

## 資料 1

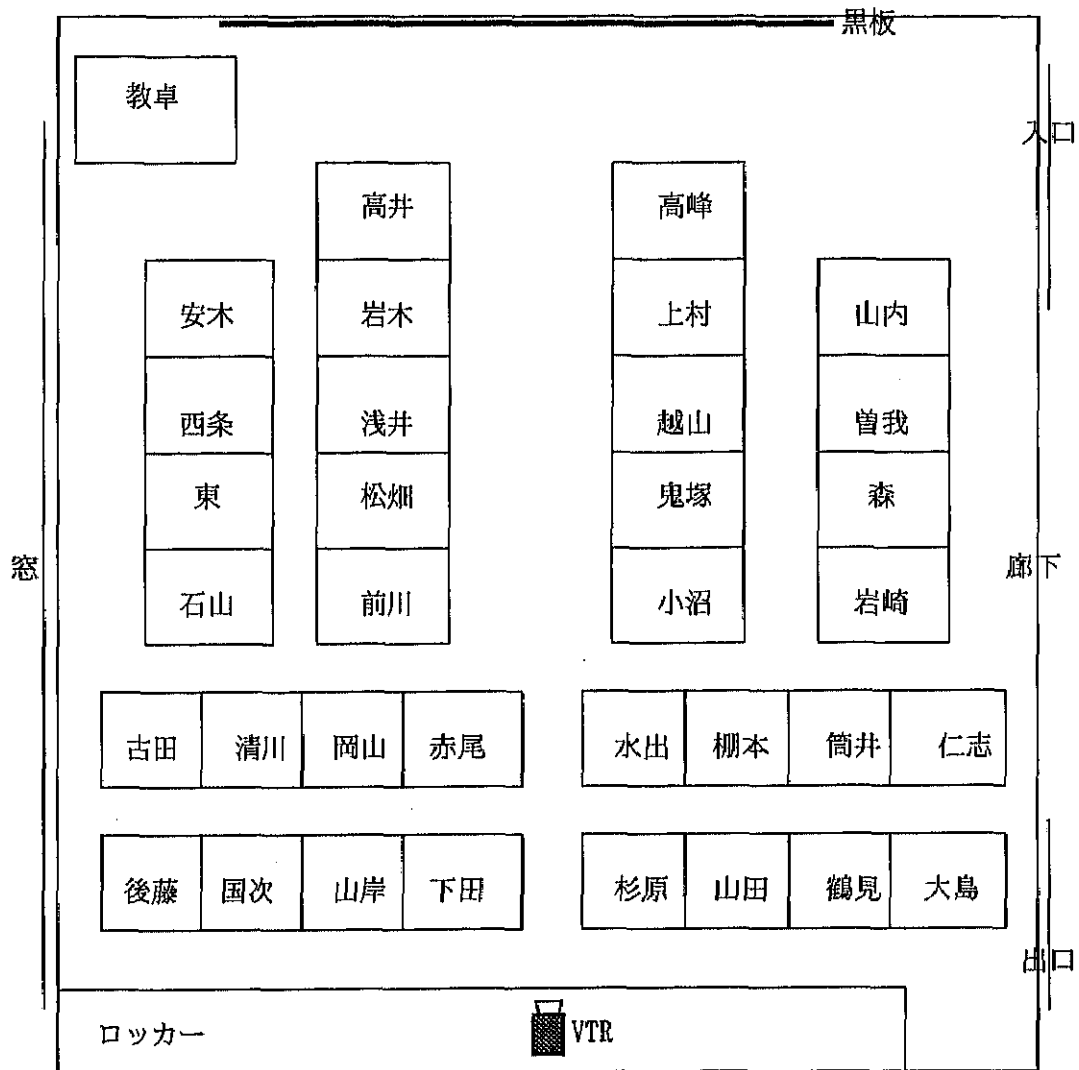
### 小学校における非参与観察

#### 1. 非参与観察の組織

筆者は、平成6年12月から平成7年3月までの第3学期において、国立大学教育学部附属小学校第4学年の1クラスを対象として設定し、週3回の割合で、非参与観察を行った。調査対象として附属学校の当該のクラスを選んだ理由は、いくつかの実際的な制約によるものであった。一つは、筑波大学から金沢大学への異動(平成6年10月)により、新しい土地で、公立小学校での調査研究を依頼することが困難であったことによる。また、異動が年度途中であったため、新任地での公務(講義や会議等)が比較的少なく、それにより、小学校に通い授業を観察する時間的な余裕が持てたことである。第二に、1学期間という比較的短い観察期間において数学的活動が社会的に構成される過程を分析するために、担任が二年間持ち上がりをしているクラスを調査対象として設定した。そうしたクラスでは、たとえ短期間であっても、当該のクラス特有の、しかも安定した数学的活動が社会的に構成されていると考えたからであった。

このクラスの担当教諭は算数科を主たる研究領域としているが、理科、音楽、そして図工以外のすべての教科および教科外活動を担当していた。この教諭は、教員養成大学の化学教室を卒業後、公立小学校の教諭に採用され、4年前(平成3年4月)に附属小学校に異動となった。筆者が参観を行ったのは、この教師の最後の任期であった。本調査の翌春、地方の公立小学校に戻り、現在は教頭職にある。また、この附属小学校では、教師の在任期間が4～5年と比較的短い。したがって、他教科をはじめとして、算数科として伝統的な教育実践は見られない。この意味で、筆者が調査を行った附属小学校は、通常の公立小学校での経験豊かな教師による算数の授業に類似していると考えられる。

調査対象として選択したクラスは34名(男子16名、女子18名)の児童からなっている。教室の配置は、次頁の略図に描かれているようなものである。これは、小学校においてよく見られる形態である。その特色は、児童の机がいわば「コの字」型に配列され、授業中にお互いの言語的・非言語的行為が他の児童から容易に観察できるようになっていること、そして、教卓が教室の角に置かれ、子どもたちが黒板で発表しやすくとともに、教師が様々な場所から子どもたちと相互作用することを可能にしていることである。



教室の配置図<sup>1</sup>

## 2. データ収集とデータ化の方法

調査は12月8日から開始された。このクラスの授業時間割では、算数の授業は、月曜から金曜まで毎日1時間ずつ（月曜5限、火曜2限、水曜2限、木曜2限、金曜3限）行われていた。授業時間は複雑で、夏校時（4月～10月）と冬学時（11月～3月）、さらにA校時とB校時に分かれており、それぞれ応じて、45分間ないし40分間となっていた。また、小学校では基本的に全科を担当していることや、種々の学校行事が予定されていることもあって、日課は多様かつ柔軟に運用されていた。学校授業の参観に関して、クラスの担任

<sup>1</sup> なお、これは観察者からみた教室の配置図である。実際、教師は、このような教室の座席表を作成しているが、それは、上のものと天地が逆になっている。

は、観察者の大学での公務の空き時間が最大限活用できるよう、午後の5限目の授業を午前中に移すなどして時間割を適宜変更し、協力をしてくれた。このことにより、筆者は、一週間のうちで、月曜、火曜、水曜の3日間の授業を観察することができた。

実施された授業の時数、日時、単元(内容)は以下の通りである。以下、○のついた授業(計15コマ)はVTRにより記録された。それ以外の授業については、放課後に担任の教諭にインタビューを行うとともに、授業で使用された教材資料や、児童のノートの書かれた作業記録のコピーを収集することにより、情報を補っていった。

第 1 時限目	12月 8 日 (木)	面積(陣取りゲーム)
第 2 時限目	12月12 日 (月)	面積(陣取りゲームの続き)
第 3 時限目	12月13 日 (火)	面積(陣地の比べ方)
○第 4 時限目	12月14 日 (水)	面積(広さの比べ方1)
第 5 時限目	12月15 日 (木)	面積(広さの比べ方2)
第 6 時限目	12月22 日 (木)	面積(広さの比べ方3)
第 7 時限目	1月10 日 (火)	面積(広さの比べ方4)
第 8 時限目	1月11 日 (水)	面積(面積の定義と公式)
第 9 時限目	1月13 日 (金)	面積(面積の計算1)
第10 時限目	1月17 日 (火)	面積(面積の計算2)
○第11 時限目	1月19 日 (木)	面積(面積の計算3)
第12 時限目	1月20 日 (金)	面積(面積の計算4)
○第13 時限目	1月23 日 (月)	面積の計算(面積の計算5)
○第14 時限目	1月24 日 (火)	面積(面積の計算6)
○第15 時限目	1月26 日 (木)	立体図形(積み木の見方1)
○第16 時限目	1月30 日 (月)	立体図形(積み木の見方2)
○第17 時限目	2月 2 日 (木)	立体図形(積み木の見方3)
第18 時限目	2月 3 日 (金)	直方体(作成)
○第19 時限目	2月 6 日 (月)	直方体(構成要素)
○第20 時限目	2月 7 日 (火)	直方体(定義1)
○第21 時限目	2月 9 日 (木)	直方体(定義2)
○第22 時限目	2月13 日 (月)	位置の表し方
○第23 時限目	2月14 日 (火)	位置の表し方
第24 時限目	2月15 日 (水)	位置の表し方
第25 時限目	2月20 日 (月)	位置の表し方
○第26 時限目	2月21 日 (火)	資料の整理
○第27 時限目	2月23 日 (木)	資料の整理(表の利用)
第28 時限目	2月24 日 (金)	資料の整理(表の利用)
第29 時限目	2月27 日 (月)	復習(小数の掛け算)
第30 時限目	2月28 日 (火)	復習(小数の掛け算)
第31 時限目	3月 3 日 (金)	いろいろな問題1
○第32 時限目	3月 7 日 (火)	いろいろな問題2
第33 時限目	3月 8 日 (水)	いろいろな問題3

この観察研究を通じて収集データは四種類のものからなっている。(1) 授業における教師と児童の全般的相互作用、(2) 授業前・授業中・授業後の教師や児童の観察者に対するイン

フォーマルな発話、(3)児童の作業記録と授業中の教材のコピー、(4)フィールドノートである。

(1)のデータ収集は、主としてビデオテープに実際の授業過程を録画・録音するという方法を利用する。授業の全般的相互行為が視野におさめられるように、教室の後方(ロッカーの上)に8ミリカメラ1台を配置する。このカメラには主として、教師の板書、指示、そして教師と生徒の発問・応答・評価過程が記録される。

(2)から(4)は、補足的・二次的データである。データ(2)では、筆者は教師の承諾のもとで、オーディオ・レコーダーを目立たないように身につけ、教師や児童が観察者である私に対して語りかけてくるインフォーマルな発話を録音する。これには教師の授業観、教材観、児童の評価、児童の考え、児童どうしの対話などが含まれている。これにより、授業前は、授業計画とその背景となる考え、疑問、苦言、そして教師どうしの対話などが録音される。授業中は、教師との会話はほとんどなく、観察者と児童との会話が録音される。授業後は、今日の授業についての教師の感想や、反省、児童についての評価などが録音される。これらの対話は、インフォーマルな立ち話によって行われる。さらに、児童の作業が記録として残るよう、データ(3)では、一人ひとりの児童が授業中にノート等でおこなっている作業がメモされる。そのために、座席を割り振ったメモ用紙に授業中の各児童の作業を写し取ることとなる。また、月に一二度の割合で、全ての児童のノートのコピーを取る。(4)のフィールドノートとは、この場合、ビデオには映らない教師、児童、そして観察者の活動を手短なことばで書きしるしたものである。授業中に生起する多くの出来事のできるだけつぶさに書きとることは不可能である。授業後できるだけ早いうちに、それらのメモをもとに授業の全般的な流れ、授業中のエピソードを描写するとともに、授業にたいして持った印象や感想、さらにどうして筆者がそれを印象深く思ったのかについての反省をまとめる。

ビデオ・オーディオテープに記録された授業における社会的相互行為そのものは、いうならば生の素材であり、データではない。それらに記録された映像・音声を、一定の方法に基づき加工したものがここでいうデータである。本論では、会話分析において一般に用いられる表記記号(例えば Voigt, 1989b)<sup>2</sup>を用いて文字化(プロトコル・データ化)された。

#### (1) 発話者の略記

教師：	教師の発話
浅井：	浅井という児童の発話。児童の名前は仮名である。
( )：	不特定の児童

<sup>2</sup> Voigt, J. (1989b). Social constitution of mathematics province. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition*, 11(1&2), 27-34.

(石山): ある程度推測に基づく特定の児童

(2) 会話表記記号等

複児童:	複数の児童の同時発話
教師: .. //	次の発話割り込み。発話が中断された箇所。
《n》	約n秒の間
(たぶん)	推測に基づいて書き起こされた不明瞭な発話
(...)	聞き取れない発話や書き起こし不能な発話
?	うしろ上がり調子の発話
これは(下線)	強調
...	語尾の曖昧な発話
—	のびる音
[↑]	挙手
[笑い声で]	発話や行動の様式

### 3. データ分析の方法

文字化されたプロトコル・データは、本研究の理論枠組みである社会数学的活動の2つの観点、すなわち「大局的数学的活動への局所的参加」と「社会的相互作用における数学的意味の発達」から分析された。このことについては、第4章第3節の2で述べた。

本論は、データ分析に当たり、社会学の研究態度である「エスノメソドロジー」(ethnomethodology: Garfinkel, 1967; Leiter, 1980)<sup>3</sup>の立場に立った。ここで、エスノメソドロジーは、社会的行為を研究する態度を提案しているものであって、具体的な社会的状況を分析する厳格で普遍的な方法を提案しているわけではない。この意味で、研究者の側で具体的な分析方法を選択しなくてはならない。本論では、データ分析の方法として、エスノメソドロジーの一手法である「構成的エスノグラフィー」(constitutive ethnography: Mehan, 1979: 16-18)<sup>4</sup>になった。

「構成的エスノグラフィー」は、古典的な授業研究法である定量的研究や伝統的フィールド研究のもつ困難点を改善しようとして提唱されたものである<sup>5</sup>。それは、授業において反復して生起する社会的行動のパターン、あるいはそのパターンの背後にある暗黙のルールを記述するとともに、そのような組織的なパターンが教師と児童・生徒の相互作用的作

<sup>3</sup> Garfinkel, H. (1967). *Studies in ethnomethodology*. Prentice Hall. Leiter, K. (1980). *A primer on ethnomethodology*. Oxford University Press.

<sup>4</sup> Mehan, H. (1978). *Learning lessons*. Harvard University Press.

<sup>5</sup> 授業の定量的研究は、予め設定された行動の離散的カテゴリーの発生頻度を数量化する。こうした方法は、授業の相互作用にもたらす児童の寄与、言語行動と非言語行動の関係、文脈に対する行動の関係、言語の機能をとらえることに失敗しており、何よりも授業が教師と児童の相互作用的作業によって社会的に組織されていることを見逃している。他方の伝統的なフィールド研究は、参与観察法により、一定の社会的状況において生起するルーティンな行動の系統的パターンを記述する。この方法論は、臨場感豊かな記述を与えるが、事例を取り上げる基準が曖昧であったり、典型的な事例を抽象する際に用いた素材と抽象する手続きが呈示されないという欠点がある。

業によって安定したルーティンとして社会的に構成される過程をも記述しようとするものである。それは、授業において観察されうる教師と児童・生徒、児童・生徒どうしの相互作用が、授業をかさねてゆくなかで安定した構造に構造化されてゆく活動(social structuring activity, Mehan, 1979: 16-19)に注目している。初期のエスノメソドロロジー研究が、社会的構造からその構造をうみだしている成員(メンバー)の方法や説明作業へと視点をラディカルに移したが、構成的エスノグラフィーは構造と構造化とをともに研究の対象とする。

「構成的エスノグラフィー」は、より具体的には、「分析的帰納法」(analytic induction, Mehan, 1979: 21)を用いる。「分析帰納法」は、「常時比較法」(constant comparison)とともに質的研究法において最も一般に利用される方法である(LeCompte & Preissle, 1993: 254-257)<sup>6</sup>。これは、分析者が予め意図する特定の現象を見つけ出すのではなく、むしろ少数のデータから出発し、やがて浮かび上がってくるパターンを暫定的な分析図式とし、以後のデータを照合してゆき、反例や否定的データに遭遇するごとに初期の図式を徐々に修正し洗練してゆくものである。こうして、ビデオ録りされた映像と音声をもとに作成した授業のプロトコル・データから、課題の定式化に関する暫定的で仮説的な参加構造のパターンを抜き出し、以後の授業における課題の定式化にかかる相互作用が説明できるかを試しながら、暫定的なパターンを修正、洗練してゆく。

さて、このように抽出された授業での相互行為のパターンは、普段は当たり前のように行われているので、当事者である教師や生徒にさえあまり意識されない。分析者が抽出した数学的参加構造のパターンが、教師と生徒によって実際に相互作用的に構成されているという妥当性が問題となる。本稿では、妥当性をうるための方法として2つの観点を設定する。一つは、エスノメソドロロジーの手法である「違反・不履行研究」(breaching study, Garfinkel, 1967)である。それは、平常の状態では「あたりまえ」の様になされている相互作用が明らかになるのは、期待する相互作用が生じなかつたり混乱していたりするときであり、人々は平常の状態に回復させようとする作業において何が平常であったのかが明らかになるという点に着目したものである。授業において期待する相互作用が生じなかつたときには、普段あたりまえのように何気なく行ってきた相互作用が何であるかを教えてくれる。この方法により、授業のプロトコル・データから、教師が参加構造を執拗にネゴシエートする場面や、生徒のルール違反が制裁される場面を吟味してゆく。そのような場面では、教師が期待する数学的参加構造が首尾よく展開されない場面であり、何が「適切な」参加構造であると納得されているかが顕在化するとと思われる。

妥当性を求めるもう一つの方法は、教師と児童自身に「語らせる」こと、それも彼(女)

<sup>6</sup> LeCompte, M. D. & Preissle, J. (1993). *Ethnography and qualitative design in educational research*. Academic Press.

