

氏 名 (本 籍)	たか はし くに ひこ 高 橋 邦 彦 (福 島 県)
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 2291 号
学位授与年月日	平成 12 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	数学研究科
学 位 論 文 題 目	Higher Order Approximations for the Statistical Procedures (統計的諸方式の高次の近似)
主 査	筑波大学教授 理学博士 赤 平 昌 文
副 査	筑波大学教授 理学博士 神 田 護
副 査	筑波大学教授 理学博士 佐々木 建 昭
副 査	筑波大学助教授 理学博士 青 嶋 誠

論 文 の 内 容 の 要 旨

統計的分布の高次の近似は理論的展開においてのみならず実用面においても重要な役割を果たすことが多い。本論文では、一般化 2 項目分布の近似、離散指数型分布族の母数のランダム信頼区間の近似的構成、尖度統計量 b_2 の分布のパーセント点の近似、離散型分布の大偏差近似について考察した。

(i) 成功する確率 p をもつ独立でない Bernoulli 試行列において、その結果の和の分布は再帰的に一般化 2 項分布として導出した。また、 p をあるベータ分布に従う確率変数と見なして、Bayes 的観点からその結果の和の分布が負の超幾何分布（またはベータ 2 項分布）になることを示した。いずれの場合にも分布の正規近似、Edgeworth（展開による）近似を行った結果、Edgeworth 近似が精確であることが分かった。

(ii) 通常、離散型分布の場合に与えられた大きさをもつ非ランダム検定または信頼区間を求めることはできない。実際の大きさが予め与えられた有意水準とは全く異なるようなことが時々起こる。一方、ランダム（統計）方式は理論的には優れているが、実際家にとっては受け入れ難い。最近、著者らは 1 母数離散指数型分布族において、最適なランダム検定からランダム信頼区間を構成する方法を提案し、さらに Edgeworth 展開を用いてその近似式を導出した。本論文ではその方法を用いて、種々の分布の下でランダム信頼区間を構成し、その近似精度を数値的に比較検討した。その結果、2 項分布、Poisson 分布、負の 2 項分布、対数級数分布の場合に、3 次近似の方法がかなり精確であることが確かめられた。

(iii) 正規性の検定において重要な役割を果たす正規標本 X_1, \dots, X_n に基づく尖度統計量 b_2 の分布のパーセント点の近似について考察した。本論文では Akahira (1995) において非心 t 分布のパーセント点の近似式を求めた方法と類似の方法によって、 b_2 の分布のパーセントの近似式を Cornish-Fisher 展開を用いて導出した。実際、仮説 H を母集団分布が正規分布であるとし、その下で b_2 の分布を考えた。また、 H の下では b_2 と標本平均周りの 2 次の標本モーメントは互いに独立になることも利用した。本論文で得た近似式は、Pearson 系の分布への当てはめで得た Pearson and Hartley (1976) の数値と比較してもかなり良い数値を与えていることが分かった。

(iv) 統計的推測の高次漸近理論では Edgeworth 近似がよく用いられ、推定方式、検定方式などの高次の漸近的性質が論じられてきた。実際、推定方式の真の母数の周りで集中確率を漸近的に求めるときには漸近分布の中心部分を必要とし、そのとき Edgeworth 近似が重要な役割を果たした。一方、Bahadur 効率は漸近分布の裾の部分に基づいていて、大偏差確率を必要とする。本論文では、独立な離散型確率変数の和 S の分布に対する大偏差（原

理による) 近似を高次の次数まで求めて、通常用いられている正規近似, Edgeworth 近似と比較検討した。実際, 2 項分布, 負の 2 項分布の場合に, 和 S の裾確率の 2 次の大偏差近似が, Jensen (1995) における鞍部点近似等とも比較しても, かなり良い近似になっていることが確かめられた。

審 査 の 結 果 の 要 旨

統計的推測方式に対して極めて有用な統計的分布の高次の近似を Edgeworth 展開, 大偏差原理等に基づいて導出した。特に離散指数型分布族におけるランダム信頼区間の高次の漸近的構成, 離散型確率変数の和の分布の高次の大偏差近似等は独創的な研究であり, 実際問題への応用の面からも有用であることとして高く評価される。

よって, 著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。