

織物複合材料のマルチスケール
損傷／粘塑性／熱特性解析手法の開発と実証

2020年 3月

久保 凱

織物複合材料のマルチスケール
損傷／粘塑性／熱特性解析手法の開発と実証

久保 凱

システム情報工学研究科

筑波大学

2020年 3月

目 次

第 1 章 緒 言	1
1.1 織物複合材料	1
1.2 織物複合材料の適用先とその手順	4
1.2.1 ビルディング・ブロック・アプローチ (Building Block Approach: BBA)	4
1.2.2 織物複合材料の場合における BBA の課題点	5
1.2.3 BBA の改善点と数値解析	6
1.3 マルチスケール解析とその事例	7
1.4 織物複合材料に均質化理論を適用した事例	9
1.5 織物複合材料の特性の推定精度の向上および計算効率向上のための の着眼点・改善点	10
1.6 本論文の目的	12
1.7 本論文の構成	12
第 2 章 熱弾-粘塑性均質化理論と数値解析手法	14
2.1 熱ひずみを考慮した時間依存材料に対する均質化理論	15
2.2 内部構造に点対称性を持つ場合におけるユニットセルおよび境界条 件	19
2.3 熱弾-粘塑性均質化理論における境界値問題の解法	20
2.3.1 ペナルティ法を用いた有限要素解析	20
2.3.2 周期境界条件および点対称境界条件の課し方	22
2.4 二次元セルを用いた解析領域の低減	24
2.5 解析手順	25
第 3 章 織物複合材料の主軸方向負荷挙動解析	27
3.1 積層ずれを有する織物複合材料の基本セルモデリングと境界条件	27

3.1.1	平織複合材料の場合の基本セルと境界条件	28
3.1.2	2×2 綾織複合材料の場合の基本セルと境界条件	31
3.1.3	5 本朱子織複合材料の場合の基本セルと境界条件	33
3.2	織物複合材料の損傷進展解析手法	35
3.2.1	損傷形態の分類	36
3.2.2	損傷クライテリア	36
3.2.3	連続体損傷力学に基づく損傷表現	38
3.2.4	熱残留応力を考慮した損傷進展解析手順	41
3.3	種々の織物複合材料の損傷進展解析	46
3.3.1	解析対象	46
3.3.2	基本セルおよび有限要素分割	46
3.3.3	材料定数	48
3.3.4	負荷条件および境界条件	50
3.3.5	解析結果(巨視的損傷挙動の比較)	50
3.3.6	解析結果(微視的損傷進展挙動の比較)	51
3.4	織物複合材料の損傷進展挙動に及ぼす成形時の熱残留応力の影響	64
3.4.1	材料定数	64
3.4.2	負荷条件	65
3.4.3	解析結果(弾性 CTE ^e α_{ij} の比較)	65
3.4.4	解析結果(微視的熱残留応力分布の比較)	66
3.4.5	解析結果(巨視的損傷挙動の比較)	69
3.4.6	解析結果(微視的損傷進展挙動の比較)	72
3.5	種々の織物複合材料の損傷進展挙動に対する積層ずれ依存性	82
3.5.1	境界条件	82
3.5.2	解析結果(巨視的損傷挙動の比較)	83
3.5.3	解析結果(微視的損傷進展挙動の比較)	84
3.6	まとめ	86
第 4 章	織物複合材料の非主軸方向負荷挙動解析	88
4.1	ネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の基本セルモデリングと境界条件	88
4.1.1	ネスティングのみを有する場合	89
4.1.2	ネスティングおよび積層ずれを有する場合	91
4.2	ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性解析	94

4.2.1	実験および解析対象	94
4.2.2	実験方法	95
4.2.3	基本セルの作成およびその有限要素分割	95
4.2.4	材料定数	97
4.2.5	負荷条件および境界条件	99
4.2.6	解析結果(巨視的弾-粘塑性挙動)	99
4.2.7	解析結果(微視的弾-粘塑性挙動)	101
4.3	ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性挙動に及ぼす積層 ずれ依存性	105
4.3.1	負荷条件および境界条件	105
4.3.2	単軸引張解析結果	107
4.3.3	二軸負荷解析結果	109
4.4	繊維束内部の繊維/母材を陽に考慮した均質化理論の構築(熱弾- 粘塑性トリプルスケール均質化理論)	112
4.4.1	各スケールの定義と概念図	112
4.4.2	マイクロ/メゾスケールの均質化	113
4.4.3	メゾ/マクロスケールの均質化とマイクロスケールとの連成	115
4.4.4	トリプルスケール均質化理論の解析手順	118
4.5	構成材料および織構造が異なる織物複合材料の弾-粘塑性解析	120
4.5.1	実験および解析対象	120
4.5.2	有限要素分割	121
4.5.3	材料定数	125
4.5.4	負荷条件および境界条件	125
4.5.5	解析結果(①平織 GFRP)	126
4.5.6	解析結果(②平織 CFRP)	129
4.5.7	解析結果(③綾織 CFRP)	130
4.5.8	解析結果(④平織 GFRP)	131
4.6	まとめ	133
第 5 章 織物複合材料の熱負荷挙動解析		135
5.1	実験および解析対象	135
5.2	実験方法	136
5.3	有限要素分割	137
5.4	材料定数	138

5.5	負荷条件および境界条件	139
5.6	解析結果	139
5.6.1	実験の温度履歴を与えた場合	139
5.6.2	実験後の温度から室温まで降下させ、その後 8h 温度変化および外力を与えず保持した場合	143
5.6.3	実験での最高温度から室温まで降下させ、その後 24h 温度変化および外力を与えず保持した場合	144
5.7	まとめ	147
第 6 章 結 言		149
付 録		152
A.1	有限要素解析(補足)	152
A.2	アイソパラメトリック要素	154
A.3	ネスティングを有する平織複合材料の損傷進展解析	158
A.3.1	材料定数	158
A.3.2	負荷条件および境界条件	159
A.3.3	解析結果(巨視的損傷挙動)	160
A.3.4	解析結果(微視的損傷進展挙動)	161
A.3.5	まとめおよび考察	164
参 考 文 献		166
謝 辞		180
本論文に関する発表論文		182

第1章

緒言

1.1 織物複合材料

近年エネルギー・環境問題への関心の高まりから，世界的に低炭素社会の実現が目標とされている．我が国でもその実現が重要施策に位置づけられており，有効な手段の一つとして，輸送機器等の軽量化によるエネルギー効率の向上が挙げられる．その達成のために必要な軽くて強い革新的な構造材料の一つとして，織物複合材料が注目されている[1]．

織物複合材料とは，数百～数千本程度の繊維からなる繊維束を織った布状の強化材に樹脂等の母材を含浸させ，オートクレーブ成形や VaRTM 成形等の方法により作製する材料である．したがって織物複合材料は，図 1.1 に示すようなマルチスケール構造を有することとなり，この材料の大きな特徴の一つとなる．本論文においては，織物複合材料の板材あるいは試験片レベルのスケールをマクロスケール，材料内部における繊維束と母材からなる織構造レベルのスケールをメゾスケール，さらに繊維束内部における繊維と母材からなる微視構造レベルのスケールをミクロスケールと定義することとする．

この材料は、使われる強化材の織構造により分類される[2-6]. 代表的な織構造としては、図 1.2 (模式図) および図 1.3 と 1.4 (実際の写真) に示すように、平織、綾織、朱子織、籠織などが挙げられる. 平織は、縦繊維束と横繊維束を交互に織った最も基本的かつ代表的な織構造である. また綾織、朱子織、籠織は、縦繊維束が数本の横繊維束の上を通過した後、数本の横繊維束の下を通過することを繰り返して織られた織構造である. 通過させる繊維束の本数のパターンによって数多くの種類が存在するが、中でも頻繁に使われる代表的なものは、2×2 綾織および5本朱子織である.

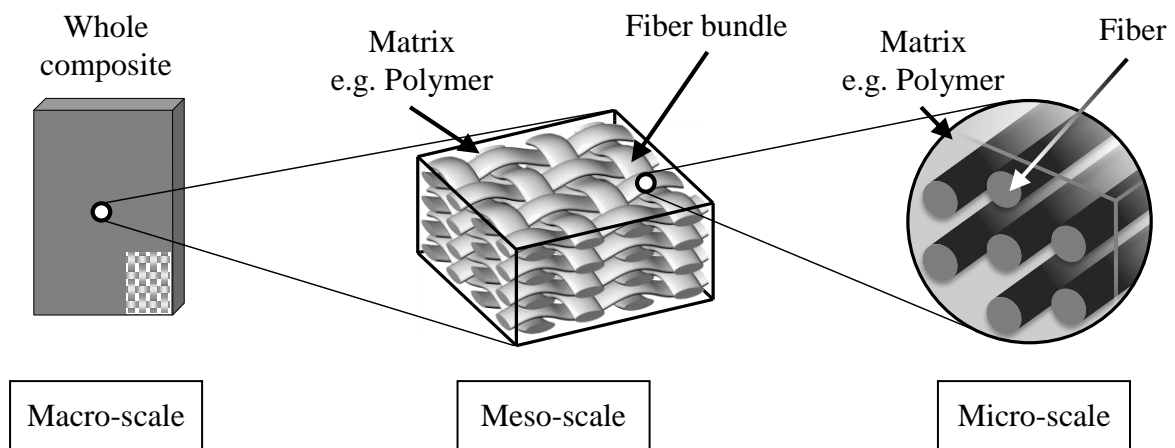


Fig.1.1 Woven composite and its triple-scale internal structures.

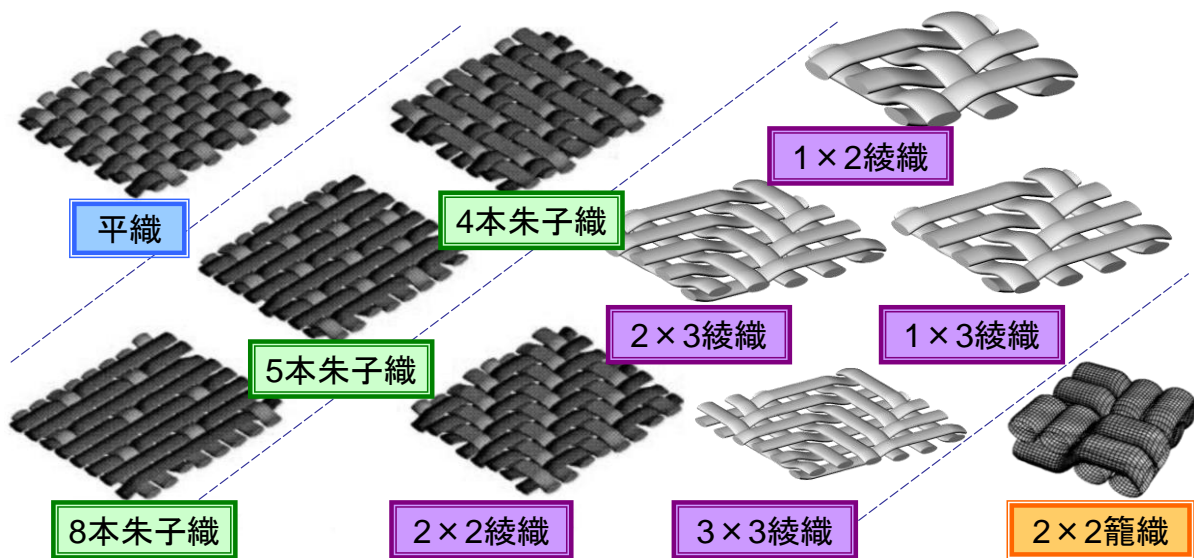


Fig.1.2 Schematic diagram of woven fabric structures [2, 3].

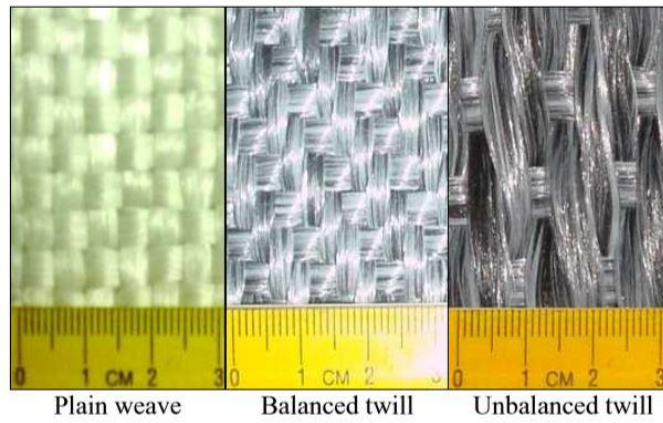


Fig.1.3 Examples of woven fabric structures [5].

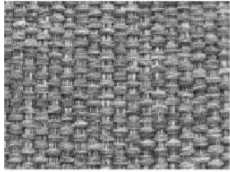
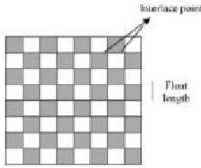
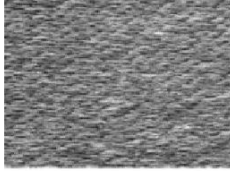
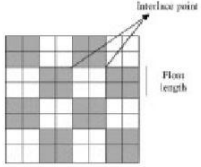
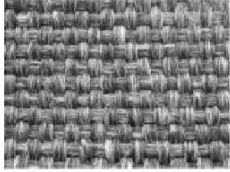
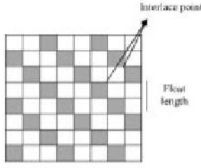
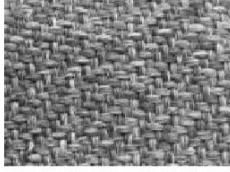
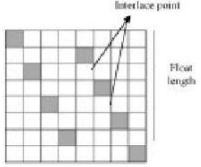
Weave style	
Picture	Pattern
	<p>Plain</p> 
	<p>Twill</p> 
	<p>Basket</p> 
	<p>Satin</p> 

Fig.1.4 Examples of woven fabric structures [6].

1.2 織物複合材料の適用先とその手順

1.2.1 ビルディング・ブロック・アプローチ (Building Block Approach: BBA)

織物複合材料は、上記のような複雑な内部構造を有しているものの、高比剛性・高比強度、良成形性および高耐食性などの優れた特徴を有するため、航空宇宙、輸送機器、エネルギー産業などにおける主要構造部材として広く使われている。このように、航空機や自動車など複雑かつ高い安全性が求められる製品に複合材料を適用するための設計開発プロセスの概念の一つとして、ビルディング・ブロック・アプローチ (Building Block Approach: BBA) がある[7, 8]。これはまず、図 1.5 に示すように、実機構造を頂点とし、部分構造、構造要素、それらを構成する材料、というように工業製品の構造を階層的に捉える。次に、製品全体の安全性を保証できるように、材料クーポンレベルの試験から順に試験を実施することで、データを順次積み上げていく手法である。これにより、大規模な実機構造での試験回数を減らすことが可能となるから、時間的・金銭的にコスト削減につながるため、上記分野では一般的に用いられている。

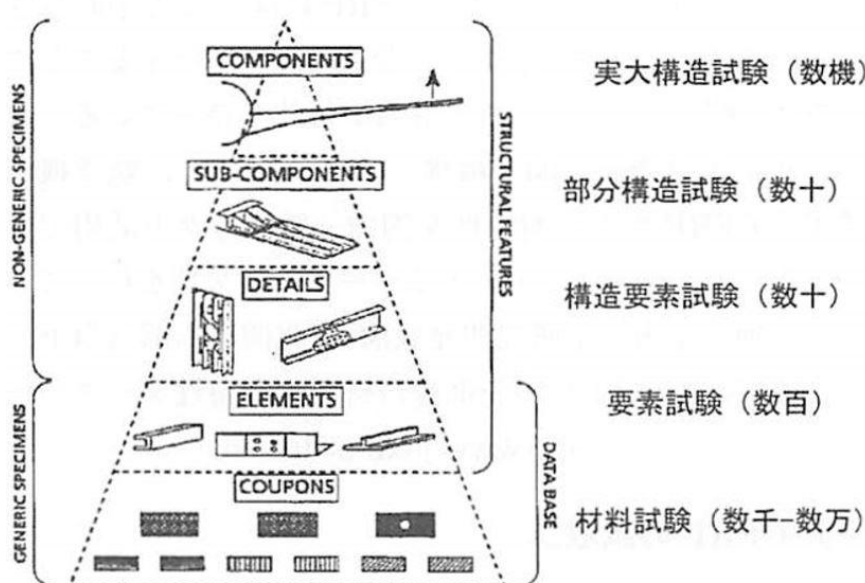


Fig.1.5 Conceptual diagram of Building Block Approach [7].

1.2.2 織物複合材料の場合における BBA の課題点

先述したように BBA には大きなメリットがあるが、一方で、低い階層、特に材料クーポンレベルにおいては必要な試験回数が相当数となり、材料メーカーだけではなく、製品メーカーも材料試験などを実施し、その特性評価をこなす必要はない状況にあるため、複合材料を用いた製品の設計開発におけるボトルネックになっている。多くの場合の理由は、複合材料を構成する要素が多く、負荷状態等によって様々な特性を発現することから、実施すべき試験項目が多くなるためである。特に織物複合材料の場合においては、具体的な理由は主に下記の 3 点に集約される。

▶ 織構造および繊維／母材の組合せの任意性

先述のように織物複合材料は、メゾスケールにおける織構造の種類や、その繊維束を構成する繊維と母材の組合せが無数に存在し、製造者が使用する状況に応じて任意にその構成を決定することができる。つまり、その組合せの数だけ、膨大な数の選択の余地がある設計可能な材料であるため、従来の金属材料のように材料メーカーが材料の特性を一概に提供できず、製品メーカーも製品の信頼性を得るために基礎的な材料データを取得する必要がある。

▶ 複雑な材料挙動

近年、複合材料の構造部材への適用範囲が拡大し、従来以上に力学的あるいは熱的に複雑な負荷状態にさらされることが想定され、その環境下において、高いレベルでの安全性や寸法精度が求められる。したがって、織物複合材料の力学的特性および熱的特性を評価することは、上記部材を設計する上で非常に重要である。しかし織物複合材料は、強化材の構造的・材料的異方性や母材の非弾性挙動に起因し、負荷状態に依存した複雑な力学的・熱的特性を発現することが知られている。

具体的には、織物複合材料が主軸負荷を受けた場合、微視的には、負荷方向繊維の破断、負荷直交方向繊維束の割れ（トランスバースクラック）や母材割れ等の損傷が発生・進展して、巨視的には脆性的な挙動を呈す[9-15]。一方、非主軸負荷を受けた場合には、母材の粘弾性、粘塑性変形[16, 17]や織布のせん断変形[5]等の非弾性変形が支配的となり、延性的な挙動を示す。また、熱負荷を受けた場合には、繊維と母材の異なる熱膨張・収縮特性、母材の非弾性挙動および織構造による材料内部の拘束が

組み合わせさせた結果としての熱変形[18-24]を発現する。これらのことから、織物複合材料の特性評価は容易ではなく、代表的な特性を得るためには、金属材料以上の材料試験回数が必要となる。

➤ 織物複合材料の内部に生じる構造の不確かさ

織物複合材料は、織布を積層し樹脂を含浸させたものや、織布と樹脂からなる中間生成材（プリプレグ）を積層したものを硬化させて成形するが、この際に材料内部に構造的な不確かさが発生することが知られている[25, 26]。具体的には、織布は必ずしも整列せず、面内方向にずれ得る。この構造を積層ずれ[27-29]と呼ぶ。加えて、積層ずれが発生した状況において、成形時の圧力が作用した場合、上下の織布中の繊維束のわん曲部（クリンプ部）が互いに押し込まれて、入り組んだ微視構造を生じる場合がある。この構造をネスティングと呼ぶ[30, 31]。

これら積層ずれおよびネスティングは、先述の力学的特性（弾性[28, 32-35]、非弾性[27, 29, 36]）の他にも、透磁率[32]や浸透係数[37]などの材料特性にも影響を及ぼし得ることが知られている。したがって、これらの構造的な不確かさを陽に考慮した特性評価は重要であるが、一般に上記の複雑構造を考慮することは難しい現状にある。

1.2.3 BBA の改善点と数値解析

上述した BBA の課題点に対しては、構成材料の特性や構造を基に試験することなく解析によって材料特性を得ること、つまりクーポンレベルの試験を解析に置き換えることが解決策の一つであると考えられる。この考え方やニーズは従来から存在し、現在、製品メーカー等でも実施例は存在するが、先に述べたように信頼性の保証のために、最終的には試験を実施するのが通例である。しかし近年、計算機の性能向上に伴い、数値解析の高精度化、高効率化が進んでいることから、例えば航空機メーカーであるエアバスでは、複合材料に対する実験と解析の割合を将来的に半々にし、材料試験等の単純な試験は数値解析で代替していくことが計画されているとの報告もあり、このような手法の確立に対する機運が世界的に見ても非常に高まっている。複合材料がスケール階層を有する材料であることを考慮すると（図 1.1 参照）、その実現のためにはいわゆるマルチスケール解析が有効な手段の一つとなると考えられる。

1.3 マルチスケール解析とその事例

マルチスケール解析とは，異なるスケールの構造・特性を一方向または双方向的に連成する解析であり，特に材料クーポンレベルでの適用においては，材料内部を微視的な構造・特性とみなし，材料全体を巨視的と考えるのが一般的である[38]．複合材料に対して適用される代表的なマルチスケール解析手法としては，主に以下が挙げられる．

- 複合則[39-45]
- マイクロメカニクス[46, 47]
- 積層板理論[48, 49]
- 有限要素法に基づくユニットセル解析[50-59]
- 均質化理論[60-63]

複合則とは，各構成相の材料定数にそれぞれの体積含有率をかけて平均値を求める公式である．その中でも Voigt 則は，各構成相の微視的ひずみが一定で巨視的ひずみに等しく，Reuss 則は，各構成相の微視的応力が一定で巨視的応力に等しいという仮定に基づき計算を行う．この手法を繊維強化複合材料に適用した場合，繊維軸方向の特性の予測精度は概ね良好であるが，繊維直交方向の特性の予測精度は悪いことが知られている．それを踏まえ修正したものが Halpin-Tsai 則[45]であるが，パラメータを経験的に設定する必要がある，物理的意味合いが薄いものである．また上記3則はいずれも弾性問題を対象にしているほか，強化材の構造の影響を考慮することはできない．

マイクロメカニクスは，一般には微視構造を考慮した力学的手法全般を意味するが，ここでは Eshelby の楕円介在物理論[64]をベースに Mori-Tanaka の平均場理論[65-67]を用いる手法のことを指し，強化材と母材の特性および強化材の形状と体積含有率から，複合材料全体の等価物性（マクロ特性）を算出することができる手法である．複合則とは異なり，数学的にも発展的な定式化をしているため，材料内部の各構成相の応力・ひずみが異なっていることを考慮しており，より現実的かつ実験値に近い特性を得ることができる．また弾性特性のみならず，非弾性特性も考慮可能である．しか

し、各構成相の影響やその境界の影響を母材の平均応力場に置き換えているため、織物複合材料のように内部構造が複雑な場合や、内部構造そのものに不均質性がある場合には適用が難しく、精度の良い解析結果を得にくい。

積層板理論とは、Kirchhoff-Love 仮定に基づき、一方向強化複合材料（ラミナ）等の特性を足し合わせて、多方向に重ねた積層板（ラミネート）の特性を推定する手法である。これにより、積層板の面内剛性や曲げ剛性といった弾性特性のみならず、面内引張・圧縮、曲げ、ねじりを受ける積層板の非弾性挙動まで計算できる。これを織物複合材料へ応用した例として、石川ら[68-69]が、繊維束のうねり（クリンプ）や連続性を無視したモザイクモデル（2層のクロスプライモデルとみなすモデル）を提案し、その後実際の内部構造を考慮すべく、繊維束のうねりと連続性を考慮したクリンプモデル、朱子織複合材料特有の面内力の再配分を考慮した架橋モデルへと発展させた。しかしこれらの手法は、プライ間の完全接着を仮定するとともに相互作用を無視しており、微視的構造を考慮しているものの内部の変形挙動を完全に考慮しているとは言い難い。

