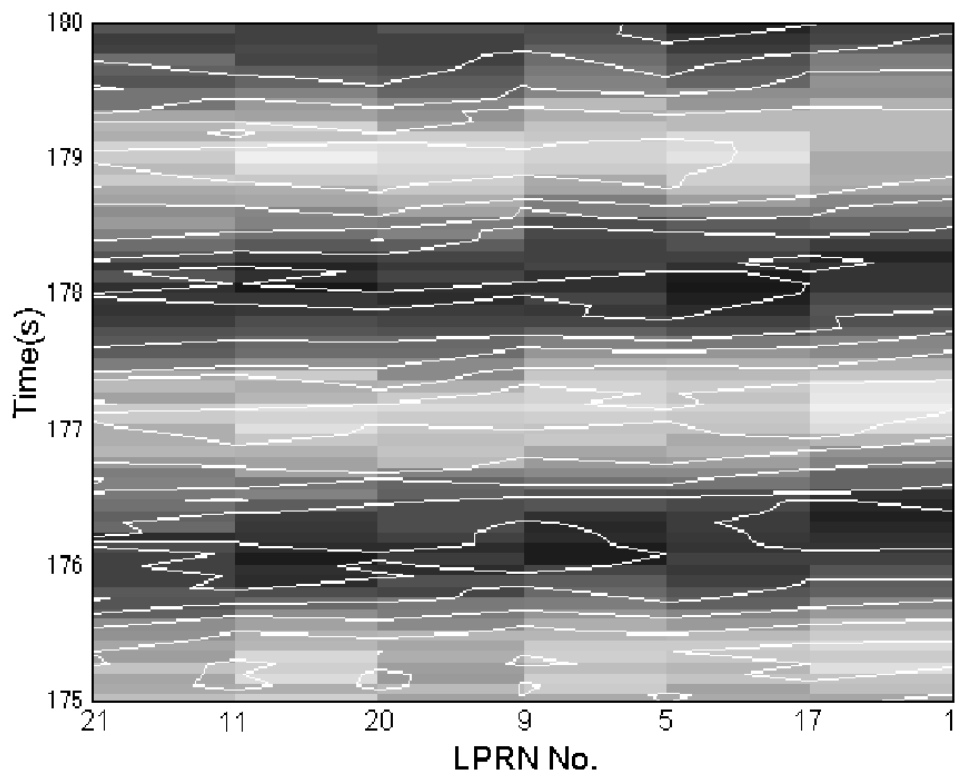
⊠ 6.1: Space-Time map displaying the results of eq.(6.1) with  $\omega_0 = \pi$ ,  $a = 8.45 \times 10^{-1}$ ,  $b = 1.60 \times 10^{-1}$ ,  $D = 0.33$  and  $c = 0$  for all nodes.



☒ 6.2: Space-Time map displaying the results of eq.(6.1) with  $\omega_0 = \pi$ ,  $a = 8.45 \times 10^{-1}$ ,  $b = 1.60 \times 10^{-1}$ ,  $D = 0.33$  and  $c = 0$  for all nodes excluding node 6. For node 6, the coefficient  $c$  has a different value,  $c = 1.225 \times 10^{-1}$ , from the value for other nodes, although other coefficients are same as the ones for other nodes.



⊠ 6.3: Space-Time map for the separated signals from the oscillation depicted in Fig.(6.2).



⊗ 6.4: Space-Time map displaying the LPRM signals in the upper core region of Forsmark Case4. Spatial phase difference can be seen in this map.

## 7 結論及び今後の課題

本研究では、空間依存性のある複雑な動的システムの情報圧縮法を提案 / 開発した。この手法の特徴は、(i) 計測された時系列データのみを用い (現象の背景となる物理的状況としては、ホップ分岐点の近傍のダイナミクスを暗黙に仮定しているだけである)、(ii) 現象の複雑性を抽出するため様々な統計数理手法を駆使し、(iii) 複雑性を情報圧縮して表す比較的少数自由度の動的モデルを採用し、(iv) 計測時系列データからの情報から動的モデルの係数を同定する、ことにある。本研究では、BWR の不安定性データに対して、こうした特徴をもつ手法を適用し、かつ、不安定振動特性の物理的メカニズムの数理的な検討のための情報統合の方法として有用であることを示した。

