

氏名(本籍)	川村一宏 (茨城県)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第670号
学位授与年月日	平成3年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On spans of continua (連続体のスパンについて)
主査	筑波大学教授 理学博士 児玉之宏
副査	筑波大学教授 理学博士 中川良祐
副査	筑波大学教授 理学博士 赤平昌文
副査	筑波大学助教授 理学博士 保科隆雄

論文の要旨

1964年, A. Lelek は連続体 X に対して span と呼ばれる距離不変量 $\sigma(X)$ を定義した。この量は X の距離関数に依存するもので, X のある種の拡がりの度合を測るために導入された。その後数多くの研究によって, span が連続体の分類とその特徴付けに有効であることが証明されている。 $\sigma(X)=0$ すなわち $\text{span } 0$ を持つという性質は X の距離に依存しない位相不変量である。A. Lelek は次の未だ解決されていない問題を提出している: A. $\text{span } 0$ を持つ連続体は arc-like か? B. confluent 写像は「arc-like である」という性質および「 $\text{span } 0$ を持つ」という性質を保存するか? 本論文において著者は, Lelek の問題 A, B の部分解を与えると同時に, 多方向より $\text{span } 0$ を持つ連続体の特徴付けを与えている。主な結果は次の通りである。

1. $\text{span } 0$ を持つ連続体と arc-like 連続体は次の意味で極めて類似していることを示した: (1) $\text{span } 0$ を持つ連続体は, R. Rosen による強い意味での不動点性を持つ, (2) すべての開連続写像は $\text{span } 0$ を持つという性質を保存する。2. W. T. Ingram によって定義された $\text{span } 0$ を持つ写像を, その逆極限展開での近似写像列の性質として特徴付け, P-adic solenoid の対象 span を計算した。3. $\text{span } 0$ を持つ連続体は, pseudo arc の連続像として表わせる。この写像の構成を与える均一定理を証明した。4. $\text{span } 0$ を持つという性質を保存する写像の特徴付けとして, ある種の恒等写像との積が confluent 写像となることを示した。5. 開写像よりも一般的で $\text{span } 0$ を持つという性質を保存する写像の族を構成した。すべて異なる写像であることを実例で示している。6. 5 で定義した写像族がある種の連続体を保存することを証明した。例えば, 遺伝的分割不可能な連続体は最も弱い写像族で保存される。7. $\text{span } 0$ を持つ連続体の特性を論じている。これらの性質が $\text{span } 0$ を持つ写像により保存されるかどうかを決定している。

審 査 の 要 旨

空間のある種の拡がりを規定する span の概念は、連続体の分類と特徴付けに極めて有効ではあるが、効果的に用いるのに複雑な段階を経て適用するという難点がある。著者は、Lelekの問題を解決するに当たって、 $\text{span } 0$ をもつ写像そのものを逆極限展開等の方法により、明確に把握することを見出した。 $\text{span } 0$ を持つ連続体が R. Rosen の意味での不動点性を持つことおよび開写像が $\text{span } 0$ を持つ連続体を保存することの証明には、著書の発見した方法が極めて有効であった。特に後者は、E. Duda に依り提出された問題の完全な解決であった。pseudo arc から $\text{span } 0$ を持つ連続体への連続写像を構成する均一定理は、Oversteegen による同種の結果と並んで高い評価が与えられている。後半で導入した chain lifting property を持つ写像族は、今後 confluent 写像等と同じく連続体研究の有効な手段となると考えられる。最後に考慮の対象になった局所的に $\text{span } 0$ を持つが全体では $\text{span } 0$ を持たない連続体の性質は、近未来の研究対象として興味深いものである。著者の結果は何れも注目に値するものであり、国際的にも高度な評価が与えられている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。