有限要素法に基づくユニットセル解析とは、材料内部のマイクロやメゾ構造の周期性を仮定した上でユニットセルを定義し、その後、そのセルに適切な境界条件等を課し、有限要素解析に基づき材料全体（マクロ構造）の材料特性を得るものである。これは、今まで述べた手法のデメリットを解消し得る有効な手段であり、先行研究では、平織複合材料[3, 12, 19, 50-54]、綾織複合材料[3, 55-57]、朱子織複合材料[3, 58, 59]の微視構造を考慮した上で、有限要素法に基づくユニットセル解析手法を提案・実施した。これらの解析では、繊維束の織構造を考慮し、複雑な非弾性挙動を模擬するだけでなく、材料全体のマクロ特性を算出することにも成功した。しかしこの手法では、ユニットセル内部の織構造が綾織、朱子織と複雑な場合、一般に巨大な解析領域を取らなくてはならず、計算コストが膨大となってしまう。加えて、理論的に微視的挙動と巨視的挙動を相互に連成した計算ではないことも欠点である。複合材料全体のマクロ挙動を算出するため、メゾ構造をユニットセルと定義した連成解析は可能であるが、メゾ構造とその内部のマイクロ構造（繊維／母材）などの相互作用を考慮することは難しい。マクロ／メゾ／マイクロ連成解析の事例[70]はあるものの、ズーム解析[71]のような片方向連成にとどまっている。

均質化理論（数学的均質化法）とは，内部構造に周期性を仮定できる材料の特性解析に有用な理論である．本理論では，周期構造の構成単位をユニットセルとして定義し，全体構造に対してユニットセルが十分小さい場合に，微視的な応力・ひずみが周期的に分布すると考える．具体的には，ユニットセルに対する境界値問題を解くことで，材料の微視的挙動と巨視的挙動を同時に解析可能となる．この理論は，先の有限要素法に基づくユニットセル解析手法と比べて，各スケール間の挙動を理論的に陽に結びつけることができるだけでなく，非弾性問題への親和性も高いことから，織物複合材料のみならず，金属材料や多孔質体材料[72-82]，繊維強化複合材料[83-88]など，様々な不均質材料への適用事例がある．また，微視構造の点対称性を仮定すると，その点対称点を基準に擾乱変位場も点対称性を有することに注目することで，解析領域を大幅に低減可能であることも報告されている[85]．

1.4 織物複合材料に均質化理論を適用した事例

上記の理由から，均質化理論を織物複合材料に適用し，弾性特性はもちろん，非弾性特性として主軸方向や非主軸方向負荷，熱負荷などを受けた場合の特性解析を実施した事例は数多く存在し，その有用性が示されてきた[22, 27, 28, 89-96]．また本研究グループでも，均質化理論を時間変形問題に適用可能な形へと発展させた時間依存均質化理論[83, 84]を用いて，平織複合材料の弾-粘塑性解析を実施した．また一方向に積層ずれを有する平織複合材料に対して，解析領域を低減したユニットセルおよびその境界条件を提案し，均質化理論に適用することで，弾-粘塑性挙動[91, 93, 94]およびクリープ挙動[92]に及ぼす積層ずれの影響を調査している．上記手法は，織物複合材料の内部構造に着目し，その周期性および点対称性を利用することにより実現した．しかし，綾織，朱子織複合材料への適用，二方向に任意の積層ずれを有する場合や損傷・強度解析などは未だ実施されていない．

1.5 織物複合材料の特性の推定精度向上および計算効率

向上のための着眼点・改善点

上記を踏まえて、以下では、織物複合材料の特性の推定精度向上および実用に値する計算効率実現のための着眼点・改善点について、先述の負荷状態ごとに述べる。

▶ 主軸方向負荷

先述の通り、主軸方向負荷時には、複雑な織構造ゆえに織物複合材料内部に様々な損傷が発生する。その損傷は、数多く存在する織構造の種類によって影響を受けることが知られているが、綾織複合材料や朱子織複合材料においては、その織構造の複雑さから解析領域であるユニットセルが巨大となる問題が存在する[55-59]。加えて、積層ずれは、織物複合材料の損傷・強度に影響を及ぼすことが知られているが、積層ずれを有する場合においては、さらにユニットセルが大きくなってしまう[28, 57]。またこの場合、異なる積層ずれごとに個別にユニットセルを定義する必要があるため、逐一有限要素モデリングが必要となり、非常に煩雑となる。損傷・強度解析をはじめとする非弾性解析は、一般に増分計算が必要であることも踏まえると、従来よりも解析領域を低減しつつ、任意の積層ずれを有する織物複合材料に適用可能な新規ユニットセルおよびその境界条件を提案することは、意義のある課題であると考えられる。

▶ 非主軸方向負荷

一方で非主軸方向負荷時には、先述の通り非弾性変形が顕著に発生するが、その主な原因は樹脂をはじめとする母材の非弾性変形である。したがって、均質化解析を用いた精度の良い予測のためには、実際の材料内部の母材量を適切に表現できる解析手法が重要である。解析手法の改善点は2点挙げられる。

まず、メゾスケールにおける基本セル形状である。従来手法では、いずれも直方体形状や平行四辺形形状に定義するのが一般的である[27, 28, 89-96]。しかしこれでは、樹脂量が少なく繊維束体積率が大きい場合に起きやすい、先述のネスティングを考慮することが難しい。なぜなら、ネスティングを考慮するためには、ユニットセルの前提である周期性を満たすために、織布を何枚分も考慮した巨大な解析領域を定義する

必要があり、計算コストが膨大となるからである[97-99]。そのため、ネスティングを考えた解析事例は存在するが、非弾性解析の事例は非常に限られている。加えて、ネスティングおよび積層ずれが共存する場合も考えられるが、この場合の解析は著者の知る限り存在しない。積層ずれは、非主軸方向の非弾性挙動にも影響を及ぼすことが知られているので、この考慮も重要である。

次に、ミクروسケールにおける樹脂の考慮である。従来手法では、ミクروسケールを均質弾性体と仮定していたため、その内部の樹脂の塑性変形等を考慮できていなかった。つまり、マクロ/メゾ間は双方向連成であったが、メゾ/マイクロ間は片方向連成にとどまっていたと言える。したがって、ミクروسケール内部の樹脂量を適切に考慮していない現状があり、これを克服する理論の構築と、それに伴う計算コストの増大への対処をしなくてはならないと考える。

非主軸方向負荷における着眼点を踏まえ、行うべきことをまとめると、「ネスティングおよび積層ずれを有する織物複合材料に対する解析領域を低減した新規ユニットセルおよびその境界条件」を提案するとともに、「繊維束内部での繊維/母材を考慮し、図 1.1 に示すトリプルスケール間を双方向連成した均質化理論」を提案することである。この理論を用いると、繊維、母材といった材料単体の特性および内部構造をインプットするだけで、実験することなく織物複合材料のマクロ材料特性を予測できる可能性がある。したがって、冒頭で解説した、織物複合材料を構成する要素を一つ一つ変更し網羅的に実験するのは現実的に難しいという BBA の課題点に対しても、一つの解決策になる可能性を秘めている。

▶ 熱負荷状態

最後に、熱負荷状態においても、先述の通り織物複合材料は様々な要素が組み合わさった結果としての複雑な熱変形を発現する。そのため、先に述べた主軸、非主軸負荷における着眼点を踏まえることで、さらなる予測精度の向上が望める。加えて、先行研究においても、熱負荷状態においてミクروسケールまで双方向連成解析を実施した例は、著者の知る限り存在しない。また、一般に材料内部に発生する熱残留応力・ひずみ評価は、ラマン分光法[24]や X 線[100]、画像相関法[101]などを用いた実験によって行われるため、特別な装置・技能が必要であるが、織物複合材料の場合、内部構造が複雑であるから、そのような評価そのものが困難である。したがって、上記改善

により、織物複合材料の熱負荷解析が高精度になるとともに、従来評価が難しかったミクロスケールにおける熱負荷挙動が評価可能となれば、材料設計にさらなる知見をもたらす得る。

1.6 本論文の目的

本論文の目的は、織物複合材料の特性の推定精度向上および工学的実用に値する計算効率を実現するために、メゾ構造における織構造，ならびに積層ずれやネスティング，さらにはメゾ構造内部のミクロ構造を陽に考慮しつつ，ユニットセルの形状や境界条件を工夫するなどして解析領域を低減し，その上でメゾ／ミクロ構造を連成した均質化解析手法を開発することである．その手法を用いて，織構造および構成材料が異なる織物複合材料の損傷，弾-粘塑性および熱特性解析を，積層ずれやネスティングを考慮した上で実施し，その影響を調査する．

1.7 本論文の構成

まず2章では，いずれの負荷方向に対する解析手法においてもその基礎となる均質化理論の説明と数値解析手法の説明を行う．

次に3章では，織物複合材料の主軸方向負荷挙動を取り扱う．まず，積層ずれを有する平織，2×2綾織および5本朱子織複合材料のユニットセルを提案する．次に，織物複合材料の主軸方向負荷を想定した損傷進展解析手法を提案する．これらの手法を用いて，平織，2×2綾織および5本朱子織複合材料を解析対象とし，以下の項目を議論する．

- 種々の織物複合材料の損傷進展過程およびその織構造依存性
- 種々の織物複合材料の成形時の熱残留応力の影響
- 種々の織物複合材料の損傷挙動に及ぼす積層ずれ依存性

つづいて4章では，織物複合材料の非主軸方向負荷挙動を取り扱う．まず，ネステ

ィングおよび積層ずれを有する平織複合材料のユニットセルモデリングと境界条件を新規提案する。次に、繊維束内部の繊維／母材を陽に考慮した均質化理論の構築として、熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を提案する。これらの手法を用いて、以下の項目を議論する。

- ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性解析と実験結果との比較, および
 ネスティングが粘塑性挙動に及ぼす影響
- ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性挙動に及ぼす積層ずれ依存性
- 構成材料および織構造が異なる織物複合材料の弾-粘塑性トリプルスケール解析
 と実験結果との比較

さらに5章では、織物複合材料の熱負荷挙動を取り扱う。トリプルスケール均質化理論を用いて、熱履歴を受ける平織複合材料の熱膨張解析を実施し、実験結果との比較を行うとともに、材料内部に発生する熱残留応力・ひずみについて評価する。

最後に6章では、本論文の総括として、各章のまとめおよび結言を述べる。

第2章

熱弾-粘塑性均質化理論と 数値解析手法

本章では、まず本論文で使用する熱ひずみを考慮した時間依存材料に対する均質化理論について述べる。ただし本論文では、先行研究[60]に基づき、巨視的一様変形を仮定した二尺度漸近展開を行わない理論を用いる。次に、微視的内部構造の点対称性に着目し、解析領域を低減する手法を述べる。そして、周期および点対称境界条件のいずれか、またはどちらも課された場合において、上記均質化理論の境界値問題を解くために使用した数値計算手法として、有限要素解析およびペナルティ法[102]について述べる。これらの説明については、簡略化のために六方配列または正方配列を仮定した一方向強化複合材料[83-85]を例に説明する。その後、二次元セルを用いて、解析領域を低減する手法を述べる。なお本論文中では、特に断らない限り、総和規約を用いることとする。

2.1 熱ひずみを考慮した時間依存材料に対する均質化理論

論^[80]

本節では、図 2.1 に示すような微視的周期構造を有する一方向強化複合材料（六方配列）を考える．この材料に対して、周期構造の最小構成単位としてユニットセル Y を導入し、直交座標系 y_i を設ける．ユニットセルにおける応力分布 $\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ とひずみ分布 $\varepsilon_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ を、それぞれ微視的応力および微視的ひずみと呼ぶことにする．ここで、 t は時間を表し、 T は絶対温度を表す．このとき、 y_i に関する偏微分を $(\cdot)_{,i}$ と表示すれば、微視的応力 σ_{ij} の釣合式は、速度形で次のように書くことができる．

$$\dot{\sigma}_{ij,j} = 0 \quad (2.1)$$

ここで、 (\cdot) は t に関する微分を表す．

次に、複合材料の各構成相は熱弾-粘塑性材料で構成されており、その構成式は次のように表されるとする．

$$\dot{\sigma}_{ij} = c_{ijkl} (\dot{\varepsilon}_{kl} - \beta_{kl} - \alpha_{kl} \dot{T}) \quad (2.2)$$

ここで c_{ijkl} 、 β_{kl} および α_{kl} はそれぞれ構成材料の弾性剛性テンソル、粘塑性関数および線膨張係数（Coefficient of Thermal Expansion, 以降 CTE と称する）を表しており、本

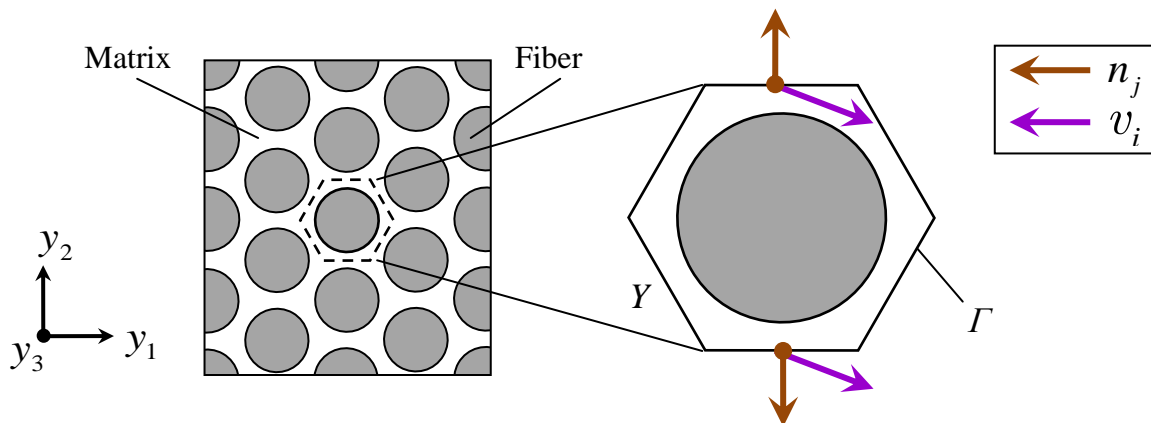


Fig. 2.1 Periodic internal microstructure of unidirectional reinforced composite and unit cell Y .

研究では直交座標系 y_i の関数とする. また c_{ijkl} , β_{kl} および α_{kl} は次の関係を満たす.

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij} \quad (2.3)$$

$$\beta_{kl} = \beta_{lk} \quad (2.4)$$

$$\alpha_{kl} = \alpha_{lk} \quad (2.5)$$

ユニットセル内の微視的変位速度場 $\dot{u}_i(\mathbf{y}, t, T)$ は, 巨視的一様変形のこう配を $F_{ij}(t, T)$ とすると,

$$\dot{u}_i = \dot{F}_{ij} y_j + \dot{u}_i^\# \quad (2.6)$$

と書くことができる. 上式における $\dot{u}_i^\#$ は, 巨視的一様変形による変位からのずれ, すなわち擾乱変位の速度を表し, ユニットセル \mathbf{Y} を単位として周期的に分布する. このことは, Y -周期性と呼ばれる. このとき微視的ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ についても, 同様に以下のように示される.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{E}_{ij} + \dot{\varepsilon}_{ij}^\# \quad (2.7)$$

上式中の $\dot{E}_{ij}(t, T)$ と $\dot{\varepsilon}_{ij}^\#(\mathbf{y}, t, T)$ はそれぞれ次のように定義される巨視的ひずみ速度および擾乱ひずみ速度である.

$$\dot{E}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{F}_{ij} + \dot{F}_{ji}) \quad (2.8)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^\# = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j}^\# + \dot{u}_{j,i}^\#) \quad (2.9)$$

いま, ユニットセル \mathbf{Y} における $\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t)$ が既知であるとし, 擾乱変位速度場 $\dot{u}_i^\#(\mathbf{y}, t, T)$ を求める. $\dot{u}_i^\#$ の任意の変分を $v_i(\mathbf{y}, t, T)$ とすると, 微視的応力の釣合式の速度形(2.1)は, 部分積分および発散定理を用いることにより次のような弱形式に変換される.

$$\int_Y \dot{\sigma}_{ij} v_{i,j} dY - \int_\Gamma \dot{\sigma}_{ij} n_j v_i d\Gamma = 0 \quad (2.10)$$

ここで、 Γ は Y の境界、 n_j は境界 Γ の外向き単位法線を表す。このとき、図 2.1 に示すように、向かい合う境界において微視的応力速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ および擾乱変位速度場の任意の変分 v_i は Y 周期性を満足する一方、単位法線ベクトル n_j は互いに逆向きであることから、式(2.10)の境界積分項は零となるため、体積積分項のみの次式を得る。

$$\int_Y \dot{\sigma}_{ij} v_{i,j} dY = 0 \quad (2.11)$$

上式に式(2.2)および(2.7)を代入することで、

$$\int_Y c_{ijpq} \dot{u}_{p,q}^{\#} v_{i,j} dY = -\dot{E}_{kl} \int_Y c_{ijkl} v_{i,j} dY + \int_Y c_{ijkl} \beta_{kl} v_{i,j} dY + \dot{T} \int_Y c_{ijkl} \alpha_{kl} v_{i,j} dY \quad (2.12)$$

を得る。このとき $\dot{u}_i^{\#}(\mathbf{y}, t, T)$ は、弾性変形、粘塑性変形および熱変形に起因する変位速度場の線形結合として次式のように表される。

$$\dot{u}_i^{\#} = \chi_i^{kl} \dot{E}_{kl} + \varphi_i + \psi_i \dot{T} \quad (2.13)$$

ここで、 $\chi_i^{kl}(\mathbf{y}, T)$ 、 $\varphi_i(\mathbf{y}, t, T)$ および $\psi_i(\mathbf{y}, t, T)$ は特性関数と呼ばれ、それぞれ以下のユニットセル Y に対する境界値問題を解くことによって得られる。

$$\int_Y c_{ijpq} \chi_{p,q}^{kl} v_{i,j} dY = - \int_Y c_{ijkl} v_{i,j} dY \quad (2.14)$$

$$\int_Y c_{ijpq} \varphi_{p,q} v_{i,j} dY = \int_Y c_{ijkl} \beta_{kl} v_{i,j} dY \quad (2.15)$$

$$\int_Y c_{ijpq} \psi_{p,q} v_{i,j} dY = \int_Y c_{ijkl} \alpha_{kl} v_{i,j} dY \quad (2.16)$$

また、 χ_i^{kl} は次のような関係満たす。

$$\chi_i^{kl} = \chi_i^{lk} \quad (2.17)$$

式(2.7)および式(2.13)を式(2.2)に代入することにより、次の $\dot{\sigma}_{ij}$ と \dot{E}_{ij} および \dot{T} の関係

式が得られる.

$$\dot{\sigma}_{ij} = a_{ijkl} \dot{E}_{kl} - r_{ij} - \gamma_{ij} \dot{T} \quad (2.18)$$

ここで $a_{ijkl}(\mathbf{y}, T)$, $r_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ および $\gamma_{ij}(\mathbf{y}, T)$ は, それぞれ

$$a_{ijkl} = c_{ijpq} (\delta_{pk} \delta_{ql} + \chi_{p,q}^{kl}) \quad (2.19)$$

$$r_{ij} = c_{ijkl} (\beta_{kl} - \varphi_{k,l}) \quad (2.20)$$

$$\gamma_{ij} = c_{ijkl} (\alpha_{kl} - \psi_{k,l}) \quad (2.21)$$

である. また, δ_{ij} はクロネッカーのデルタを示す.

いま, ユニットセル \mathbf{Y} に関する体積平均を次のように定義する.

$$\langle \# \rangle = \frac{1}{|Y|} \int_Y \# dY \quad (2.22)$$

ここで, $|Y|$ はユニットセル \mathbf{Y} の体積を表す. 上式を式(2.18)に適用すると, 次のような複合材料に対する速度形の巨視的構成式が得られる.

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \langle a_{ijkl} \rangle \dot{E}_{kl} - \langle r_{ij} \rangle - \langle \gamma_{ij} \rangle \dot{T} \quad (2.23)$$

ここで, $\langle a_{ijkl} \rangle$, $\langle r_{ij} \rangle$ および $\langle \gamma_{ij} \rangle$ は, それぞれ均質化された巨視的弾性剛性テンソル, 応力緩和関数および熱応力関数を表す. また, $\dot{\Sigma}_{ij}(t, T)$ は巨視的応力速度を表し, 次式のように定義される.

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \langle \dot{\sigma}_{ij} \rangle \quad (2.24)$$

さらに式(2.7)に式(2.22)を適用し, $\dot{u}_i^{\#}(\mathbf{y}, t)$ の周期性を考慮することにより, 巨視的ひずみ速度 \dot{E}_{ij} は

$$\dot{E}_{ij} = \langle \dot{\varepsilon}_{ij} \rangle \quad (2.25)$$

であることが示される.

熱ひずみを考慮しない場合，先行研究での均質化理論[83-85]の定式化そのものとなるため，境界値問題を示す式(2.16)を解く必要はなくなり，このとき巨視的構成式(2.23)および微視的応力の発展式(2.18)は，熱変形成分を除いて以下のようなになる．

$$\dot{\Sigma}_{ij} = \langle a_{ijkl} \rangle \dot{E}_{kl} - \langle r_{ij} \rangle \quad (2.26)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = a_{ijkl} \dot{E}_{kl} - r_{ij} \quad (2.27)$$

2.2 内部構造に点対称性を持つ場合におけるユニットセル および境界条件

図 2.2 に示すように，ユニットセル Y の半分の領域である半ユニットセル \tilde{Y} を定義し，複合材料の内部構造が， \tilde{Y} の境界 $\tilde{\Gamma}$ における各辺の中心点 C_i に対して点対称性を有している場合を考える．このとき，複合材料内の微視的な擾乱変位速度場や応力，ひずみ分布は，点 C_i に対して点対称に分布することとなる．このことを利用すると，解析領域を低減することができる[85]．

\tilde{Y} における微視的応力の釣合式の速度形は，式(2.10)と同様に弱形式で以下のように

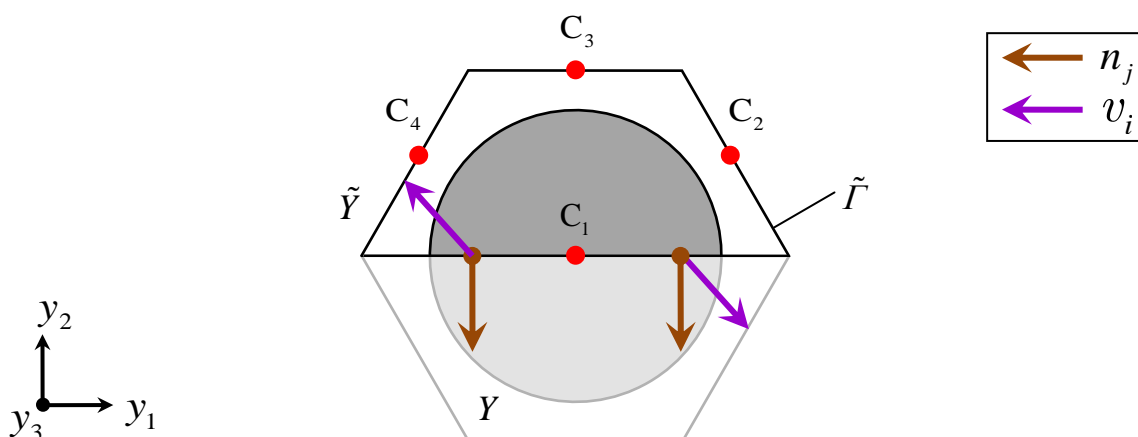


Fig. 2.2 Point-symmetric internal microstructure of unidirectional reinforced composite and semiunit cell \tilde{Y}

書き表せる.

$$\int_{\tilde{Y}} \dot{\sigma}_{ij} v_{i,j} d\tilde{Y} - \int_{\tilde{\Gamma}} \dot{\sigma}_{ij} n_j v_i d\tilde{\Gamma} = 0 \quad (2.28)$$

ここで $\dot{\sigma}_{ij}$ および v_i は, 上で述べたように C_i に関して点対称性を有するから, $\tilde{\Gamma}$ の各辺上においても当然点対称性を有する. 一方 n_j は, $\tilde{\Gamma}$ の各辺において同一であるため, 式(2.28)の境界積分項は零となり, 体積積分項のみに帰着する.

$$\int_{\tilde{Y}} \dot{\sigma}_{ij} v_{i,j} d\tilde{Y} = 0 \quad (2.29)$$

以降, 2.1 節と同様の議論を展開でき, \tilde{Y} に関する境界値問題を得ることができる.