らが授業中やその前後で主体的に語りかけてくる「声」(voice) (Bakhtin, 1986; Engestrom, 1993; 大谷, 1993b)<sup>7</sup>を分析することである。教師や児童が観察者に対して語りかけた発話のプロトコルから、彼らが課題の定式化に関して、どのような動機をもって、またどのように状況を解釈しながら授業に臨んでいるかを解釈する契機が得られると考えるのである。このような教師と児童のエスノ・メソッドを理解しようとする際には、授業中、あるいはその前後で教師や児童が観察者にたいして話した発話が重要な役割を演ずる。というのは、私にたいする発話は、発話主体と私、そして他の潜在的な他者との相互作用的な産物である。そのような発話は、私を媒介にした、自分自身の動機や信念の表明であり、また私を媒介にした他の声（教師や他の生徒の声、社会的・制度的な声）との対話であると考えられる。このように、観察者としての私を、生徒と教師の声、そして他の複数の声を聞く媒介項として位置づける点に本研究の方法論的特徴がある。

これまで述べてきたような分析の方法に基づき、ビデオ・オーディオ録りされた映像と音声を元に作成された授業のプロトコル・データから、分析帰納法と違反・不履行分析法を用いて、この授業に特徴的な相互行為のパターンを抽出するとともに、「声」の分析から、授業に参加する当事者が対象や出来事を意味づける方法(situation definition: Wertsch, 1985b: 159)<sup>8</sup>を検討する。

#### 4. プロトコル・データ

[No. 1]

- 001 教師：はい、えー、それではですね、この間まで面積をやっていた(んですが)。今日は面白いものをもってきましたのでね。【箱を取り出す。振るとガチャガチャ音がする】
- 002 浅井：あー、なんか入っとる。
- 003 児童：立体模型
- 004 教師：(・・・)
- 005 複児童：あっ、ブロック。ブロック。
- 006 児童：積み木
- 007 教師：ブロック。積み木。えー、昔、君たちの青春時代を思いだすような//
- 008 複児童：あーあー
- 009 教師：物が入っているんです。
- 010 複児童：積み木や、積み木。あーあー。積み木や。
- 011 教師：積み木?
- 012 児童：積み木や、積み木。積み木や。

<sup>7</sup> Bakhtin, M. (1986). *Speech genres and other late essays*. The University of Texas Press. Engestrom, Y. (1993). Developmental studies of work as a testbench of activity theory. In Chaiklin S. & Lave J., (Eds.), *Understanding Practice* (pp.64-103). Cambridge University Press. 大谷 実 (1993b). 数学の授業にみる「声」の社会性・腹話性. 第26回数学教育論文発表会論文集 (pp.169-174). 日本数学教育学会.

<sup>8</sup> Wertsch, J. V. (1985b). *Vygotsky and the social formation of mind*. Harvard University Press.

- 013 教師：もう一回音聞いて[箱をゆらす、ガチャガチャ]  
014 石山：えっ、何か違う  
015 国次：何か違う  
016 石山：ちょっと小さい  
017 国次：小さい。《1》サイコロかもしれん  
018 教師：[箱の蓋をあける]  
019 複児童：サイコロ(じゃない)。積み木や。積み木や。  
020 教師：こんなもの何て言う？  
021 複児童：積み木。  
022 教師：何か1年生を思い出しますねー《3》積み木がこの箱に《4》えー、今からね、グループを(・・・)、グループをサッと作って。  
023 複児童：[机を動かし始める]

[No. 2]

- 044 教師：で、どんな積み木が入っているか自分たちで、相談して、いいですが、何分  
でできますか？  
045 児童：(3分)  
046 教師：何分位？  
047 複児童：7分、7分  
048 児童：あー、7分  
049 教師：ほんなら7分にしましょう。はい7分間、よーい、はじめ。

[No. 3]

- 082 教師：はい[手をたたく]では(・・・)。はい、それでは、えー、どんな積み木  
て、聞かれたときに  
083 複児童：(↑)  
084 教師：どんな風に、僕らのグループでは、どんな言い方があったよ。はい、じゃ、  
清川君  
085 清川：えーと、僕のグループは、あの、ちょっと2つ言うんだけど、あの、この  
一、一つ、四角形に対して正方形みたいなものが、(見つかったん)だけど、  
こっちはキャラメルみたいな、キャラメルみたいな形で。こっちは、あの、  
サイコロの様な形が(見つかりました)。  
086 教師：[板書] はい、ちょっと待って。清川君。キャラメルの様な積み木。さて、  
清川君はねキャラメルの様な積み木って言いましたね。みなさんの中にあ  
りますか  
087 複児童：ない。ある。  
088 児童：ない。  
089 児童：あるー。  
090 国次：あるはずだけどない。  
091 児童：小さーい  
092 教師：はは。ある人手をあげて。ちょっと持ち上げてごらん。《2》しっかり持ち  
上げて。みんなに見えるように。ある人。《2》はい、見ていますか？ あ、  
だめだ。積み木を手で遊ぶんじゃない。4年生なんだぞー。《2》はい、もう  
1度キャラメルの様な積み木あると思う人、持ち上げなさい。《5》清川君を  
見て。立ちなさい。  
093 教師：キャラメルのような積み木、自分たちの中にあると思うのを出しなさい。



- 094 児童：(・・・)  
 095 教師：ない。そのグループだめだったのね。はい、次何？  
 096 清川：次、これなんだけど  
 097 教師：うん  
 098 清川：これ、何かサイコロの様な  
 099 教師：はい。サイコロの様な積み木。〔板書〕サイコロのような積み木あるところ、  
 パツて挙げなさい。それをお互いに見なさい。《3》ありますか。ということ  
 とは、こんな言い方〔踏く〕あつ、ごめんなさい。こんな言い方ができる。  
 100 児童：(できるよ)

[No. 4]

- 101 西条：でもサイコロってえ、いろんな形あるから  
 102 教師：サイコロにいろんな形ある？  
 103 児童：五角形もある《3》六角形もある  
 104 教師：じゃ、(あっそうか)、どんなサイコロって言わないと、分からないのですか？  
 105 西条：でも、(普通)サイコロって言うたら、四角のサイコロ  
 106 教師：普通、サイコロっていうたらどんなサイコロやて//  
 107 西条：四角の  
 108 教師：四角のサイコロやって。変なサイコロ見たことありますか  
 109 複児童：あるー。  
 110 教師：変なサイコロはおいといて、サイコロの様な積み木《2》探せますか。(持  
 って見ますよ)。はい、サイコロの様な積み木  
 111 複児童：(↑)〔手に持って挙げる〕  
 148 鬼塚：三角形の積み木なんだけれども。それで、面が//  
 149 教師：三角形の積み木なんだけれども、と言って、三角形の積み木を説明するん  
 か  
 150 鬼塚：うん  
 151 教師：なんでしたっけ三角形。三角形の積み木なんだけれども。なんだけれどもや  
 ね  
 152 複児童：[笑い]  
 153 教師：三角形の積み木、ちょっとまって、ええー、ややこしいぞ。  
 154 児童：えー、分からん  
 155 教師：はいどうぞ  
 156 鬼塚：すみません、まず、面が5つの《2》、最初が、面が5つの積み木で、もう  
 一つが、えーと、直角が、12個ある積み木

[No. 5]

- 189 国次：何で直角が12個あるんや(・・・)〔騒がしくなる〕  
 190 複児童：嘘お。嘘。直角じゃないぞー。なるよー。直角。嘘。〔騒然となる〕  
 191 教師：ちょっと周り。《2》まだ、うるさい。直角が？(直角は?)、この直角が？  
 192 複児童：〔騒然として聞き取れない〕  
 193 教師：はい。ちょっとこゝろ悩んでいます。おいときましよう。《2》はい、他の言  
 い方ある？  
 194 複児童：(↑) はい。はい。

[No. 6]

- 278 児童：直角 14 だった  
279 教師：直角 14  
280 複児童：(えーっ、12・・・)  
281 教師：ちょっとまって、このグループは、三角//  
282 複児童：[騒然となる]  
[中略]  
294 教師：これ、少しおいときましようね。はい。はっきりするところだけ、していけますね。《3》はい、こっちからいっていいかな、番号ばらばらですけど、5 班でしたっけ。何々のような、積み木。何々のような形の積み木、にしましょうか。様な積み木、出せるなっていう人、手を挙げてごらん。《2》こんなことといえば、積み木は出せるよ  
295 複児童：(↑) (・・・)  
296 教師：うーん、やっぱり (こう色付けといて・・・)。《3》これ[鬼塚の班の見方]は今、置いといて、こちら。《2》縦が五角形で横が四角形の積み木。あっ、これ出せるぞっ  
297 複児童：(↑)  
298 教師：あやしいって人は  
299 複児童：(↑)  
300 教師：そこ、ちょっとあやしい人がいる。出せる人は、非常に多い。《2》はい。これは 1 班のツー(2)。どっから見ても四角形の積み木。これは出せる。  
302 教師：これは出せる。  
303 複児童：(↑)  
304 教師：ちょっと疑問が残る。  
305 複児童：(↑)

[No. 7]

- 004 当番：起立。  
005 当番：礼。  
006 複児童：[着席するも騒々しい]  
007 教師：あれ、忘れたという人、手を挙げて。  
008 複児童：(↑) 少しだけ思いだした。少しだけ (・・・)。はい。はい。  
009 教師：清川君。  
010 清川：えーと、こないだは箱の中から、あの一 (立体とかじゃなく)、四角形とかの、あの一、積み木を出して、あの、それが、「何々のような」とかで、あの、サイコロのようなどか、キャラメルのようなどか、三角帽子のようなどかの、あの、そんなことって、あの、説明した。  
011 教師：そんなこといった記憶ある。  
012 複児童：ある。ある。ある。  
013 教師：今言ったのはなんと言うの。《2》今、清川君の言ったのは、何を使ってるの。  
014 複児童：(↑) はい。はい。  
015 教師：水出君。  
016 水出：「何々のような」だと思います。  
017 複児童：いいでーす。  
018 教師：こんなのがあった。《2》あった。  
019 複児童：あった。あった。  
020 教師：うーん、これはあったぞ。《3》「何々のような」、(他には)

- 021 複児童：(↑) はい。はい。  
022 教師：じゃ、(・・・)。困ったらいいなさいね。久しぶり、一週間ぶりだからね。  
はい、杉原さん。  
023 杉原：はい、とんがり帽子のような(・・・)  
024 児童：聞こえませんか。  
025 杉原：とんがり帽子の様ながありました。  
026 複児童：いいで一す。  
027 複児童：(↑) はい、他にあります、はい。  
028 教師：仁志さん  
029 仁志：はい。キャラメルのようなだと思います。  
030 複児童：いいで一す。  
031 複児童：(↑)。はい。はい。  
032 教師：はい、森さん。  
033 森：はい。サイコロのようなが(あります)  
034 複児童：いいです。  
035 複児童：はい、はい、他にあります。  
036 教師：まだまだ続きそう。はい、棚本さん。  
037 棚本：(ピラミッドの)、あっ、ピラミッドのような形だと(・・・)  
038 複児童：いいで一す。

[No. 8]

- 061 教師：何してたんだろう。《2》そこはつきりしないとね。何を言ってるのか、わかんないね。《3》(・・・)した? 《3》清川君は「何々のような」って出してくれたけれども、忘れちゃったのね。《2》はい、松畑君。  
062 松畑：えーと、(どんな積み木が入っているかを)、いろいろ、そういう清川君とか、「ような」とかを使って、やっていって、《2》それとか、鬼塚さんの班みたいに、正方形が、あっ、4枚あつ(てとか)!!  
063 教師：ちょっと待って  
064 児童：(↑) はい  
065 教師：他にもあつたっていうの。  
066 複児童：はい。  
067 教師：そういうこというの。  
068 複児童：はい。  
069 教師：鬼塚さんの班みたいに他にもあつたんだね、それだけじゃなかったの。  
070 児童：うん。  
071 教師：あと幾つありました?  
072 複児童：2つか3つある。

[No. 9]

- 107 教師：こういう(見方)ってある、2つでしたか。  
108 複児童：まだある。《2》はい、他に(あります)  
109 教師：まだある、気づいた。《3》じゃあ、忘れた人もいるからね、みんなでだし合い(ましようね)。全部(・・・)、更に、今日発見することもあるかもしれないしね。・・・はい、筒井君。  
110 筒井：なんか、面がえーと、いくつとか、直角が幾つあるとか(・・・)、直角が幾つあるとか、でていました。

- 111 複児童：いいで一す。いいです。  
 112 教師：面がいくつ、直角がいくつ。そんなのあったよ。  
 113 児童：うん。  
 114 教師：題名つけれる。  
 115 西条：えーと、形の中身方式。  
 116 教師：[笑い声で] なになに  
 117 西条：形の中身、形の説明の（・・・）  
 118 複児童：（・・・）[騒々しい]  
 119 児童：形の//  
 120 教師：みんな、西条さんにまかしていいの。  
 121 複児童：いいよっ。  
 122 教師：本当にいいの  
 123 児童：（・・・）形のなに  
 124 西条：なんか中身って行ってなかったっけ、この前  
 125 教師：は一ん。鬼塚さんの言ったのこれか、形の中身か、  
 126 複児童：中身って、形の中身じゃないんじゃない。  
 127 教師：あっ、中身じゃない、なに《2》中身の説明にしたらしい  
 128 複児童：えー、中身。自体。形の説明。

[No. 10]

- 133 教師：そうすると、1、2、3。3つですか。  
 134 松畑：大きく分けたら//  
 135 教師：大きく分けたら、ってことは、まだあると言うことやね。  
 136 松畑：やろうとしたら出る  
 137 教師：やろうとしたら、ある。  
 138 松畑：（・・・）とか。  
 139 教師：やろうとしたら出る、出る。  
 140 松畑：（・・・）のとか出る。  
 141 教師：松畑君、出る？  
 142 松畑：あの、その、だって、でも、中身の説明と大体同じ。  
 143 教師：大体同じ、言ってみればいいじゃない。  
 144 松畑：えっと、例えば（・・・）、例えば、正三角形が2面で正方形が3面ある形とか形も入れた。  
 145 教師：正三角形が、  
 146 松畑：二面で、正方形が三面あるとか、形も入れた//  
 147 教師：正三角形が二面それから  
 148 松畑：えっと正方形が三面ある形とか  
 149 教師：正方形が何面？  
 150 松畑：あの、三面ある形とか  
 151 教師：三面ある形  
 152 松畑：(を入れてやっている)

[No. 11]

- 222 西条：えっと、つけ加えなんだけど、前から見て、あ、見たら積から見たらって言うのは、小沼君がいったのは、大きさがあるから、それだけだったら、大きさが分からないって（言った・・・）

- 223 教師：それだけだったら、大きさのときどうすんの。《4》これ言うときは、どう言うの？
- 224 複児童：(↑)
- 225 教師：[大小二つの立方体を示し] これと、これ。《3》これ。これね。小沼君、これとこれどう見るってか。《2》はい、あるところから見たらって、これどうすんの？
- 226 複児童：(↑) はい、はいはいはい。
- 227 教師：だから言えない？
- 228 複児童：言える。言える、言える。
- 229 国次：はい。はい。はい。はい。
- 230 教師：言える？
- 231 児童：はい、
- 232 教師：言える
- 233 複児童：(↑)。はい、はい。
- 234 教師：小沼君、言えると思う？
- 235 小沼：言える
- 236 児童：はい、はい、
- 237 教師：岩木君
- 238 岩木：例えば、それが、縦 10 センチ横 10 センチだったら、あの《1》その場合、縦 10 センチ横 10 センチの正方形がどっから見てもあるってあって、例えばその 2 倍で、二十《2》あの、縦 20 センチ横 20 センチの正方形がどっから見ても(・・・)
- 239 筒井：(↑) 他に！
- 240 教師：と言うことは、岩木君は何を加えたの？
- 241 複児童：(↑) はい。はい。
- 242 教師：後藤さん
- 243 後藤：岩木君は、長さを加えたんだと思います
- 244 複児童：いいで一す。

[No. 12]

- 323 教師：[ある所から見たら]こんでいいの？そんな見方ができる？
- 324 複児童：できる。
- 325 教師：いいの？
- 326 複児童：いい
- 327 教師：(浅井さんは?)
- 328 浅井：(・・・)
- 329 教師：何となく、まだある？
- 330 複児童：何が？ 何で？
- 331 西条：どんなこと、言って！。
- 332 教師：今は言えない《3》いえる？
- 333 西条：ちょっとでもいいから言ってよ！
- 334 浅井：あの、2つあるんだけど、一つは前から見たって言うのと、横から見たら(・・・) そんなのはあの、その横とか前からって書いてないから分からないし、それにあの、例えば、[長方形の種類が]3つとか書いてあったとして、その3つで組み合わせていったら全然違う形になってしまう(と思う)から(・・・)
- 335 複児童：ええ？

[No. 13]

- 048 教師：こんなの直方体って言ってたよね。こんなもの直方体って、これから言おうね、(言葉で説明すると)どうなの。はい。小沼君。
- 049 小沼：正方形のある形。
- 050 教師：正方形のある形
- 051 小沼：あっ、長方形の
- 052 児童：つけ加え。
- 053 教師：〔板書〕今、小沼君、長方形がある。東君。
- 054 東：えっと、小沼君につけ足しなんだけど。えっと、全部の面が、えっと長方形の、えっと形。
- 055 児童：つけ加え。
- 056 教師：つけ加えね。下に書いていいかな。〔板書〕これがあるんだけど。〔板書〕はい、松畑君。
- 057 松畑：えっと、正方形の面と、長方形の面であればできる。
- 058 教師：〔板書〕全部の面が長方形。
- 059 国次：いや、それじゃなくて
- 060 松畑：じゃなくてもだいじょうぶ。
- 061 教師：あっ、もっと他のもあるっていうの。
- 062 児童：(・・・)直方体(・・・)
- 063 教師：(・・・)こっちに書いていいか。松畑君、なんて言う。
- 064 松畑：長方形と正方形で表せる
- 065 教師：〔板書〕長方形と正方形の何があるの。
- 066 複児童：辺。辺。
- 067 教師：〔板書〕そういうのもいるんだよ。中前さんの(・・・)。直方体の全部の面が長方形、幾つあるんですか長方形。
- 068 複児童：はい。はい。
- 069 教師：こちらからいってみましょうね。・・・この机の上にあるのは、それ、なんですか。
- 070 複児童：直方体。
- 071 教師：それ、直方体とっていいですか。・・・全部の面が、長方形。なってますか。
- 072 複児童：(・・・)
- 073 教師：なってる。
- 074 複児童：なってる。
- 075 教師：そしたら、今、みんなの机の前に置いてあるのは、アとイ、どちら側の方ですか。
- 076 複児童：ア。ア。
- 077 教師：アで間違いありませんか。(・・・)長方形がある。幾つありますか。
- 078 複児童：はい。はい。
- 079 教師：はい、鶴見さん。
- 080 鶴見：6だと思います。
- 081 複児童：いいで一す。
- 082 教師：長方形の面が、面やね、その6つあれば、直方体と言っていい。
- 083 複児童：うん。はい。

[No. 14]