本研究は、BWR の混合発振データへの適用という点では、空間結合モデルと実体との完全な対応と詳細なメカニズムの特定と解明に研究課題を残すが、提案 / 開発した情報縮約の方法論は、脳活動に代表される生体システム等の、より複雑と思われるシステムのゆらぎ特性の解析への適用が期待できよう。



## 付録 A Von der Pol 方程式からの CGL 方程式の導出

散逸がありかつ外力が無い条件下において、調和振動子の運動は、一般性を失うことなく以下の 2 階微分方程式で表記できる（周波数は時間スケールの変更で 1 に設定できるため）:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \mu \frac{du}{dt} + u(t) = 0 \quad (\text{付録 A.1})$$

ここで、 $u(t)$  は、振動子の位置、 $\mu$  は系の減衰係数である。調和振動子の運動は、式 (付録 A.1) において、 $\mu > 0$  であれば減衰振動、 $\mu < 0$  であれば発散振動、 $\mu = 0$  であれば定常振動となることは良く知られている。

Van der Pol 方程式は、調和振動子の散逸項に振動子の変位量の 2 乗 ( $u^2$ ) に比例する項が加わったものであり、下記のように表せる：

$$\frac{d^2u}{dt^2} + (\mu + 3u^2) \frac{du}{dt} + u(t) = 0 \quad (\text{付録 A.2})$$

Van der Pol 方程式においては、 $\mu < 0$  においても、振動子の振幅が増加しても正のエネルギー散逸とバランスするため、振動子の運動は発散することなく、運動は定常（リミットサイクル）振動となる。このような Van der Pol 方程式の振る舞いは、動力的には、 $\mu = 0$  において、Hopf 分岐が生じているためと解釈される。Van der Pol 方程式は、Hopf 分岐を有する非線形振動系としては最も簡素なモデルの一つである。

式 (付録 A.2) を振動子の位置変位量  $u(t)$  およびその積分

$$v(t) = \int u(t) dt \quad (\text{付録 A.3})$$

の 2 変数で表記すると、

$$\frac{du}{dt} + \mu u + u^3 = -v(t) \quad (\text{付録 A.4})$$

$$\frac{dv}{dt} = u \quad (\text{付録 A.5})$$

と表せる。

調和振動子においては、 $\mu = 0$  において振動は単振動で表されるから、Van der Pol 方程式においても、分岐点 ( $\mu = 0$ ) 近傍かつ非線形性の弱い範囲において、振動解  $v(t)$  を、

$$v(t) = a(t) \sin \omega t + b(t) \cos \omega t \quad (\text{付録 A.6})$$

とおく。式 (付録 A.6) においては、主たる時間変化は、 $\sin, \cos$  項に取り込まれており、振動の一周期あたりの  $a, b$  の変化は少ないと考えられる。したがって、

$$\dot{a} \sin \omega t + \dot{b} \cos \omega t = 0 \quad (\text{付録 A.7})$$

が近似的に成立するとする。式 (付録 A.6) および式 (付録 A.7) から、成立する関係：

$$u = \dot{v} = a\omega \cos \omega t - b\omega \sin \omega t \quad (\text{付録 A.8})$$

$$\dot{u} = \dot{a}\omega \cos \omega t - \dot{b}\omega \sin \omega t - a\omega^2 \sin \omega t - b\omega^2 \cos \omega t \quad (\text{付録 A.9})$$

を、式 (付録 A.4) に代入し、式 (付録 A.7) と連立させると、

$$\omega \dot{a} = [(\omega^2 - 1)v - \mu u - u^3] \cos \omega t \quad (\text{付録 A.10})$$

$$\omega \dot{b} = -[(\omega^2 - 1)v - \mu u - u^3] \sin \omega t \quad (\text{付録 A.11})$$

を得る。一周期中では、 $a, b$  を定数とみなして式 (付録 A.10)(付録 A.11) の時間平均をとると、

$$\omega \dot{a} = (\omega^2 - 1) \frac{b}{2} - \frac{\mu}{2} \omega a - \frac{3\omega^3 a}{8} (a^2 + b^2)^2 \quad (\text{付録 A.12})$$

$$\omega \dot{b} = -(\omega^2 - 1) \frac{a}{2} - \frac{\mu}{2} \omega b - \frac{3\omega^3 b}{8} (a^2 + b^2)^2 \quad (\text{付録 A.13})$$