以上より, 内部構造に点対称性を有する場合, その対称性を考慮することによって, 解析領域を低減できることを示した. 2.1 および 2.2 節では, ユニットセルの周期性または点対称性が存在する場合に着目し, 境界値問題を導いたが, 周期性と点対称性が共存する場合においても同様に境界値問題を導くことができる. 具体的な解法は次節で述べる.

2.3 熱弾-粘塑性均質化理論における境界値問題の解法

2.3.1 ペナルティ法を用いた有限要素解析

前節までで述べた均質化理論に基づき解析を行う際には, 特性関数 χ_i^k , φ_i および ψ_i を求めるための境界値問題を示す式(2.14), (2.15)および(2.16)を解く必要がある. 以下では, 有限要素法を用いた離散化およびペナルティ法[102]による周期および点対称境界条件の課し方について述べる.

本項では, 周期性および点対称性がどちらも存在する場合の例として, 微視的周期構造を有する一方向強化複合材料 (正方配列) を考える. この材料に対して, 周期構造の最小構成単位として半ユニットセル \hat{Y} を導入し, 直交座標系 y_i を設ける. \hat{Y} の境

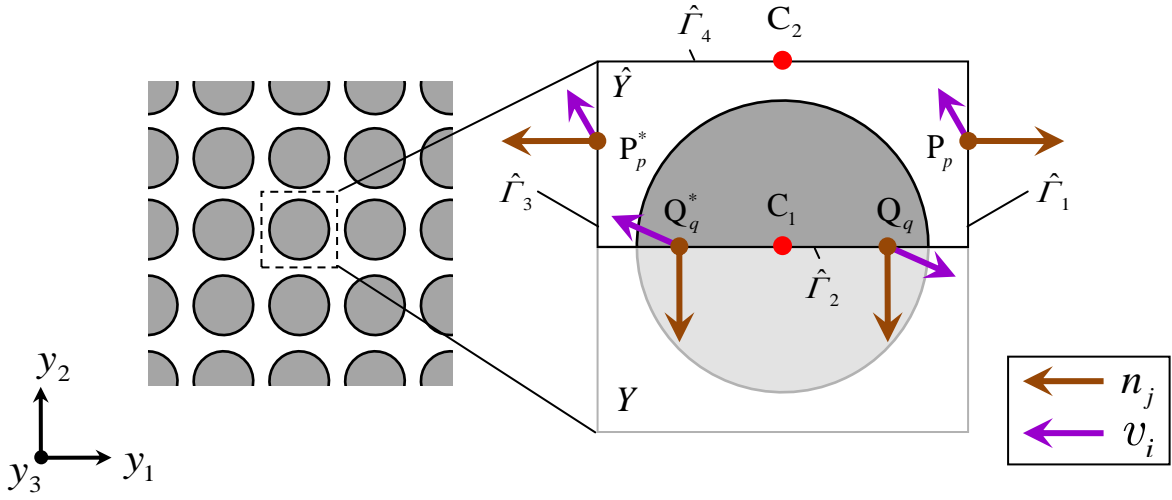


Fig. 2.3 Periodic and point symmetric internal microstructure of unidirectional reinforced composite and semiunit cell \hat{Y}

界 $\hat{\Gamma}$ は, 図 2.3 に示すように $\hat{\Gamma}_1 \sim \hat{\Gamma}_4$ の四辺からなり, $\hat{\Gamma}_1$ と $\hat{\Gamma}_3$ の間には周期性が, $\hat{\Gamma}_2$ と $\hat{\Gamma}_4$ にはそれぞれ中心である C_1 および C_2 に関する点対称性が存在する. このとき, 2.1 節で述べた χ_i^{kl} , φ_i および ψ_i に関する境界値問題は, マトリックス表記で以下のように導かれる.

$$\left(\int_{\hat{Y}} [B]^T [C] [B] d\hat{Y} + \lambda [L]^T [L] \right) \{ \chi^{kl} \} = - \int_{\hat{Y}} [B]^T \{ C^{kl} \} d\hat{Y} \quad (2.30)$$

$$\left(\int_{\hat{Y}} [B]^T [C] [B] d\hat{Y} + \lambda [L]^T [L] \right) \{ \varphi \} = \int_{\hat{Y}} [B]^T [C] \{ \beta \} d\hat{Y} \quad (2.31)$$

$$\left(\int_{\hat{Y}} [B]^T [C] [B] d\hat{Y} + \lambda [L]^T [L] \right) \{ \psi \} = \int_{\hat{Y}} [B]^T [C] \{ \alpha \} d\hat{Y} \quad (2.32)$$

ここで, $[B]$ はひずみ-変位マトリックス, $[C]$ は c_{ijkl} によって構成される弾性剛性マトリックス, $\{ C^{kl} \}$ は $[C]$ の列ベクトル, $\{ \beta \}$ と $\{ \alpha \}$ はそれぞれ β_{kl} と α_{kl} によって構成されるベクトル, $()^T$ は転置を表す. また $\{ \chi^{kl} \}$, $\{ \varphi \}$ および $\{ \psi \}$ は, それぞれ χ_i^{kl} , φ_i および ψ_i の節点値ベクトルであり, 求めるべき未知数である. 一方, $[L]$ はペナルティ法に基づく拘束マトリックス, λ はペナルティ数を表しており, 周期境界条件, 点対称境界条件, あるいはその組合せを課すために付与されている. ペナルティ数とは,

ペナルティ法にて用いる一般に大きい実数であり，物理的には節点間のバネ定数を表す．なお，本研究では $\lambda=10^{10} \sim 10^{15}$ として解析を行った． $[L]$ の定め方については次項で述べる．式(2.30)～(2.32)を解くことにより，特性関数を求めることができる．

2.3.2 周期境界条件および点対称境界条件の課し方

$\{\chi^{kl}\}$ ， $\{\varphi\}$ および $\{\psi\}$ は， \hat{Y} を有限要素分割した際の総節点数を N とすると，次のように表される．

$$\{\chi^{kl}\} = \begin{Bmatrix} \{(1)\chi^{kl}\} \\ \{(2)\chi^{kl}\} \\ \{(3)\chi^{kl}\} \\ \vdots \\ \{(N)\chi^{kl}\} \end{Bmatrix}, \quad \{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \{(1)\varphi\} \\ \{(2)\varphi\} \\ \{(3)\varphi\} \\ \vdots \\ \{(N)\varphi\} \end{Bmatrix}, \quad \{\psi\} = \begin{Bmatrix} \{(1)\psi\} \\ \{(2)\psi\} \\ \{(3)\psi\} \\ \vdots \\ \{(N)\psi\} \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

ここで $\{(n)\chi^{kl}\}$ ， $\{(n)\varphi\}$ および $\{(n)\psi\}$ は，それぞれ χ_i^{kl} ， φ_i および ψ_i の n 番目の節点における節点値ベクトルである．前項で述べたように，図 2.3 の $\hat{\Gamma}_1$ と $\hat{\Gamma}_3$ には周期性が存在するため，以下の式を満たす必要がある．

$$\{(P_p)\chi^{kl}\} - \{(P_p^*)\chi^{kl}\} = \{0\}, \quad \{(P_p)\varphi\} - \{(P_p^*)\varphi\} = \{0\}, \quad \{(P_p)\psi\} - \{(P_p^*)\psi\} = \{0\} \quad (2.34)$$

ここで P_p と P_p^* は， $\hat{\Gamma}_1$ と $\hat{\Gamma}_3$ 上の周期的な関係にある節点のペアである．いま P_p と P_p^* のペアの総数を N_{per} とすると，式(2.34)は以下のように表される．

$$[L_p]\{\chi^{kl}\} = \{0\}, \quad [L_p]\{\varphi\} = \{0\}, \quad [L_p]\{\psi\} = \{0\} \quad (p=1, 2, \dots, N_{\text{per}}) \quad (2.35)$$

ここで $[L_p]$ は，

$$[L_p] = [\mathbf{O} \quad \mathbf{O} \quad \dots \quad \mathbf{I} \quad \dots \quad -\mathbf{I} \quad \dots \quad \mathbf{O}] \quad (2.36)$$

と表される $3 \times 3N$ のマトリックスであり， \mathbf{O} と \mathbf{I} はそれぞれ 3×3 の零マトリックスと単位マトリックスである．ただし，式(2.36)中の \mathbf{I} と $-\mathbf{I}$ の位置は， P_p と P_p^* の節点番号の位置と対応している．

一方，前項で述べたように，図 2.3 の $\hat{\Gamma}_2$ および $\hat{\Gamma}_4$ ではそれぞれ中心 C_1 および C_2

に関する点対称性が存在するため、以下の式を満たす必要がある。

$$\{^{(Q_q)}\chi^{kl}\} + \{^{(Q_q^*)}\chi^{kl}\} = \{0\}, \{^{(Q_q)}\varphi\} + \{^{(Q_q^*)}\varphi\} = \{0\}, \{^{(Q_q)}\psi\} + \{^{(Q_q^*)}\psi\} = \{0\} \quad (2.37)$$

ここで Q_q と Q_q^* は、 \hat{I}_2 と \hat{I}_4 において点対称性を満たす節点のペアである。いま Q_q と Q_q^* のペアの総数を N_{sym} とすると、式(2.37)は以下のように表される。

$$[\tilde{L}_q]\{\chi^{kl}\} = \{0\}, [\tilde{L}_q]\{\varphi\} = \{0\}, [\tilde{L}_q]\{\psi\} = \{0\} \quad (q=1, 2, \dots, N_{\text{sym}}) \quad (2.38)$$

ここで、 $[\tilde{L}_q]$ は、

$$[\tilde{L}_q] = [\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \dots \quad \mathbf{I} \quad \dots \quad \mathbf{I} \quad \dots \quad \mathbf{0}] \quad (2.39)$$

で表される $3 \times 3N$ のマトリックスであり、式(2.39)中の二つの \mathbf{I} の位置は、 Q_q と Q_q^* の節点番号の位置と対応している。

周期性および点対称性を同時に課す場合には、式(2.35)と(2.38)をともに考慮すればよく、拘束マトリックス $[L]$ は以下のようにまとめられる。

$$[L] = \begin{bmatrix} [L_1] \\ [L_2] \\ \vdots \\ [L_{M_{\text{per}}}] \\ [\tilde{L}_1] \\ [\tilde{L}_2] \\ \vdots \\ [\tilde{L}_{N_{\text{sym}}}] \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

この $[L]$ を用いることで、均質化理論における境界値問題に対して周期境界条件および点対称境界条件を課すことが可能となる。

2.4 二次元セルを用いた解析領域の低減

図 2.1～2.3 のような一方向強化複合材料を，図 2.4 に三次元的に表す．この図から明らかなように，微視構造は繊維軸方向（ y_3 軸方向）に一様であるから，一般化平面ひずみ状態を仮定することができ，図 2.1～2.3 のユニットセル Y ， \tilde{Y} および \hat{Y} のような二次元セルを解析領域にとることができる．このとき擾乱変位の分布も y_3 軸方向に一様となり，

$$\frac{\partial \chi_i^{kl}}{\partial y_3} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial y_3} = 0, \quad \frac{\partial \psi_i}{\partial y_3} = 0 \quad (2.41)$$

となる．このとき，ひずみ-変位マトリックス $[B]$ は次のように書ける．

$$[B] = \begin{bmatrix} \partial/\partial y_1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \partial/\partial y_2 & \partial/\partial y_1 & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial y_2 \\ 0 & 0 & \partial/\partial y_1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

また，形状関数 N_i を用いると，

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial y_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_1} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y_1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_2} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_2} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial y_2} & \frac{\partial N_1}{\partial y_1} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_2} & \frac{\partial N_2}{\partial y_1} & 0 & \dots & \frac{\partial N_i}{\partial y_2} & \frac{\partial N_i}{\partial y_1} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_2} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_2} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_2} & \dots \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_1} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_1} & \dots \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

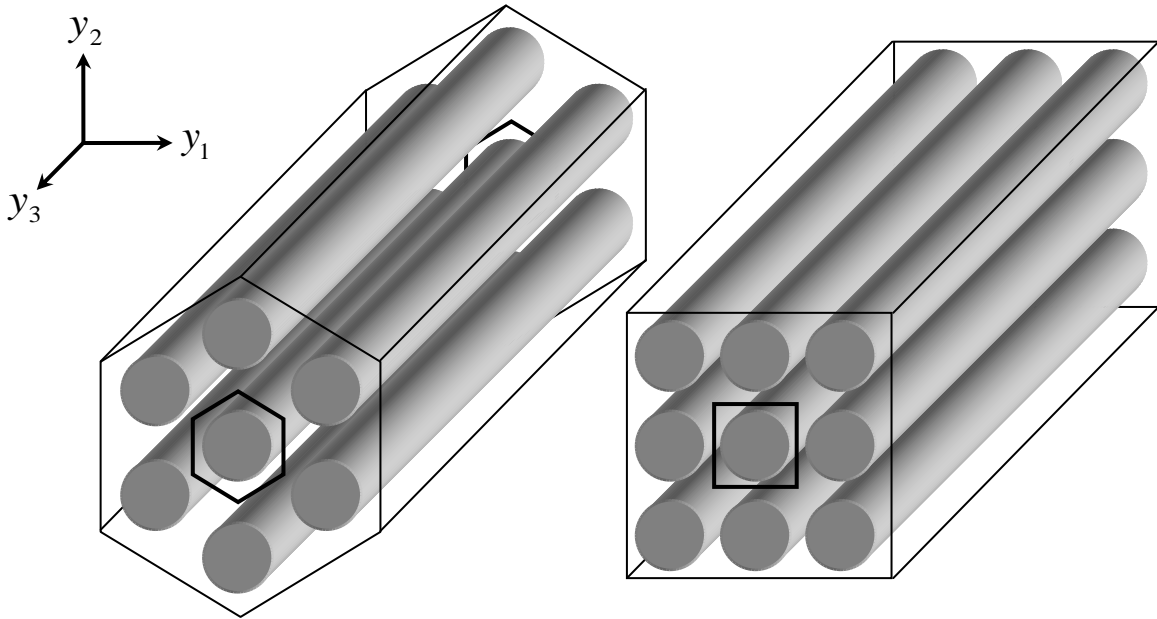


Fig. 2.4 Uniform distribution of constituents in y_3 -direction.

となる. これを用いることで, 二次元セルを用いた熱弾-粘塑性均質化解析が可能となる.

2.5 解析手順

いま, Σ_{ij} または E_{ij} , あるいは両者の組合せと絶対温度 T が与えられており, 現在の時刻 t における $\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ と \dot{E}_{ij} または \dot{T} あるいは両者の組み合わせが既知であるとする. このとき, t から $t + \Delta t$ への増分計算は, 次のように行うことができる.

- (1) 周期境界条件または点対称境界条件あるいは両者の組合せのもとで, 境界値問題を示す式(2.30), (2.31)および(2.32)を解き, 特性関数 χ_i^k , φ_i および ψ_i を求める. 熱ひずみを考慮しない場合は, 境界値問題を示す式(2.30)および(2.31)を解き, 特性関数 χ_i^k および φ_i を求める.
- (2) 式(2.19), (2.20)および(2.21)より a_{ijkl} , r_{ij} および γ_{ij} を計算し, それらの体積平均をとり, $\langle a_{ijkl} \rangle$, $\langle r_{ij} \rangle$ および $\langle \gamma_{ij} \rangle$ を求める. 熱ひずみを考慮しない場合は, 式(2.19), および(2.20)より a_{ijkl} および r_{ij} を計算し, それらの体積平均をとり, $\langle a_{ijkl} \rangle$ および

$\langle r_{ij} \rangle$ を求める.

- (3) 巨視的構成式(2.23), または(2.26)を用いて, 巨視的応力速度 $\dot{\Sigma}_{ij}$ または巨視的ひずみ速度 \dot{E}_{ij} の未定成分を求める.
- (4) 式(2.18), または(2.27)から微視的応力速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ を計算する.
- (5) t から $t + \Delta t$ への各増分を $\Delta E_{ij} = \dot{E}_{ij} \Delta t$ や $\Delta \sigma_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} \Delta t$ のようにそれぞれ計算する. 各増分を現在の値に足し合わせ, 次の時間ステップへ進む.

ただし, 構成材料の材料定数に温度依存パラメータを有する場合, 時間ステップ毎の温度を考慮し, 弾性剛性テンソルの再計算を行う必要がある.

第3章

織物複合材料の主軸方向負荷挙動 解析^[103, 104]

本章では，織物複合材料の主軸方向挙動に着目し，1章でも述べたように，積層ずれを有する織物複合材料の解析領域を低減したユニットセル（以後基本セルと呼ぶ）および境界条件を提案するとともに，それを用いた損傷進展解析手法の開発を行う．以下では，まず平織，2×2綾織および5本朱子織複合材料に対する基本セルモデリングと解析手法の説明を行い，その後，提案手法を用いて織物複合材料の損傷進展解析を実施し，得られた知見を述べる．

3.1 積層ずれを有する織物複合材料の基本セルモデリング と境界条件

1章で述べたように，織物複合材料に主軸方向負荷がかかった際には，損傷が発生・進展して，巨視的には脆性的な挙動を呈す．加えて，その損傷挙動は積層ずれの影響を受けることが知られている．したがって，内部構造を陽に考えた損傷・強度解析が重要である．しかし，織物複合材料の内部構造の複雑さから解析領域が膨大とな

るため、計算コストが問題となり、綾織／朱子織複合材料においては、積層ずれを考慮した解析は事実上行うのが難しい現状にある．そこで本節では、積層ずれを有する種々の織物複合材料の微視的内部構造の周期性および点対称性を利用し、解析領域を低減することを試みる．具体的には、平織複合材料、 2×2 綾織複合材料、5 本朱子織複合材料それぞれに対し、内部構造の周期性および点対称性を検討する．それにより解析領域を先行研究でのユニットセルから低減した基本セル、およびその境界条件について議論する．

3.1.1 平織複合材料の場合の基本セルと境界条件^[91, 93, 103]

図 3.1 に示すように、積層ずれを有する平織複合材料とその基本セル A を考え、直交座標系 $y_i (i=1,2,3)$ を設ける．上下に隣接する平織布の y_1 軸および y_2 軸方向のずれ量をそれぞれ a および b と定義する．いま、図 3.1 に示すように、 A の境界 Γ を $\Gamma_A^{(\alpha)} (\alpha=1,2,\dots,12)$ に分割する．ここで、ずれ量に応じて A の上下面を分割していることに注意されたい．

はじめに、図 3.2 (a)を見ると、平織複合材料の内部構造は、 $\Gamma_A^{(1)} \sim \Gamma_A^{(4)}$ の中心点に関して点対称性を有していることがわかる．次に、図 3.2 (b)に示すように、平織複合材料を切断した断面を見てみると、この内部構造は $M_A^{(1)}$ 軸方向に周期性を有することがわかる．これはつまり、 $\Gamma_A^{(6)}$ と $\Gamma_A^{(12)}$ が周期的な位置関係にあることを意味する．また、 $\Gamma_A^{(5)}$ と $\Gamma_A^{(11)}$ の中心点に関しては、内部構造は点対称性を有していることがわかる．同様の議論より、 $\Gamma_A^{(8)}$ と $\Gamma_A^{(10)}$ には周期性が、 $\Gamma_A^{(7)}$ と $\Gamma_A^{(9)}$ には点対称性が存在することがわかる．

まとめると、平織複合材料に関しては、図 3.1 に示す基本セル A を定義し、 $\Gamma_A^{(6)}$ と $\Gamma_A^{(12)}$ および $\Gamma_A^{(8)}$ と $\Gamma_A^{(10)}$ には周期境界条件を、そのほかの境界面には点対称境界条件を課すことで均質化解析を実施でき、従来のユニットセルを用いる手法と比べて解析領域を大幅に低減することが可能となる．

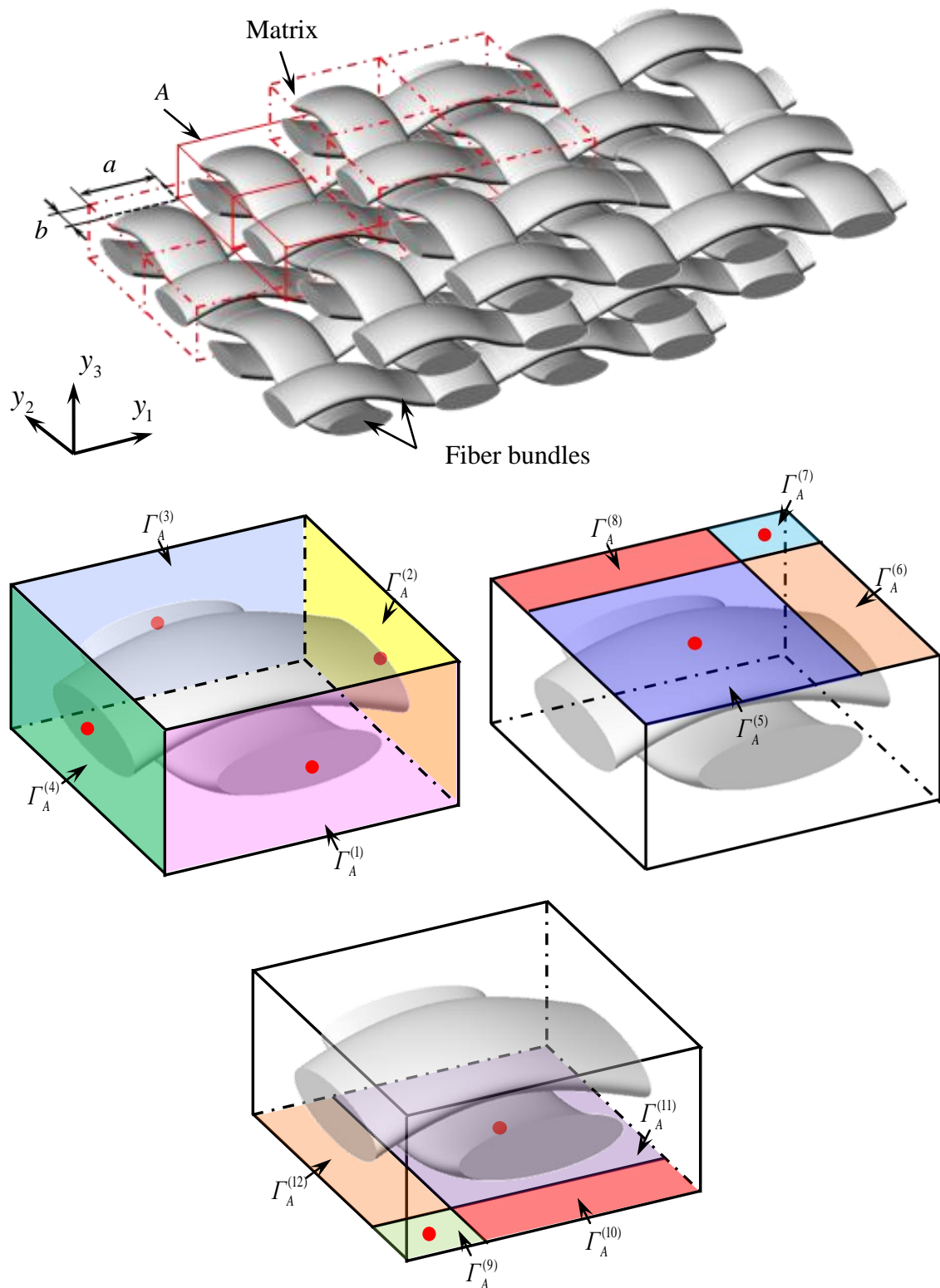


Fig.3.1 Plain-woven composite with laminate misalignment in the y_1 - and y_2 -directions, basic cell A and its boundary $\Gamma_A^{(1)} - \Gamma_A^{(12)}$.

