

氏名(国籍)	ちん 陳	かい 壞	ほう 鵬	(中国)
学位の種類	博士(理学)			
学位記番号	博甲第2,055号			
学位授与年月日	平成11年3月25日			
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当			
学位論文題目	On Quotient s -images of Metric Spaces (距離空間の商 s -像空間について)			
主査	筑波大学教授	理学博士	保科隆雄	
副査	筑波大学教授	理学博士	加藤久男	
副査	筑波大学教授	理学博士	佐々木建昭	
副査	筑波大学教授	理学博士	若林誠一郎	

論文の内容の要旨

本論文は、位相空間論の中では現在主要な研究分野の一つである距離空間の商空間に関する研究で、6章からなる。

1960年中頃ロシアの Arhangel'skiĭ によって、商写像あるいはこれに関連する連続写像を用いて、距離空間等の標準的な空間のこれらの写像による像となる空間を特徴付けよという問題が提起され、いわゆる “nice spaces and nice maps” の研究の端緒が与えられた。この研究はその後の発展と共に研究の形がより明確化され、2つの大きな研究の方向として、1つは、このような写像による距離空間の像となる空間は如何なる位相的性質を持つか、他の1つは、この方向に見合うような距離空間の一般化としてどのような概念が考えられるか、という研究の流れが自然に定まりこれまで多くの研究がなされてきた。本論文で全体を通して考察されている距離空間の商 s -写像による像となる空間（以下、距離空間の商 s -像という）は、この2つの研究の流れに共通する最も基本的な概念で、これまで様々な形で研究されている。本研究は、この空間に関連した Lin, Tanaka, Michael-Nagami が提起した問題に対して、それらの解決を与えたものである。

以下、内容を述べると、第1章は本論文の序で、論文全体の概括が与えられている。第2章は、距離空間の商 s -像に関連して幾つかの基本的性質が述べられ、また以後の章に繋がる著者が独自に証明した結果が与えられている。

距離空間の商 s -像は、その空間でのコンパクト集合の大きさを規定する k -ネットワークの存在と密接に関連する。第3章では、点可算な閉 k -ネットワークを持つ空間は、ある種の条件の下でより強い性質を持つ k -ネットワークを許容するか、という Lin の問題に対して、反例を構成し否定解を与えた。

第4章では、Tanaka の問題に対して肯定解が与えられている。距離空間の商 s -像は、 S_0 -集合及び S_2 -集合を含まない、即ち、距離空間のように局所的に点収束に関して一様性を保持しているならば、その空間は点可算な開基を持つか、という Tanaka の問題に対して、著者は、実は前半の仮定と結論の条件は同値であることを証明し、この問題を肯定的に解決した。

第5章は、第6章のための補助的な章であるが、ここでは Arhangel'skiĭ による弱近傍の概念を用いて、距離空間の商空間の位相に関して幾つかの結果が示されている。

第6章は、本論文の中心となる章で、その価値が最も高く認められる部分である。1973年 Michael-Nagami により、全ての距離空間の商 s -像空間は、他の距離空間のコンパクトを被覆する商 s -写像による像となりうる

か、という問題を提起した。この問題は、距離空間の商 s -像空間はどの程度の位相的性質を更に持つかを問うたもので、上記2つの研究の方向を示唆するものとして、その後多くの研究者により考察され、新たに関連する研究も幾つか生じた。上記の Lin, Tanaka の問題もこの Michael-Nagami の問題から派生して考案された問題として知られている。1990年 Michael は、この問題に関する研究の総括的な流れを論文として報告しているが、ここでは論調として、この問題は肯定的であろうと予想されている。しかし、その後もこの問題は未解決のままであった。6章では著者はこの問題に挑戦し、この予想に反して、反例を構成して Michael-Nagami の問題を否定的に解決する事に成功している。反例は、弱近傍の概念を用いて、収束点列を幾重にも重ね合わせて空間を構成する著者独自の卓抜な手法によって与えられている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

上記の Arhangel'skiĭ による研究の提唱以来、その後多くの優れた研究が行われたが、Michael-Nagami による問題は、ほぼこれらの研究に共通する問題として永く注目されてきた。著者によるこの問題の否定的な解決は、同時に新たな研究を示唆するものとしてその価値が極めて高く評価されている。また、本論文に見られる著者の研究の着想及び技法は、反例の構成方法について新しい可能性を示したものと言える。本論文は、成果及びその手法を通してこの方面の研究の発展に大いに寄与したものと考えられる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。