となる。

いま、振動の振幅  $R$  を

$$R \equiv u^2 + v^2 \quad (\text{付録 A.14})$$

で定義する。式 (付録 A.6) および同式から成り立つ関係式 (付録 A.8) を式 (付録 A.14) に代入し、さらに Hopf 分岐点近傍では、 $\omega \sim 1$  であることおよび高調波項を無視すると、以下の関係が得られる：

$$a^2 + b^2 = R \quad (\text{付録 A.15})$$

$a, b$  は、振幅  $R$  および位相  $\Phi$  によって以下のように定義できる：

$$a = R \cos \Phi, \quad b = R \sin \Phi \quad (\text{付録 A.16})$$

式 (付録 A.16) の定義と、式 (付録 A.12)(付録 A.13) を用いると、

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{\mu}{2}R - \frac{3\omega^2}{8}R^3 \quad (\text{付録 A.17})$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1 - \omega^2}{\omega} \quad (\text{付録 A.18})$$

を得る。

複素変数  $A = a + ib = R \exp(i\Phi)$  を導入すると、式 (付録 A.17)(付録 A.18) は、

$$\frac{dA}{dt} = A - |A|^2 A + \frac{2i(1 - \omega^2)}{-\mu\omega} A \quad (\text{付録 A.19})$$

となる。(ただし、 $A$  を  $\sqrt{3\omega^2/(-4\mu)}A$  で再定義している。)

式 (付録 A.19) 右辺の最終項について、 $\omega = 1$  であることを考慮しつつ、分岐点近傍の  $\mu$  で展開する。さらに、静的なバランスから、 $A^2 \propto -\mu$  であることを用いると、

$$\frac{2(1 - \omega^2)}{-\mu\omega} A = c_1 - c_2 A^2 + O(A^4) \quad (\text{付録 A.20})$$

ここで、 $c_1, c_2$  は実数係数である。また、 $O(A^4)$  は、 $A$  の 4 次以上のオーダーの項を表すが、これ以降の計算では無視する。

式 (付録 A.20) を式 (付録 A.19) に代入すると、複素ギンツブルグ・ランダウ (CGL) 方程式を得る：

$$\frac{dA}{dt} = (1 + ic_1) A - (1 + ic_2) |A|^2 A \quad (\text{付録 A.21})$$

## 付録 B $\gamma = 2$ の Rayleigh 分布の導出

揺らぎ信号  $x(t), y(t)$  で構成する複素信号

$$A(t) = x(t) + iy(t) \equiv R(t) \exp(i\Phi(t)) \quad (\text{付録 B.1})$$

を考える。

式 (付録 B.1) から、 $x, y$  と  $R, \Phi$  の関係は、

$$x(t) = R(t) \cos \Phi(t) \quad (\text{付録 B.2})$$

$$y(t) = R(t) \sin \Phi(t) \quad (\text{付録 B.3})$$

である。

いま、 $x(t), y(t)$  は互いに独立で、かつ PDF が各々、平均 0、分散  $\sigma^2$  の正規分布：

$$P(x) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{付録 B.4})$$

$$P(y) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{-y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{付録 B.5})$$

を持つとする。

このとき、信号  $x, y$  の結合確率密度  $P(x, y)$  は、 $x, y$  の独立性から、以下で表される：

$$P(x, y) = P(x)P(y) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{1/2} \exp\left[\frac{-(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{付録 B.6})$$

確率は異なる座標系でも保存されるべきであるから、結合確率  $P(x, y)dxdy$ ,  $P(R, \Phi)RdRd\Phi$  の間は等しくなければならない：

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy P(x, y) = \int_0^{\infty} R dR \int_0^{2\pi} d\Phi P(R, \Phi) \quad (\text{付録 B.7})$$

すなわち、

$$P(x, y)dxdy = P(R, \Phi)RdRd\Phi \quad (\text{付録 B.8})$$

の関係が成り立つ。式 (付録 B.6) および (付録 B.8) により、結合確率  $P(R, \Phi)$  は、

$$P(R, \Phi) R dR d\Phi = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{1/2} \exp\left( -\frac{R^2}{2\sigma^2} \right) R dR d\Phi \quad (\text{付録 B.9})$$