- 095 教師：うん、アの見方だよ。これまで、面で見たり、数と(・・・)。そしたら、長方形の面が6つあれば、直方体と言っていい。

- 096 複児童：いい。うん。
- 097 教師：いいという人挙げてごらん。《2》そういうことしてたものね数とかね。《4》それで、えー、夜寝ないで作ってきました[紙で作った大きな長方形を取り出す]。嘘ですね、寝たって作れる。はい、これは、なんていう形。
- 098 複児童：長方形
- 099 教師：長方形ね。はい、長方形が、一つ[黒板に張る]、・・・二つ、・・・三つ
- 100 児童：できんよ、できんよ。・・・できんよ。
- 101 教師：あれ、四つ
- 102 複児童：できん。できん。
- 103 教師：何をできない、できないって言ってるの。五つ
- 104 複児童：あ、できん。できない。できない。できんよ。
- 105 教師：(・・・) はい、見てごらんなさいね、長方形が、幾つありますか。
- 106 複児童：6つ。
- 107 教師：6つありますね。で、えー、長方形が6つ、作ってきました(・・・)。そうすると、あの6つあれば、直方体になる。
- 108 複児童：ならない(・・・) できない。
- 109 国次：あの6つじゃできない。
- 110 教師：どうということですか。だって、長方形6つあれば直方体になる、でいいんでしょ。(ここに) 作ってみましたよ、きれいでしょ、とつてもね。

[No. 15]

- 111 複児童：つけ加え。つけ加え。はい、つけ加え。
- 112 教師：つけ加えというのは、どういう意味ですか。できない、という意味ですか。
- 113 複児童：うんできない。あれやったら、あれやったらできない。あれやったら。
- 114 教師：あれだったらできないというのですか
- 115 国次：でも、それ言葉をつけ足したらできる。
- 116 教師：言葉をつけ足したらできる。
- 117 児童：うん。
- 118 複児童：はい。はい。はい。
- 119 教師：今何言ってるのか分からん。何言おうとしているのか。(・・・) さん何言おうとしているのか、ちょっと、岩木君、長方形6つあるね。直方体、できそう。できない、ということは、あなた思うわけ。
- 120 岩木：できない。
- 121 教師：できない。だって、6つだよ。
- 122 児童：6つ(・・・)
- 123 児童：でもなんか。何か、同じな(・・・)
- 124 教師：何か言葉をつけ加ないといけない。
- 125 複児童：うん。そう。はいっ。はい。
- 126 教師：うん、それがね、今、浮かんだ人、何人かおる(みたいね)。はい、国次君。
- 127 国次：えっと、つけ足しにならないかも知れないけど
- 128 複児童：[笑い]
- 129 国次：けども、えっと、全部が、えっと、同じだと、あの、横とか、辺とかの場合、付く場合、その上と(・・・)
- 130 教師：簡単に今までのを言うと、全部が同じではだめなの。
- 131 国次：箱で説明するんだけど、例えば、ここここが同じだったら、ここも、このふんだと(・・・) この面積が小さくて、それではまらないし、で、逆に(・・・) もはまらないから、それだから、全部の、えっと、長方形の形が同

じでは、えっと、この直方体はできないと思います。

[No. 16]

- 142 教師：つけ加えやね。はい、じゃ、筒井君。  
143 筒井：長さの、違う正方形、が6つあるとできると思います。  
144 教師：なに、なっ  
145 複児童：長方形、長方形じゃないが？ 長方形や。  
146 教師：今、できること言っていたわけね。これでは無理だと  
147 西条：あ、でも  
148 児童：それできんよ。  
149 西条：筒井君が言ったの、全部、あの全部、なんかバラバラ（・・・）  
150 児童：全部バラバラじゃなくて、んと一、一つバラバラ  
151 複児童：（↑）はい。はい。はい。はい。はい。  
152 教師：はい、鬼塚さん。  
153 鬼塚：えっと、4種類の、あの同じ正、長方形。

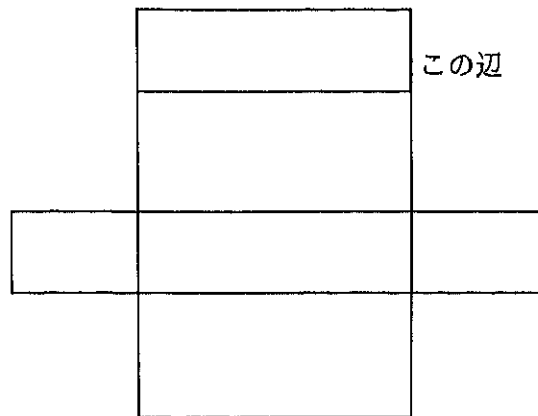
[No. 17]

- 079 教師：どうかな。今、出しましたね。どんなふうになつたの。うん、東君。  
080 東：[黒板で長方形の紙を移動する]こうして・・・えっと[触れ合う辺にチョークで色を付け]えっと、この、それで、この茶色に塗ってあるところを折り曲げて、えっと、貼れば、いいです。  
081 複児童：いいです。  
082 国次：もっと簡単に。  
083 教師：触れ合い方（・・・）。はい。  
084 国次：えっと、2つ、えっと、2つ、2つずつある違う長方形を、その同じ形の長方形を向かい合わせるようにして組み合わせればいい。  
085 児童：いいです。

[No.18]

- 090 教師：このこれを、こーんなつなぎ方したら、これ[アの直方体]になってくれる。  
091 複児童：くれる。る。  
092 教師：くれる。（で一）ここは、この[辺に赤く色をつける]、ここは、今赤見えるかな。ここは、どことつながる。触れあうの。  
093 複児童：はい。はい。





- 094 教師：ここが、どっか触れ合うのね。こんなふうに（・・・）  
 095 複児童：はい。  
 096 教師：図がないから、ちょっと難しいかな。はい、仁志さん。  
 097 仁志：はい。前出て（・・・）。ここだと思います。  
 098 複児童：いいです。  
 099 教師：みんな同じですか。（・・・）えっと、（・・・）この場所は。  
 100 複児童：はい。はい。  
 101 教師：古田さん。  
 102 古田：指摘。  
 103 複児童：いいです。  
 104 教師：触れ合わない場所ってありますか。  
 105 複児童：ない。  
 106 教師：どこかで触れ合ってしまうのね。で、出来たのが（・・・）こんな、形[前時の  
 終わりに組み立てた直方体の完成物を見せる]

[No.19]

- 133 教師：今度はこういうふうに（・・・）。左右[アとイ]の違いは？  
 134 複児童：ただ正方形が（・・・）。（↑）はい。はい。はい。  
 135 教師：アとイと比べたら（・・・）。後藤さん。  
 136 後藤：2つあると思うんだけど、一つは、正方形が入ったということで、もう一つは、イ、アが3種類だったけど、イは二種類でいいと思います。  
 137 複児童：同じです。同じです。  
 138 教師：2つ言いましたね。一つは  
 139 複児童：はい。はい。  
 140 教師：はい、森さん。  
 141 森：一つは、正方形が入ったことだと思います。  
 142 教師：一つは正方形という（・・・）  
 143 複児童：はい。はい。はい。  
 144 教師：大島君。  
 145 大島：種類が二つあること(だと思う)。

[No.20]

- 172 教師：(下田君)、みんなの顔ながめてみて。《2》どうでしたか。

- 173 複児童：(・・・) 分かん。だから、後藤さんが(・・・)
- 174 教師：言い終わってサーッと(もどった)でしょう。下田君が何いったか分かりませんか。
- 175 児童：(・・・)
- 176 教師：下田君大事にしたいこと何か分かった。
- 177 児童：うん。
- 178 教師：(・・・) 大事にしていることあるのね。(どうぞ) 下田君。
- 179 下田：えーと、正方形が入ったせいで、長方形が、(・・・) あっ、交わる、あっ交わる、あっ、あ、えっ触れ合う、あっ長方形が、あっ3種類の長方形が、1種類になってしまう。
- 180 複児童：あー。あー、分かった。
- 181 教師：何が大切。
- 182 複児童：正方形。
- 183 教師：正方形が入ったために
- 184 児童：そのために、何種類の長方形が1種類になったってこと。
- 186 教師：3種類の長方形が1種類になった。

[No.21]

- 062 教師：詳しくアとイで、比べ、違ったわけね、いろいろとね。はい。そしたら、(・・・) では、今ね、調べてきた後でね、直方体ってどんな形って聞いたらどう答える？
- 063 複児童：はい。はい。
- 064 教師：(5分とりましょう。)(・・・) けども、こう言う。書いてある人手をあげてみて。
- 065 児童：書いてはない。
- 066 教師：書いてはない。
- 067 浅井：頭の中にある。
- 068 教師：頭の中にある。それ、ノートに書いてごらん。・・・長い人は、長あーくてもいんだよ。

[No.22]

- 070 教師：はい、一度は鉛筆おきましよう。途中かも知れないね。一応、自分なりに、直方体って、こうだよって、言えそうな人、手をあげてごらん。
- 071 複児童：(↑)
- 072 教師：なんかさっ。いや、ちょっと。(・・・) 何て言っていていいかわかんないよ。
- 072 複児童：(↑)
- 073 教師：それじゃね、言えそうな人、立ってごらん。
- 073 複児童：[起立する]
- 074 教師：はっきりした人はね、いまからね、この人たちにね、(お話し) すると思うから、それで、自分のね、あっ、納得できるのを《2》選んでごらん。《2》どちらからいきましようか。
- 075 複児童：(・・・)
- 076 教師：ほんなら、山田君からいこう。山田君(どうぞ)
- 077 山田：えっと、直方、直方体とは、えっと、長方形の、えっと形。えっと、6つで囲まれた形。または、長方形と正方形で囲まれた形だと思います。
- 078 複児童：いいです。
- 079 教師：同じ人、座ってごらん。《2》どういう言い方や？ 全く同じだった？ 次、二人

目。

- 080 石山：長いんだけど、すべての面が、すべての面の角が直角で、3種類の面が2つずつあり、しかもその触れ合うところの長さが同じで、同じ大きさの面が、面が、向かい合っている形。
- 081 教師：はい東君。
- 082 東：はい。直方体とは、6つの面があって、長方形の種類が3つで、その種類で1種類は2つ。しかも、同じ辺の長さのところがふれ合っている形。それに、2種類で、えっと2つ正方形で、4つが同じ長方形で、同じ辺のところが触れ合っている形。
- 083 教師：いまの分かった。(・・・) もう一回まとめてみようね。まっ、聞くだけ聞いてみましょう。はい、松畑君。
- 084 松畑：長方形か、長方形か正方形の面でできている形で、触れ合った長方形の面の長さが同じで、向かい合った面が同じ。
- 085 浅井：(・・・) と似てると思うんだけど、6つの面があり、3種類、2つの長方形が一組のもので、と、長方形の辺と触れ合う部分の同じ長さの辺、または、2種類、2つの種類で、正方形2つ、長方形4つの、なるもの。
- 086 教師：頭入ってきてる、すーっと。
- 087 複児童：[笑い] (・・・)
- 088 教師：入ってきてない。もうすこし、ゆっくり話し(・・・)，
- 089 岩木：触れ合った長方形や正方形の辺の長さが同じで、向かい合った正方形か長方形が同じ形なら、あの直方体だと思う。
- 090 教師：はい。
- 091 鬼塚：松畑君に似てる、しれないけど。直方体とは、長方形の面が6つで、3種類の長方形が2枚ずつで、同じ長さの辺が(・・・)

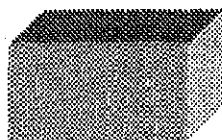
[No.23]

- 101 教師：はい。今ね、こう聞いていると、自分が分かりやすかったなー、というのあった人手をあげてごらん。
- 102 複児童：挙手
- 103 教師：自分なりに出来なかったけれども、分かりやすかったなー、と思う。・・・赤尾さん、なんだったっけ。
- 104 赤尾：東君と、鬼塚さんと、森さんの
- 105 教師：が、分かりやすかった、自分でちゃんと納得できた。このうち、一つちよっとお話してくれる。
- 106 赤尾：(えーっ)
- 107 教師：難しい。東君。それから
- 108 児童：鬼塚さんの。
- 109 教師：鬼塚さん。
- 110 複児童：と、森さん。
- 111 教師：と、東君、何ていいましたか。
- 112 複児童：(・・・)
- 113 教師：東君、もう一度言ってくれるか。
- 114 東：直方体とは、6つの面があって
- 115 教師：ちよっとまって、先生書くよ、6つの
- 116 東：面がある。
- 117 教師：面。省略。6つの面。はい
- 118 東：長方形の種類が3つ

- 119 教師：〔板書〕長方形の〔板書〕種類がいくつ  
 120 東：3つ  
 121 教師：3つ。はい。  
 122 東：その種類で、1種類が、2つ、2つ  
 123 教師：2つでいい。2つずつある。はい。  
 124 東：しかも、同じ辺の長さのところが触れ合っている。  
 125 教師：しかし、(・・・)〔板書〕同じ、辺の〔板書〕  
 126 東：そ、それで、面が、2種類で、2つ正方形  
 127 教師：あー・・・、分かった。この、これとまた、2種類、2種類。はい。  
 128 東：2種類で、えっと、2つが正方形で、4つが同じ長方形。  
 129 教師：〔板書〕あー。2つは正方形や。これ東君。

[No.24]

- 130 児童：あっ、石山さん(のに似る)  
 131 教師：石山さんのも似ている？  
 132 児童：すごい似てる。  
 133 教師：石山さんは、この他に何か付け加わったわけ。  
 134 石山：同じことなんだけど、あの、長方形とか正方形とかいうのを、すべて面の角が直角  
 135 教師：すべて  
 136 石山：面の角が  
 137 教師：面の角。すべての面。これにつけ加わるわけ。・・・すべての面の角が直角。こんなこと分かる人は  
 138 複数童：分かる。  
 139 教師：角が全部直角って  
 140 児童：うん。  
 141 教師：あっ、そういうことか。すべての面の角が直角。どんな意味か分かります。何石山さん言っている。  
 142 児童：はい。はい。  
 143 教師：石山さん、すべての面が直角。  
 144 複数童：挙手。はい。はい。  
 145 教師：すべての面の角。  
 146 複数童：はい。  
 147 教師：どんなこと言っているの。・・・はい。  
 148 西条：私も、あの少ししか分からないんだけど、えっと、6つ、あの面があるんだけど、その面の角が、ぜんぶ、あの直角っていうこと、石山さんが言いたいんだと思います。  
 149 複数童：いいで一す。  
 150 教師：うん、面の  
 151 児童：はい。  
 152 教師：〔指名〕  
 153 松畑：〔黒板に出て図を書く〕そして、あの、この角も、この角も、この角も、この角も全部の角が直角になっているということを言っているんだと思います。



- 154 教師：と、面ということは、この面はなんと言う形でした。  
 155 複児童：長方形  
 156 教師：長方形のこといっとるんか。長方形といたら、もう、ここは  
 157 児童：90度  
 158 教師：90度とわかってるね。あっ、そういうこと言ってるの、面の角、すべての面の角が直角というのは、・・・面が全部直角、面に直角があるという（・・・）。これが東君と石山さんの・・・石山さん、この下に書いていいですか。・・・あと、西沢さんは何が分かりやすいと言った。

[No.25]

- 026 教師：[箱を振って] 積み木つみきの入った箱を一つずつ分けます。積み木入っているんだけど、その中にどんな積み木が入っていると思う？  
 027 児童：四角  
 028 児童：四角  
 029 児童：(丸)、四角、三角  
 030 児童：色々  
 031 教師：色々[笑い声で]入ってる？ どんな積み木が入っているか。班でそーっと開けて、どんな積み木がはいっているかな、見て《3》「私達の班にはどんな積み木が入っています」、実は、班によって違うと思うんです//  
 032 複児童：えーっ？ 何っ？うー？  
 033 教師：というのはねえー、ちょっとねー、そのお、《2》減ったのもあるかも知れないから、(私たちの) こんなんやったよって、お話し出来そうですか。

[No.26]

- 250 複児童：(↑) はい。はい。  
 251 教師：ああ、まだあるのね  
 252 浅井：はい、私のところも鬼塚さんと同じ  
 253 教師：これね  
 254 浅井：多分同じだと思うんだけど、えーと、えーと、この、あの、積み木を見て、えーと、まず。(この) 面を見たら、二等辺三角形で、二等辺三角形の面が4つあって、それ、に、あともう一つ正方形の面がある  
 255 教師：[板書する] はい、二等辺三角形の、なんでした。《4》二等辺三角形の  
 256 児童：二等辺三角形の面が  
 257 教師：面が幾つあるといいましたか。  
 258 複児童：4つ  
 259 教師：ほう。ちょっと待って、2班かな。二等辺三角形の面が幾つあると言ってましたか。  
 260 複児童：(↑) はい。はい。  
 261 教師：はい、水出君、どうぞ。  
 262 水出：4つだと思います。  
 263 複児童：いいです。  
 264 教師：4つ、そして  
 265 児童：そして、正方形の面が1つ

[No. 27]

- 226 東：僕たちの班では、まず、縦、この四角形の縦と横を見て、あつこの五角形の縦と横を見て [ざわざわする] 縦がえーっと、五角形で、横から見ると、えーと、四角形の、四角形の、えっとー (積み木)
- 227 教師：どんな言い方するの
- 228 東：縦が五角形で
- 229 児童：縦が五角形 [板書]
- 230 東：で
- 231 教師：で
- 232 東：横が四角形の
- 233 教師：[板書] 形の
- 234 東：の、えっと//
- 235 児童：積み木//
- 236 教師：の形の積み木があった。《3》の積み木って (・・・) 《3》はい、ではね、1班言ったこと、これかなって言うのやっごらん。縦が五角形で、横が四角形の積み木

[No. 28]

- 255 教師：筒井君まだ他にあるの？ どうぞ
- 256 筒井：えっと、どこから見ても正方形って言うのは、あの、長さとか大きさというのは (大切) でないから、小さいのでも大きいのでも (それで) 出せると思います
- 257 教師：筒井君の言いたいこと分かる？
- 258 複児童：ん？
- 259 教師：筒井君は、何が言いたかったのでしょうか
- 260 複児童：(↑) はい、はい。
- [中略]
- 265 石山：筒井くんの言ったのは、あの、どんな積み木かって言うのは、正方形が、例えば、あの、どこから見ても正方形だから、おお、大きいのと小さいのと両方そうだったら、それで、両方そうだから、そういう大小は関係ないといったんだと思います
- 266 複児童：いいです。
- 267 教師：小沼君みたいに、大小を、見たいという時には、一つの方法で長さを入れる。《2》筒井君は、大小は？
- 268 複児童：関係ない
- 269 教師：じゃ、さっきの2つ[大小の立方体]はどうするの？
- 270 児童：うん、と一、一緒の、仲間
- 271 児童：一緒
- 272 児童：小さいほう (・・・)
- 273 教師：そうか、大小がなかったら一緒の仲間と見ればいいんか？
- 274 複児童：そう
- 275 教師：ということは、筒井くんは、これとこれは一緒の
- 276 複児童：仲間
- 277 教師：仲間の、[板書] な・か・ま・の・形と見れば、この言い方はできるよ。《2》

