

氏名(本籍)	ねもととしお 根本俊男(福島県)		
学位の種類	博士(経営工学)		
学位記番号	博甲第1,458号		
学位授与年月日	平成8年3月25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当		
審査研究科	社会工学研究科		
学位論文題目	Combinatorial Optimization Related to Posets and Signed Posets (半順序集合および有符号半順序集合に関連する組合せ最適化)		
主査	筑波大学教授	工学博士	山本芳嗣
副査	筑波大学教授	工学博士	藤重悟
副査	筑波大学教授	Ph. D.	高木英明
副査	筑波大学教授	Ph. D.	藤原良叔
副査	筑波大学助教授	工学博士	岸本一男

## 論文の要旨

この論文では、半順序集合やその一般化概念である符号付き半順序集合に関連した組合せ最適化問題について3つのテーマを扱っている。

論文はまず  $n$  個の元からなる有限集合上の半順序集合のイデアル全体、あるいはその一部を実行可能領域とする最適化問題について論じている。特にその基数に上限  $k$  があるイデアルから、与えられた目的関数を最小化するものを求める最適化問題として3種の目的関数を持つ問題が考察されている。第1は一般には  $NP$  困難な問題である minimum-sum である。この問題に対して半順序集合のハッセダイアグラムが有向木である場合に、著者は  $O(k^2n)$  の時間複雑度を持つ算法を提案している。第2の minimax 目的関数に対して  $O(n \log n + m)$  の貪欲算法と  $O((m+n) \log^* n)$  の閾値算法を提案している。この2つの算法を組み合わせればこれまでに提案されている最善の算法となる。ここで、 $m$  は考えている半順序集合を表現する有向グラフの枝数である。最後に考察されているのは minimum-range 目的関数である。これに対して同様に貪欲算法と閾値算法の考えを組み合わせ  $O(n \log n + m)$  の算法を提案し、しかもこの時間複雑度はこの問題に対して最適であることが示されている。

第2のテーマは有向グラフの一般化概念である双向グラフである。これに対して、従来の有向グラフに対する強連結成分分解を一般化した分解が提案されている。さらに、consistency なる条件が提案され、この条件の下で双向グラフの強連結成分分解が符号付き半順序集合と密接な関係にあることを示した。また、双向グラフがいくつかの操作によって有向グラフで表現可能であることを用いて、実際にこの分解を生成する線形時間複雑度の算法も提案している。

第3のテーマは符号付き半順序集合のイデアルの表現定理である。この表現定理を利用することによって符号付き半順序集合上の minimum-sum ideal problem が従来の半順序集合上の同じ問題に帰着できることを示している。これからこの目的関数に関しては従来からある2端子ネットワークの最小カットを計算する算法を適用できることが導かれる。

## 審 査 の 要 旨

本論文で提案された双向グラフの強連結成分への分解, また符号付き半順序集合のイデアルの表現定理はいずれも, 符号付き半順序集合, 双向グラフ, イデアル最適化問題, さらに劣モジュラー関数などを繋ぐ重要な結果である。また, イデアル最適化問題に対して提案されたいくつかの算法も, 従来から提案されている算法に比してその時間複雑度の点で優れているなど, 評価できる結果といえる。惜しむらくは, イデアル問題に帰着される組合せ最適化問題と, さらにその組合せ最適化問題に定式化できる現実問題についての議論が不足しており, この一点に関して不十分な印象を禁じ得ない。しかしながら, この分野に対する本論文の貢献は少なからぬものがある。

よって, 著者は博士(経営工学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。