であることがわかる。

式 (付録 B.9) から、 $R$  の確率密度  $P(R)$  および  $\Phi$  の確率密度  $P(\Phi)$  は、各々下記のように求めることができる：

$$P(R) = \int_0^{2\pi} R P(R, \Phi) d\Phi = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left( -\frac{R^2}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{付録 B.10})$$

$$P(\Phi) = \int_0^\infty R P(R, \Phi) dR = \frac{1}{2\pi} \quad (\text{付録 B.11})$$

式 (付録 B.10) は、論文本文の式 (5.6) との比較から、 $\gamma = 2$  の Rayleigh 分布であることがわかる。

## 付録 C 振幅最頻値 $R_{mp}$ とパラメータ $a, b, D$ の関係式の導出

振幅  $R$  の理論 PDF を与える、論文本文の式 (5.6) から、振幅の最頻値  $R_{mp}$  と PDF パラメータ  $\gamma, \beta$  の間には下記の関係が成り立つ。

$$\left. \frac{df_{th}}{dR} \right|_{R=R_{mp}} = W_0 e^{-\beta R^2} R^{\gamma-2} [(\gamma-1) - 2\beta R^2] = 0 \quad (\text{付録 C.1})$$

したがって、 $R_{mp} > 0$  であれば、

$$(\gamma-1) - 2\beta R_{mp}^2 = 0 \quad (\text{付録 C.2})$$

が成り立つ。

式 (付録 C.2) に、 $\gamma, \beta$  とパラメータ  $a, b$  および雑音強度  $D$  の関係 (論文本文の式 (5.7)) :

$$\gamma = a/D, \quad \beta = b/(2D) \quad (\text{付録 C.3})$$

を代入して整理すると、振幅最頻値  $R_{mp}$  と  $a, b, D$  の以下の関係式を得る :

$$R_{mp} = \sqrt{\frac{a-D}{b}} \quad (\text{付録 C.4})$$

## 参考文献

- [1] (社)日本原子力学会、BWR 核熱水力安定性評価の現状と課題 (2000).
- [2] U.S.NRC, Lassale Unit 2 Loss of Recirculation Pumps with Power Oscillation Event, Information Notice No.88-39 (1988).
- [3] E. Gialdi, S. Grifoni, C. Parmeggiani and C. Tricoli, Core Stability in Operating BWR: Operational Experience, Prog. Nucl. Energy, 15, 447 (1985).
- [4] (株)東芝、沸騰水型原子力発電所安定性解析手法について、TLR-010 改訂 3 (1998).
- [5] P. J. Otaduy-Bengoa, Modeling of the Dynamic Behavior of Large Boiling Water Reactor, Ph. D. Thesis, Univ. of Florida (1979).
- [6] 原子燃料工業(株) BWR の安定性解析手法について、NLR-06 改訂 3 (1998).
- [7] J. J. Duderstadt and J. Hamilton (成田 正邦、藤田 文行 訳)、原子炉の理論と解析(上) 現代工学社(1980).
- [8] J. March-Leuba, A Reduced-Order Model of Boiling Water Reactor Linear Dynamics, Nucl. Technology, **75**, 15 (1986).
- [9] K. Hashimoto, Linear Modal Analysis of Out-of-Phase Instability in Boiling Water Reactor Cores, Ann. Nucl. Energy, **24**, 921 (1997).
- [10] Y. Takeuchi, Y. Takigawa and S. Miyamoto, A Study on Regional Stability Analysis Methodology with A One-Point Neutron Kinetics Model, Nucl. Technology, **128**, 257 (1999).
- [11] W. Wulff, D. J. Diamond and M. Khatib-Rahbar, Description and Assessment of RAMONA-3B MOD.O Cycle 4: A Computer Code with Three-Dimensional Neutron Kinetics for BWR System Transients, Brookhaven National Laboratory Report, BNL-NUREG-51746 (1984).
- [12] Y. Bessho, T. Anegawa, O. Yokomizo, Y. Yoshimoto, M. Chaki, M. Aoyama and T. Fukahori, Qualification of a Three-Dimensional Core Dynamics Analysis Program Coupled with a Detailed Mesh Division for Commercial Boiling Water Reactors-I, Nucl. Technology, **127**, 49 (1999).
- [13] A. Hotta, M. Zhang and H. Ninokata, BWR Regional Instability Analysis by TRAC/BF1-ENTRÉE - II: Application to Ringhals Unit-1 Stability Test, Nucl. Technology, **135**, 17 (2001).
- [14] H.Konno, S. Kanemoto and Y. Takeuchi, Theory of Stochastic Bifurcations in BWRs and Applications, Progr. Nucl. Energy, **43**, 201 (2003).
- [15] H.Konno, S. Kanemoto and Y. Takeuchi, Parametric Stochastic Stability and Decay Ratio for a Stochastic Nonlinear BWR model below the Hopf bifurcation, Ann. Nucl. Energy, **26**, 1465 (1999).