ということは、あるところから見たら「赤」にしていいの？<sup>9</sup>

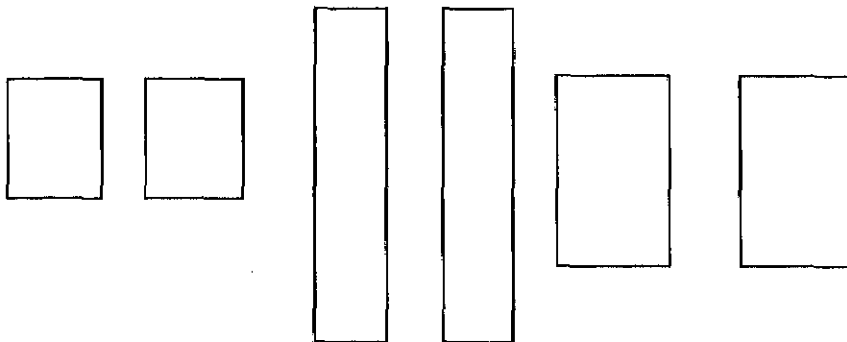
- 278 複児童：まだ。  
279 西条：点々の  
280 教師：点々の赤か？

[No. 29]

- 368 教師：1 番の話は大丈夫  
369 複児童：(↑) はい。はい。  
370 教師：東君  
371 東：これ[直方体]見てほしいんだけど、それで、こっち、こっちが横ってみて欲しいって言えばいい・・・)  
372 児童：(↑) はい、他に。  
373 教師：東君。前と横の決め方の話やね。はい岩木君。  
374 東：あの、あ、前とか横とか違って、最後には同じ形になると思います。  
375 児童：いいです

[No. 30]

- 172 鬼塚：3 種類の長方形があればできる。  
173 教師：鬼塚さんは、今言ったの、3 種類の長方形があればできるよ。  
174 複児童：はい。つけ加え。はい。つけ加え。つけ加え。つけ加え。  
175 教師：ああ、でも。3 種類でも  
176 鬼塚：3 種類でも、バラバラの(・・・)  
177 教師：3 種類あれば、ああ、それでいいなど  
178 複児童：(それでいいけど) つけ加え、[騒然] (いいけども) つけ加え。  
179 教師：(・・・) ちょっと待ちなさいよ。そしたら、一歩進んだわけね。これじゃちょっとできない。この(・・・) だから、3 種類。これは、これでいいけども、ということ

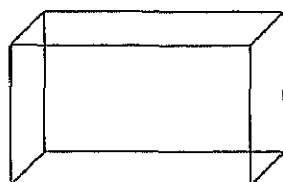


- 180 下田：いいけども[机を叩く]  
181 教師：いいけども。いいけども。さらに(・・・)。下田君。  
183 下田：はい。え、向かい合っている面の、面が、同じ長方形だと思います。  
184 複児童：はい、つけ加え。(・・・) あれだったら  
185 児童：あの、3 種類の長方形で、向かい合ったのが(同じ)  
186 複児童：でもできない(・・・) [騒然となる]

<sup>9</sup> このクラスでは、すっきりした場合には、赤チョークで色を着けることが慣例となっている。

[No. 31]

- 219 複児童：はい。つけ加え。  
220 教師：はい。越山君。  
221 越山：[黒板で見取り図を書く]



- 222 教師：今、越山君書いてるあれ、何て言う？  
223 複児童：見取り図、見取り図。・・・見取り図。  
224 越山：ここ、こういうふうには、直方体があるときに、ここと、こういうの四角形 3 種類、こことこことここにあるんだけど、この場合、に、この触れ合っているこの四角の、この四角のこの部分と、この四角のここの部分の長さが同じで、ここの四角のここの部分と、ここの四角のここの部分は、また同じで、ここの四角のここの部分とここの四角のここの部分が同じ長さが、この 3 種類の四角形だとできると思います。  
225 複児童：いいです。

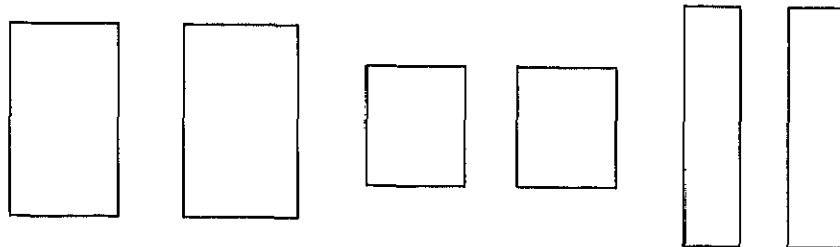
[No. 32]

- 299 小沼：触れ合った長方形の辺の長さが同じって言えばいいと思います。  
300 国次：いいです。  
301 教師：本当にいいです、国次君から聞こえました。  
302 複児童：(↑) はい。はい。  
303 教師：じゃ、もう一人 (・・・)  
308 複児童：(↑) はい。  
309 教師：石山さん。  
310 石山：はい。触れ合った長、長方形の、長方形の辺の長さが同じだったら、いい (・・・)  
311 複児童：いいです。いいです。

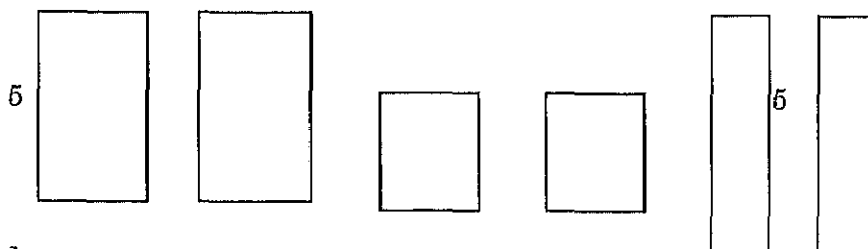
[No. 33]

- 372 教師：3 種類にすればいいわけ。・・・3 種類ね。・・・はい。3 種類ね、今度。  
373 児童：はい。  
374 教師：いい。3 種類。



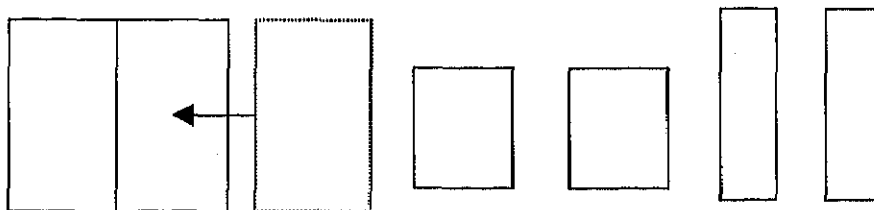


- 398 教師：はい、できました。これで、直方体、ができる。  
 399 複児童：えっ。見えん。(・・・) それならできない。だから、それやったら、触れ合った長方形の(・・・)、しかもになる。あーできん。  
 400 教師：これで、しかも、なんだって  
 401 複児童：(↑) はい。はい。できない。  
 402 教師：それで、しかもというのね。しかも。すごいね。「しかも」が使えるようになったな。はい、東君。  
 403 東：はい。えっと、・・・[板書] この長さが、もし、5センチだとしたら、ここも5センチで、・・・ここも、5センチになる。  
 404 複児童：いいです。あーあ。つけ足し。つけ足し。



[No. 34]

- 427 教師：で、[赤]色ついたところがどうなるというの。  
 428 複児童：同じ。  
 429 教師：色ついたところ、何ていうの、これ。長方形の  
 430 複児童：辺。  
 431 教師：辺。長方形の辺と辺が、色ついた所どうし  
 432 児童：同じ  
 433 教師：同じというわけね。はい。・・・これは、つないでみて。・・・先生にさせる  
 とやばいって(・・・)。はい、今、こういうふうにつないで



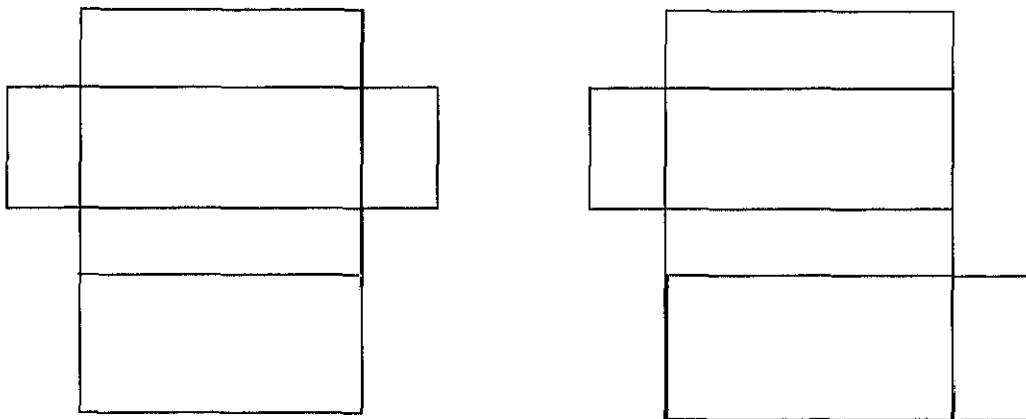
- 434 複児童：〔騒然〕 あっ。  
 435 教師：先生にもしゃべらせてってー。  
 436 複児童：あっ。〔騒然〕 付けたーい。付けたーい。待って。待って。  
 437 教師：あわてない。はい。今、待ってくれ、待ってくれ、と騒いでいるのは、何で待ってくれって言うてるか分かる。  
 438 複児童：付けるの(違う、だめ)

- 439 筒井：書いてあるやろいや、後ろに。  
 440 教師：書いてあ・る・や・ろ・い・や。  
 441 複児童：〔笑い〕  
 442 教師：書いてあるでしょ。

[No. 35]

- 297 教師：この水出君、岡山さん、越山君、3通りもあるのね。  
 298 複児童：(・・・) はい。はい。はい。もつとあるよ。はい。はい。  
 299 教師：これ、もつともつともつともつとあるの。  
 300 児童：すごい(たくさん)  
 301 教師：(今から作ると・・・)  
 302 複児童：きりない。きりある。きりあるけど、すごい時間かかる。  
 303 教師：ほんなら、すごい時間かかるんだったら、今日は無理やな。  
 304 複児童：そんなにも。(・・・)  
 305 教師：まだあるという、言い方がいいの。ちょっとね、イ、イ、今日ね(・・・)、えー長方形の面と正方形の面とつないだらね、まだ、8通りの他にまだあるっていうのね。ところが//  
 306 児童：先生、アもできるよ。  
 307 教師：えっ、長方形が2つなんでしょう。長方形の面が6つで、こういうのが  
 308 複児童：あっ、アもできる。ア、できる。アもまだいっぱいある。たくさんある。あーできる。できるよ。  
 309 教師：こっち側[イ]だから、たくさんあるんじゃないの。  
 312 複児童：違う。(・・・)(↑) はい。はい。

[No. 36]



- 327 複児童：いいでーす。(↑) はい。はい。はい。  
 328 教師：何かさ、きりのない世界に入ってるの？  
 329 複児童：(↑) はい。はい。  
 330 児童：きりはある。きりはある。  
 331 複児童：ある。ある。でも時間かかる。  
 332 教師：じゃ、今ここでどんどん出して  
 333 複児童：はい。はい。  
 334 教師：しまいたい。  
 335 複児童：もういい。もういい。時間の無駄。

[No. 37]

- 369 教師：ちょっとほんならね、あの一、今度確かめるがにしてね、東君がね、何種類かあるか言えるっていうからね。何種類。
- 370 東：11、11種類。
- 371 教師：11種類。どんな計算をしたか分からんけど、11種類あるらしい。
- 372 複児童：(・・・) [指で数える]
- 373 教師：あ、今確かめない。今度確かめましょう。

[No. 38]

- 264 教師：今ね、(みんなのなかで)私はこれが(分かりやすい)
- 265 児童：山田君のが分かりやすい
- 267 教師：山田君の、ほ一。(どんなの)
- 268 児童：長方形6つで囲まれた形、または、長方形、正方形で囲まれた形。
- 269 教師：〔板書〕長方形、6つで
- 270 複児童：囲まれた、囲まれた
- 271 教師：囲、まれた形。または
- 212 複児童：正方形と長方形(・・・)
- 273 教師：そうすれば、なる。
- 274 複児童：なる。(なる。)
- 275 浅井：え一、ならんときもある。
- 276 教師：ならんときもある。どんなとき。
- 277 浅井：それだけ、いったら、東君のは、2種類とか書いてあって、それに、触れ合って、あの(・・・)君みたいに、触れ合ったところは(・・・)、それだけ言われても、何も知らない人だったら、あの、あの、もしかして、違う、(・・・)
- 278 教師：もしかして、あれでやったら違うの選んでしまうこと起きるんじゃないかって。山田君、そのどう。起きることあるの
- 279 山田：うん、それは
- 280 教師：起きることあるの。
- 281 山田：はい。ある。
- 282 教師：どんなとき。どんなとき。
- 283 山田：長方形6つっていても、えっと、同じ長方形6つだったら直方体は(囲めない)

## 高等学校における教授実験

## 1. 教授実験の計画と実施

筆者は、大学院生の協力のもとで、平成8年8月21日から23日の3日間にわたり、石川県立の高等学校第2学年生4名を対象とした小規模の教授実験を計画した。教授実験は、平素よりこれらの生徒に数学を指導している現職派遣大学院生が行った。また、1名の大学院生が共同研究者として、この教授実験の参与観察を行った。

教授実験の素材としては、本論文の第2章で取り上げてきた「多面体に関するデカルト・オイラー予想」が用いられた。この素材の選定は、理論的かつ実践的な配慮によるものであった。理論的には、この素材は、ポリアによる反証主義論(Polya, 1954a)<sup>10</sup>とラカトシュによる可謬主義論(Lakatos, 1976)<sup>11</sup>の素材として共通に取り上げられており、実践的には、生徒たちがそれまで学んできた(もしくは身につけている)数学の内容の有無と差異に影響されず、初歩的な予備知識で取り組むことが可能であることを配慮した。

3日間の教授実験では、この素材は次のように取り上げられていった。

まず、「デカルト・オイラー予想」を素朴な推測と論駁との弁証法を経ながら再発見するような課題の設定と発問の構成を試みた。具体的には、基本的な9種類の多面体について、具体的な作業に基づき、頂点、辺、面の数をそれぞれ $V, E, F$ で表すとき、 $F + V = E + 2$ なる関係が成り立つことを推測として導いた。教授実験では、こうした推測の構成に十分なゆとりを設けることとし、これを1日目の課題とした。

これを受けて、2日目は反証主義に基づく決定的実験がテーマとされた。ここでは、生徒を反証主義的な数学的实践へと誘うよう、教師の側で潜在的な反証事例を探究するような実験の系列が構成された。その際には、教師の側から、各々の決定的実験が、各時点での推測を検証する上で適切であり、推測の進展にとって尤もらしい接近法であることを示唆するような説明と問いかけをするように心がけた。こうした検証の積み重ねで、当該の推測が反証事例(反例)により論駁されるまでが2日目の学習内容であった。

教授実験の3日目は、可謬主義的数学の实践へと生徒を誘うことに向けられた。これに関して、まずは、教師の側で、コーシーによる証明(思考実験)を丁寧に説明することとした。その上で、生徒に、従来の証明の考えと対比できるように、証明分析の考えを説明するこ

<sup>10</sup> Polya, G. (1954a). *Mathematics and plausible reasoning; vol.1.* Princeton University Press.

<sup>11</sup> Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations.* Cambridge University Press.