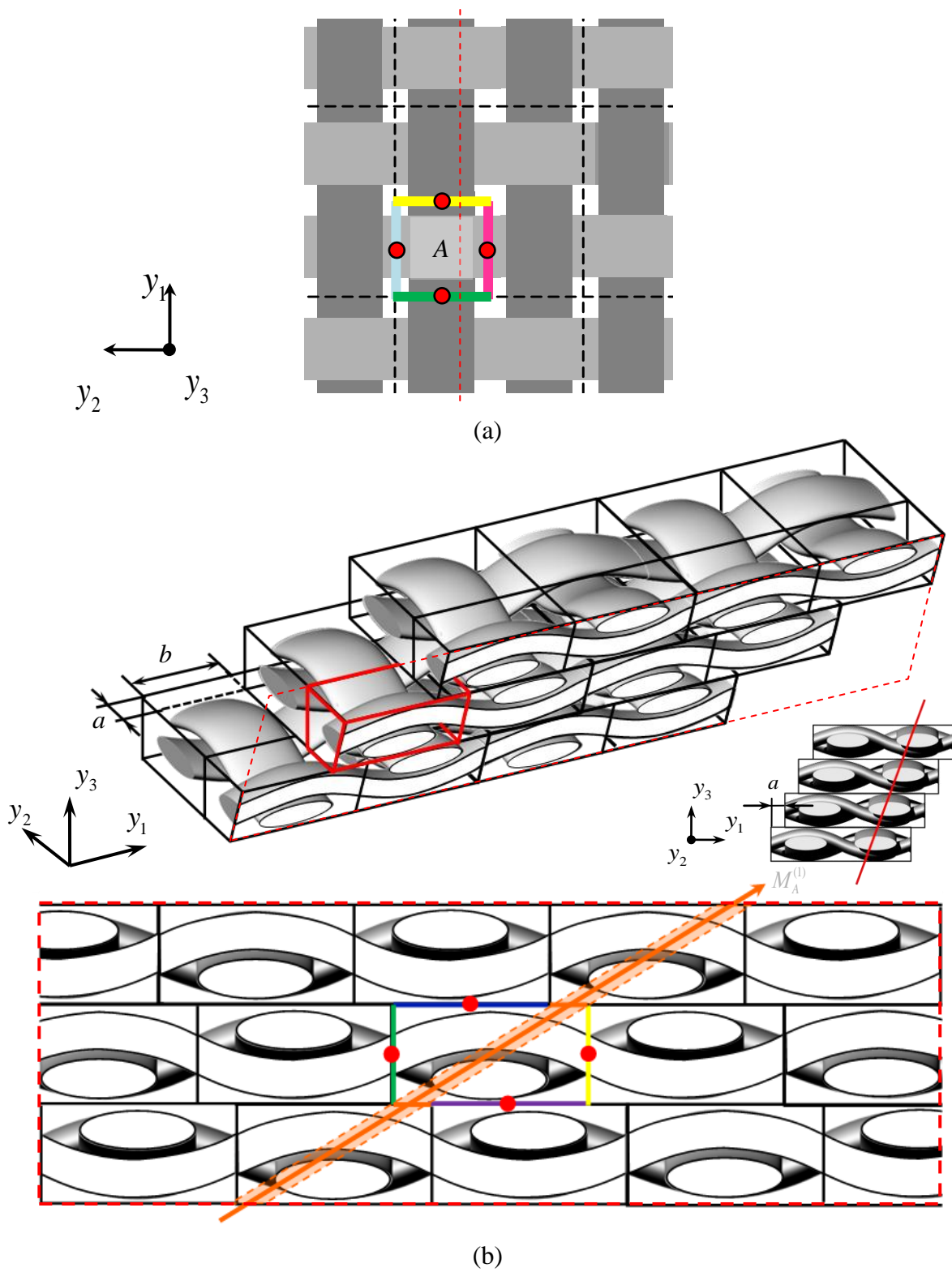


Fig.3.2 Microstructure of plain-woven composite; (a) in the y_1 - y_2 plane, (b) in the cross section containing the central points of $\Gamma_A^{(8)}$ and $\Gamma_A^{(10)}$.

3.1.2 2×2 綾織複合材料の場合の基本セルと境界条件^[104]

次に、図 3.3 に示すように、積層ずれを有する 2×2 綾織複合材料とその基本セル B を考え、直交座標系 $y_i (i=1,2,3)$ を設ける。上下に隣接する綾織布の y_1 軸および y_2 軸方向のずれ量をそれぞれ a および b と定義する。いま、図 3.3 に示すように、 B の境界 Γ を $\Gamma_B^{(\alpha)} (\alpha=1,2,\dots,14)$ に分割する。ここでも、ずれ量に応じて B の上下面を分割していることに注意されたい。

はじめに、図 3.4(a) を見ると、2×2 綾織複合材料の内部構造は $M_B^{(1)}$ 軸方向に周期性を有することがわかる。これはつまり、 $\Gamma_B^{(1)}$ と $\Gamma_B^{(4)}$ が周期的な位置関係にあることを意味する。一方、内部構造は $\Gamma_B^{(2)}$ 、 $\Gamma_B^{(3)}$ 、 $\Gamma_B^{(5)}$ および $\Gamma_B^{(6)}$ の中心点に関して点対称性を有していることがわかる。

次に、この綾織複合材料の $\Gamma_B^{(8)}$ と $\Gamma_B^{(14)}$ の中心点を含む断面 I-I' (図 3.4(b)) を見ると、この内部構造は $M_B^{(2)}$ 軸方向に周期性を有することがわかる。これはつまり、 $\Gamma_B^{(7)}$ と $\Gamma_B^{(13)}$ が周期的な位置関係にあることを意味する。また $\Gamma_B^{(8)}$ と $\Gamma_B^{(14)}$ の中心点に関しては、内部構造は点対称性を有していることがわかる。同様に、綾織複合材料の $\Gamma_B^{(10)}$ と $\Gamma_B^{(12)}$ の中心点を含む断面 J-J' (図 3.4(c)) より、 $\Gamma_B^{(9)}$ と $\Gamma_B^{(11)}$ には周期性が、 $\Gamma_B^{(10)}$ と $\Gamma_B^{(12)}$ には点対称性が存在することがわかる。

まとめると、2×2 綾織複合材料に関しては、図 3.3 に示す基本セル B を定義し、 $\Gamma_B^{(1)}$ と $\Gamma_B^{(4)}$ 、 $\Gamma_B^{(7)}$ と $\Gamma_B^{(13)}$ および $\Gamma_B^{(9)}$ と $\Gamma_B^{(11)}$ には周期境界条件を、そのほかの境界面には点対称境界条件を課すことで、解析領域を大幅に低減することが可能となる。

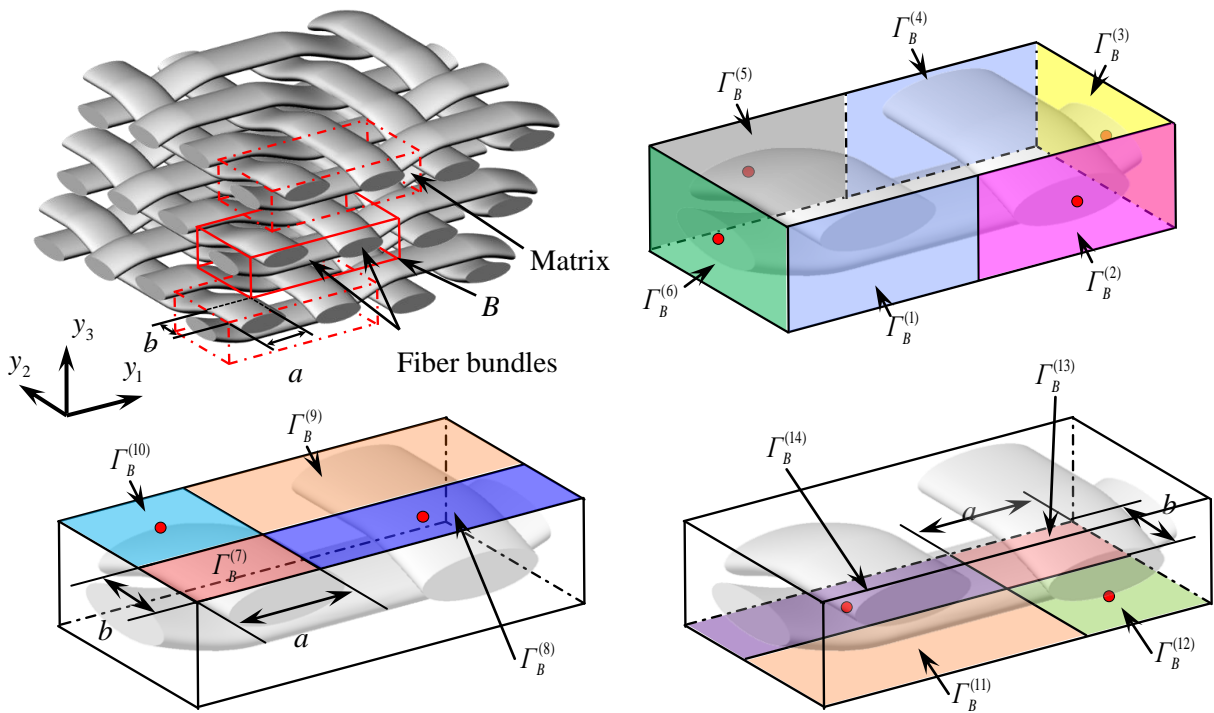


Fig.3.3 2×2 twill-woven composite with laminate misalignment in the y_1 - and y_2 - directions, basic cell B and its boundary $\Gamma_B^{(1)} - \Gamma_B^{(14)}$.

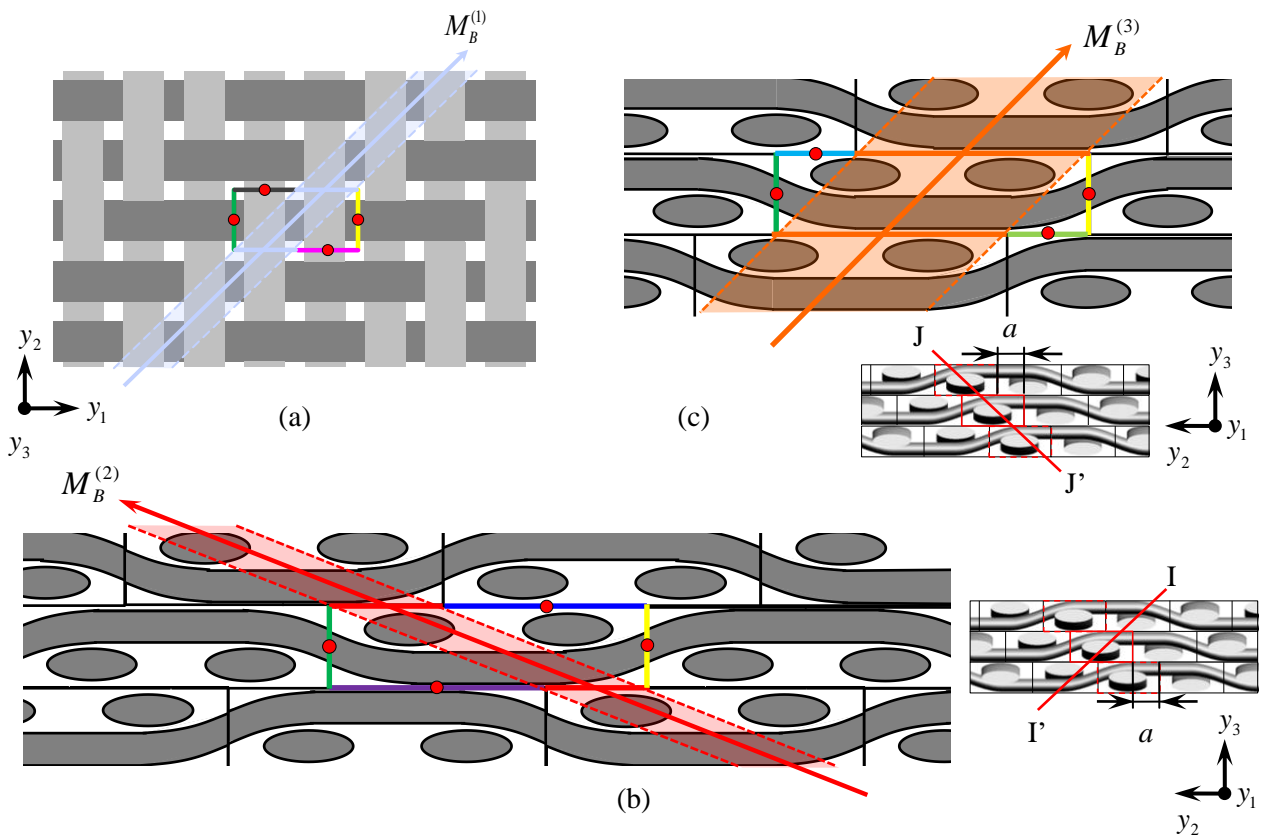


Fig.3.4 Microstructure of 2×2 twill-woven composite; (a) in the $y_1 - y_2$ plane, (b) in the $I - I'$ cross-section and (c) in the $J - J'$ cross-section.

3.1.3 5本朱子織複合材料の場合の基本セルと境界条件^[104]

つづいて、図 3.5 に示すように、積層ずれを有する 5 本朱子織複合材料とその基本セル C を考え、直交座標系 $y_i (i=1,2,3)$ を設ける。上下に隣接する朱子織布の y_1 軸および y_2 軸方向のずれ量をそれぞれ a および b と定義する。いま、図 3.5 に示すように、 C の境界 Γ を $\Gamma_c^{(\alpha)} (\alpha=1,2,\dots,14)$ に分割する。ここでも、ずれ量に応じて C の上下面を分割していることに注意されたい。

はじめに、図 3.6 (a) を見ると、5 本朱子織複合材料の内部構造は $M_c^{(1)}$, $M_c^{(2)}$ および $M_c^{(3)}$ 軸方向に周期性を有することがわかる。これはつまり、 $\Gamma_c^{(1)}$ と $\Gamma_c^{(4)}$, $\Gamma_c^{(2)}$ と $\Gamma_c^{(5)}$ および $\Gamma_c^{(3)}$ と $\Gamma_c^{(6)}$ が周期的な位置関係にあることを意味する。次に、**P-P'** で切断した朱子織複合材料の断面（図 3.6 (b)）を見てみると、この内部構造は $M_c^{(4)}$ および $M_c^{(5)}$ 軸方向に周期性を有することがわかる。これはつまり、 $\Gamma_c^{(7)}$ と $\Gamma_c^{(13)}$ および $\Gamma_c^{(8)}$ と $\Gamma_c^{(14)}$ が周期的な位置関係にあることを意味する。同様に、**Q-Q'** で切断した朱子織複合材料の断面（図 3.6 (c)）より、 $\Gamma_c^{(9)}$ と $\Gamma_c^{(11)}$ および $\Gamma_c^{(10)}$ と $\Gamma_c^{(12)}$ にも周期性が存在することがわかる。

まとめると、5 本朱子織複合材料に関しては、図 3.5 に示す基本セル C を定義し、 $\Gamma_c^{(1)}$ と $\Gamma_c^{(4)}$, $\Gamma_c^{(2)}$ と $\Gamma_c^{(5)}$, $\Gamma_c^{(3)}$ と $\Gamma_c^{(6)}$, $\Gamma_c^{(7)}$ と $\Gamma_c^{(13)}$, $\Gamma_c^{(8)}$ と $\Gamma_c^{(14)}$, $\Gamma_c^{(9)}$ と $\Gamma_c^{(11)}$ および $\Gamma_c^{(10)}$ と $\Gamma_c^{(12)}$ に周期境界条件を課すことで、解析領域を大幅に低減することが可能となる。

上記の基本セルおよび境界条件を用いることで、非常に小さい解析領域で、2 章で述べた均質化解析を行うことができる。積層ずれがない場合においては、平織、 2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の解析領域を、従来手法に比べてそれぞれ $1/4$, $1/8$, $1/5$ に低減することに成功した。さらに積層ずれがある場合においては、積層ずれのない場合に比べて、一般にさらに大きな解析領域が必要である。その理由は、積層ずれを考慮するために織布を何枚も重ねたユニットセルを定義する必要があるからである。しかし本手法は、一つの基本セルのみで積層ずれを表現することができる上、基本セル上下面においてそれぞれ 4 分割した領域の面積比を変更することで、任意の積層ずれ量を考慮可能である。したがって、本手法の効率性や有効性は、特に積層ずれが存在する場合において高くなると言える。

なお、積層ずれ方向に沿って斜めに切断したユニットセルを定義することも可能で

あるが、この場合、ずれごとのユニットセルモデリングおよび有限要素分割が必要であり、煩雑である上、ずれ量ごとに有限要素分割が異なることから、いわゆるメッシュ依存性が問題となり得る。また、有限要素分割をする際の要素のアスペクト比が大きくなるなど要素形状の悪化を招く恐れがある。これに対して本手法では、モデリング・有限要素分割は一回でよく、全てのずれ量に対して同一のモデルを使用できることから、メッシュ依存性の問題を回避できるとともに、要素形状を良好に保てるというメリットも存在する。

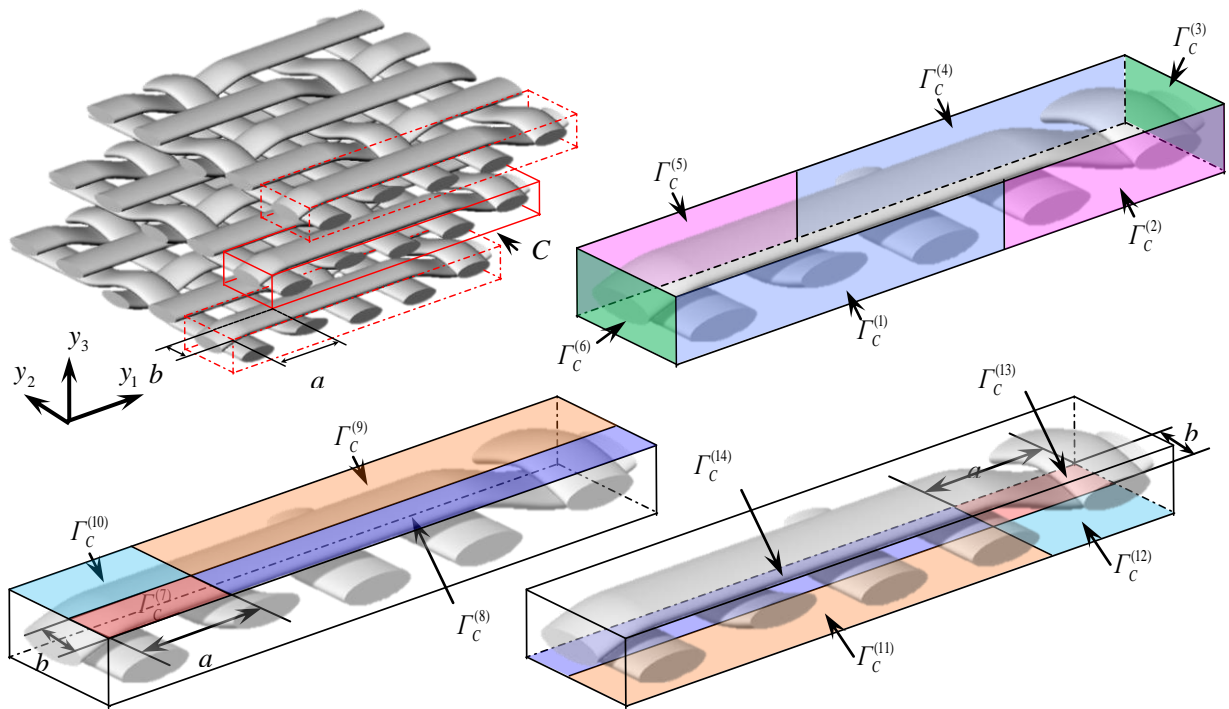


Fig.3.5 5H satin-woven composite with laminate misalignment in the y_1 - and y_2 - directions, basic cell C and its boundary $\Gamma_c^{(1)} - \Gamma_c^{(14)}$.

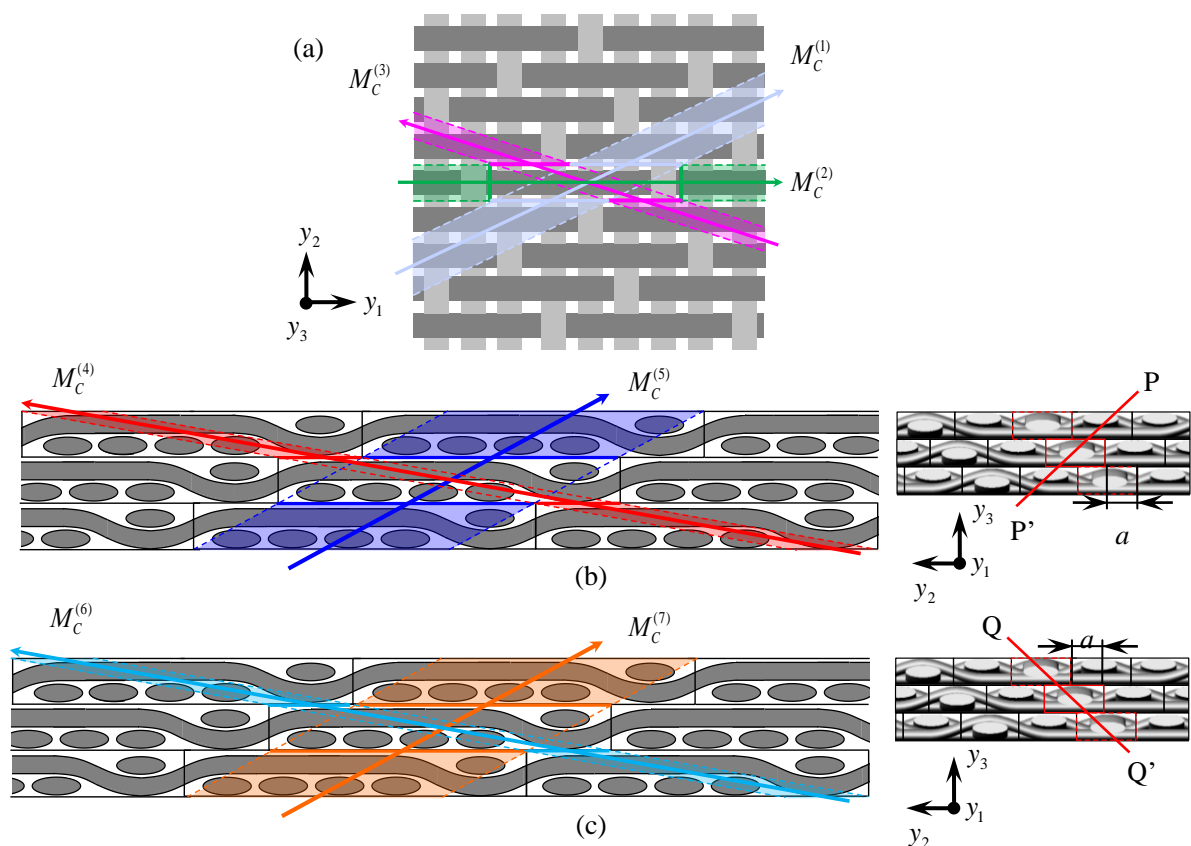


Fig.3.6 Microstructure of 5H satin-woven composite; (a) in the $y_1 - y_2$ plane, (b) in the P-P' cross-section and (c) in the Q-Q' cross-section.