- [16] T. H. J. J. Van der Hagen, I. Pázsit, O. Thomson and B. Melkerson, Methods for the Determination of the In-Phase and Out-of-Phase Stability Characteristics of a Boiling Water Reactor, *Nucl. Technology*, **107**, 193 (1994).
- [17] OECD/NEA, Forsmark 1 & 2 Boiling Water Reactor Stability Benchmark, NEA/NSC/DOC (2001).
- [18] 兼本 茂、竹内 豊、江畑 茂男、原子炉中性子揺らぎのカオス・フラクタル解析、*機械の研究*, **54**, 173 (2002).
- [19] T. H. J. J. Van der Hagen, D. D. B. Van Bragt, F. J. Van der Kaa, J. Karuza, D. Killian, W. H. M. Nissen, A. J. C. Stekelenburg and J. A. A. Wouters, Exploring the Dodewaard Type-II Stability; From Start-Up Shut-Down, From Stable to Unstable, *Ann. Nucl. Energy*, **8**, 659 (1997).
- [20] H. Konno and S. Kanemoto, Effect of Multiplicative Noise on Decay Ratio, *Ann. Nucl. Energy*, **25**, 541 (1998).
- [21] 甘利 俊一 他、独立成分分析 -多変量データ解析の新しい方法-、臨時別冊・数理学科学 SGC ライブラリ 18、サイエンス社 (2002).
- [22] C. Jutten and J. Herault, Blind Separation of Sources, Part I: An Adaptive Algorithm Based on Neuromimetic Architecture, *Signal Processing*, **24**, 1 (1991).
- [23] S. Amari and M. Kawanabe, Informatin Geometry of Estimating Functions in Semi-parametric Statistical Models, *Bernoulli*, **3**, 29 (1997).
- [24] F. Takens, D. A. Rand, L. S. Young (Eds.), *Dynamical Systems and Turbulence*, Lecture Note in Mathematics, **898**, Springer (1980).
- [25] P. Tass, M. G. Rosenblum, J. Weule, J. Kurths, A. Pikovsky, J. Volkmann, A. Schnitzler and H.-J. Freund, Detection of n:m Phase Locking from Noisy Data: Application to Magnetoencephalography, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3291 (1998).
- [26] 太田 隆夫、非平衡系の物理学、*裳華房* (2000).
- [27] H. Konno and K. Hayashi, Stochastic Non-Linear Reactor Model Near the Hopf Bifurcation, *Ann. Nucl. Energy*, **23**, 35 (1996).
- [28] E. Wong and M. Zakai, On the Relation between Ordinary and Stochastic Differential Equations, *Int. J. Eng. Sci.*, **3**, 213 (1965).
- [29] H. Haken, *Synergetics - An Introduction* (2nd ed.), Springer-Verlag, (1978).
- [30] H. Konno and P. Lomdahl, Stochastic Process Having Fractional Order Nonlinearity Associated with Hyper Gamma Distribution, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **73**, 573 (2004).
- [31] S. O. Rice, Mathematical Analysis of Random Noise, *Bell System Technical Journal*, **24**, 46 (1945).
- [32] K. Nozaki and N. Bekki, Exact Solutions of the Generalized Ginzburg-Landau Equation, *J. Phys. Soc. Jpn.*, **53**, 1581 (1984).



