

氏名(本籍)	しお や まさ ひろ 塩 谷 真 弘 (山 梨 県)		
学位の種類	博 士 (数 学)		
学位記番号	博 甲 第 1098 号		
学位授与年月日	平 成 5 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当		
審査研究科	数 学 研 究 科		
学位論文題目	On normal filters on $P_{\kappa\lambda}$ ( $P_{\kappa\lambda}$ 上の正規フィルターについて)		
主査	筑波大学教授	理学博士	本 橋 信 義
副査	筑波大学教授	理学博士	竹 内 光 弘
副査	筑波大学教授	理学博士	神 田 護
副査	筑波大学教授	理学博士	佐 々 木 建 昭

## 論 文 の 要 旨

可測基数とかコンパクト基数といった巨大基数の存在から通常の公理的集合論の体系の無矛盾性が直ちに導かれる。そのため、ゲーテルの不完全性定理により、これらの巨大基数の存在を通常の公理的集合論の体系の中では証明できない。したがって、巨大基数の存在は仮定することは、集合論の体系の本質的な拡張体系を考えることに相当する。そのため、巨大基数の問題は現在の公理的集合論の大きな研究分野である。

一方、巨大基数の存在と、公理的集合論の中の、全集合  $V$  から、その一部への自明でない初等的埋め込みの存在が等値になることが知られている。そのため、巨大基数の研究は、対応する初等的埋め込みの研究に還元される。

ところが、ソルベール・ラインハルト・カナモリにより、基数  $\kappa$  を臨界点とし、基数  $\lambda$  の長さの列を保存する初等的埋め込みの存在と、 $\lambda$  の部分集合で、濃度が  $\kappa$  未満の集合全体が作る集合  $P_{\kappa\lambda}$  上の、正規極大フィルターの存在が等値になることが証明された。ここから、集合  $P_{\kappa\lambda}$  の正規フィルターの重要性が認識されるようになった。

本論文では、正規フィルターに関連して得られる弱正規フィルター、強正規フィルターという二つの概念の性質と、それらの具体的な例が、二つのパラメータ  $\kappa$ ,  $\lambda$  に依存してどのように変化するかを考察している。

本論文の主な結果は、次の3つの結果である。

結果1：基数  $\lambda$  の共終濃度が基数  $\kappa$  より小さいとき、 $P_{\kappa\lambda}$  の最小の弱正規フィルターは、 $P_{\kappa\lambda}$  上の極小フィルター-FSFである。

基数 $\lambda$ の共終濃度が基数 $\kappa$ と等しいとき、 $P_{\kappa\lambda}$ の最小の弱正規フィルターは、FSFに一回だけ $\tilde{\Delta}$ 操作を施し得られるフィルターである。

基数 $\lambda$ の共終濃度が基数 $\kappa$ より大きいとき、 $P_{\kappa\lambda}$ の最小の弱正規フィルターは、FSFに $\tilde{\Delta}$ 操作を $\kappa$ 回施し得られるフィルターである。

結果2：閉 $\omega_1$ 不有界フィルターと強閉 $\omega_1$ 不有界フィルターのシンプルな特徴づけを与えた。

結果3：マギドーの予想からソルベイラインハルトーカナモリの予想が導かれることを証明した。

## 審 査 の 要 旨

コーヘンの画期的な研究以来、公理的集合論の問題は無限組み合せ論の問題に還元されることが多い。したがって、無限組み合せ論の知見は、公理的集合論の研究に不可欠のものである。無限組み合せ論の中でも、本論文で取り扱っているフィルターの研究は、最も重要であり、さまざまな方面で、それぞれの要求に対応したフィルターの研究がなされている。本論文で得られた上記3つの結果は、巨大基数の研究に不可欠な正規フィルターに関連した基礎的な知見を与えるものであり、今後、その方面の研究に応用されることが期待できる。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。