3.2 織物複合材料の損傷進展解析手法

繊維束には、繊維破断や繊維に沿った方向への樹脂破壊、層間剥離などの様々な異方性のある損傷が発生する。したがって損傷を表現するためには、まず発生し得る損傷形態を定義し、次に、損傷発生を判断する損傷クライテリアを2章の均質化理論に導入する必要がある。座古, 上辻らは、織物複合材料に対して、繊維束を繊維と樹脂で構成される横等方弾性体、樹脂を等方弾性体と仮定して、損傷形態を分類し、連続体損傷力学[105]に基づく損傷係数および損傷クライテリア[12]を導入することで、有限要素法により損傷進展解析を実施した。それに基づき本節では、損傷形態の分類と均質化理論への損傷クライテリアの導入を行う。なお本研究では、損傷は基本セル内の各要素において考慮するものとする。つまり、損傷の最小単位は要素である。

3.2.1 損傷形態の分類

繊維束は、局所的に一方向強化複合材料（UD 材）とみなすことができるが、本章では、繊維束内部の繊維と樹脂については考えず、均質な横等方弾性体として取り扱う。繊維束の損傷異方性を考慮するために、6種類の損傷モード（mode L, T, LT, Z, ZL および TZ）を考え、図 3.7 に示す四つの損傷形態に分類する。図 3.7(a)は、繊維軸方向応力が支配的である繊維破断を表し、図 3.7(b)~(d)は、繊維軸に直交する垂直応力もしくはせん断応力が支配的である樹脂破壊を表す損傷形態である。一方、樹脂に関しては等方的に損傷するものとみなす。

3.2.2 損傷クライテリア

複合材料が実際の構造部材として使用される場合、負荷状態は引張試験に代表される単軸負荷状態ではなく、三次元的かつ複雑な多軸負荷状態になる。加えて、複合材料を構成する材料の弾性係数等の違いから、微視的にも材料内部において三次元的な多軸応力状態になることが予想される。したがって、複合材料に用いる損傷クライテリアは、各応力の相互作用を考慮できるものが望ましい。1970年代から現在に至るまで、上記を満たすクライテリアが数多く提案されてきた。各クライテリアに関する妥当性の検討が、実験[106-110]だけでなく数値解析[111]によっても行われているが、どのクライテリアが一番適切かは一概に言えないのが現状である。

そこで本研究では、先行研究[12]に基づき Hoffman 則[112]を用いる。Hoffman 則とは、引張および圧縮の破壊強度の違いを考慮して Tsai-Hill 則を修正し一般化したものであり、以下の式(3.1)の左辺の値（ F 値）が 1 以上となる場合にその要素は損傷した

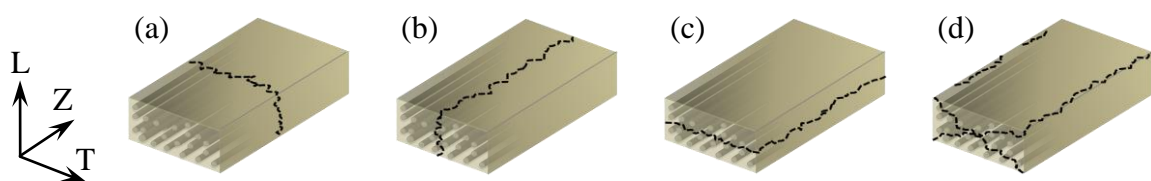


Fig. 3.7 4 types of damages in fiber bundles;

(a) mode L, (b) mode T and LT, (c) mode Z and ZL and (d) mode TZ.

ものとみなす.

$$F = C_1(\sigma_T - \sigma_Z)^2 + C_2(\sigma_Z - \sigma_L)^2 + C_3(\sigma_L - \sigma_T)^2 + C_4\sigma_L + C_5\sigma_T + C_6\sigma_Z + C_7\sigma_{TZ}^2 + C_8\sigma_{ZL}^2 + C_9\sigma_{LT} \quad (3.1)$$

ここで L, T および Z は, それぞれ繊維方向, 繊維直交方向, および L と T に直交する方向を表し, 今後それらで構成される座標系を局所座標系と表現する. また σ_{ij} は, 局所座標系での応力を示す. 注意すべき点として, 前述の均質化理論を用いた解析では, 直交座標系 y_i での応力が得られるので, 損傷判定をする際には, 繊維束の湾曲に応じた局所座標系での応力に変換する必要がある. 式(3.1)中の $C_1 \sim C_9$ は材料パラメータであり, 以下の式で表される.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_T^t F_T^c} + \frac{1}{F_Z^t F_Z^c} - \frac{1}{F_L^t F_L^c} \right), \\ C_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_Z^t F_Z^c} + \frac{1}{F_L^t F_L^c} - \frac{1}{F_T^t F_T^c} \right), \\ C_3 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{F_L^t F_L^c} + \frac{1}{F_T^t F_T^c} - \frac{1}{F_Z^t F_Z^c} \right), \\ C_4 &= \frac{1}{F_L^t} - \frac{1}{F_L^c}, C_5 = \frac{1}{F_T^t} - \frac{1}{F_T^c}, C_6 = \frac{1}{F_Z^t} - \frac{1}{F_Z^c}, \\ C_7 &= \left(\frac{1}{F_{TZ}^s} \right)^2, C_8 = \left(\frac{1}{F_{ZL}^s} \right)^2, C_9 = \left(\frac{1}{F_{LT}^s} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで F_O^t , F_O^c および F_O^s は, それぞれ局所座標系における引張, 圧縮およびせん断強度を表す. 式(3.2)より Hoffman 則は, 三次元応力状態における損傷発生の閾値を, 材料主軸方向の強度試験で得た値により推定する損傷クライテリアであると言える.

このクライテリアでは, 損傷発生は判定できるが, 損傷モードの判定はできない. したがって, 表 3.1 に示す応力強度比によって損傷モードの判定を行う. 具体的には, 表 3.1 の 2 行目の応力強度比六つをそれぞれ計算し, それらの中の最大値に対するモードを損傷モードとする.

Table 3.1 Damage modes of fiber bundles.

Damage modes	L	T	LT	Z	ZL	TZ
Stress to strength ratios	$\frac{\sigma_L^2}{F_L^t F_L^c}$	$\frac{\sigma_T^2}{F_T^t F_T^c}$	$\left(\frac{\tau_{LT}}{F_{LT}^s}\right)^2$	$\frac{\sigma_Z^2}{F_Z^t F_Z^c}$	$\left(\frac{\tau_{ZL}}{F_{ZL}^s}\right)^2$	$\left(\frac{\tau_{TZ}}{F_{TZ}^s}\right)^2$

3.2.3 連続体損傷力学に基づく損傷表現

連続体損傷力学[105]では、材料内部におけるクラックや空隙の発生に伴う荷重の負担断面積の減少によって材料の損傷を表現する。また、それに伴い拡大する応力を有効応力と定義し、損傷した材料の構成方程式を導く。本項では、連続体損傷力学に基づき、3.2.1 項で分類した四つの損傷形態に対する構成方程式を展開し、複合材料の異方性損傷を考慮した損傷表現を行う。

まず、繊維束の損傷モードを表現するために、村上・大野の損傷テンソル \mathbf{D} [105]を導入する。本研究では、 \mathbf{D} の主方向は局所座標系における弾性剛性テンソルの主方向と一致していると仮定し、損傷の主値（以下、損傷係数） D_L 、 D_T および D_Z は、それぞれ局所座標系での L、T および Z 軸方向における断面積の減少と考える。損傷テンソル \mathbf{D} は、以下の式で表せる。

$$\mathbf{D} = D_L \mathbf{e}_L \otimes \mathbf{e}_L + D_T \mathbf{e}_T \otimes \mathbf{e}_T + D_Z \mathbf{e}_Z \otimes \mathbf{e}_Z \quad (3.3)$$

ここで、 \mathbf{e}_L 、 \mathbf{e}_T および \mathbf{e}_Z は、主方向単位ベクトルである。損傷係数が 0 の場合は、初期非損傷状態を示し、損傷係数が 1 の場合は、最終破断状態を示す。また損傷テンソル \mathbf{D} は、一般的にマトリックス表記および添字表記で以下のように表せる。

$$[D] = \begin{bmatrix} D_L & 0 & 0 \\ 0 & D_T & 0 \\ 0 & 0 & D_T \end{bmatrix} = D_{ij} \quad (3.4)$$

いま、3.2.1 項で述べた方法に基づき損傷モードが決定された場合に、それぞれの損傷状態を場合分けすると、式(3.4)は以下の式で表される。

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = D_{ij} \quad (\text{Mode L}) \quad (3.5)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = D_{ij} \quad (\text{Mode T \& LT}) \quad (3.6)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = D_{ij} \quad (\text{Mode Z \& ZL}) \quad (3.7)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = D_{ij} \quad (\text{Mode TZ}) \quad (3.8)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = D_{ij} \quad (\text{For matrix}) \quad (3.9)$$

本研究では、Hoffman 則により材料内部の損傷発生の有無しか把握できないため、損傷係数が 0 または 1 のいずれかと仮定する。また本来、最終破断時の損傷係数は 1 であるが、数値計算の際の安定性を考えて 0.99 とする。

一方、断面積の減少によって拡大された有効応力テンソル σ_{ij}^* は、損傷状態における応力テンソルを σ_{ij} とすると、以下の式で表せる。

$$\sigma_{ij}^* = \frac{1}{2} \left[(I_{ik} - D_{ik})^{-1} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} (I_{kj} - D_{kj})^{-1} \right] \quad (3.10)$$

ここで、 σ_{ij}^* は対称テンソルである。いま、式(3.10)を損傷テンソル \mathbf{D} の関数である線形変換マトリックス $\mathbf{M}_{ij}(\mathbf{D})$ (マトリックス表記で $[\mathbf{M}]$) によって書き直すと、以下のようなになる。

$$\sigma_{ij}^* = M_{ik}(\mathbf{D})\sigma_{kj} \quad (3.11)$$

$$[\mathbf{M}] = \text{diag} \left[\begin{array}{cccc} \frac{1}{1-D_L}, \frac{1}{1-D_T}, \frac{1}{1-D_Z}, \frac{2-D_T-D_Z}{2(1-D_T)(1-D_Z)}, \\ \frac{2-D_Z-D_L}{2(1-D_Z)(1-D_L)}, \frac{2-D_L-D_T}{2(1-D_L)(1-D_T)} \end{array} \right] \quad (3.12)$$

いま，損傷材料のひずみエネルギー W' がひずみエネルギー関数 W 内の応力を有効応力で置き換えたものであるという仮定（ひずみエネルギー等価性の仮定）を用いると，非損傷材料のひずみエネルギー W は， $[\mathbf{C}]$ ，縮約された応力 $\{\sigma\}$ および工学ひずみの成分を用いた縮約されたひずみ $\{\varepsilon\}$ を用いて，

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} \\ &= \frac{1}{2} \{\sigma\}^T [\mathbf{C}]^{-1} \{\sigma\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

のように表されるのに対し，損傷材料のひずみエネルギー W' は，式(3.11)と縮約された有効応力 $\{\sigma^*\}$ を用いて，

$$\begin{aligned} W' &= \frac{1}{2} \{\sigma^*\}^T [\mathbf{C}]^{-1} \{\sigma^*\} \\ &= \frac{1}{2} ([\mathbf{M}]\{\sigma\})^T [\mathbf{C}]^{-1} ([\mathbf{M}]\{\sigma\}) \\ &= \frac{1}{2} \{\sigma\}^T ([\mathbf{M}]^T [\mathbf{C}]^{-1} [\mathbf{M}]) \{\sigma\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

と表される．ここで式(3.13)，(3.14)を比較し，式(3.12)を代入すると，損傷材料の弾性剛性マトリックス $[\mathbf{C}']$ は，

$$[\mathbf{C}'] = [\mathbf{M}]^{-1} [\mathbf{C}] [\mathbf{M}]^T = \begin{bmatrix} d_L^2 C_{11} & d_L d_T C_{12} & d_L d_Z C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & d_T^2 C_{22} & d_T d_Z C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & d_Z^2 C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & d_{TZ} C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & d_{ZL} C_{55} & 0 \\ & & & & & d_{LT} C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$d_L = 1 - D_L, d_T = 1 - D_T, d_Z = 1 - D_Z$$

$$d_{TZ} = \left(\frac{2d_T d_Z}{d_T + d_Z} \right)^2, d_{ZL} = \left(\frac{2d_Z d_L}{d_Z + d_L} \right)^2, d_{TL} = \left(\frac{2d_L d_T}{d_L + d_T} \right)^2 \quad (3.16)$$

であると導ける．この弾性剛性マトリックスを各有限要素に適用することで，損傷を模擬する．

3.2.4 熱残留応力を考慮した損傷進展解析手順

本項では，成形時の熱残留応力を考慮した損傷進展解析を実施するための具体的な手順を示す．また本章では，計算コストの都合および解析の簡略化のため，粘塑性変形は考えないものとする．

まず，熱残留応力解析を実施する．以下，その流れである．いま，巨視的応力 $\Sigma_{ij} = 0$ および巨視的温度変化速度 \dot{T} が与えられているとする．

- (1) 解析対象に応じた適切な基本セルおよび境界条件のもとで，境界値問題を示す式 (2.30) と (2.32) を解き，特性関数 χ_i^k および ψ_i を求める．
- (2) 式 (2.19) および (2.21)，(2.22) から，均質化された弾性剛性テンソル $\langle a_{ijkl} \rangle$ と熱応力関数 $\langle \gamma_{ij} \rangle$ を計算する．
- (3) 必要であれば，織物複合材料の弾性 CTE を計算する．具体的な手順としては，式 (2.23) を， \dot{E}_k について式変形すると，以下の式で表される．

$$\{\dot{E}\} = [A]^{-1} \{\dot{\Sigma}\} + [A]^{-1} [R] + [A]^{-1} [\Gamma] \dot{T} \quad (3.17)$$

ここで $\{\dot{E}\}$ ， $\{\dot{\Sigma}\}$ ， $[A]$ ， $[R]$ および $[\Gamma]$ は，それぞれ \dot{E}_k ， $\dot{\Sigma}_{ij}$ ， $\langle a_{ijkl} \rangle$ ， $\langle r_{ij} \rangle$ および $\langle \gamma_{ij} \rangle$ のマトリックス表記である．式 (3.17) の右辺第 1，2 および 3 項は，それぞれ弾性ひずみ速度，粘塑性ひずみ速度および熱ひずみ速度を表している．一般に熱ひずみ速度は $\alpha \dot{T}$ で表されるから，式 (3.17) の右辺第 3 項との比較により，マトリックス表記での α_{ij} は，以下のように表される．

$$[{}^e A] = [A]^{-1} [\Gamma] \quad (3.18)$$

- (4) 巨視的応力 Σ_{ij} または巨視的ひずみ E_{ij} を計算する. なお負荷条件は, 材料の自由変形を許容し, 巨視的応力 $\Sigma_{ij} = 0$ を与えるものとする. 巨視的構成式(2.23)を用いると, 巨視的熱残留ひずみ E_{ij}^{thermal} は, マトリックス表記で以下のように表される.

$$\{E^{\text{thermal}}\} = \int \{\dot{E}\} dt = - \int [A]^{-1} [\Gamma] \dot{T} dt \quad (3.19)$$

ただし今回の場合, 粘塑性変形を考えないので, 巨視的溫度変化 ΔT を用いて, 以下のように表すことができる.

$$\{E^{\text{thermal}}\} = -[A]^{-1} [\Gamma] \Delta T \quad (3.20)$$

- (5) 式(2.18)を用いて, 以下のように微視的熱残留応力 $\sigma_{ij}^{\text{thermal}}$ を計算する.

$$\sigma_{ij}^{\text{thermal}} = \int \dot{\sigma}_{ij} dt = \int (a_{ijkl} \dot{E}_{kl} - \gamma_{ij} \dot{T}) dt \quad (3.21)$$

(4)と同様の議論より, 以下のように表すことができる.

$$\sigma_{ij}^{\text{thermal}} = -\Delta T \gamma_{ij} \quad (3.22)$$

- (6) 式(2.6)~(2.9), (2.13)から, 微視的変位 $u_i(\mathbf{y})$ を計算し, 熱残留応力による熱変形後の座標値を取得する.

次に, 損傷進展解析を実施する. いま \dot{E}_{ij} が与えられており, また現在の時刻 t における $\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t)$ が既知であるとする. このとき, t から $t + \Delta t$ までの増分計算は, 次のように行うことができる.

- (7) 熱変形後の座標値を用いて, $[B]$, および繊維束と直交座標系 y_i がなす角 θ を計算

する.

- (8) 繊維束は横等方弾性体であると考えため、 θ を用いて c_{ijkl} を再計算する.
- (9) 解析対象に応じた適切な基本セルおよび境界条件のもとで境界値問題を示す式(2.28)を解き、特性関数 χ_i^{kl} を求める.
- (10) 式(2.19)および(2.22)より a_{ijkl} を計算し、さらに均質化された弾性剛性テンソル $\langle a_{ijkl} \rangle$ を求める.
- (11) 巨視的構成式(2.23)を用いて、巨視的応力速度 $\dot{\Sigma}_{ij}$ と巨視的ひずみ速度 \dot{E}_{ij} の未定成分を求める. 例えば単軸負荷条件において y_1 軸方向の巨視的ひずみ速度を与える場合、マトリックス表記でのマクロひずみ速度 $\{\dot{E}\}$ は、以下のように表せる.

$$\{\dot{E}\} = \begin{Bmatrix} \dot{E}_1 \\ * \dot{E}_2 \\ * \dot{E}_3 \\ * \dot{E}_4 \\ * \dot{E}_5 \\ * \dot{E}_6 \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

ここで $*$ ()は、未知数であることを表す. また、単軸負荷条件であることから、負荷方向以外に巨視的応力は作用しないとすると、マトリックス表記での巨視的応力速度 $\{\dot{E}\}$ は、

$$\{\dot{\Sigma}\} = \begin{Bmatrix} * \dot{\Sigma}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

と表せるので、6元連立1次方程式が導ける. この連立方程式は、式(3.23)と(3.24)より未知数は六つであるので、数学的に解くことができる.

- (12) $\sigma_{ij}^{\text{thermal}}$ は微視的応力場 $\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t)$ を増分計算する際の初期値とする.
- (13) 式(2.18)から微視的応力速度 $\dot{\sigma}_{ij}$ を求める.
- (14) t から $t + \Delta t$ までの各増分を $\Delta \Sigma_{ij} = \dot{\Sigma}_{ij} \Delta t$, $\Delta \sigma_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} \Delta t$, のようにそれぞれ計算し、

各増分を現在の値に足し合わせる。

- (15) 微視的応力 σ_{ij} を繊維束の湾曲に応じた局所座標系での応力に変換する。つまり、直交座標系の応力を繊維束と直交座標系 y_i がなす角 θ 分回転させる。
- (16) 各要素に対して、上記の変換した応力と式(3.1)によって F 値を計算する。
- (17) F 値が 1 以上の場合、損傷であるから、損傷モードの判定を行う。その後、損傷モードに応じて、式(3.15)により損傷後の弾性剛性テンソル c'_{ijkl} の計算を行う。
- (18) c'_{ijkl} を用いて式(2.30)の計算を再び行う。なお応力再分配後に、非損傷要素の σ_{ij} は、初期値である $\sigma_{ij}^{\text{thermal}}$ を足し合わせる。
- (19) 損傷前後で負荷方向の巨視的ひずみ E_{ij} が変化しないとの仮定のもとに、以下の式(3.25)および(3.26)により応力の再分配を行う。

$$\sigma_{ij} = c'_{ijpq} (\delta_{pk} \delta_{ql} + \chi^{kl}_{p,q}) \quad (3.25)$$

$$\Sigma_{ij} = \langle c'_{ijpq} (\delta_{pk} \delta_{ql} + \chi^{kl}_{p,q}) \rangle E_{kl} \quad (3.26)$$

ここで χ^{kl}_i は、損傷後の特性関数を示す。

- (20) その後、新たな損傷要素の発生が収束する、つまり各要素の F 値が 1 以下となるまで(18), (19)を繰り返す。
- (21) 式(2.6)～(2.9)および(2.13)より、変形後の座標値を計算する。
- (22) 繊維束と直交座標系 y_i がなす角 θ を再計算したのち、増分解析を継続する。

以上の本解析手順のフローチャートを図 3.8 に示す。この図に示すように、もし成形時の熱残留応力を考慮しない場合においては、前半の熱残留応力解析をせず、微視的視的応力場 $\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t)$ の初期値はゼロとし、そのまま損傷進展解析を実施する。

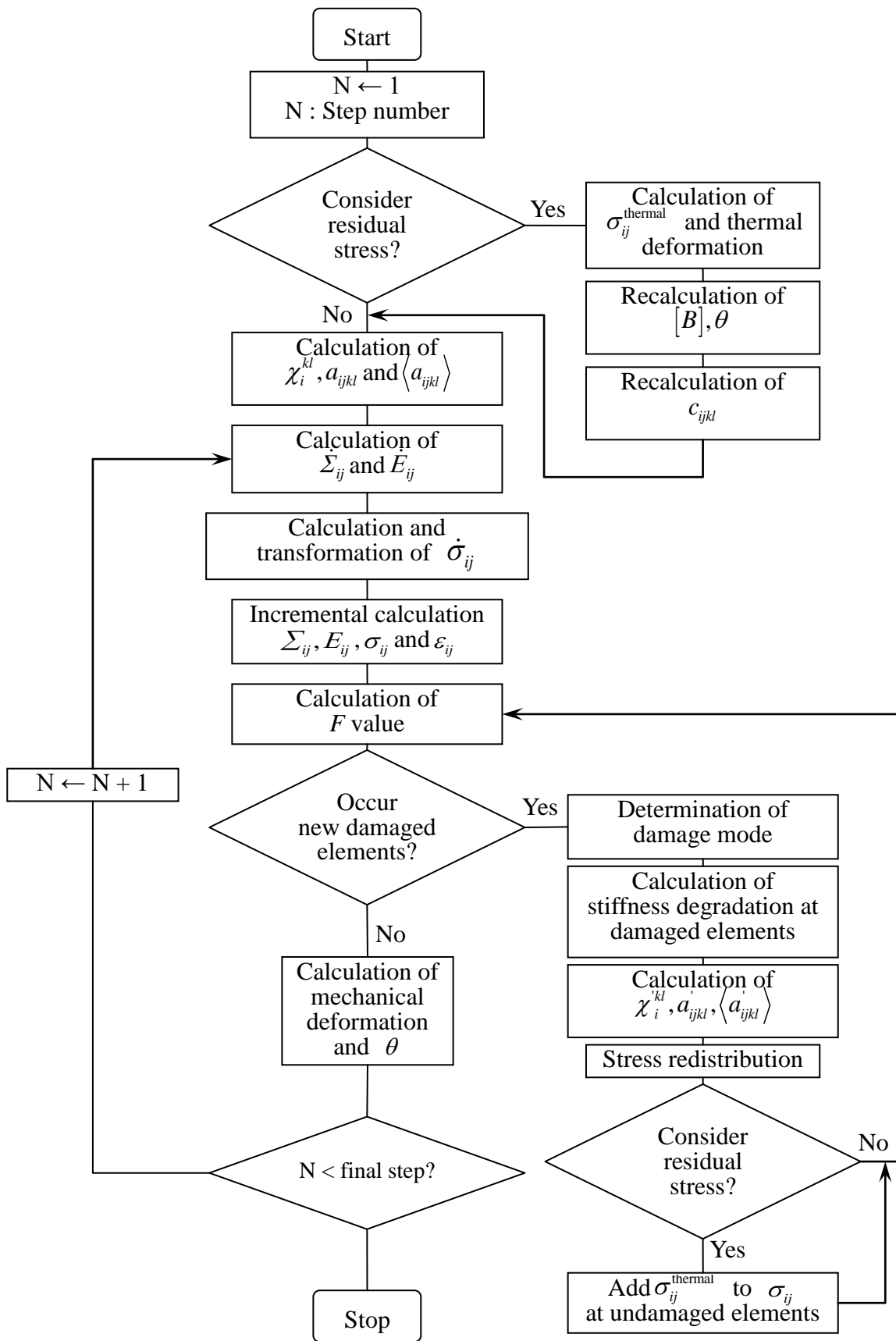


Fig. 3.8 Flowchart of damage development analysis with thermal residual stress.

