

氏名（本籍）	伊藤光弘（群馬県）
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第18号
学位授与年月日	昭和54年10月31日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	On curvature properties of Kähler C-spaces（ケーラーC空間の曲率の性質について）
主査	筑波大学教授 理学博士 高橋恒郎
副査	筑波大学教授 理学博士 中川久雄
副査	筑波大学教授 理学博士 前原昭二
副査	筑波大学教授 理学博士 茂木勇

### 論文の要旨

ケーラーC空間（コンパクト単連結均質ケーラー多様体）はその特別な場合としてエルミート対称空間を含むものであるが、エルミート対称空間にくらべてケーラーC空間の幾何学的性質については未知の部分が多い。

著者は、本論文において、ケーラーC空間の幾何学的な量を空間の自己同型群のリー環の言葉を用いて表わすことによってケーラーC空間の幾何学的性質を研究している。特に、曲率作用素の性質をリー環の表現の問題に帰着させ、その結果、第2ベッチ数  $b_2$  が1であるケーラーC空間がエルミート対称空間であるための必要十分条件が、曲率作用素の異なる固有値の個数が2以下であることを示した。

まず、ケーラーC空間のケーラー計量をリー環のルート系を用いて記述することにより、それが、エルミート対称空間の場合と異なり、必ずしもリー環の随伴表現で不変な内積からひきおこされたものではなく、したがって、一般のケーラーC空間は曲率テンソルが簡単な形をもつ正規均質多様体より複雑な構造をもつ多様体であることを明らかにした。

つぎに、リー環のルート系によって記述された曲率テンソルを用いて断面曲率を計算する。特に、正則双断面曲率および正則断面曲率を与える公式を導く。この公式から、典型リー環によって構成されるケーラーC空間で  $b_2=1$  のものは正則断面曲率がいたるところ正であることが示される。

つぎに、曲率作用素の固有値を調べている。まず、曲率テンソルがリーマン接続によって平行で

あることと、曲率作用素の固有空間が平行であることが同値であることを示し、さらにSchurの補題によって問題を単純リー環の随半表現のテンソル表現の既約分解に帰着させることが出来ることを示す。しかしこのテンソル表現の既約分解については、一般的な方法はまだ知られていないので、単純リー環の分類を用いて、典型単純リー環A, B, C, D型および例外型単純リー環E, F, G型のそれぞれの場合について、一つ一つ既約分解と曲率作用素の固有値を求めると同時に固有空間の平行性を確かめることによって、ケーラーC-空間がエルミート対称空間であるための必要十分条件を導くことが出来る。

## 審 査 の 要 旨

エルミート対称空間の理論はE. Cartanの研究によって、半単純リー群ないしは半単純リー環の理論に帰着されることが示されており、幾何学的性質も非常によく説明されている。しかし、ケーラーC-空間については、リー群論的には、複素半単純リー群とその放物型複素閉部分群による均質多様体として表わされるということがわかっている以外、幾何学的な研究はほとんどなされていなかった。その理由の1つとして、曲率テンソルをリー環を用いて表わす式が、エルミート対称空間の場合にくらべて格段に複雑であることからリー環の手法を用いることが非常に難しかったことが考えられる。著者はその点を均質多様体の不変接続を表わすために用いられる接続関数と、リー環のルート系をあわせ用いることによって克服し、たくみに計算をすすめながら、その幾何学的意味とリー環論的な意味との読み換えを行って計算の見とおしをよくし、ケーラーC-空間の曲率の性質をかなりよく説明することが出来たことは、著者の大きな功績である。

ケーラーC-空間がエルミート対称空間であるための必要十分性を証明するに当って、単純リー環の分類を用いて個々の単純リー環の場合に確かめて行く方法を用いたが、今後より一般的な（分類を用いない）証明が考えられることが期待されているが、その場合にも著者の証明が一般論への足がかりとして大いに役に立つものとする。

又著者の研究は微分幾何学の研究にリー環の表現論を積極的にとり入れたもので、今後のこの方面の研究に大きな貢献をなしたものとして高く評価されている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。