ととした。その際に、生徒の側で証明を構成する各補題に照らして、それを論駁するような事例を探究する試みを行った。3日間の実験授業の内容は、概ね上で述べたような段取りで計画され、実施された。教授実験の詳しい計画を示した学習指導案と生徒に配布した教材は、いずれも資料として巻末に添付した。

教授実験を行ったこの学校は4つのコース(一般就職コース、進学文系コース、進学文理系コース、そして体育コース)に分かれている。実験に参加した4名の生徒は、みな進学文理系コースに所属しており、教授実験の説明に基づき自由意志で参加を希望した者たちであった。教師は、これら4名の参加者(仮名)の学業成績や学習について、平素の授業等の経験に基づき次のように述べている<sup>12</sup>。

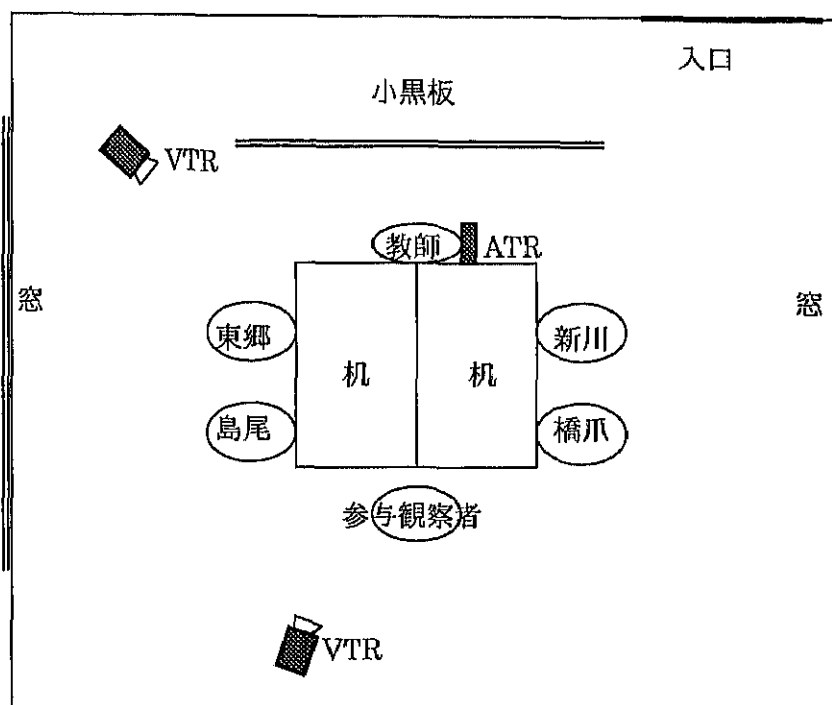
名前(仮名)	性別	教師による観察
新川	男	他教科の成績は平均的であるが、数学については優れている。平素の授業においては真面目に学習し、積極的に参加している。
橋爪	男	どの教科も平均を幾分下回っている。平素の授業では真面目に取り組んでおり、特にノートを丁寧にとっているが、必ずしもよい成果にはつながっていない。
東郷	男	どの教科も平均をやや上回っている。数学と英語を得意としている。平素の授業に積極的に参加し、よく質問をする。クラス内では、いわゆる「ムード・メーカー」的存在である。
島尾	女	文理系コースの成績優秀者である(上位5位に入っている)。ただし、いわば理数系の科目をやや苦手としている。平素の授業においても真面目に学習し、積極的に参加している。

#### 教授実験の参加者に関する情報

なお、小規模な教授実験であるため、実験授業は通常の教室ではなく、視聴覚室に小黒板と机等を設営して行った。

教室として使用した視聴覚室における机や機器等の配置は概ね次のようなものであった。

<sup>12</sup> 新川と橋爪はサッカー部に所属しており、また、東郷と島尾はテニス部に所属しているとともに、生徒会活動にも積極的に参加している。4名の生徒が実験への参加を希望した背景には、数学の授業等に対する関心だけでなく、クラブ活動や生徒会活動における共通の関わりがあったのではないと思われる。



教室(視聴覚室)の配置

## 2. データ収集と分析の方法

この教授実験で収集したデータは三種類のものからなっている。それらは、(1)授業における教師と生徒の全般的相互作用、(2)授業中・授業後の教師や生徒のインフォーマルな発話、(3)子どもの作業記録と授業中の教材のコピーである。

(1)のデータ収集は、主としてビデオテープに実際の授業過程を録画・録音するという方法を利用した。授業の全般的相互行為が視野におさめられるように、教室の前方と後方に1台ずつ8ミリカメラを配置した。ビデオ撮影は、研究協力者が参与観察者である大学院生(藤田)によってなされた。このカメラには主として、教師の板書、指示、そして教師と生徒の発問・応答・評価過程が記録される。授業ごとに、その発話記録(プロトコル)が作成される。

(2)と(3)は、補足的・二次的データである。(2)のデータは、オーディオ・カセットテープにより録音することによって行った。オーディオ・レコーダーは、授業者の近くで、しかも生徒たちにはできるだけ目立たないような場所に配慮して設置した。(3)に関しては、生徒の作業が記録として残るよう、作業用プリントが17枚用意された。また、生徒の活動ができるだけ記録として残るよう、プリントに書き込ませる際には、各自の筆箱を片づけさせ、ボールペン1本だけを持たせた。これにより、生徒たちが間違えた箇所を消しゴムで消すという行為を防ぎ、プリントを回収した後での彼らの思考過程についての情報の一端

が得られるよう配慮した。また、考えたことを自由に書き留められるよう、机の中央に番号を付した白紙を十分に用意した。

オーディオ・ビデオテープに記録された授業における社会的相互行為そのものは会話分析において一般に用いられる表記記号を用いて文字化(プロトコル・データ化)された。このようにして文字化されたデータは、かなりの分量となった。実際、プロトコルに付された発話番号は、1日目は1067番、2日目は1114番、そして3日目は1637番となった。

教授実験で得られたプロトコル・データを、何度も読み返し、また録画したビデオテープを繰り返し観察する過程で、社会数学的活動の2つの側面に関して、それぞれ特徴的な数学的活動が社会的に構成されていることが分かってきた。そのことを議論する際に、本論文では、データから社会数学的活動の特徴的構造を抽象する過程がたどれるよう、また他に取りうる解釈ができるようにプロトコルを示すことを旨とする。ただし、本章で取り上げるプロトコル・データは、多くのデータの個別的検討から、そこに見られる社会数学的活動の本質的特徴が最も適切に現れている部分を便宜的に選択したものとなっている。というのも、そうした社会数学的活動の特徴的部分の背後にある質的データをすべて示すことは物理的に困難であると思われるからである。

### 3. 数学科学習指導案

日 時 平成8年8月21日～23日  
21, 22日 午前9時～11時  
23日 午前8時半～午後12時半  
場 所 石川県立穴水高等学校視聴覚室  
対 象 2年生 進学文理科コース4名  
授業者 水道芳勝  
協力者 藤田智朗(参与観察者)

- 1) 単元名 多面体における頂点の数、辺の数、面の数の間を考えよう。
- 2) 目標
  - ・いろいろな多面体について、その頂点や辺や面の数を数え、それぞれの数の間にある関係について意識的に推測を構成し、検証することができる。
  - ・反例の開示に対して適切に対処し、証明や推測を合理的に改良できることを理解する。
- 3) 指導にあたって  
数学に興味を持っている4名の生徒を選んで授業を行い、生徒一人ひとりが自分たちの手で数学を作り上げることができるような雰囲気を作りたい。多面体は、その頂点や辺や

面の数を数えさせることができることから、生徒たちにとっては取り組みやすい教材である。また、これまで生徒たちが関わってきた高校の数学として位置づけられている教材に対する知識の有無に関係なく、誰もが平等に関われるものとして考えられる。自分たちで、個数を数え、計算して数の関係を考えていけるので、授業において積極性が見られ、また、ふとしたきっかけで自由に話し合える状況も起こり得る。本校 2 年生は一般就職コース、進学文科コース、進学文理科コース、体育コースに分かれている。対象の生徒は進学文理科コースの 4 名である。4 名とも明朗活発な生徒である。

授業の進行において、教師の側から徐々に生徒たちに責任をさし向けるような形にしたい。つまり、生徒たちが変な議論をし始めたときは修正を行うが、正しさを判断する場面などは、生徒たちの話し合いの上で決めさせていきたい。「条件を広く試してみようか」とか、「何か変わった例を考えてみよう」などの示唆は教師の側から与えることにする。生徒たちにとっては、「推測が暗示されて、それが支持を受ける」ということについては不慣れであるので、問題を攻めていく合理的な方法は教師の側から生徒たちに伝えていきたい。そして最後に、推測というものがまず作られ、次に崩され、そして補うという様子を学ばせ、「自分たちが数学をしている」と感じさせるようにしていきたい。

#### 4) 展開

1 日目：基本的な 9 つの多面体の頂点、辺、面の数を数え、 $F + V = E + 2$ を導く。

時間	学習内容・活動	指導上の留意点
5	1. 学習課題を知る。	
10	2. 多角形の頂点と辺の数の関係を考え、 $V = E$ ( $V$ , $E$ はそれぞれ頂点と辺の数)であることを知る。	・三, 四, 五角形において $V = E$ が成り立つことを確認させ、帰納的に $n$ 角形においても成り立つことに気づくようにする。
5	3. 多角形における関係と似たような関係が多面体においても成り立つかどうかを考え、 $F$ (面の数) は $V$ とともに必ず増すかどうかを考える。	・問題になっている量を明確に識別させ、はっきりとした質問を發する。 ・基礎的なデータを集めることの重要性に気づくようにする。
15	4. 立方体、三角柱の $V$ , $E$ , $F$ を数え表に記入する。	・手始めに、特別な多面体から調べさせる。
20	5. 同じように、五角柱、四角錐、三角錐、五角錐、八面体、「塔」、「端を切られた立方体」の $V$ , $E$ , $F$ を数え表に記入す	・プリントを与えたり、具体物を示したりして、生徒の興味・関心をひき、次々と立体を調べ、比較させる。



5	6. $F$ は $V$ とともに必ず増すとは言えないことを理解する。	・立方体と八面体を比べさせ、 $F$ は $V$ とともに必ず増すとは言えないことに気づくようにする。
15	7. 休憩	
20	8. 別の規則性がないかどうかを考える。 $E$ は $F$ とともに増すかどうか、 $E$ は $V$ とともに増すかどうかを考える。 $E$ の値の小さい順に表を並べ替える。	・最初の企ては失敗したが、何か別のことができないかを考えさせる。 ・ $E$ が増すように表を作らせ、いずれの場合においても、ともに絶えず増すことはないことに気づくようにする。
15	9. $F + V = E + 2$ になることを理解する。	・ $F$ と $V$ が助け合って増加することに気づき、推測の定式化ができるようにする。
10	10. ほかの多面体について、 $F + V = E + 2$ が成り立つかどうかを考える。	・ほかの多面体について、 $V, E, F$ の間の関係を推測させる。

2日目: さらに複雑な多面体の  $V, E, F$  を数え、 $F + V = E + 2$  が成り立つことを確認する。

時	学習内容・活動	指導上の留意点
10	1. 前日の復習をする。	
20	2. 二十面体と十二面体の $V, E, F$ を調べ、 $F + V = E + 2$ が成り立つことを確認する。	・ $F + V = E + 2$ を他のいろいろな多面体において調べることに興味を持たせる。 ・残り2つの正立体について調べさせる。
10	3. 以上までの結果で、 $F + V = E + 2$ が証明されたことになるのかどうかを自由に話し合う。	・骨折り甲斐のある推測の検証の仕方を考えさせる。 ・生徒から新しく検証の方法が提案された場合はそれを実践させる。
15	4. すべての角柱および角錐について、 $F + V = E + 2$ が成り立つかどうかを考える。 $n$ 個の側面を持つ角柱・角錐について $V, E, F$ を数え、推測が成り立つことを確認する。	・三角柱, 立方体, 五角柱の場合から、また三角錐, 四角錐, 五角錐の場合から帰納的に $n$ 角柱, $n$ 角錐の $V, E, F$ の値を考える。

15	5. 休憩	
10	6, さらに手厳しい、厳格な検証を考える。	・ここからは、2人1組のペアを組ませて学習させる。
20	7. $F$ 個の面、 $V$ 個の頂点、 $E$ 個の辺を持つ多面体において、一つの面を選びその面は $n$ 個の辺を持つとする。この面上に $n$ 個の側面を持つ角錐を置いたとき、この「屋根を葺かれた」多面体において推測が成り立つことを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・操作において、失われたり新しく得られる面、頂点、辺の数に注意させる。</li> <li>・新しい「屋根を葺かれた」多面体は、それぞれ <math>F+n-1</math>, <math>V+1</math>, <math>E+n</math> 個の面、頂点、辺を持つことを理解できるようにする。</li> <li>・ <math>F+V=E+2</math> が成り立つとき、  <math>(F+n-1)+(V+1)=(E+n)+2</math> も成り立つことを確認させる。</li> </ul>
20	8. $F$ 個の面、 $V$ 個の頂点、 $E$ 個の辺を持つ多面体において、一つの頂点を選び、その頂点から $n$ 個の辺が出ているとする。この頂点を切り取る時、この「端を切られた」多面体においても推測が成り立つことを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・新しい「端を切られた」多面体はそれぞれ <math>F+1</math>, <math>V+n-1</math>, <math>E+n</math> 個の面、頂点、辺を持つことを理解させる。</li> <li>・7の場合と同じように確認させる。</li> </ul>

3日目： $V - E + F = 2$ が成り立たないような反例を取り扱い、この推測を改良する。

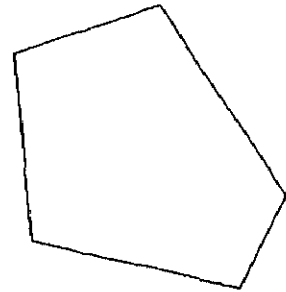
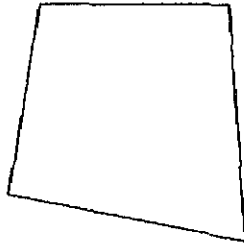
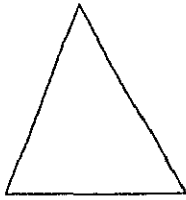
時	学習内容・活動	指導上の留意点
10	1. 前日の復習をする。	
25	2. $V - E + F = 2$ の一つの証明を理解する。(立方体について)	・ $V - E + F = 2$ はかなりの程度で「確からしい」という支持を得ていることから、証明を考える必然性を理解させ、コーシーの証明を3段階に分けて丁寧に説明する。
15	3. 三角柱, 五角柱, 四角錐などで証明をやってみる。	・一つの面を取り除いて平らに伸ばした形を理解できるようにする。
5	4. 証明についての感想を自由に述べる。	
15	5. 休憩	
20	6. 証明に対する批判を理解し、幾つかの多面体において証明が成り立たないことを確認する。	・証明に対する「局所的反例」による批判を紹介する。
20	7. 批判に耐えるように証明を改良できることを理解する。	・考えさせた後で、証明の改良の仕方を説明する。
10	8. 改良した証明が幾つかの多面体において成り立つことを確認する。	・それぞれの多面体において、 $V - E + F = 2$ が成り立つことを確認させる。
30	9. 休憩	
15	10. 推測そのものへの批判があることを理解する。まず、「鋭い先がくっついた四面体」について、 $V - E + F = 0$ となることを確認する。また同時に、証明の第1段階も成り立たないことを理解する。	・ $V - E + F = 2$ とならないような例を考えさせた後で、推測に対する「大局的反例」(かつ「局所的反例」)を紹介する。反例に対する生徒の反応や感想に注意する。
5	11. 「面の内部から他の面の内部へ、頂点を通らなくても必ず行くことができるもの」と多面体の定義を改良する。	・多面体の定義を改良させる。
15	12. 定義を改良したが、「煙突」は定義を満たすが、 $V - E + F = 0$ となることを理解する。また、証明について、第1段階	・定義を改良させた後、第2の「大局的反例」を紹介し、 $V, E, F$ を数えさせる。

	は成り立つが、第2段階が成り立たないことを理解する。	
5	13. 多面体には「ぐるっと回った穴のあいた面がない」と、再び定義を改良する。	・再び、多面体の定義を改良させる。
15	14. 再び定義を改良し、「額縁」の定義を満たすにも関わらず、 $V - E + F = 0$ となることを理解する。	・再び定義を改良したが、第3の「大局的反例」の出現で、また、うまくいかないことを理解できるようにする。
15	15. 今度は、定義は満たしていないが、「穴のあいた面を持つ額縁」において、 $V - E + F = 2$ となることを理解する。	・改良した定義は満たしていないが推測が成り立つ例があることを理解できるようにする。
10	16. 今までやってきたことから、定義を改良することだけでは、うまくいかないことを理解し、今考えている証明を大切にしながら、推測を改良することが重要であることを理解する。	・推測と証明を作っても、それがおかしくなる見方は必ず存在し、自分が使っている証明、理論を大切に、その中でできる限りうまく推測を改良していくことが大切であることを理解できるようにする。
5	17. 「一つの面を取り除いて平らに伸ばせて、かつ、穴のあいた面を持たない多面体において、 $V - E + F = 2$ が成り立つ」と推測を改良する。	・証明に基づいて推測を改良させる。
5	18. 3日間の授業の感想を自由に書く。	

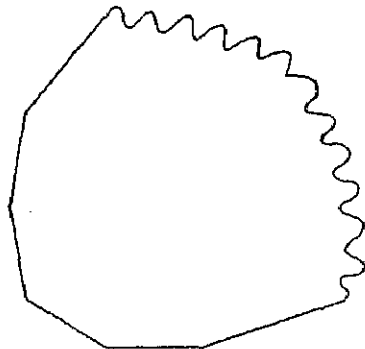
#### 4. 配布資料

配布資料の大きさは B5 サイズであった。ここでは、それを A4 サイズに拡大してある。

1-1

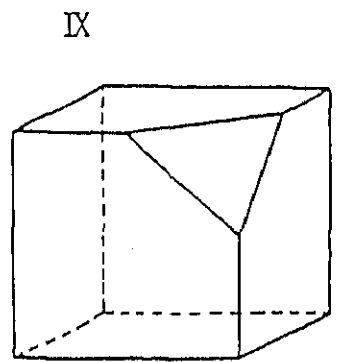
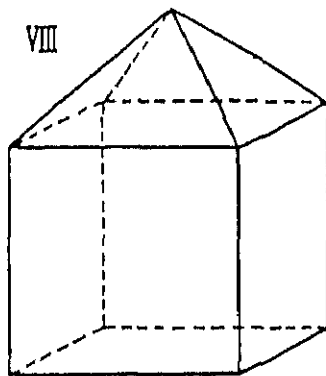
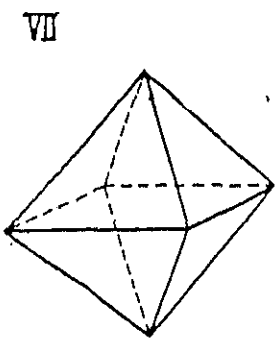
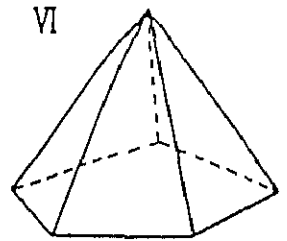
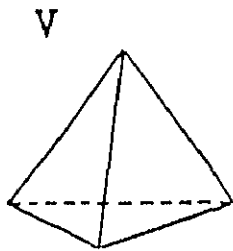
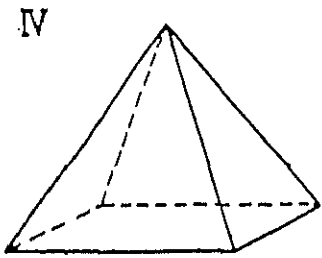
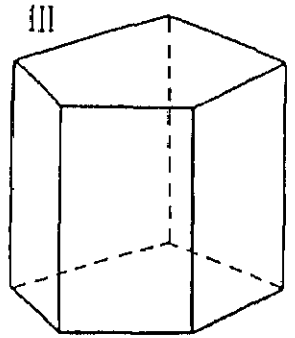
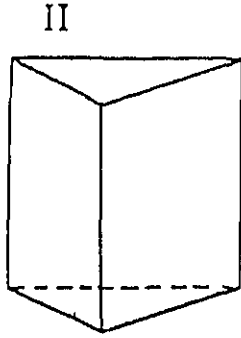
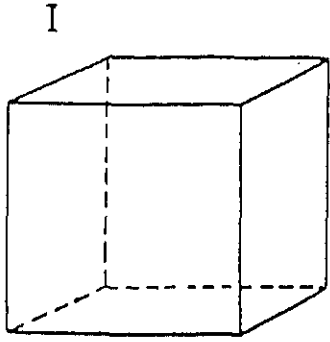


多角形			
V (頂点)			
E (辺)			