3.3 種々の織物複合材料の損傷進展解析

3.3～3.5 節では，2 章の理論を基礎とし，3.1 および 3.2 節で述べた解析手法を用いて，平織，2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の損傷進展解析を実施する．まず本節では，織物複合材料の損傷進展過程を議論するとともに，織構造が及ぼす巨視的強度および微視的損傷挙動への影響について調査する．

3.3.1 解析対象

解析対象として，繊維束と母材からなる平織／2×2 綾織／5 本朱子織ガラス繊維強化プラスチック（Glass Fiber-Reinforced Plastic: GFRP）複合材料を考えた．織構造のピッチや繊維束のアスペクト比，クリンプ率等は，本研究グループにおける先行研究[94, 103]で対象としていた SL-E-1 ガラス繊維／エポキシ平織複合材料（日東シンコー（株）製）の平織構造を参照し決定した．なお，それぞれの織物複合材料における内部の繊維束体積率と繊維束内部の繊維体積率は，いずれも 44% と 57% である[29, 94]．また，温度は室温とした．

3.3.2 基本セルおよび有限要素分割

本解析で用いた平織複合材料，2×2 綾織複合材料および 5 本朱子織複合材料に対する基本セルモデル A，B および C をそれぞれ図 3.9～3.11 に示す．いずれのモデルも 8 節点アイソパラメトリック要素（付録 A.2）で有限要素分割した．要素数および節点数は，A は 2048 および 2499，B は 4096 および 4899，C は 10240 および 12099 である．また，今後いずれのモデルも直交座標系における y_1 軸方向繊維束を *weft*， y_3 軸方向繊維束を *warp* と呼ぶこととする．

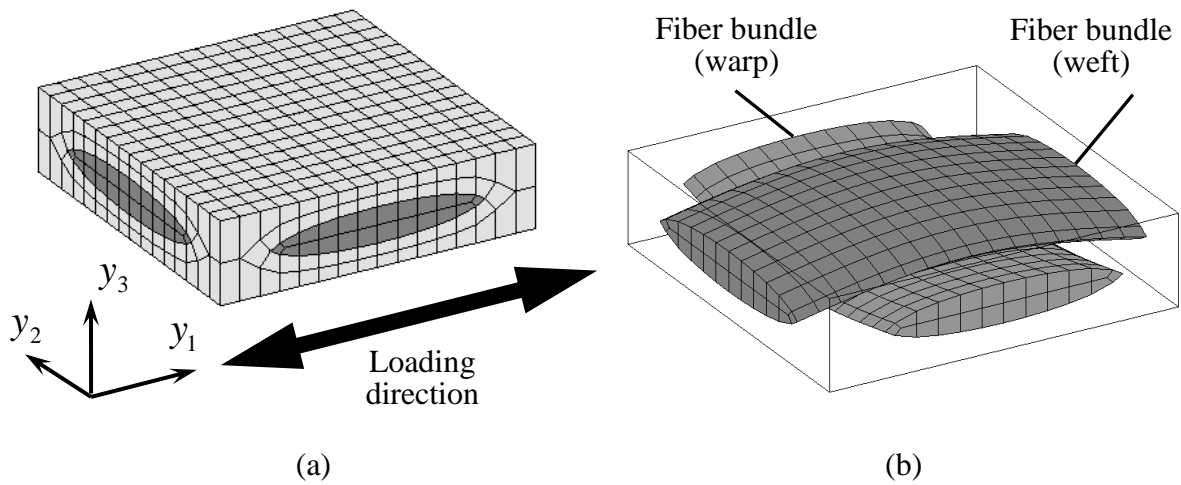


Fig. 3.9 Basic cell *A* of plain-woven GFRP composite and finite element mesh; (a) full view and (b) fiber bundles (warp and weft) in *A*.

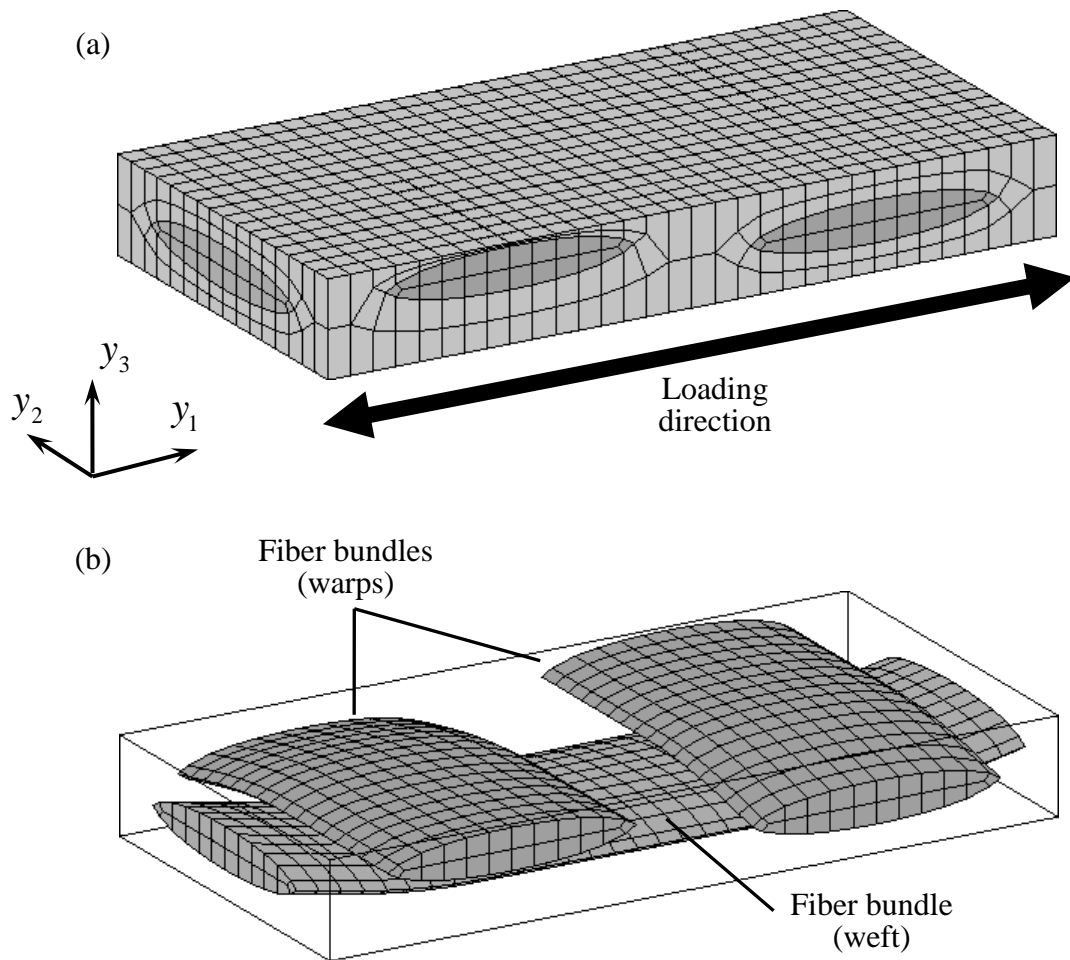


Fig. 3.10 Basic cell *B* of 2×2 twill-woven GFRP composite and finite element mesh; (a) full view and (b) fiber bundles (warps and weft) in *B*.

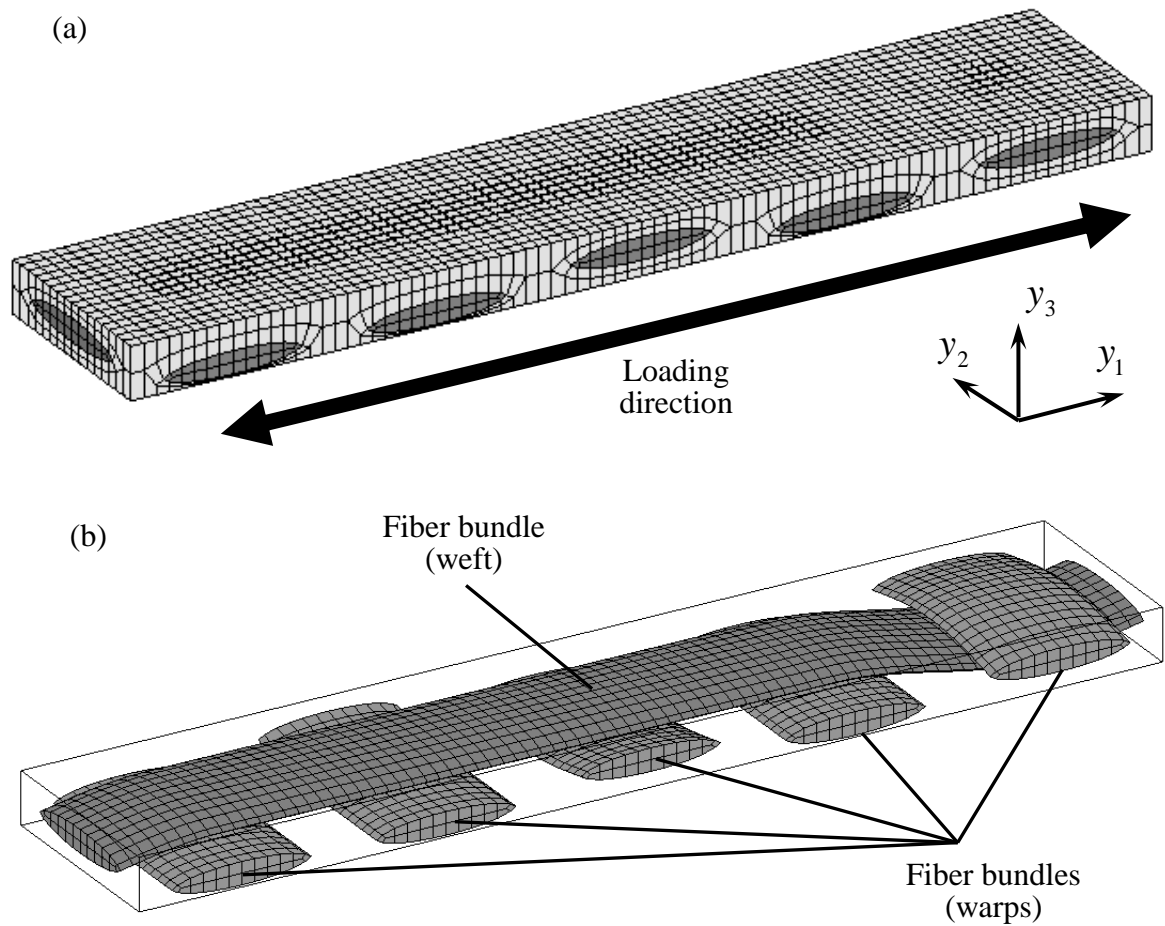


Fig. 3.11 Basic cell C of 5H satin-woven GFRP composite and finite element mesh; (a) full view and (b) fiber bundles (warps and weft) in C .

3.3.3 材料定数

繊維束はE-ガラス繊維/ビニルエステルの一方向強化複合材料として、横等方弾性体とみなし、一方、母材はビニルエステルとして等方弾性体と考えた。先行研究[29, 113, 114]に基づき、材料定数（弾性定数および材料強度）を表 3.2 のように設定した。

繊維束には湾曲があるため、その湾曲を考慮した弾性剛性を繊維束の各要素に与える必要がある。そこで、弾性剛性テンソルが4階のテンソルであることに注目し、次式のように座標変換した。

$$C_{ijkl}^{rot} = Q_{ip} Q_{jq} Q_{kr} Q_{ls} C_{pqrs} \quad (3.27)$$

ここで、 C_{ijkl}^{rot} は座標変換後の弾性剛性テンソルを表し、 Q_{ij} は次式で与えられる方向余弦である。

$$[Q_{ij}^{warp}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{y_2} & \sin \theta_{y_2} \\ 0 & -\sin \theta_{y_2} & \cos \theta_{y_2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$[Q_{ij}^{weft}] = \begin{bmatrix} \cos \theta_{y_1} & 0 & \sin \theta_{y_1} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{y_1} & 0 & \cos \theta_{y_1} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

式(3.28)および式(3.29)の θ_{y_1} および θ_{y_2} は、それぞれ weft の軸方向と y_1 軸のなす角および warp の軸方向と y_2 軸のなす角である。

Table 3.2 Material constants of fiber bundles and vinyl ester
(Uetsuji et al., 2004; Soden et al., 1998; Kaddour et al., 2012).

	Fiber bundles (E-glass-Vinyl ester)	Vinyl ester
Young's modulus [GPa]	E_L 42.80 E_T 12.22 E_Z 12.22	E 3.334
Shear modulus [GPa]	G_{TZ} 4.872 G_{ZL} 4.775 G_{LT} 4.775	G 1.282
Poisson's ratio	ν_{TZ} 0.254 ν_{LZ} 0.233 ν_{LT} 0.233	ν 0.300
Tensile strength [MPa]	F_L^t 2024.0 F_T^t 108.2 F_Z^t 108.2	F^t 88.26
Compressive strength [MPa]	F_L^c 2982.0 F_T^c 242.3 F_Z^c 242.3	F^c 117.7
Shear strength [MPa]	F_{TZ}^s 50.0 F_{ZL}^s 73.0 F_{LT}^s 73.0	F^s 88.26

3.3.4 負荷条件および境界条件

負荷条件として、 y_1 軸方向 (weft 方向) に一定の巨視的ひずみ速度 $\dot{E}_{11} = 10^{-5} \text{s}^{-1}$ を与え、最大応力に達し大きく応力が低下した時を最終破壊とみなし、そこまで解析を行った。3.1 節に基づき、積層方向である y_3 軸方向に垂直な面には、積層ずれのない場合を仮定し、いずれの基本セルにおいても周期境界条件を課した。それ以外の面には、3.1 節で述べたように *A* の場合は点対称境界条件のみを、*B* の場合は周期および点対称境界条件を、*C* の場合は周期境界条件のみを課した。

3.3.5 解析結果(巨視的損傷挙動の比較)

最初に、巨視的な損傷挙動について考察する。図 3.12 に平織、 2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の負荷方向巨視的応力-ひずみ ($\Sigma_{11} - E_{11}$) 関係を示す。図 3.12 より、いずれの織構造の場合にも、巨視的ひずみ E_{11} が 0.86% 付近で初期損傷が発生し、その後徐々に損傷が進み、剛性低下に伴い応力低下を繰り返すことがわかる。 E_{11} が 1.1~1.4% 付近で最大応力値に達し、その後、急激に応力が低下するという脆性的な挙動が見られた。

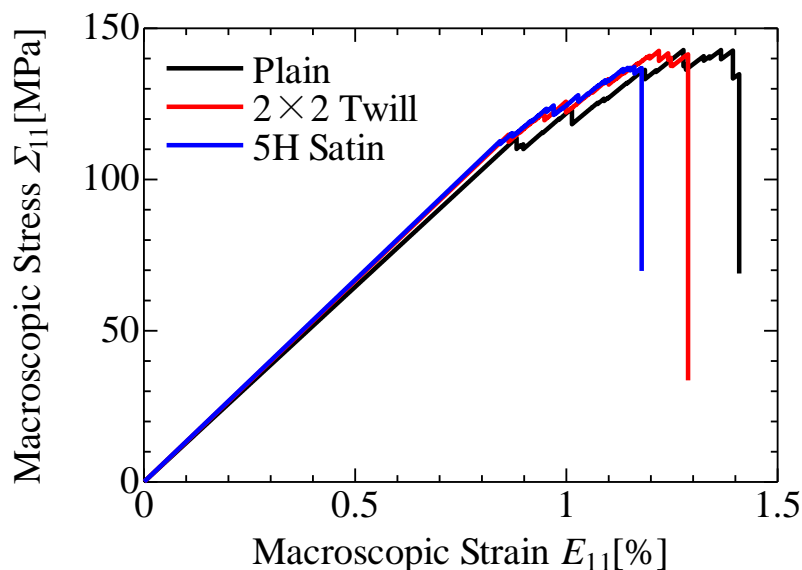


Fig. 3.12 Macroscopic stress-strain relations of plain/ 2×2 twill/5H satin-woven GFRP composites.

図 3.12 より，初期損傷時に着目すると，織構造の違いは，初期損傷発生時の負荷方向応力やひずみにあまり影響を及ぼさないことがわかる．表 3.3 に初期損傷発生時における負荷方向応力とひずみの値をまとめる．一方，最大応力値に達した後の急激な応力低下付近に着目すると，急激な応力低下の際のひずみ（破断ひずみと定義する）には，顕著な織構造依存性が見られる．これに対して，最大応力値には明確な織構造依存性は見られなかった．表 3.4 は，最大応力値と破断ひずみをまとめたものである．

以降では，微視的損傷進展挙動を見ることで，破断ひずみに違いが見られた原因について考察する．

3.3.6 解析結果(微視的損傷進展挙動の比較)

本項では，(1)初期損傷発生時，(2) $E_{11}=1.0\%$ 時，(3)最大応力後の急激な応力低下前，(4)急激な応力低下後に分けて，それぞれの織物複合材料に対して，微視的損傷進展挙動を確認する．

Table 3.3 Macroscopic stress and macroscopic strain of plain / 2×2 twill / 5H satin-woven GFRP composites at the initial damage.

	Macroscopic stress Σ_{11} [MPa]	Macroscopic strain E_{11} [%]
Plain	113.8	0.88
2×2 twill	114.8	0.86
5H Satin	112.7	0.84

Table 3.4 Macroscopic maximum stress and macroscopic fracture strain of plain / 2×2 twill / 5H satin-woven GFRP composites.

	Macroscopic maximum stress Σ_{11} [MPa]	Macroscopic fracture strain E_{11} [%]
Plain	142.8	1.41
2×2 twill	141.4	1.29
5H Satin	136.9	1.12

- (1) 初期損傷発生時(平織: $E_{11}=0.88\%$, 2×2 綾織: $E_{11}=0.86\%$, 5 本朱子織: $E_{11}=0.84\%$)

図 3.13～3.15 に初期損傷発生時の微視的損傷分布図を示す. 図 3.13 は平織複合材料, 図 3.14 は 2×2 綾織複合材料, 図 3.15 は 5 本朱子織複合材料である. 以後, 各微視的損傷分布図において, 損傷要素は損傷モードに応じて色分けし, 青色の要素は未損傷要素を表すこととする. また, 樹脂は等方的に損傷するものと仮定しているが, 支配的な応力成分を明らかにするため, weft (1 軸方向繊維束) と同様な損傷モードによる表現をする.

図 3.13～3.15 より, いずれの織構造の場合でも, 初期損傷は負荷直交繊維束である warp に発生し, その損傷モードは T である. この理由としては, まず, warp が繊維直交方向で負荷を受け持つことが挙げられる. 繊維束の繊維に直交する方向の弾性定数が $E_T=12.2\text{GPa}$ であるのに対して, 繊維方向弾性定数は $E_L=42.8\text{GPa}$ と大きい. したがって, 負荷の大半を weft (引張方向の繊維束) が受け持ち, 負荷方向微視的応力 σ_{11} が大きくなる (図 3.16). しかし, 繊維直交方向強度 F_T^t が繊維方向強度 F_L^t よりも小さいため, warp 端部に損傷が発生したと考えられる. 次に, 負荷による weft のクリンプ部の平滑化が考えられる. weft の平滑化に伴い, warp は面外方向 (y_3 軸方向) に押し出される. その結果, weft と warp の交差部に高い応力が発生したと考えられる. これらの傾向は, 図 3.17 に示す F 値分布図からも確認できる.

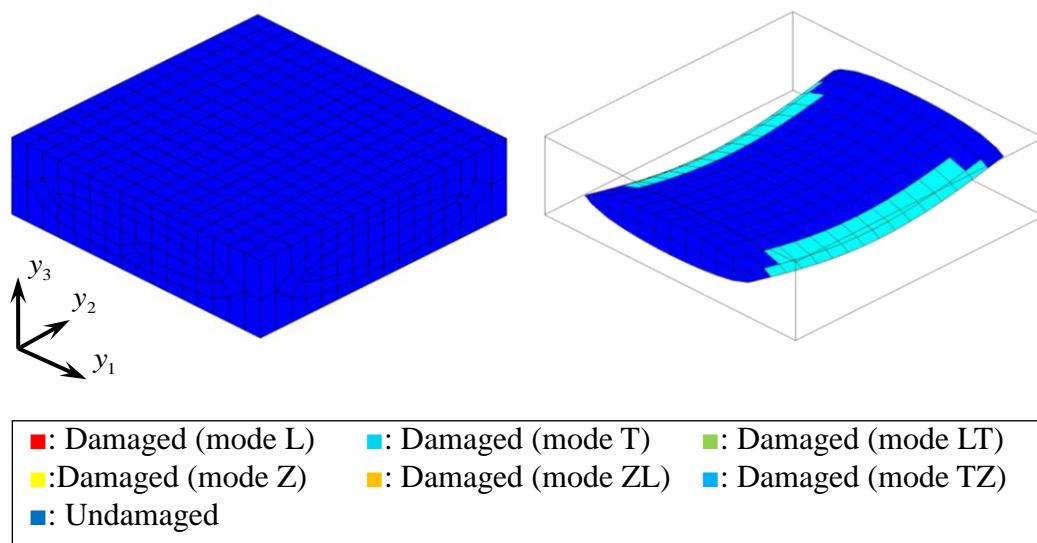


Fig. 3.13 Microscopic damage distribution in A at macroscopic strain $E_{11}=0.88\%$.