## 謝 辞

本研究を学位論文にまとめるに当たって、筑波大学機能工学系 金野秀敏教授の御懇意なる御指導を賜り、心から感謝の意を表します。金野教授には、約20年前に筆者が筑波大学の故・斉藤慶一先生の研究室に所属する第三学群基礎工学類学生であったときにも、卒業研究の御指導を賜っており、今回、筆者が博士課程の社会人学生を志した際にも、再び指導教官になることを快くお引き受け下さいました。金野先生からは、研究上の専門的な知識・技術についてのみならず、科学とはいかなるものであるのか、それに対して研究者のとるべき姿勢は如何にあるべきか等の、社会人として産業界で日々年数を過ごしているだけでは決して身に付けられない事柄についても、多大の御指導を賜りました。誠に感謝の念に絶えません。

筑波大学機能工学系 阿部豊教授には、大学院改組の影響で指導教官に所属するリスク工学専攻への転専攻ができない状態になった筆者を、快く構造エネルギー工学専攻所属学生として受け入れて下さり、また、論文の個々の課題についても御助言いただきましたことを感謝致します。同じく、筑波大学機能工学系 白川友紀教授、同 松内一雄教授にも論文の課題について貴重な御助言をいただきましたことに感謝の意を表します。

株式会社東芝（現：財団法人発電設備技術検査協会）の兼本茂博士には、ICAおよび位相解析法について有益な御助言をいただきました。深くお礼申し上げます。

さらに、筆者が社会人学生として大学院で学ぶことを許可して下さい、あるいはご支援を下さいました、株式会社テプコシステムズ原子力エンジニアリング部の上司及び同僚の方々に御礼申し上げます。

最後に、家庭において研究を支えてくれた妻 道子に感謝いたします。

## 公表論文・国内外発表リスト

### 公表論文

- [1] F. Watanabe and H. Konno, Space-dependency Analysis of Amplitude and Decay Ratio based on Forsmark Noise Data: New Approach to Contraction of Space-dependent Information on Reactor Stability, Ann. Nucl. Energy, **30**, pp.1267-1281 (2003).
- [2] F. Watanabe, H. Konno and S. Kanemoto, Identification Method of Stochastic Non-linear Dynamics using Dynamical Phase Analysis - Application to Forsmark Data, Ann. Nucl. Energy, **31**, pp. 375-397 (2004).

### 国内外発表

- [1] H. Konno, F. Watanabe and S. Kanemoto, Development of Space-Dependent Noise Analysis Based on New Statistical Methods and Information Geometry Theory, International Meeting on Reactor Noise (IMORN) 29 (2003).
- [2] S. Segawa, K. Itoh, F. Watanabe and Y. Kukita, Reappraisal of TRAC-BF1 Cocurrent-Contercurrent Transitional Flow Model, The 6<sup>th</sup> International Conference on Nuclear Thermal Hydraulics, Operational and Safety (NUTHOS-6) (2004).
- [3] 渡辺 史紀、伊藤 和宏、改良 TRAC-BF1 による DBA-LOCA 解析、日本原子力学会 2000 年春の年会 (2000).
- [4] 渡辺 史紀、伊藤 和宏、矢作 公利、改良 TRAC-BF1 による DBA-LOCA 解析 (II)、日本原子力学会 2001 年春の年会 (2001).
- [5] 渡辺 史紀、金野秀敏、兼本 茂、竹内 豊、出力炉におけるフラクタル揺らぎの普遍性、日本原子力学会 2001 年秋の大会 (2001).
- [6] 伊藤 和宏、渡辺 史紀、矢作 公利、改良 TRAC-BF1 による DBA-LOCA 解析 (III)、日本原子力学会 2001 年秋の大会 (2001).
- [7] 青木 修、藤田 茂、伊藤和宏、渡辺 史紀、TRAC-BF1 の壁面摩擦モデルの変更とその妥当性確認、日本原子力学会 2001 年秋の大会 (2001).
- [8] 金野秀敏、渡辺 史紀、兼本 茂、竹内 豊、出力炉におけるフラクタル揺らぎの普遍性 (II)、日本原子力学会 2002 年春の年会 (2002).
- [9] 渡辺 史紀、金野秀敏、兼本 茂、位相解析法による中性子束異常信号検知、日本原子力学会 2002 年秋の大会 (2002).
- [10] 渡辺 史紀、金野秀敏、兼本 茂、BWR 安定性振動の非線形複素振動モデルによる同定；位相解析法による位相周波数情報の抽出、日本原子力学会 2003 年秋の大会 (2003).
- [11] 兼本 茂、竹内 豊、金野秀敏、渡辺 史紀、独立成分分析による BWR グローバル・領域安定性の分離同定、日本原子力学会 2004 年春の年会 (2004).