多角形	
V	
E	

	多面体	F	V	E
I				
II				
III				
IV				
V				
VI				
VII				
VIII				
IX				

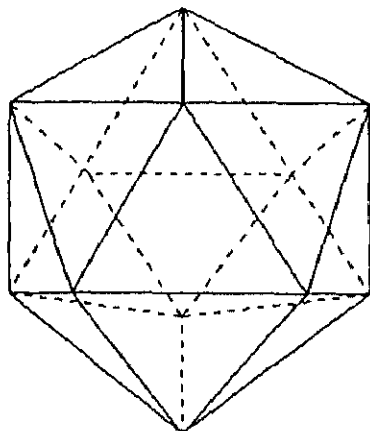


Eが増すように並べ替えよう。

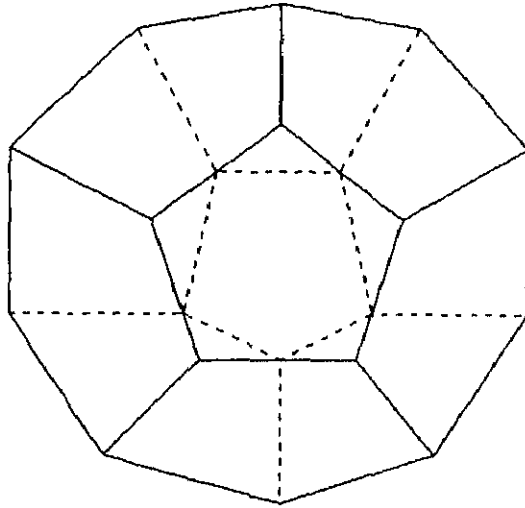
1-4

多面体	F	V	E

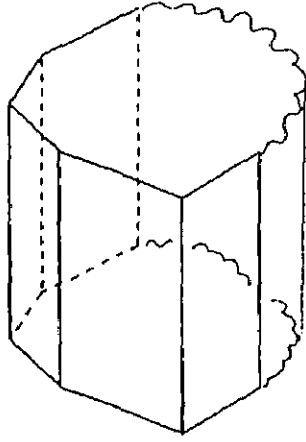




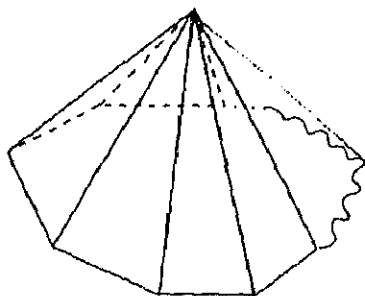
多面体	
V	
E	
F	



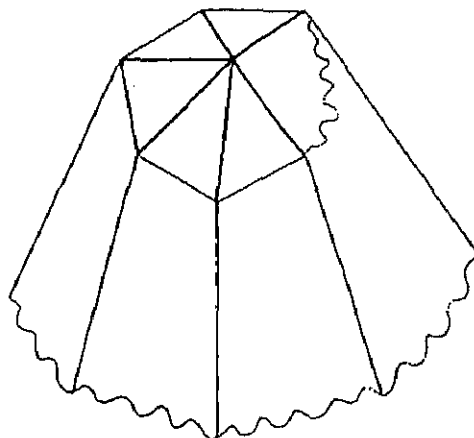
多面体	
V	
E	
F	



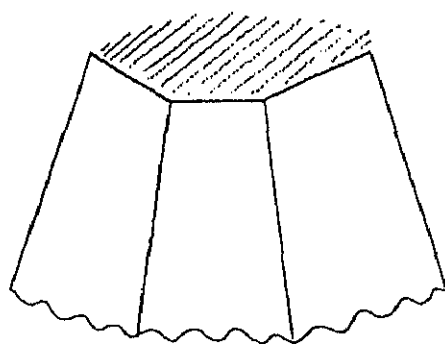
多面体	
V	
E	
F	



多面体	
V	
E	
F	



多面体	
V	
E	
F	



多面体	
V	
E	
F	

## V - E + F = 2 の証明

第1段階：多面体が薄いゴムできているとしましょう（軟式テニスのボールのように）。面の1つを切り出すと、残りの表面を破らずに平らに伸ばすことができます。

(図1)

このとき、もとの多面体において、 $V - E + F = 2$  であることは、平らなものにおいて、 $V - E + F = 1$  であることと同じです。

第2段階：こうして得られた平らなものを、3角形分割します。まだ3角形になっていない多角形に対角線を描きます。それぞれの対角線を描くことによってE, Fは両方とも1つずつ増えますが、全体の $V - E + F$ は変わりません。(図2)

第3段階：3角形分割されたものから今度は1つ1つの3角形を取り除きます。

1つの3角形を取り除くとき、

☆1つの辺を取り除くか

(この場合1つの面と1つの辺が消えます。)

(図3 a)

☆あるいは2つの辺と1つの頂点を取り除くか

(この場合1つの面, 2つの辺, 1つの頂点が消えます。)

(図3 b)

のどちらかになります。そうすると1つの3角形が取り除かれる前に

$V - E + F = 1$ だったとすると、その3角形が取り除かれた後でもこの関係は変わりません。この手続きを続けると、最後にはただ1つの3角形が残ります。

これより $V - E + F = 1$ が成り立ち、従ってもとの多面体において

$V - E + F = 2$ が成り立ちます。

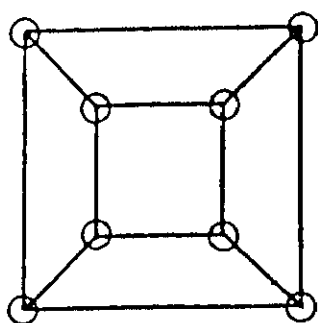


图 1

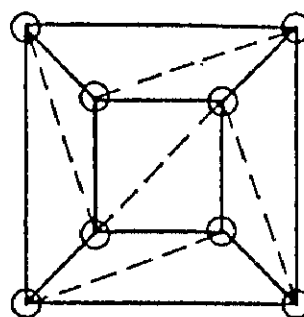
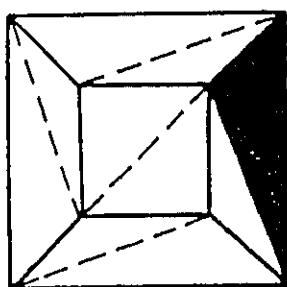
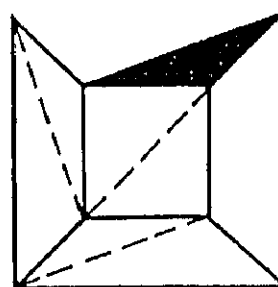


图 2



(a)



(b)

图 3

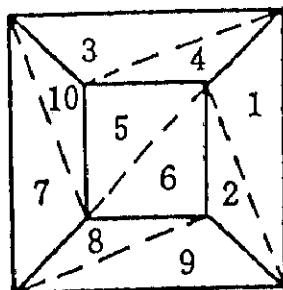
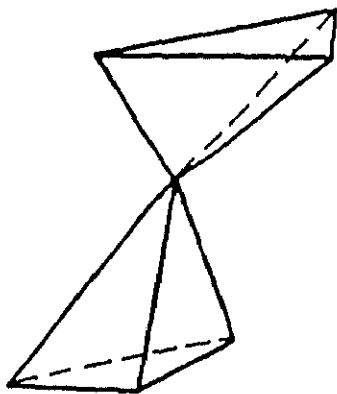


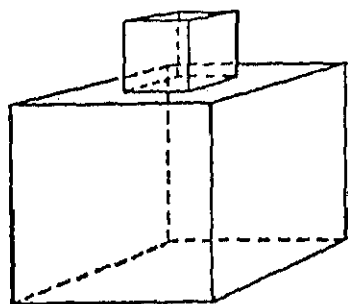
图 4





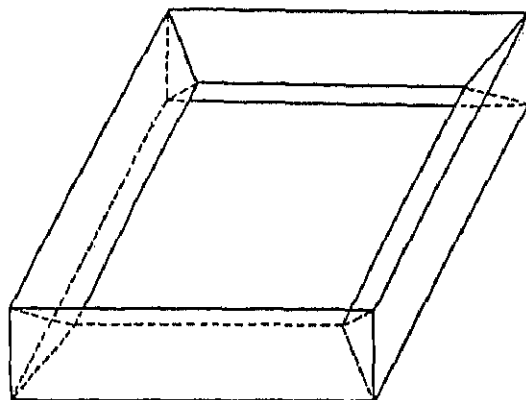
多面体	
V	
E	
F	

$$V - E + F =$$



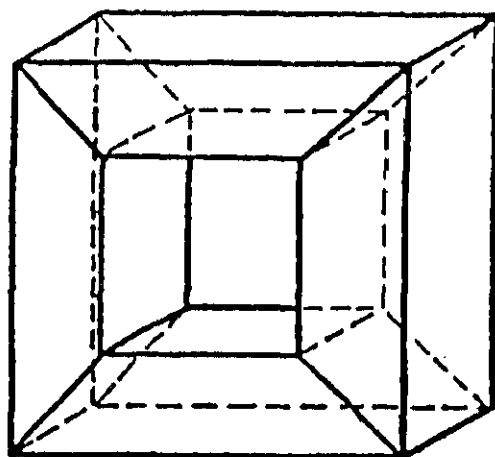
多面体	
V	
E	
F	

$$V - E + F =$$



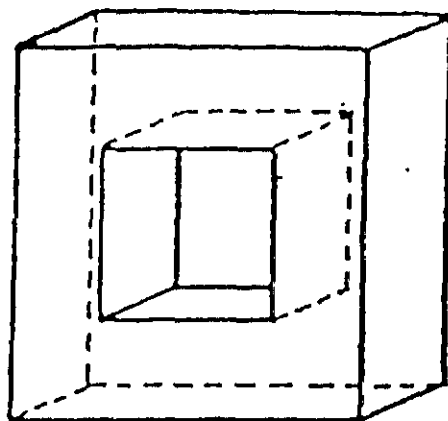
多面体	
V	
E	
F	

$$V - E + F =$$



多面体	
V	
E	
F	

$$V - E + F =$$



多面体	
V	
E	
F	

$$V - E + F =$$

## 5. プロトコル・データ

[No. 1]

- 828 教師：じゃあね、あのう、考えてみましょう。えーと、多面体において、一体、どんな関係が成り立つか。えーと、この面 $F$ とか或いは辺 $E$ とかね、或いは頂点 $V$ を使って、一体、多角形みたいな、ああいう式が成り立つんだらうか。 $V = E$ とかっていうふうな式が、多角形的时候は出ましたけれども、多面体的时候は、そんな式が出て来るんでしょうかねえ。なんか、関係が・・・そこらへんをちょっとね、あのう、考えてほしいんだけれども//
- 829 東郷：多面体って先生、全部一遍に考えるんですか？ [プリントで示しながら] この形とか関係なしに。
- 830 教師：うん。
- 831 東郷：総合的に考える。
- 832 教師：そう、そうだね。
- 833 東郷：錐だけでなく、体だけでなく、そんな感じで、全部錐も体も一緒にして。
- 834 教師：そう、そうだね、そういう感じ。うん。そういう感じで、全体的に見てちょっと考えてほしいんだけども。(5秒)でも、なんか、さっきから、なんか、錐は錐のときでうまくいくとかっていう意見が、なんか、聞こえてきたんだけど//
- 835 東郷：なんとなく。
- 836 教師：なんか、錐のときは規則性がある？ なんか。
- 837 東郷： $F = V$
- 838 島尾：三角錐と四角錐と五角錐でなんか
- 839 教師：うん。あーん、なんか、そのときはなんか数字が規則的に動いているみたいな感じやね。
- 840 東・島：うん。
- 841 教師：三角錐のときは、どうなんですか。面と辺が、えーと、面と頂点が//
- 842 東郷：一緒。
- 843 教師：一緒ねんね。
- 844 東郷： $F = V$ 。
- 845 教師：うん。数が同じやね。四角錐のときも。
- 846 東郷：うん、一緒。
- 847 教師：一緒やね。五角錐のときも。
- 848 東郷：一緒。
- 849 教師：同じやね。うーん。
- 850 東郷：柱のときも。
- 851 教師：柱はなんかある？
- 852 東郷：ちょっとややこしいですけど。
- 853 新川：1.5 倍に増えている。
- 854 教師：1.5 倍に増えてるの？
- 855 東郷：うん。
- 856 島尾：えっ？
- 857 教師：あーん
- 858 東郷： $V = E + \frac{V}{2}$ とか。

- 859 島尾：えっ？  
 860 新川：二分の一 V。  
 861 教師：えー、もう1回、もう1回、もう1回。  
 862 東郷： $V = E + \frac{V}{2}$ 、二分の一 V。  
 863 教師：二分の一 V  
 864 島尾： $V = E + \dots$   
 865 東郷：あっ。  
 866 教師：(黒板に書きながら)  $V = E + \frac{V}{2}$

[No. 2]

- 941 教師：そこらへん、ちょっとじっくりね、考えてみてほしいんだけどね。うん。  
 (約 20 秒)  
 942 東郷：うーん。全部が同じで増えてってる、なんとなくねえ、E・・・  
 943 教師：あーん、それすごくいい意見だと思わん。なんか、ねえ、すごい、あの  
 うい意見だと思ひます。で、よく見ると、なんか、さっきここでやっ  
 たんだけど、なんか、減ってるところは、一つ2つあるけれども、ね  
 え、よく見ると、全体的には、なんか//  
 944 新川：増えている。  
 945 教師：増えているよね。  
 946 東郷：うん。  
 947 教師：[黒板に書きながら] 全体的には増えているよね。  
 948 新川：平均出すと増えてますね。  
 949 教師：うん。全体的に増えている。これはちょっとポイントやね。この、この  
 意見はねえ。うん。全体的に増えているよね、なんかねえ。うん。そこ  
 を、ちょっとよく注意して、うん、もうちょっと、考えてみよう。

[No. 3]

- 962 教師：なんか、あのうその表からね、なんか、気づくようなことやね、ないか  
 な、なんか。(約1分30秒)  
 963 東郷：先生。  
 964 教師：はい。  
 965 東郷：横を一行一行足していったら//  
 966 教師：はい。  
 967 東郷：全部、上がっていきますよね。14、18、二十、22、26、それから 26、  
 それから 32、32、34。  
 968 教師：へえー。  
 969 東郷：[・・・] 上がってる。  
 970 教師：なんか、面白い意見出てきたね。  
 971 東郷：横一行足していったら。  
 972 教師：横一行足していったら。  
 973 東郷：うん、全部、偶数でした。  
 974 新川：全部、偶数。  
 975 教師：[板書しながら] 横一行足したら、増えてってる？  
 976 東郷：うん。だんだん増えていきます。

- 977 教師：だんだん増えている。  
 978 東郷：全部、(・・・)  
 979 教師：全部、だんだん増えている。だんだん増えている。  
 980 東郷：実は全体的に増えてますね。  
 981 教師：全体的に増えている。  
 982 東郷：それだけ、分かりました。はあー。  
 983 教師：なんか、あのう／＼  
 984 島尾：あっ！  
 985 東郷：やっちゃん家 [・・・]  
 986 島尾： $F$ 、 $F+V-2$   
 987 教師： $F+V$ 、もう1回。  
 988 島尾： $F+V-2=E$ 。  
 989 教師：(黒板に書きながら)  $F+V-2$ が？  
 990 東郷：あっ、ほんとだ。  
 991 島尾：イコール $E$ 。  
 992 教師： $E$ になる。  
 993 新川：おおー。  
 994 教師：これは、どう？  
 995 東郷：あってます。  
 996 新川：すごいねえ。  
 997 教師：すごいねえ、今のちょっと拍手やね、今のねえ。なんか。  
 998 全員：(みんなで拍手する)  
 999 島尾：わー、すごい。  
 1000 教師：画期的な意見が出てきたねえ、なんかねえ。  
 1001 東郷：これは、数学界に大きな衝撃をもたらした。

[No. 4]

- 001 教師：はい[ $V$ の横に「12」と板書]それから、えーっと $E$ が？ 30。[その下に「 $E30$ 」と板書]で、えーっと $F$ が二十ですね、[その下に「 $F20$ 」と板書]で、えーっと今、皆に数えてもらったやり方でそれでいいと思います。で、えーっともう一つね、僕のほうで、別解を説明します。ね、別解。別の解き方で説明します。で、面はね、さっき言ったように、これは、もう二十面体っていうふうに言って増すんで、確かに面は二十あります。で、次、 $V$ のね、えー数え方ですけれども、 $V$ の数え方ですけれども、えーっとね、まずね、どんなふうにして数えるかっていうと、えーっと、正二十面体っていうのは三角形でできてますね。[「 $\Delta$ 」を板書]三角形。で、一つの三角形に、えー、 $V$ は幾つありますか？  
 002 新川：3つ  
 003 教師：3つあるよね。一つ、2つ、3つ。一つの三角形に、一つの三角形に[ $\Delta$ の際に「一つの $\Delta$ に $V$ が3」となるように板書] $V$ が3つある。 $V$ が3つ。ね、 $V$ が3つあります。で、二十面体は三角形が幾つあるんですか？・・・二十面体っていうのは、三角形が？  
 004 新川：二十  
 005 教師：20個あれんね。ですから、えーっと、この三角形が20個あるから[「 $\Delta$ が20コ」と板書]三角形が20個だから。この $V$ は一つで3つなんだから、20個集まると幾つになる？・・・一つで3つだったら20個集めると？  
 006 東郷：60