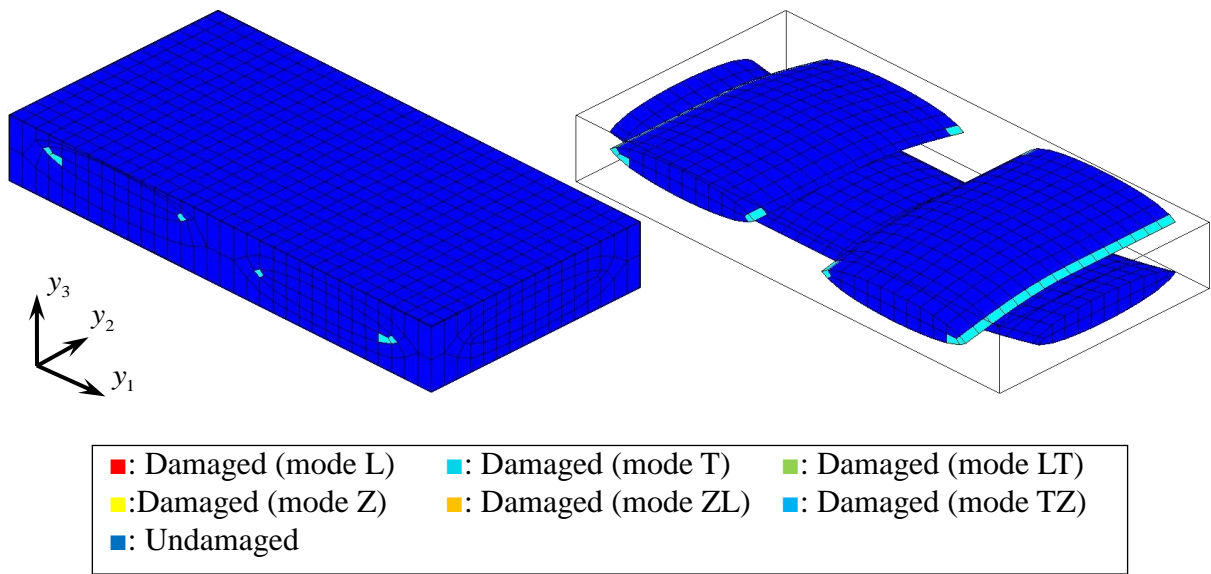


Fig. 3.14 Microscopic damage distribution in *B* at macroscopic strain $E_{11} = 0.86\%$

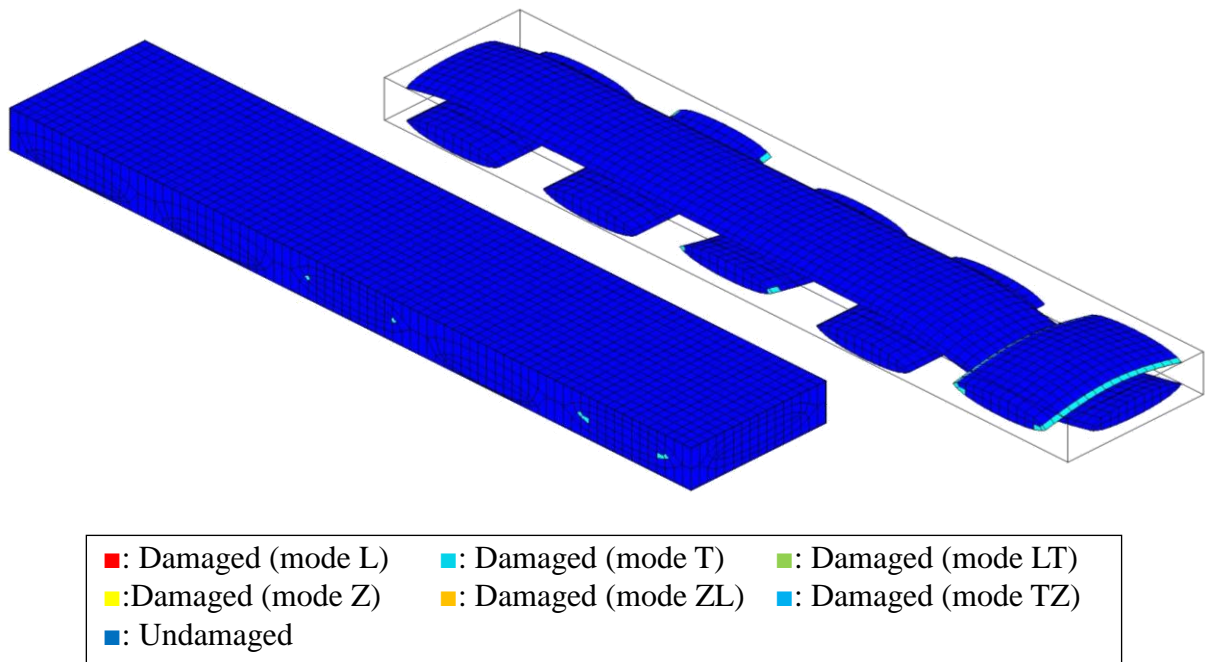


Fig. 3.15 Microscopic damage distribution in *C* at macroscopic strain $E_{11} = 0.84\%$.

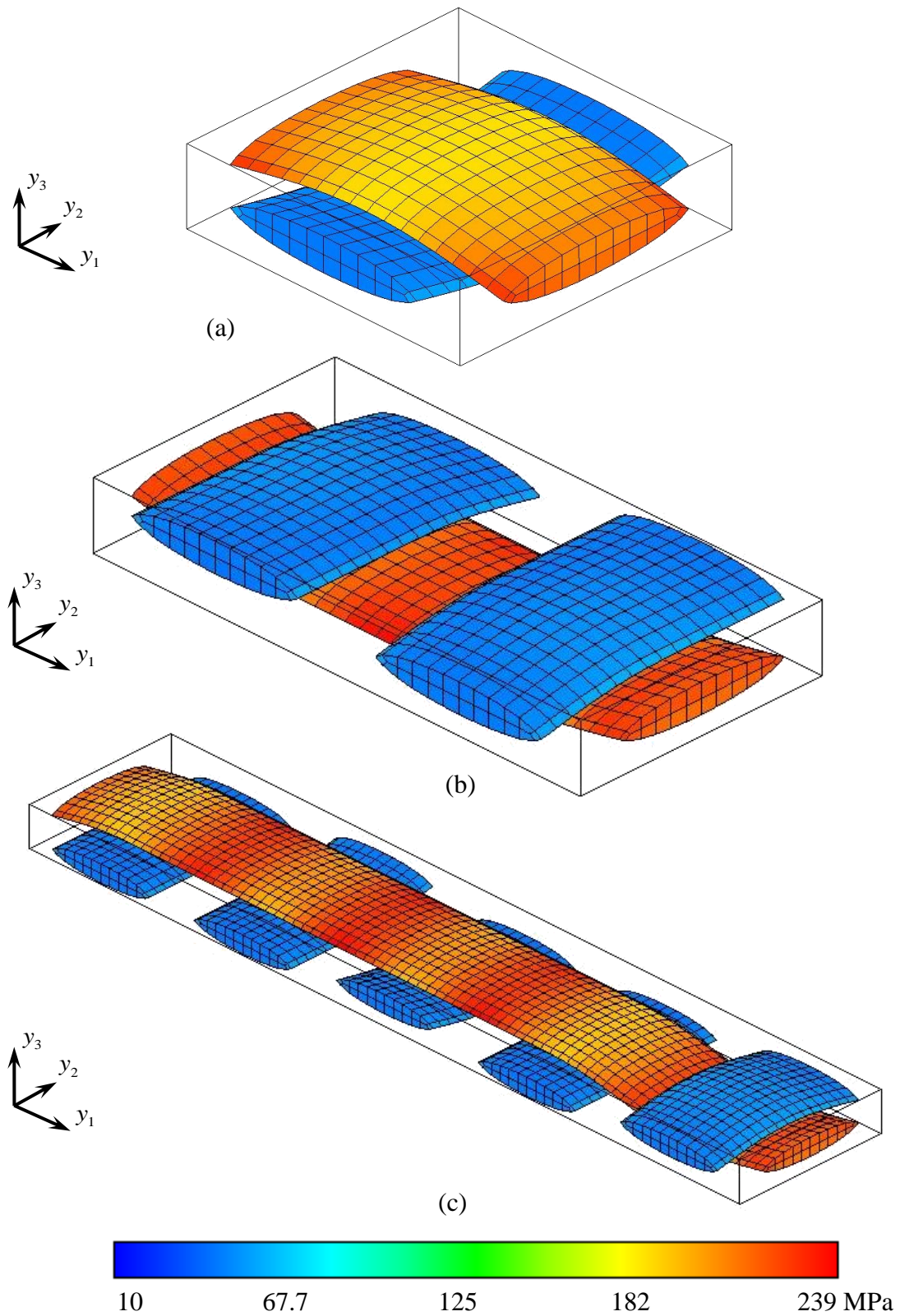


Fig. 3.16 Distributions of microscopic stress σ_{11} at macroscopic strain $E_{11}=0.5\%$; (a) fiber bundles in A, (b) fiber bundles in B and (c) fiber bundles in C.

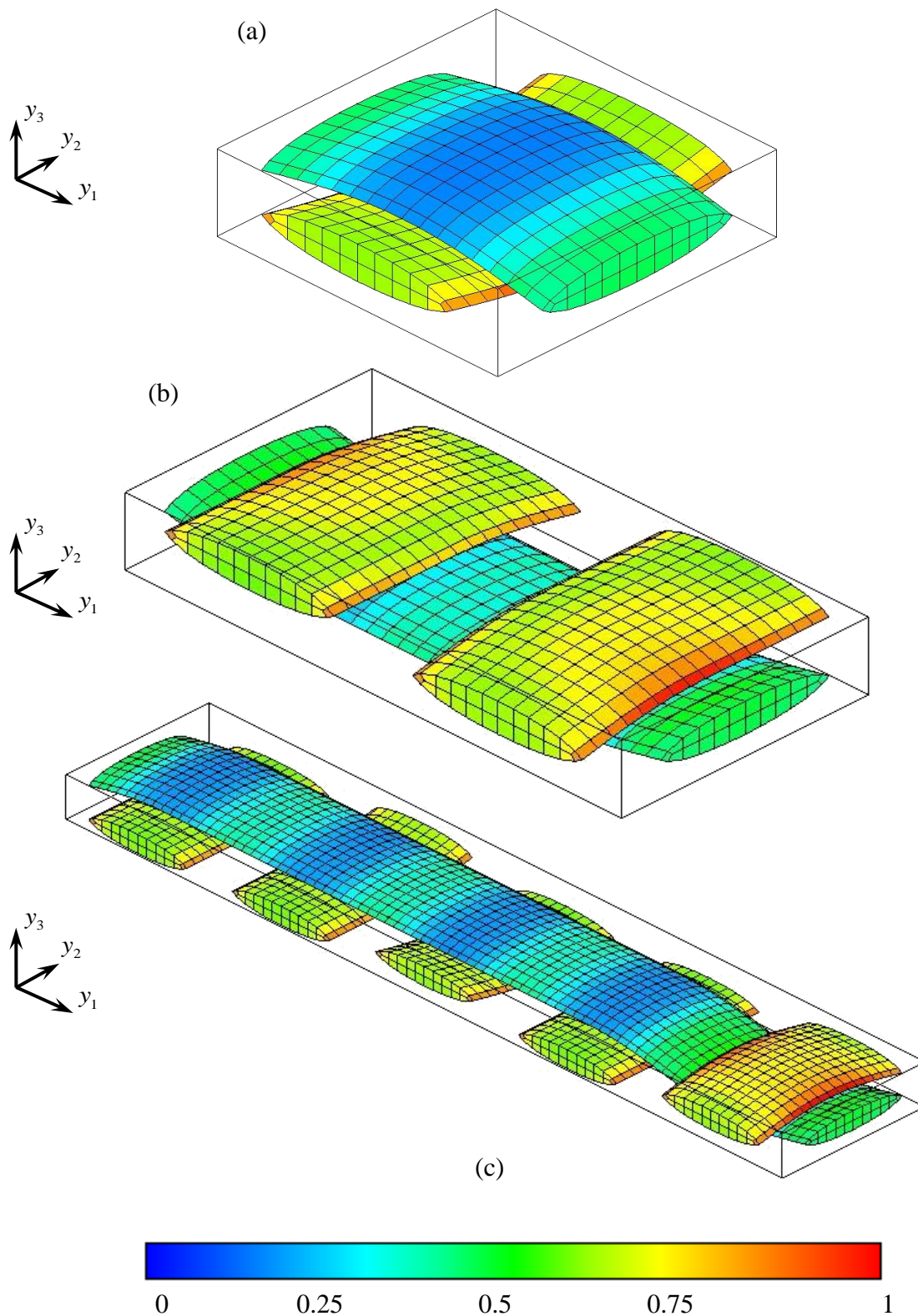


Fig. 3.17 Distributions of F value at macroscopic strain $E_{11}=0.5\%$; (a) fiber bundles in A, (b) fiber bundles in B and (c) fiber bundles in C.

(2) $E_{11}=1.0\%$ 時

図 3.18 に $E_{11}=1.0\%$ 時の各複合材料における繊維束の微視的損傷分布図を示す。図 3.18 より、いずれの織構造の場合でも、(1)で発生した warp 端部のモード T 損傷がさらに進展していくことがわかる。この損傷はトランスバースクラックと呼ばれ、先行研究[9,11,13]において実験的にも観察されている。以降、上記の損傷付近の樹脂に、損傷が発生し進展していく。これは繊維束の損傷に伴う剛性低下を樹脂が負担するからである。この傾向は、図 3.19 に示す E_{11} が 1.0%時の F 値分布図（樹脂のみ）により、warp の端部付近の樹脂要素の F 値が 1 に近いことから確認できる。

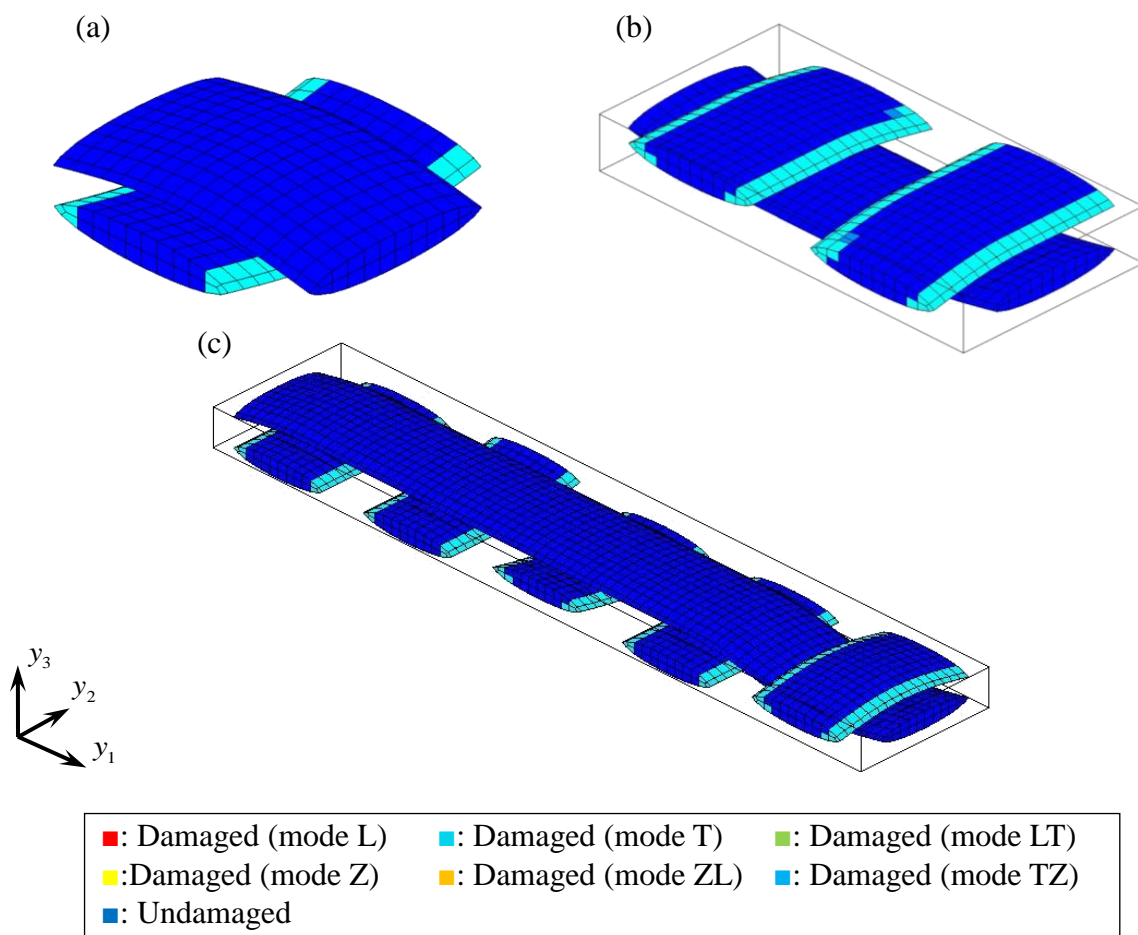


Fig. 3.18 Microscopic damage distributions at macroscopic strain $E_{11}=1.0\%$; (a) fiber bundles in A, (b) fiber bundles in B and (c) fiber bundles in C.

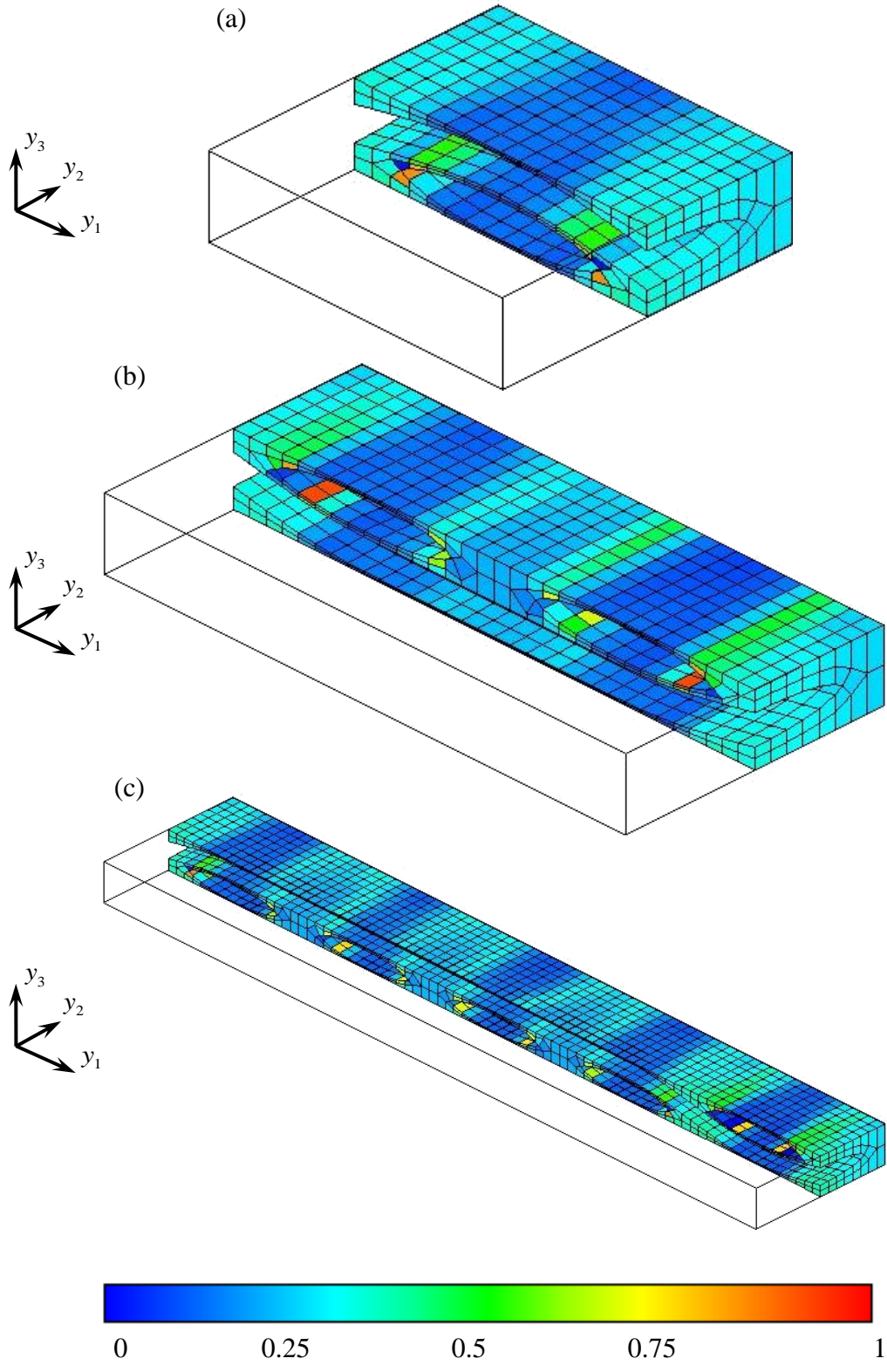


Fig. 3.19 Distributions of F value at macroscopic strain $E_{11}=1.0\%$; (a) matrix in A , (b) matrix in B and (c) matrix in C .

(3) 最大応力後の急激な応力低下前（平織： $E_{11}=1.41\%$ ， 2×2 綾織： $E_{11}=1.29\%$ ，5 本朱子織： $E_{11}=1.12\%$ ）

図 3.20～3.22 に最大応力値に達し，急激に応力低下する直前の微視的損傷分布図を示す．図 3.20 は平織複合材料，図 3.21 は 2×2 綾織複合材料，図 3.22 は 5 本朱子織複合材料である．図 3.20～3.22 より，いずれの織構造においても，warp 端部付近に発生した樹脂損傷が基本セルの表面まで達していることがわかる．しかし，その損傷分布は織構造によって異なっている．このような損傷分布になった

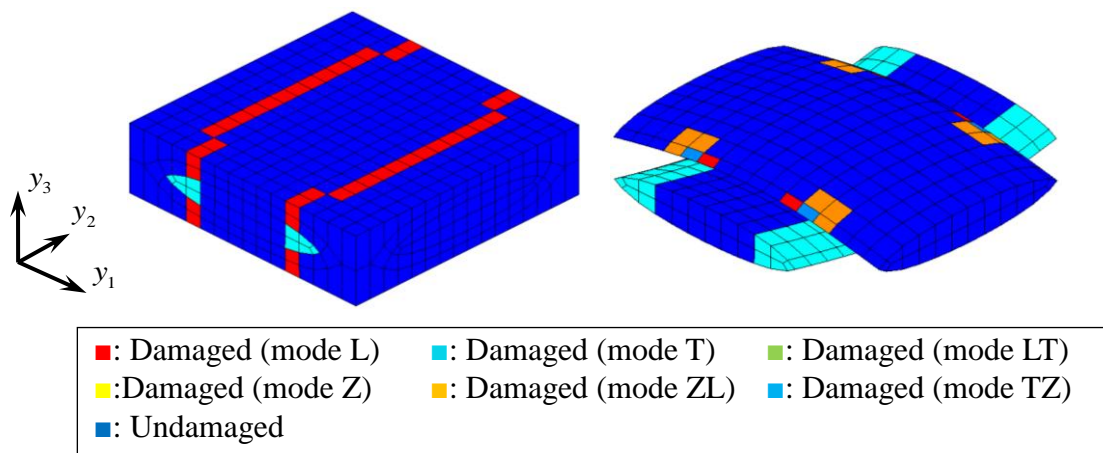


Fig. 3.20 Microscopic damage distribution in A at macroscopic strain $E_{11}=1.41\%$ just before the sudden stress drop.

