

氏名(本籍)	宮崎樹夫(栃木県)		
学位の種類	博士(教育学)		
学位記番号	博乙第1,102号		
学位授与年月日	平成7年7月31日		
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当		
審査研究科	教育学研究科		
学位論文題目	学校数学における証明に関する研究 — 証明に至る段階に説明の水準を設定することを通して —		
主査	筑波大学教授	教育学博士	能田伸彦
副査	筑波大学教授	教育学博士	杉原一昭
副査	筑波大学助教授	博士(教育学)	田中統治
副査	筑波大学助教授		清水静海

論文の要旨

1. 研究の意図

証明は、数学科において、重要な内容として昔から位置づけられており、その位置づけは今でも変わっていない。これは、証明を学ぶことに何らかの価値があると考えられてきたことによると思われる。この中には、例えば、筋道だてて物事を考えることができるようになることがある。

しかし、現実にも目を向けてみると、証明に関する学習状況は望ましいものになっていない。また、たとえ証明を書くことができたとしても、子どもは、証明のよさを認めているとは限らない。さらに、証明のよさを認めることができたとしても、子どもは証明を数学の世界だけに留めてしまっている。というのは、本来、証明は、日常生活の中など幅広い場面で、たとえば人と人が互いの主張を尊重して正しくわかり合い、互いの協力によって、よりよい考えを生み出すことにつながるからである。

2. 研究の対象と目的

本研究の対象は、学校数学における証明である。ここで、「学校数学」は、小学校・中学校の算数・数学科を意味する。また、「証明」は、前提から命題を演繹的に推論することを意味する。

本研究の目的は、子どもが学校数学における証明を行えるようにするための方針を設定することである。この目的を達成するために、次の課題に答える。

課題1：学校数学で証明を学ぶ意義と目的に基づいて、学校数学における証明を本研究ではどのようにとらえるか。

課題2：学校数学における証明に関して、子どもはどのような状態にあるか。

課題3：子どもが学校数学における証明を行えるようにするために、どのような方針があるか。

3. 研究の方法

本研究では、証明に至る段階に説明の水準を設定することを考察の主な手がかりとする。このことを手がかりとするのは次のことによる。中学校数学科において証明は、言葉使いや書式といった形式の面に重点をおいて指導されやすい。このような指導では、子どもは、証明を学ぶことの意義や目的といった面を十分にとらえることができない。この面からすれば説明の中には証明の萌芽となるものがある。そこで、証明に至る段階に説明の水準を設定することを通じて、説明を証明にむすびつけるための指導を施していけば、子どもは証明を学ぶことの

意義や目的といった面をとらえることができるようになって考えられる。

本研究の特徴は、命題の説明に、説明の内容、説明の表現、子どもの思考という観点を組み合わせて水準を設定したことである。これまでも各々の観点から水準を設定した先行研究はある。しかし、説明の内容、説明の表現、子どもの思考という観点を組み合わせて水準を設定した研究は、筆者の知る限りにおいて見当たらない。また、これらの観点を組み合わせて水準を設定することにより、証明の指導に関わる問題点や課題の解決に役立つ方針を設定することが可能になった。

4. 論文の構成

- 1章 研究の意図、対象、目的、方法、意義
- 2章 学校数学における証明
- 3章 学校数学における証明に関する子供の状態
- 4章 子どもが学校数学における証明を行えるようになるための方針
- 5章 研究の結論と残された課題

5. 研究の成果

課題1「学校数学で証明を学ぶ意義と目的に基づいて、学校数学における証明を本研究ではどのようにとらえるか。」に対する答えは、次のとおりである。

学校数学における証明は、学校数学で扱われる命題が、なぜ子どもにとって普遍妥当なのかという理由を示すために、子どもが次のことを行うことである。

- ・子どもにとって普遍妥当な前提から当該の命題を演繹的に推論すること。
- ・推論したことを、数や図形に関する命題の連鎖を表すための言語で表現すること。

課題2「学校数学における証明に関して、子どもはどのような状態にあるか。」に対する答えは、次のとおりである。

学校数学における証明の必要性とよさ（特に、命題が子どもにとって普遍妥当であること）に関しても子どもの状態は決して望ましいものにはなっていない。

課題3「子どもが学校数学における証明を行えるようにするために、どのような方針があるか。」に対する答えは、次のとおりである。

- (1) 説明の内容、説明の表現、子どもの思考という観点から、子どもによる説明に次の4つの水準を設定する。

観点 水準	説明の内容	子どもの思考	説明の表現
1	子どもにとって普遍妥当な前提から当該の命題までの論理的だが演繹的でない推論	具体的操作	数や図形に関する命題の連鎖を表すための言語以外の言語、図、具体物
2	子どもにとって普遍妥当な前提から当該の命題までの演繹的な推論		
3		形式的操作	
4			数や図形に関する命題の連鎖を表すための言語

- (2) 子どもが水準1から水準4まで順に移行するために、子どもに要請されるとを特定する。

a：説明の対象になる命題を自分で推測する。

- b：前提から当該の命題を導くために、具体物に対する一連の諸行為を実行する。
- ・説明の水準1にいる子どもが、説明の水準2へ移行するために要請されること。
- c：一連の諸行為の実行過程の共通点を手がかりとして、個別な場合に対して不変なことをみつける。
- d：不変なことを手がかりとして、必要な行為を前向き・後向きに考え出す。
- e：行為間の連続的な実行可能性を基準にして、仮定から結論に向けて個々の行為を組み合わせる。
- f：組み合わせた諸行為の適用範囲を広げる。
- ・説明の水準2にいる子どもが、説明の水準3へ移行するために要請されること。
- g：具体物に対する行為を陳述として言語化する。
- h：陳述を命題として組み合わせる。
- ・説明の水準3にいる子どもが、水準4へ移行するために要請されること。
- i：命題として組み合わせた陳述を、数や図形に関する命題の連鎖を表すための言語に翻訳する。

審 査 の 要 旨

本論文は、学校数学で学習困難とされる証明に関して、子どもが自分に可能な説明を出発点として証明に到達できることを指摘するとともに、その到達のために説明の水準を設定し、水準間を移行するために子どもに要請されることを特定したものである。本論文の研究としての意義は、証明の指導法開発の新しい方針を提示した点にあるとともに、水準の移行を通じて、子どもが自分の内面に潜む論理を徐々に顕在化することによって証明に到達し得ることを解明した点である。

特に、説明の内容及び表現という教材の視点と、子どもの思考という視点の独立性及び従属性を踏まえて、これらの視点を論理的に組み合わせるという着想は、国内及び諸外国の先行研究にみられないものとして、また、子どもの世界に立脚した教育実践に結びつくものとして、高く評価できる。

よって、著者は博士（教育学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。