

氏名(本籍)	あら い たつ や 新 井 達 也 (埼 玉 県)
学位の種類	博 士 (理 学)
学位記番号	博 甲 第 2292 号
学位授与年月日	平成12年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Regular continua constructed by P-expansive maps of one-dimensional continua (一次元連続体上のP-拡大写像によって構成される正則連続体)
主査	筑波大学教授 理学博士 加藤久男
副査	筑波大学教授 理学博士 伊藤光弘
副査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学助教授 理学博士 酒井克郎

論文の内容の要旨

本論文は、力学系理論の主要な研究対象の一つである一次元連続体上の力学系について論じたもので、4章からなる。

この研究分野ではSarkovskii, Li, Yorke, Misiurewicz, Block, Coppel等による区間上の力学系理論が良く知られているが、最近では、グラフ上の力学系理論が、Blokh, Baldwin, Alsedà, Ye等によって研究され始めた。グラフ上の力学系は、区間上の力学系と比べてよりその力学系は複雑であり、そのカオス的な振る舞いをとらえる方法が、力学系理論における大きな課題となっている。本論文は、主にこの課題について論じたもので、本人の2編の論文をまとめ上げたものである。本論文では、グラフ上の連続写像のカオス性を正則連続体上のP-拡大写像を使って、幾何学的に描写することに成功している。更に、区間上の連続写像の場合に、より詳しい正則連続体の幾何学的構造の研究を行っている。

以下、各章ごとに内容を述べると、第1章は本論文の準備で、基本的な定義や概念が述べられている。

第2章では、Baldwinの結果をグラフ上に拡張している。1995年、Baldwinはツリー上の任意の連続写像に対して、それと半共役でデンドライト上のP-拡大写像となるものを構成した。P-拡大写像とは、任意の2点の軌道がその有限集合Pを使って識別されてしまう写像であり、力学系理論では重要な概念である。Baldwinの証明は、記号力学系を使い、コントロール集合上の同値関係を定義してその商空間としてデンドライトを得ている。しかし、得られた空間の幾何学的イメージがほとんどつかめないものであった。この章では、Baldwinの結果をグラフ上に拡張するが、その証明はBaldwinの証明とは異なり、マルコグラフを使ってより幾何学的方法によってなされている。この方法だと、得られる正則連続体Zの幾何学的構造がはっきりと理解できるものとなる。実際Zはフラクタル構造をもつ正則連続体で、Z上のP-拡大写像もより幾何学的に解明されている。

第3章では、与えられた連続写像が区間上の写像である場合を、ある非常に弱い仮定の下ではあるが、より詳しく考察している。この章の主な結果は次の定理である：正則連続体Zがユニバーサルデンドライトになる必要十分条件は、Pに沿ったn-サイクルが2つ以上存在することである。ユニバーサルデンドライトは、連続体論で非常に重要な空間であり、この定理は連続体論の見地からも非常に興味深い結果となっている。

第4章では、3章の仮定の下に、Zがツリーである場合を考察している。この場合、Zの形は5つのトポロジカルタイプに完全に分類することができることを証明した。

この論文の3, 4章では Z がユニバーサルデンドライトでもなく, ツリーでもない場合が考察されずに残っている。この場合の研究は, 今後の課題として残されている。

審 査 の 結 果 の 要 旨

この論文は, グラフ上の連続写像の力学系理論に大きく貢献するものである。特に Baldwin の仕事を更に拡張し, より簡単で幾何学的なものに変えた意義は大きいものである。また, 第3, 4章で得られたそれぞれの結果は非常に興味深いものであり, その証明に見られる手法も含めて著者独自の着想に富んでいる。本論文は, その成果及びその手法を通して, この方面の今後の発展に大いに寄与したものと考えられる。この論文の基となった2編の論文の内1つは, すでに国際的に評価の高い雑誌に受理されており, 近く掲載の予定である。他の論文も現在投稿中である。

よって, 著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。