- 007 教師：60個あるげんね。20×3で60個あります[「20×3=60」と板書]・・・だから、Vは60個かと言うとそうじゃなくて、だぶって数えるね。だぶって、こうやって、で、えーっと、三角形こうやって、頂点、こうやって3つ数えますけれども[黒板に図と書いて説明]この隣りにこうやって、もし、また三角形こうやってくっつけて数えたとしたら、一つ2つ3つ4つ5つ6つって数えてったら、だぶって行くよね。で、複雑になっていくね。どんどんね。んで、またこうやって隣にこうやって三角形くっつけると、まただぶります。一つの頂点にね、三角形が何個集まっていますか？一つの点に。
- 008 東郷：(・・・)
- 009 教師：5個集まっとなね。5個集まっとなるっていうことは、ここに一つ2つ3つあって、また、横にこうやってあって、ここにこうやってあって、こうやって、あって、ここにもね、ちょっと凶悪いですがけれども、こんなふうにしてね5回同じ点を数えています。5回。で、同じ点をね、5回数数えるから、同じものを5個数えるっていうことは、割ってあげないとだめやね。割って・・・。だからこの60を、えー同じものを5回だぶって数えるから5で割って12個[「60÷5=12」と板書]、こういうふうに答える。そうすると、出てきます。Vがね。こんなふうにもね、考えて・・・ね。それともう一つですがけれども、えーもう一つは、えー、ね、この辺ですね。辺。で、辺は、[さっきの図の隣に図を板書]えーっと今こうやって一つずつ三角形数えます。で、隣にもう1つこうやって数えると、書くと・・・一つの三角形に辺は幾つありますか？
- 010 東郷：3つ
- 011 教師：3つあるね。で、3つあって・・・一つの三角形に辺がえーっと、辺Eは3つあって・・・で、三角形はやっぱりこれ何個あるかってゆうと・・・[黒板に書くがビデオが邪魔になって見えにくい]見えるそっち？ちょっと見えにくい？こっち行こうかな？ちょっと見えにくいかな、えーっと・・・もう1回書くけども[黒板の左の方に「一つの△にEは3コ」と板書]一つの三角形に辺は3個あって・・・[「△は20コ」と板書]そして、やっぱり三角形は20個ある・・・っていうことは、えーっと20個の三角形、で、辺は幾つありますか、全部で？・・・同じ大きさ考えると・・・1個の三角形で3つあるんだから、20個の三角形では//
- 012 東郷：60
- 013 教師：[「20×3=60コ」と板書]60やね。60個あるが、辺は60個。だけど、さっきね、頂点がこうやって5つだぶっとなるって言ったよね。で、これと同じようにして、辺もね、だぶっとなるね。だぶって数えるでしょう。で、こうやって、まずこうやって、一つ書いて[図を書いて説明]その隣にこうやって、えーっと、もう一つの辺をこうやって書くと、隣の辺とだぶるよね・・・となりのこうやって、だぶる。で、また、こうやって、その隣にこうやってくっつけると、また、だぶっちゃうよね・・・じゃ、辺はこうやって、同じ辺を2回ずつ数えていくことになるから、こうやって、このへん、で、この、ここもね、こうやって、三角形作ると、この辺は2回数える。で、この下で、また三角形あるけども、ここにもまた、辺がだぶって考える。だから、2つずつこうやって、だぶっていくから、これをね、2で割ります。[「60÷2=30コ」と板書]2で割る。そうすると、最終的に出る。・・・うん、で、そういうふうになるとね、えーっと、このVとEはね、出せます。これがね、別のやり方です。・・・うん、確かに、あの皆今やってみたいにこうやって、1番最初に新川くん、言いましたけれども、上のこの五角錐を数えて、そして下の五角錐

数えて、そして周りをこう数えるやり方もいいです。で、僕が今説明したのは、もう別のやり方で、式を使ってくやり方ね。こんなふうなやり方していくのね、で、こうやってやっていくと、またもう簡単に答えを出す・・・できますのでね、えー、こういうやり方もちょっとやってみてください・・・えっと、じゃあ、なんか、ここまで、質問ありますか？《5》ね、今の話はどうか？

014 東郷：分かる

015 教師：分かる？島尾さんどう？

016 島尾：うん

017 教師：大丈夫？橋爪くんは？

018 橋爪：大丈夫

019 教師：大丈夫。はい。新川くんも OK？

二十 新川：・・・

021 教師：はい。うん。もう1回やると、あの、点がね、あの、点は、点は5回数えるから、点は5回数えるから5で割る。で、辺はね、辺は2つダブってるから2で割る。そうすると、あの、答え出てきます。で、じゃー、もう1回やりませけれども、今度はね、えーっと、今、二十面体やりましたけれども、もう一つの正多面体の正十二面体をやってみましょう。で、今度はね、僕は何も言いませんから、今、皆さんの力で自分でやってみてください。はい。自分でやってみてくださいね、はい。えっと、今度僕、何も言いませんから、ね。

[No. 5]

050 教師：はい、じゃあ、えっと全員終わりましたので・・・そしたら、橋爪くん・・・いきましよう。えーっと正十二面体のVはいくつでしょう？

051 橋爪：20

052 教師：20、Eは？

053 橋爪：30

054 教師：30

055 東郷：はい

056 教師：F

057 橋爪：12

058 教師：12

059 東郷：はい

060 教師：12ですね。どんなふうに解きましたか？どんな感じで・・・

061 橋爪：あーゆうやり方でやらんなんが？

062 教師：いや、あの1番最初にやった自分のやり方。

063 橋爪：これ見て

064 教師：これ見て、うん、はい。

065 橋爪：こっちの方がなんかやりやすい

066 教師：島尾さんは？

067 島尾：・・・

068 教師：東郷君は？

069 東郷：下の図見て、数えました

070 教師：はい。新川君は？

071 新川：・・・

072 教師：うん、はい。えーっと、合ってますね。えーっと、ちょっとこっちの方

書きますけれども[「正十二面体」と板書]  $V$  が二十です[「 $F$  12」と板書]こんな感じ・・・で、えーっと、さっきとね、またか?[「 $V$  二十」と板書]  $E$  が 30。[「 $E$  30」と板書]  $F$  が 12。同じで、えーっとね、少し難しい説明ですけれども、えーこれも考えてやってみますけれども、えーっとまず  $V$  の方からいきますが。えーっと一つの  $V$ 。一つの五角形ね[「1つのに」と板書] 一つの五角形に頂点は幾つありますか?[「 $V$  は」と板書] 一つの五角形に頂点は?

[No. 6]

304 教師：えーっとね、すべての正多面体において成り立つことがもう分かり増したんで、かなりね、えーもうかなりもう尤もらしくなりました。この式は。・・・ね。で、だけどもね、さっき言ったようにね、数学者っていうのはしつこくて、まだまだっていうふうに思うわけね。まだまだこんなもんじゃ足りない。もっともっとたくさんのをね、調べてほんとに成り立つかどうかをね、確かめないと気が済まないわけ。みんなもそうやって考えてね、ここにある以外のものでね、なんかないかなって、ちょっと考えてみて下さい。ここにある以外のもので・・・ここにある以外の多面体っていうものを何かないかどうか

305 東郷：円錐って

306 教師：円錐?

307 東郷：円錐

308 新川：円錐

309 教師：円錐っていうのはどういう感じだっけ?面白い、面白い意見やね

310 東郷：円の・・・

311 教師：うん。どんな形になる?

312 東郷：下が丸で

313 教師：下が丸で

314 東郷：上が丸、え一角で・・・

315 教師：こういうふうになってんの? (黒板に円錐の図を書く)

316 東郷：そうそうそう・・・

317 教師：これは多面体になるのかね?

318 新川：一応、多面体・・・

319 教師：一応、多面体

320 新川：うん。一応、面が2個ある。

321 教師：面が2個ある。

322 新川：うん。

323 教師：ちょっと、ちょっとまってね。これ円錐やね。(図の下に「円錐」と板書) ちょっとこれ考えようか。ね。面白い意見やね。これどうしよう。(5秒) 一応、多面体っていう・・・?一応多面体。・・・面が2つある。(「一応多面体(面2つ)」と板書)

(中略)

324 教師： $V$  イコール  $E$ 。辺と頂点の数が同じっていうふうに考える・・・ね・・・橋爪くんどう?どうかな?円錐(5秒)でも、円錐っていうのはでもこの式が成り立つとはっきりとは、これ、ちょっと

325 新川：言えません。

326 教師：言えないね。これね、ちょっとね、うん・・・これちょっと難しいから少し後回しに考えることにして、で、なんか他のものでなんか、ないです

か?・・・ま、円錐・・・(6秒) なんか・・・もっと他の(8秒) もうほとんど出尽くしたかな?

327 東郷：ほとんどありませんね

328 教師：ありませんね。やっぱりね

329 島尾：くす玉みたいなのは?

330 教師：くす玉みたいなやつ? どういうやつだっけ? くす玉っていうのは

331 島尾：ぼこぼこの

332 教師：ぼこぼこの?

333 島尾：あれでも一応全部形同じやね。これに(正二十面体の模型を持って)

//

334 教師：あれは、何角形だったんだろうね。ちっちゃい、こう、面が幾つもこう、くっついているやつ?

335 島尾：いや、これに・・・ここ頂点がもう1個あって・・・こんな二等辺三角形がもっと・・・

(中略)

336 教師：なんか名前つけとくね。やっちゃんの//

337 島尾：アトリオ

338 教師：アトリオ(「やっちゃんのアトリオ」と板書)

339 橋爪：・・・

340 教師：やっちゃんのアトリオでも成り立つ・・・

341 新川：成り立つ

342 教師：成り立ってますね。完全に成り立ってますこれは。

343 復生徒：(雑談約3分間)

344 教師：(正二十面体と正4面体の模型をもって) じゃー、これか、これをつけるげんね。これをこうやって、ちょっとでかいけど、こうやって、つけていって、考えていくとそれを名付けてやっちゃんのアトリオというのだけれども、これを・・・頂点をね32個になると・・・元々、元々幾つあったかといったら、元々二十面体には12個の頂点があって、その上にやっぱりが1つ1つこうやってつけていくんね。面にね、20個つけるから二十個足しますんで、32。で、辺は・・・90個、これは、すごいね。3つずつこうやって、で、面はね、一つの面に、一つの面にこう3つずつ面をつけていくから、60個になる。そうすると、これも、式に当てはめるとやっぱり成り立つ、っていうことが分かって、非常に複雑なやっちゃんのアトリオは、んーこの推測が成り立ちます。

345 東郷：はい

346 教師：よろしいでしょうか?

347 復生徒：よろしい

[No. 7]

492 教師：今度は、さらにむつかしくて、ちょっとね、みんなね。1の、2の、1の3のプリントかな、1の3のプリントをね・・・で、その1番上に書いてある3つの図形をね、ちょっと見て欲しいんだけど、1番上に書いてある3つの図形は何て言うんだっけ・・・角?

493 新川：角柱

494 教師：角柱やね。で、1番左に書いてあるのは何だっけ?

495 東郷：・・・

496 教師：うん

497 東郷：四角柱ですね

- 498 教師：四角柱。別名・・・立方体やね。で、2番目は？  
 499 東郷：三角柱  
 500 教師：はい。三番目は？  
 501 東郷：五角柱  
 502 教師：五角柱ね。順番ちょっとね、並べ替えてね。三角柱から書いていきましよう。・・・三角柱[赤チョークで「三角柱」と板書]そして四角柱[その下に「四角柱」と板書]そして五角柱[その下に「五角柱」]で、それぞれのね、 $F$ とそれから $V$ と $E$ を確認しましょう。

[中略]

- 506 教師：そしたらね、今、角柱こんだけ考えましたけれども、角柱ってのは、実はこれだけではないね。  
 507 東郷：うん。  
 508 教師：もっともっと、こう複雑に六角柱、七角柱、てん、てん、てんといって、 $n$ 角柱になった場合は一体どうなるんでしょう。(「 $n$ 角柱」と板書)ということでね・・・前にね・・・多角形をやったときに三角形、四角形、五角形ってやっていって、そして、 $n$ 角形の場合も成り立つかどうか、 $V$ イコール $E$ がね、成り立つかどうかというふうに、えー、なって、多角形のことはどんな多角形でも、1の場合について成り立つってことはすべての多角形において成り立つということですから、今もね、この三角柱、四角柱、五角柱、調べていって、もし $n$ 角柱でも成り立つというか、これはもうすべての角柱がね、成り立つことになるから、じゃー今度、 $n$ 角柱の場合も $F$ と $V$ と $E$ をね、ちょっと考えてみたい、というふうに思います。

[No. 8]

- 587 教師：じゃー今度ね、2番目の欄を見て下さい・・・さっきの1の3のプリントね、1の3のプリントで2番目の欄、今度2番目の欄見るとそれは角？・・・  
 588 生徒：錐  
 589 教師：角柱じゃなくて角？  
 590 生徒：錐  
 591 教師：錐やね。これは $n$ 角柱の場合(東郷君の結果に「 $n$ 角柱の場合」と板書) $n$ 角柱の場合ですけども、今度は錐の場合ね。(「柱」を消して「錐」に書き換える)はい。で、4番は何て言うんですか？・・・4番の図は？  
 592 復生徒：四角錐  
 593 教師：四角錐。5番目は？  
 594 新川：三角錐。  
 595 教師：三角錐  
 596 新川：で、四面体  
 597 教師：三角錐か正四面体ね。で、6番は？  
 598 新川：五角錐  
 599 教師：五角錐。で、またさっきと同じようにしてね、数のちっちゃいもんから順に並べました。・・・で、今度ね、また見てみましょう。三角錐の $F$ 、 $V$ 、 $E$ をね、ちょっと教えて下さい。

(中略)

- 617 教師：なんかこれもね、規則性ありそうやね。なんかね。これはね何か昨日ね、ちょっとみんな気づいてたような気がしますよ。これ何か同じだとかい

ってましたからね。そこをうまくね、使って、今度はね、あの僕のほうはまた何も言いませんから、皆でね、ちょっとやってみて下さい。

[No. 9]

746 教師：説明しときます。(黒板の橋爪君の書いたところに「 $n$ 角錐」と板書)・・・  
頂点は、えーっと、まず、頂点の $V$ ですけども下の底辺に $n$ 個あって、そして、それとは別に上に1個あるから $n$ プラス1なんだっていうことね。そして、えーっと $E$ ですけども、 $E$ はまず、底に $n$ 個あって、そして側面の所にもこうやって $n$ 個あるから、2倍するんだ、2倍の $n$ なんだっていうことと、それから面は側面が $n$ 個あって、底面が一つあるから $n$ プラス1なんだっていう説明ね。いいね。はい。ってゆーことで、じゃー、あとね、えーっとこの $n$ 角錐、今 $V$ と $E$ と $F$ が出ましたけれども、はたしてこの式が成り立つでしょうか？またね、ちょっと計算してみてください。この式に当てはまるかどうか・・・あー、もう終わってる人もいますね。(東郷君と新川君を見て)はい

(中略)

764 教師：プラス2ね。同じやね。はい、両辺とも $2n$ プラス2・・・はい、ゆうことで、あのやっぱり・・・ということで、これ消しますけれども(黒板を消す)で、さっきやったように角柱の場合と同じように $n$ 角錐について成り立つっていうことは、これはもうね、十角錐であろうと、百角錐であろうとね、どんな角錐についても成り立つんで(5秒)そこでまとめてみましょう。(「全ての角柱・角錐において成り立つ」と板書)全ての・・・角柱、角柱それから角錐において・・・角錐において成り立つ・・・はい、えっとここまでね、ちょっとまとめておいて下さい。(5秒)ね。(20秒)はい、えーっとそこでね、えーっともう1回ね、あの1の3の図を見てみまし様。

765 東郷：7、8、9・・・

766 教師：そうですね。えーっと、ちょっとこの1の3の図で・・・いって見ますと・・・はい新川君・・・1の3の図でね、いって見ますと、今、まず1列目ね・・・1番上の3つで角柱についてもうこれはね、すべての角柱について確かめました。それから2段目も、この角錐ね、角錐についてもその3つだけじゃなくてすべての角錐について成り立つことがもう証明されたからこれはね、今までとは全然違う、もう進歩やね。

767 東郷：うん

768 教師：もう、こう、ここに書いてあるだけじゃなくて上の6つに関してはもうすべてのそういうものに似た角柱や、それから角錐について全部成り立つんだっていうことが分かりました。

769 東郷：うん

770 教師：そして、次7番ね、で、7番の図っていうのは、これ正多面体やね。で、正多面体について全部調べました。・・・そしたら残ってるのは何？残ってるのはやっちゃんのうちと東郷くんの部屋とこの2つのなんかもっと複雑な形についてはまだ確かめられていない。だから、今日はこの2つについてもうちちょっと勉強したところで終わりにしよう。ね、はい。で、これはもうすべてもう確かめ増したんで、少しね、えー、・・・ちょっとね、あとでやっちゃんのうちがね、えーっとどうもねー、やっちゃんのうちがね、やっちゃんのうちに関しては成り立ったけれども、もっと複雑なやつがあります。ね。もっと複雑なやつ。もっと複雑な場合についてほ

んとに成り立つかどうかについていうことをね、えー調べてみましょう。

771 橋爪：俺んちの複雑バージョン

772 教師：そうです。やっちゃんちの複雑バージョンですね・・・やってみましょう。どういふのかについていうと、えーつとね、まず、こういう三角柱があります。で、その上に三角錐こうやってくっつけるような、こういうね、ことを考えます。で、あるいは、うん、くっつける。なんか屋根をくっつける感じね

[No. 10]

875 教師：それじゃーね、えーつと答え合わせしましょうね。まず頂点とそれから辺の数を確かめますけれども

876 復生徒：はい

877 教師：東郷君

878 東郷：はい

879 教師：面はどうですか？

880 東郷：面は  $F$  ですね

881 教師： $F$

882 東郷： $F$  プラス  $n$  マイナス 1

883 教師：はい。(「 $n-1$ と板書」)  $V$  は？

884 東郷：これですか？

885 教師：はい

886 東郷： $V$  プラス 1

887 教師：はい(「1」と板書)

888 東郷： $E$  プラス  $n$

889 教師： $E$  プラス  $n$  ね(「 $n$ 」と板書) はい。こんなふうになります

890 東郷：はい

891 教師：みんないいですか？

892 復生徒：はい

893 教師：はい。じゃーね、これがほんとに、この式が成り立つかどうかを確かめてみましょう。まず  $F$  と  $V$  をね、確かめてみて下さい。 $F$  の欄と  $V$  の欄を足してみて下さい。

894 新川：厳しい・・・

895 教師：厳しいよね。(約 15 秒) で、今度はね、右辺をね、 $E$  の欄と 2 を足して見て下さい。(約 15 秒) まず、左側の方どうなったかな？・・・

896 生徒：・・・

897 教師：そんな簡単には出ない。(4 秒) もうちょっと時間あげましょう。もうちょっと待つてね。

898 生徒：あれ？

899 教師：うん。そんな感じやね・・・(約 15 秒)「左 ( $F+n-1$ ) + ( $V+1$ ) =  $F+V+n$ 」と板書) (「右 ( $E+n$ ) + 2 =  $E+n+2$ 」と板書) (約 20 秒) なんか・・・みんなここまで出した？・・・左側がこういうふうになれんね、右側こういうふうになれんね、これだと等しいとは言えんわね。形違うからそこで・・・左側ちよつとね変形します。で、左側のところね、こっちを書けませんので書きますけれども、元々  $F$  プラス  $V$  っていうのは何だっけ？元々  $F$  プラス  $V$  っていうのは、これは  $E$  プラス 2 になれんね

900 生徒：うん

901 教師： $E$  プラス 2。だから代入します。 $F$  プラス  $V$  は ( $F + V = E + 2$  だから」と板書)  $F$  プラス  $V$  っていうのは、これは  $E$  プラス 2 だから代入しますね。そうすつとイコール  $E$  プラス 2 のプラス  $F$  ( $F = E + 2 + n$  と板書) そしたら、これとこれひっくり返すげんね。この形になります。(  $F = F + n + 2$  と板書) はい。こんなふうにしてね、変形すれば出てき増すんで、やっぱりこれも成り立つんだっていうことになりますね。(約 5 秒) 元々は成り立ってるやつですから、元々は、元々  $F$  プラス  $V$  っていうのはこれは  $E$  プラス 2 になり増すんで、それを代入して、計算していくと同じ結果になるっていう話ですけども、いいですかね? ちよつと難しいかな? …… ね、元々、元々の、この屋根をつける前の、屋根をつける前のこの立体に対してはあの推測はもう成り立っているわけだから、そのものを代入して計算していくと右辺と一緒になるっていうことですね。…そういう感じで、複雑な新しいニューやっちゃんのうちはこのとても厳しいテストを通過しました。

902 複生徒：おー

903 教師：通過したことになります。[途中]

[No. 11]

903 教師：[続き]そして、いよいよ最後です。最後は東郷君の

904 橋爪：東郷の部屋

905 教師：部屋の複雑バージョンね。はい、今度はこれなんです。今度、これはね、2 人ずつで考えて下さい。難しいんですから…考えていくんだけれども

906 参観：[プリントを配布する]

907 教師：今度はね…端をね、切っちゃうのね。こう、端を切っちゃう

908 島尾：切り取るんですか

909 教師：切り取るんですよ。上の図のところをちよつと見てほしいんだけど、ほんとはね、ほんとは角錐だったんですよ。ほんとは、三角錐になるのかな、ほんとはこれ、これちっちゃいやつ、ついていたんだね。そこをなんとかボンと切るわけ。切ったらこういうふうになったわけ。うん。で、これが今度、今の場合だったら 3 本線が出てるけど、今度この線が  $n$  本出てたらどうなるんかなっていう話なんです。

910 複生徒：ほー

[No. 12]

1098 教師：で、さっきと同じようにして  $F$  プラス  $V$  っていうのは、これはどうなるかっていうと…これはなんで消えんの

1099 東郷： $F$  プラス  $V$

1100 教師： $F$  プラス  $V$  はイコールなんだっけ?

