

氏名(本籍)	さくま しん や 佐久間 伸 也 (福 島 県)		
学位の種類	博 士 (数 学)		
学位記番号	博 甲 第 3109 号		
学位授与年月日	平成15年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	数学研究科		
学位論文題目	Vertex Operator Algebra with Two τ -involutions Generating S_3 (S_3 を生成する2つの τ -自己同型をもつ頂点作用素代数)		
主査	筑波大学教授	理学博士	宮本 雅彦
副査	筑波大学教授	理学博士	森田 純
副査	筑波大学教授	理学博士	加藤 久男
副査	筑波大学助教授	博士(理学)	内藤 聡

論 文 の 内 容 の 要 旨

有限の位数(元の個数)を持つ単純な群の中で、散在型有限単純群と呼ばれる26個の単純群は他の無限系列に属している単純群とは異なり、特別な振る舞いをする。その中でもっとも元の個数が多い散在型有限単純群はモンスター単純群と呼ばれ、元の個数は54桁の数になる。このモンスター単純群は群論的な意味以外にも、保型関数論とも密接な関係があることが知られ、非常に興味を持たれている有限単純群である。しかしながら、その構造を調べようとしても、モンスター単純群の元の個数は膨大であり、また、この単純群をベクトル空間への作用として実現しようとしても、各々の元に対して 196883×196883 サイズの行列が必要となるなど、計算機を利用しても全く不可能なほどの大きさを持っている。その為、直接の方法では、小さな部分群に対してしか、その構造は分かっていない。

ところが、この表現空間の次元の数と古典的な楕円型保型関数の一つであるJ-関数の係数との一致からムーンシャイン予想と呼ばれる予想が1970年代に提案され、それに対する手法として、有限群、リー代数、保型形式論、そして物理における場の理論などと関係を持つ頂点作用素代数という数学の概念がBorcherdsによって1984年に導入された。特に、上の予想を解決する為に、Frenkel, Lepowsky, Meurman達によって構成されたムーンシャイン頂点作用素代数は、全自己同型群としてモンスター単純群を持ち、自明な自己同型による次数付きトレース関数はJ-関数になる性質を持つ。また、他の自己同型の次数付きトレース関数もすべて種数ゼロの保型関数になるという不思議な性質を持っている。しかも、モンスター単純群を構成する重要な位数2の元(2Aと名付けられている)は、2次元Ising模型と呼ばれる部分頂点作用素代数によって自然に与えられていることが示され、現在 τ -involutions(宮本-involutions)と呼ばれる。その為に、このムーンシャイン頂点作用素代数はモンスター単純群を研究するための新しい方法として注目されており、位数2の自己同型(2度繰り返すと元に戻る作用)に対応する構造では、宮本, Dong, Griess, Mason達によって研究が進められた。しかし、奇数位数の元に対する研究は皆無であり、特に、位数3の自己同型に対しては3 State-Potts模型によって与えられるのではないかと予想されてはいたが、その存在を証明することは出来ずにいた。

この論文では、2次元Ising模型によって定義される位数2の自己同型 τ -involutionsが2つ与えられており、それらが3次の対称群 S_3 を生成する状態をムーンシャイン頂点作用素代数を含む一般的な設定の下で考えている。こ

の場合には、すでに可能性として4つの頂点作用素代数が候補として上げられていたが、この論文において、唯一つしかないことを証明し、実際にそのような頂点作用素代数をリー代数などの手法を駆使して構成した。この結果は、構成と応用という面で著しい価値を持っている。構成の点においては、格子頂点作用素代数それ自身の研究はされていたが、本研究によって、その内部に豊かな構造が含まれていることが示唆され、このような内部構造の研究が重要であることが示された。また応用の面においては、位数3の元を与えるであろうと予想されていたながら、ムーンシャイン頂点作用素代数の中で見つかっていなかった3 State-Potts模型と呼ばれる頂点作用素代数が、実際に、沢山存在することを示すと同時に、3 State-Potts 模型と共に、別の頂点作用素代数で位数3の自己同型を与えるものが対となって存在していることを示した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

本研究はムーンシャイン頂点作用素代数の自己同型の中の3A-trialityと呼ばれる自己同型が3 State-Potts模型から与えられることを示し、モンスター単純群の研究において大きな進展を与えた。また、格子頂点作用素代数の部分構造を解析する方法を発展させ、色々な頂点作用素代数を構成した。この構成法は今後のこの方面における研究に不可欠になると期待される。これらは有限群論と頂点作用素代数の分野への大きな貢献であり、高く評価される。

よって、著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。