1101 新川：イコール  $E$  マイナス、えー  $E$  プラス 2

1102 教師： $E$  プラス 2 になる ( $F = E + 2 + n$  と板書) で、プラス  $n$  っていうのはこれ消してもいいですけどね。同じですけどもね。これ順番入れ換えると…同じ形にできるね ( $F = E + n + 2$  と板書) ということで、またこれいっしょやね。右辺とね左辺がね、ということですからやはり、これは成り立つ。ということですからニュー東郷君の部屋は無事厳しいテストを通過しました。はい、ということやね…

1103 生徒：…



- 1104 教師：まとめておきましょう。消しますね。(黒板を消す) 非常に厳しいですから  
1105 東郷：橋爪君のより厳しい・・・

[No. 13]

- 788 東郷：えーとですね。  
789 教師：うん。  
790 東郷：順番に消していくために、番号書きます。  
791 教師：うん。  
792 東郷：(3 角形に 1 から 10 までの番号を書き入れる) 星印を見ながら、これを見て下さい。まず、始めに 1 を消します。1 消して、次に 2 を消します。ここまでは、一つの辺と、一つの辺と一つの面がなくなって、もう一つはただ一つの面と一つの辺がなくなります。次に 3 の・・・  
793 教師：そこまで、ちょっと、いい、みんな? いい、はい、うん、じゃあ、続けて、うん。  
794 東郷：3 も同じように、一つの面と一つ辺がなくなって、消します。  
795 教師：うん。  
796 東郷：4 も同じように、一つの辺と、あっ、これは 2 つの辺と、頂点と、一つの面がなくなって、消せます。で、これは星印に合ってます。次に、5 は、これは、これは一つの辺と一つの面が、えー、なくなって、消されます。  
797 教師：いい? うん。おかしかったら、止めてね、すぐ。  
798 東郷：6 も、6 は 2 つの辺と一つの頂点と一つの面がなくなって、黒板消しで消されます。  
799 教師：うん。  
800 全員：(笑う)  
801 東郷：7 は一つの辺と一つの面で、同じように消されます。  
802 教師：うん。  
803 東郷：ハブニングは次からです。  
804 教師：はい。  
805 東郷：8 は、これ、消されるとすると、まず、一つの辺と一つの辺と一つの面だけで消されることとなります。一つのこの頂点は、9 が重なっていて、この頂点は 9 と重なっている。これは 10 と重なっていて、この答え見ると 2 つの辺と一つの面だけで消されます。これは、この条件は、星印には、のってません。  
806 教師：あーん。  
807 東郷：2 つの辺と一つの頂点が消されることになってます。  
808 教師：うーん。  
809 東郷：で、8 を消しますと  
810 教師：(新川、橋爪に確認を取る)  
811 東郷：8 を消しますと、まあ、面が取れて、E・・・今度、9 を消すときには、今度は、三角形全部が残っていて、3 つの頂点と 3 つの辺と一つの面が取れます。これもやっぱり、星印にあってません。10 だけが残りますけれど、最終的には 3 角形が一つ残ったんですけども、8 と 9 だけは、星印の条件に合わないの、おかしいんじゃないかっということですよ。

[No. 14]

831 新川：(黒板に表を書き出す) (4分40秒)  
(黒板)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$V$	8	8	8	8	7	7	6	6	6	3
$F$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$E$	17	16	15	14	12	11	9	8	6	3
$V-E+F$	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1

832 新川：(書き終えて戻ろうとする)

833 教師：はい。じゃあ、新川君、説明して、うん。うん、じゃあ、みんな、ちょっと。(5秒) ちょっと、うん。新川君の説明、聞こう、うん。

834 新川：うんと、まず1、最初の、この8、10、17で差が1になります。イコール1になって、1を取り除くと、面が減って、辺が1個減ります。で、これも $V-E+F$ は1になります。で、それを2、3と繰り返していくと、これも同様に、 $F+$ じゃない、えーと、 $V-E+F$ は1になって、4番は2辺と頂点が1個減ると、面が減るので//

835 教師：うん。

836 新川：えーと、7、 $V$ 、頂点が7、面が6、辺が12になります。で、これも計算すると1になります。

837 教師：うん。

838 新川：で、5番は、1、2、3と同様に、やれば、差は1になります。えー、6番は4番と同じようにやれば、1になります。7番は1、2、3、5と同じやり方でなります。

839 教師：うん。

840 新川：で、8番は、ここで、東郷君が言ったように、辺が2本だけで頂点は取れなくて、計算するとプラスじゃない、イコール2になって、おかしくなります。

[No. 15]

954 新川：第2段階のときに、[・・・]、全体で、全体の $V-E+F$ は変わらないって言うから。

955 島尾：うむ？

956 新川：第2段階で、でとるから、 $V-E+F=1$ となるっていうのは//

957 島尾：だから、それが変わらなくても、2でも1でもいいってことじゃないが、ん？

958 新川：これ、平面にしてやっとな。

959 島尾：うるさいなあ。

960 全員：(笑う)

961 新川：それが、1番早い説明かもしれん。それ、1番早い。

962 島尾：こう、なるげんわいね。

963 教師：なんか、結局、今までの話をとると、なんか、要するに、だから、こう、取り方の順番で、こう、話がおかしくなった。で、真ん中を9、10とかにすれば、問題がないんじゃないか、っていうことやね。

964 新川：そ、それでも//

965 教師：で、えーと、まず、4番まではいいよね。4番までは。4番まで上から。で、5、6っていう数字が9、10にかかわるとすれば、あと、5から8ま

での数字は、どっかいかんといかんわね。これ、どうする、どうする。

966 新川：「・・・」

967 教師：橋爪君、じゃあ、順番、ちょっと、つけてみて、うん。5から8番までの数字を、どうすればいいのかなあ。うん。ちょっと、書いてみて。

968 橋爪：黒板に書くがん？

969 新川：久しぶり。

970 東郷：久しぶりだなあ。

971 教師：どんな、ねえ、取り方っていうかね。

972 橋爪：えっ、9、10は？

973 教師：9、10は、もう決まってる。うん。5から8までの番号ね。

974 橋爪：8、7、6、5、あっ、5から8け。

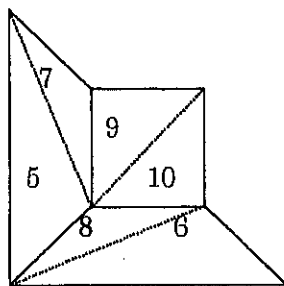
975 教師：うん。なん、どんなふうにつければいいんかなあって。

976 橋爪：5、6（黒板に番号を書く）

977 新川：おお、いいんじゃないの。

978 橋爪：（7、8を書く）

（橋爪の図）



979 東郷：うーん。

980 橋爪：ダメかな？

981 新川：いいですよ。

982 教師：いいですって声が出てます。

983 橋爪：あっ、大丈夫やな。

984 教師：大丈夫、はい。たぶん？どう、みんな？

985 新川：いいです。

986 東郷：偶数同士、奇数同士？っていう意味？

987 新川：えっ、そんなことはない。そしたら、・・・

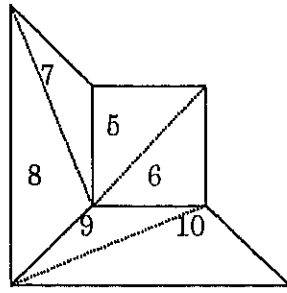
988 東郷：・・・

989 新川：先生、ちょっといいですか？

990 教師：はい。

991 新川：（黒板に出て番号を打つ）

(新川の図)



[No. 16]

- 152 教師：そこでちょっと難しいんですけどね。これちょっと難しいんで、どーもその先のとんがったところがね、問題があるんで、そこをちょっとね、訂正します。
- 153 島尾：だってこんなん頂点ないがいね
- 154 教師：で、えっと、ちょっとね、これ見て下さい（用意した紙をはる）。
- 155 新川：重心みたいな [ . . . ]
- 156 島尾：重心？ [ . . . ]
- 157 教師：えーっと、一つの面の内部から他の面の内部へ頂点を通らずに行けるものを多面体としようということなんですね。えーっとこの文をちょっと入れ替え [ . . . ]（「多面体」の紙をさっきの紙の前にはる）一つの、面の内部から、一つの面の内部から他の面の内部へね、例えば（砂時計の模型をもって）ここね。ここに向かってこうやっていくときに、頂点を通らんといくことができるものを多面体ということやね。
- 158 複生徒：すごい
- 159 東郷：そうですね //
- 160 橋爪：決めていいんですか？
- 161 教師：決めていいんだらうかね？
- 162 島尾：ダメなんじゃない
- 163 教師：ダメなんかね
- 164 島尾：そんなことないかも
- 165 教師：ないんだらうかね、どう思う？
- 166 島尾：いいがんない
- 167 新川：コーシーの多面体のために
- 168 教師：コーシーの多面体のために
- 169 東郷：コーシーの味方に [ . . . ]
- 170 教師：コーシーのためにね。
- 171 島尾：でも、そんなことって反感 [ . . . ] なんていうかお前がなんでそんなこと決めれんって言われん？
- 172 教師：お前がなんでそんなこと決めれん、て言われるかもしれんわね。うん
- 173 島尾：おれはこれが多面体なんやって言われたらどうする
- 174 教師：で、コーシーはこれが、おれはそれが多面体なんだっていうふうに言ったんかもしれんわね。おれはこれ、こういうのを多面体だというふうにしよう
- 175 島尾：文句いった人はその点通らんと多面体じゃないって言ったらどうする？
- 176 教師：難しい問題になってくるね。

[No. 17]

- 096 新川：正何面体とか  
097 教師：下のは一応ね、意図的に正の形で作ったんだけど、うん、こうすると上のね、正の形で作ったんだけども、下はね、別に  
098 新川：どんなんでも  
099 教師：どんなんでも(・・・)形(・・・)  
100 島尾：こんなのくつつくんですか。こんなとこ  
101 教師：こんなのくつつくんですか。そんなとこ  
102 島尾：うん  
103 教師：面白い意見やね。うん  
104 東郷：・・・  
105 教師：これ多面体なんかね、これ？  
106 島尾：違う  
107 教師：違う  
108 島尾：そんなの私が許さん  
109 教師：そんなの私が許さん  
110 東郷：(・・・)  
111 島尾：(・・・)  
112 教師：この、このさ、この図形のこのね、しろもののなんか、問題になってるってとこってのはどこ？  
113 島尾：ここ（砂時計の模型の中心を指す）  
114 教師：うん、そこがなんかどうも変だよな。  
115 島尾：うん  
116 教師：なんかその頂点とこ繋がってるって言うの  
117 新川：頂点が分かりません  
118 教師：うーん。ねえ  
119 島尾：おいね、頂点どこなが  
120 教師：頂点はどこんなってるの？この場合は  
121 島尾：これに？頂点  
122 教師：1個なってるんだね。重なっちゃってるんだね。うん(・・・)そこで、どうも、その、そういうふうにならなくなってしまったものがくつついたようなものが多面体だっというふうに認めてしまうと、この式が成り立たなくなってしまう。ね  
123 東郷：コーシーは認めなかった  
(中略)  
129 東郷：どういうものが多面体かって//  
130 教師：うん、どういうものが多面体っていうふういきちっと  
131 東郷：やっぱ、一つの面を切ってそこから(・・・)あの公式に当てはまるものを多面体と言う//  
132 教師：ものを多面体と言う。うん。そうだね、うんなるほどね。うん  
133 東郷：でも、ちがうん？  
134 教師：いや、あの、いいと思うよ。うん、そういうふうにはできるってコーシーは言ったんだから//  
135 島尾：形になつとるもの  
136 教師：ていうのは  
137 島尾：だってこんなん、今セロハンテープでくっつけとるけど [・・・]

- 138 教師：ゼロハンテープでね、はずしたら、すぐこうやってくずれてしまうし  
 139 東郷：・・・  
 140 島尾：これはもう書いたからできることで  
 141 教師：うん、実際に  
 142 島尾：実際にあるもんじゃ(・・・)あるもんじゃないからだめ  
 143 教師：なるほど、ダメ  
 144 島尾：ダメ  
 145 教師：ダメ  
 146 島尾：じゃあ、 $n$ 角形もそうねんけど  
 147 教師：お姉さんはだめやと  
 148 島尾：お姉さんの言うこときかなダメ・・・

[No. 18]

- 188 教師：で、今度はね、こんなふうになりました。えー、一つの面の内部から他の面の内部へ頂点を通らずにいけるものを多面体というんだ・・・うん、そしたら今度は別の人が//  
 189 東郷：またか  
 190 教師：これにあってるんだけれども、これにあってるんだけれども、これが成り立たないような例が、またあるんだぞっていうふうに言ってきたのね  
 191 橋爪：むっちゃくちゃや [・・・]  
 192 島尾：そんなんあるんけ？  
 193 教師：そんなんあるんけ  
 194 東郷：[・・・] 頭のいい世界で・・・  
 195 教師：これ、あんたの言ってるように確かにこれ満たしてるけれども、でも、それでも、これ満たしてるけれども、これ満たさんようなのはあるげんぞっていうふうに言ってきたんです。  
 196 島尾：大体そんなん多面体 [・・・]  
 197 橋爪：[・・・] むっちゃくちゃや  
 198 教師：それは・・・えーっと、それは  
 199 新川：(三角柱の模型の上に小さい立方体を乗せる)  
 200 教師：あーそうそうそう、うん、いい、いい、近い [・・・] ばっちしや、うん、そうそうそう、これ、これです。立方体の上に  
 201 参観：立方体の上に・・・  
 202 教師：こんなんあって、はい [・・・]  
 203 参観：(プリント 3・4 を配る)  
 204 教師：今すごかったね、新川君。これをちょっと見て下さい。立方体の上に立方体。

[No. 19]

- 451 東郷：ゼロ  
 452 教師：ゼロですね。今度はね、ゼロ [・・・] さっきは何だったっけ？さっきの  
 453 新川：3  
 454 教師：3ね。2つとも3やったね、今度ねゼロになっちゃいました。  
 455 東郷：またおかしいですね  
 (中略)  
 466 東郷：これ多面体じゃない

- 467 教師：多面体じゃない。ていうふうに考えてみたんだけど、それはちよつとね、あんまりね、あれで [ . . . ]
- 468 参観：多面体の定義 [ . . . ]
- 469 教師：この2つはどう？満たしてない？
- 470 東郷：たまたま
- 471 教師：たまたま
- 472 島尾：えー、でも、こっちからこっち行けるの？
- 473 教師：どこ？
- 474 島尾：こっから、ここ
- 475 教師：行けない？
- 476 新川：行けるって
- 477 島尾：あ、そうか頂点ないもんね
- 478 教師：うん、それから次のこの穴のあいた面ももっていないよね。穴のあいた面。
- 479 東郷：穴の開いた面 . . .
- 480 教師：穴は開いているけど穴の開いた面はないでしょ、うん、穴の開いた面はない。
- 481 新川：面はないです。
- 482 東郷：物体そのものに穴が開いてる
- 483 教師：え？
- 484 東郷：その物体そのものに問題がある
- 485 教師：物体そのものが問題ある
- 486 東郷：うん
- 487 教師：うん、なるほどね、うん、なるほどね、それも面白い意見やね。これ日本語で書くとしたらどういうふうになる？いうとすれば
- 488 新川：穴のあいた図形はだめ
- 489 教師：穴のあいた図形は [ . . . ] あーなるほどね
- 490 参観：図形になるんか？
- 491 島尾：図形じゃないね、立体
- 492 新川：立体
- 493 教師：穴のあいた立体はだめやと
- 494 島尾：立体っていうものは中ないもんや
- 495 東郷：中開けたらだめ
- 496 教師：(「穴のあいた立体ではないもの？」と板書) 穴のあいた、穴のあいた立体、立体、多面体、立体、立体やね。立体ではない。

[No. 20]

- 556 東郷：これは [ . . . ]
- 557 教師：これでも
- 558 東郷：できますよ。これ
- 559 教師：どうなのこれは、穴があいてるけど、ちゃんと2になってるね
- 560 東郷：うん
- 561 新川：でも、その前に先生。
- 562 教師：うん
- 563 新川：穴のあいた面ができてる
- 564 教師：穴のあいた面ができてる。あ、ここで引っ掛かるとるね。うん。これはどうなんだろうね。定義を改良したはずなのに、これ定義にあってない

よね。多面体っていうものの定義にあってない。で、あってないのに成り立っているのは、ちょっと変だね。さっきの話ね。

565 島尾：例外

566 教師：例外。うん

567 島尾：たまにある例外。

568 教師：たまにある例外。