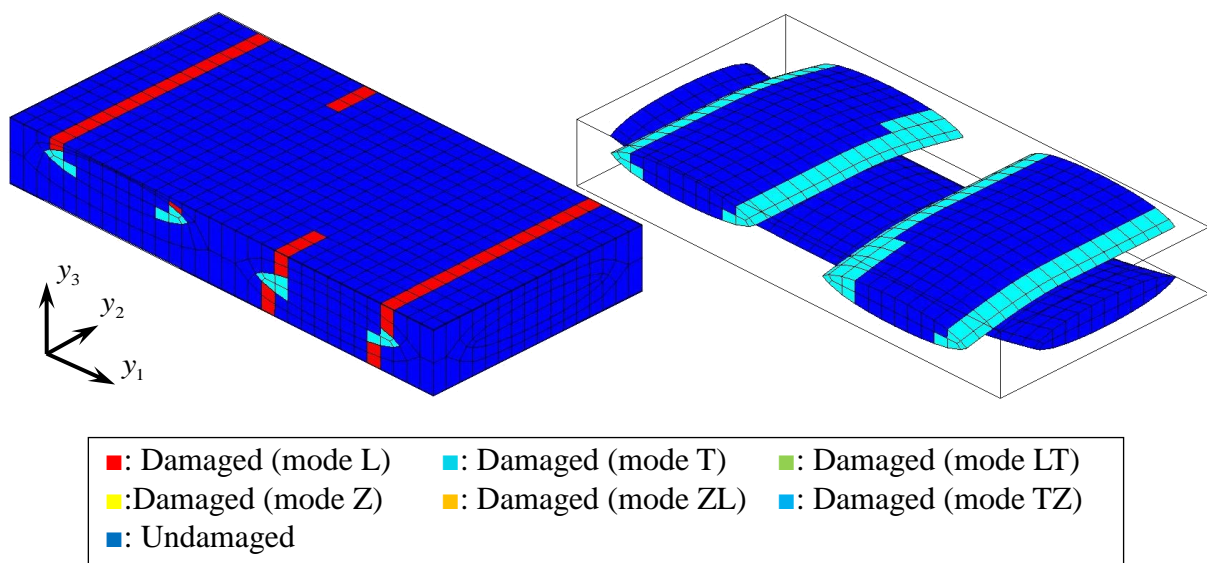


Fig. 3.21 Microscopic damage distribution in B at macroscopic strain $E_{11}=1.29\%$ just before the sudden stress drop.

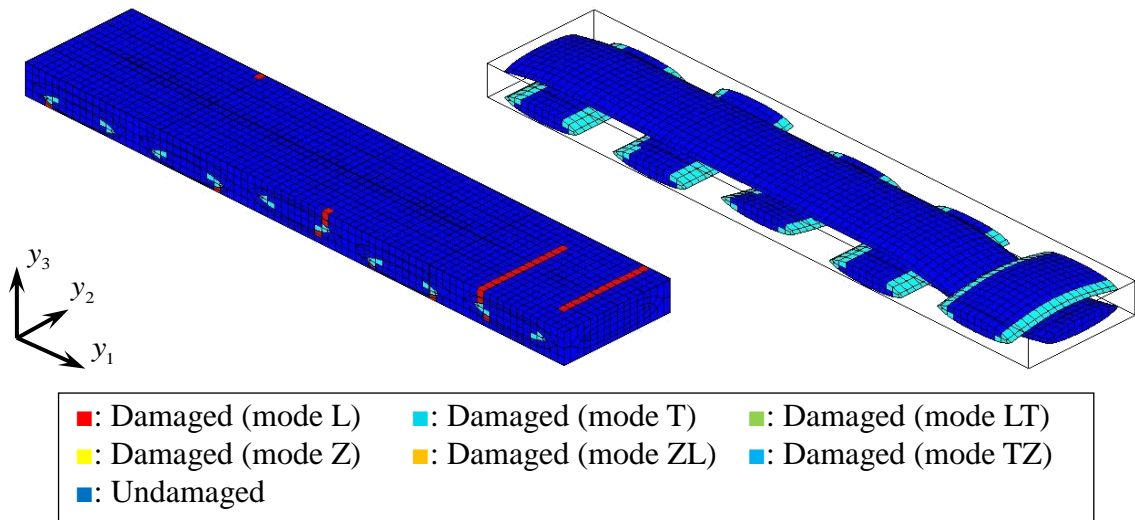


Fig. 3.22 Microscopic damage distribution in C at macroscopic strain $E_{11}=1.12\%$ just before the sudden stress drop.

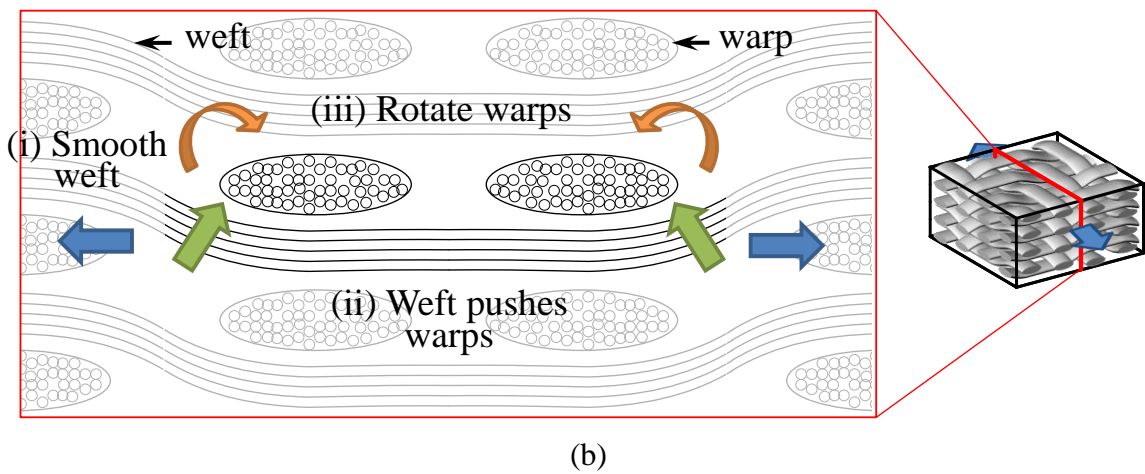
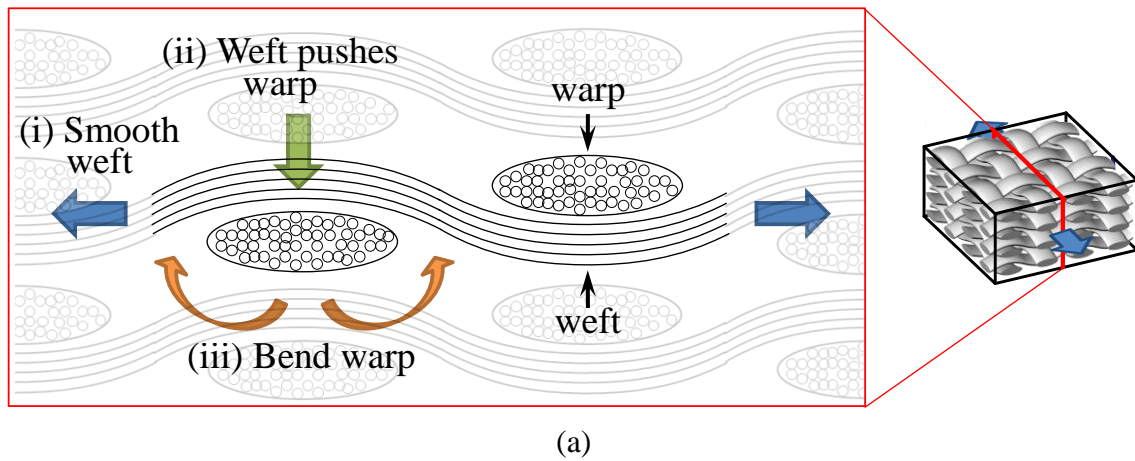


Fig. 3.23 Deformation mechanism when weft is smoothed; (a) plain-woven composite and (b) 2×2 twill-woven composite.

理由は、織構造による weft の平滑化に伴い、warp の変形挙動に違いが生じ、warp 端部から基本セル表面までの距離に差が生まれるからだと考えられる。図 3.23 は、平織複合材料と 2×2 綾織複合材料の weft の平滑化に伴う warp の変形挙動を示した模式図である。この図に示したように、平織では weft の平滑化に伴い warp に曲げ変形が起こるのに対し、2×2 綾織のように負荷方向における warp の数が weft の数と対応していない場合、曲げ変形は起こりづらく、回転変形が主体となる[13]。したがって、基本セルの表面までの距離が近い warp 端部と遠い warp 端部が発生する。(2)でも述べたように、warp 端部の剛性低下に伴い、その付近の樹脂は損傷するため、基本セルの表面までの距離が短い warp 端部付近の樹脂要素に損傷が発生し、図 3.20～3.22 のような損傷分布になったと考えられる。

(4) 急激な応力低下後(平織: $E_{11}=1.41\%$, 2×2 綾織: $E_{11}=1.29\%$, 5 本朱子織: $E_{11}=1.12\%$)

つづいて、図 3.24～3.26 に急激な応力低下が発生した直後の微視的損傷分布図を示す。図 3.24 は平織複合材料、図 3.25 は 2×2 綾織複合材料、図 3.26 は 5 本朱子織複合材料である。まず、一番単純な織構造である平織複合材料において、急激な応力低下前後での損傷挙動について考察する。図 3.20 および 3.24 より、まず weft クリンプ部端部にモード ZL 損傷が発生することがわかる。この weft の端部の損傷箇所注目すると、ちょうど warp のトランスバースクラック発生付近である。これは warp および樹脂の損傷進展に伴う剛性低下、ならびに weft の平滑化に伴う ZL せん断応力の増加に起因していると考えられる。その後、weft に発生したモード ZL 損傷が誘因となって、モード LT や TZ 損傷が発生し、応力集中した結果、モード L 損傷(繊維破断)が起きたと考えられる。したがって、3.3.5 項で議論した急激な応力低下は、上記の繊維破断によって発生したものと言える。

次に、図 3.24～3.26 より、織構造によって、明らかに繊維破断後の微視的損傷分布が異なることがわかる。具体的には、2×2 綾織と 5 本朱子織複合材料において繊維破断が起きた領域は、平織複合材料において繊維破断が起きた領域に比べて大きい。この理由について考察するために、図 3.27 に平織、2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料内部の weft における ZL せん断応力 σ_{ZL} 分布図を示す。図 3.27 より、2×2 綾織、5 本朱子織複合材料の場合、平織複合材料の場合に比べて、ク

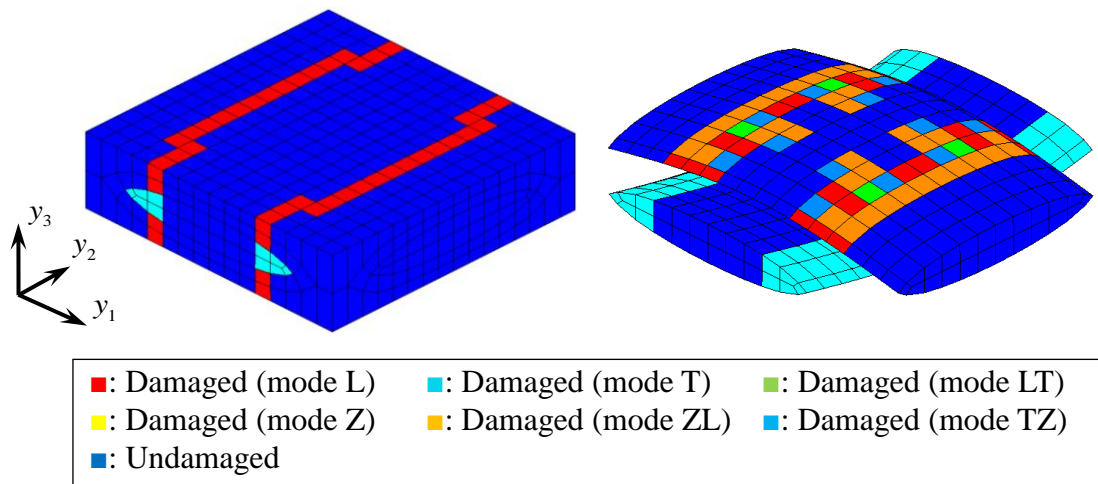


Fig. 3.24 Microscopic damage distribution in A at macroscopic strain $E_{11}=1.41\%$ just after the sudden stress drop.

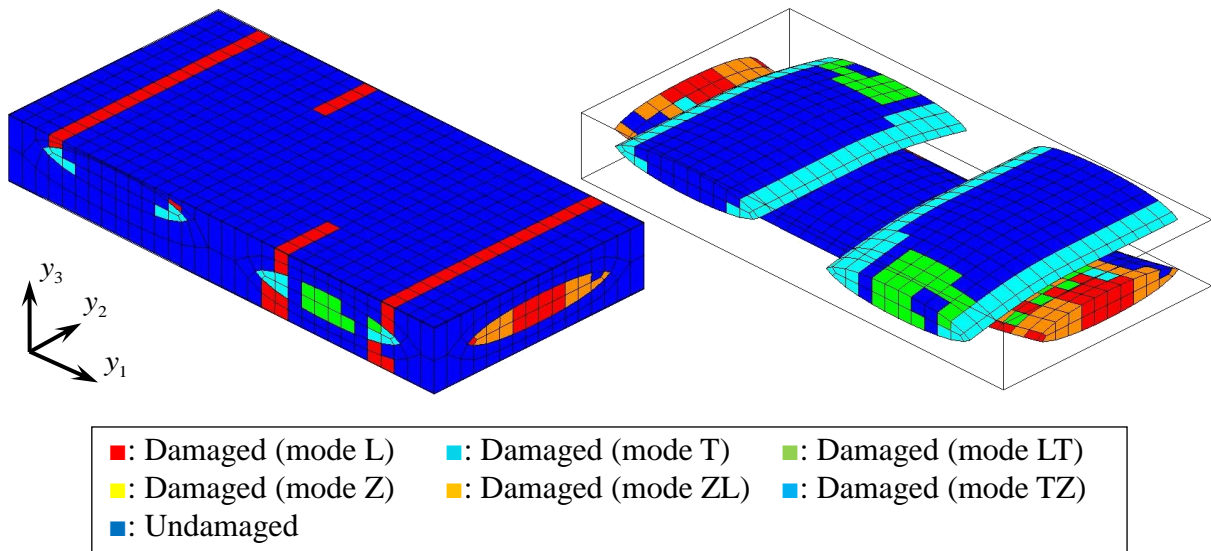


Fig. 3.25 Microscopic damage distribution in B at macroscopic strain $E_{11}=1.29\%$ just after the sudden stress drop.

リンプ部に比較的高いせん断応力が発生している。また、5本朱子織複合材料のせん断応力分布は、2×2綾織よりもクリンプ部全体に広がっていることがわかる。これらのことが、破断ひずみの織構造依存性を引き起こしたものと考えられる。

なお、平織、2×2綾織および5本朱子織のせん断応力分布に違いが見られたのは、(3)で考察したように、織構造によって局所的に面外変形のモードおよびそのしやすさが異なるからと考えられる。先行研究[115]においても、2×2綾織に比べて、5本朱子織は面外変形しやすく、繊維束に図 3.23(b)のような回転が起きやすいとの報告がある。

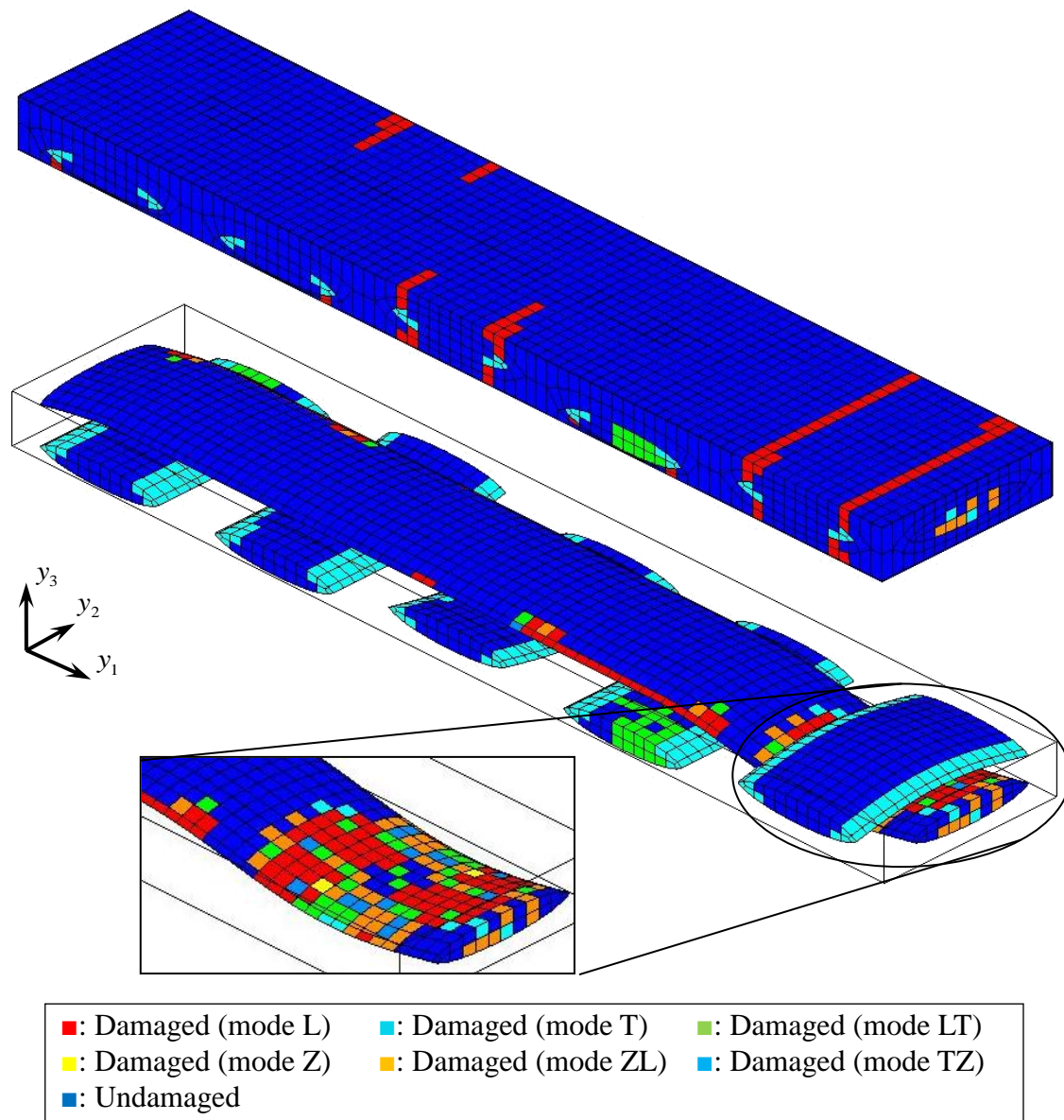


Fig. 3.26 Microscopic damage distribution in C at macroscopic strain $E_{11}=1.12\%$ just before the sudden stress drop.

以上の結果から、微視的損傷進展は、いずれの織構造の場合においても、warp 端部のモード T 損傷（トランスバースクラック）が発生するところから開始する。その後、モード ZL 損傷が誘因となってモード L 損傷（繊維破断）が起こる。しかし、織構造によって面外変形挙動が異なるから、モード ZL 損傷の支配的な原因となる ZL せん断応力 σ_{zL} 分布が変化する。その結果、最終的な微視的損傷進展に違いが生まれる。またこのような損傷挙動は先行研究による実験[9,11,13]と定性的に一致しているため、

本解析手法には妥当性があると考えられる。

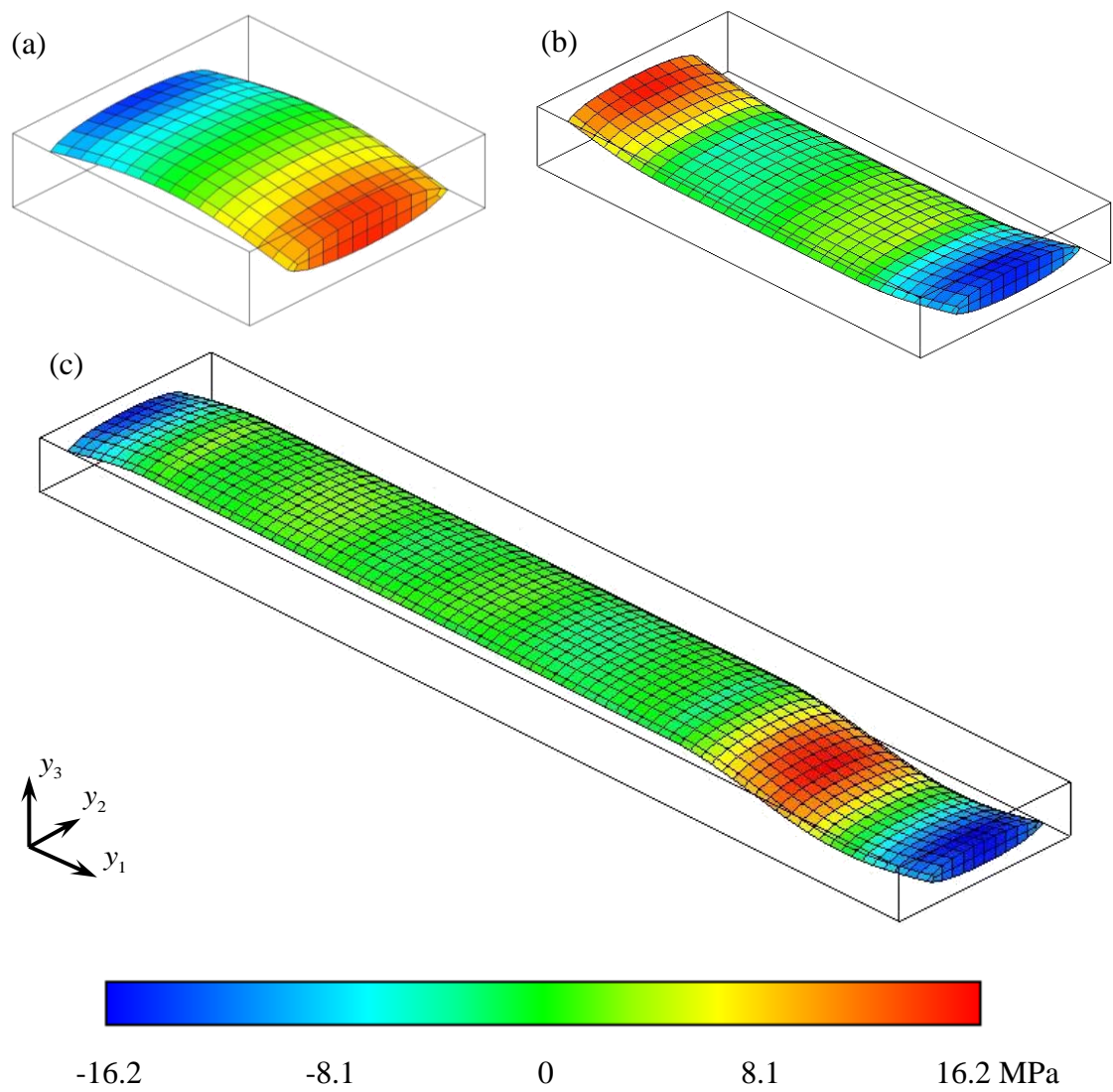


Fig. 3.27 Distributions of microscopic stress σ_{z_l} at macroscopic strain $E_{11} = 0.5\%$; (a) in *A*, (b) in *B* and (c) in *C*.

3.4 織物複合材料の損傷進展挙動に及ぼす成形時の熱残

留応力の影響

成形時の熱残留応力とは、樹脂を加熱して硬化させる際に与える大きな温度変化に伴い、繊維束と樹脂の CTE の違いによって成形後の積層板内部の繊維束・母材に発生・残留する応力のことを指す。このような熱残留応力は、複合材料の損傷挙動および強度に影響を及ぼす可能性があり、実際に UD 材を対象として、成形時の熱残留応力の繊維／母材界面垂直応力への影響や損傷発生箇所の変化、最終強度への影響が調査されてきた[116-120]。中でも界面における応力の変化は、UD 材に限らず織物複合材料においてもしばしば発生するトランスバースクラック[9,11-13]に強く関連するものであるから、熱残留応力の考慮の有無は、織物複合材料における巨視的強度や微視的損傷挙動にも影響を及ぼすことが予想される。その影響の調査も行われているが、平織複合材料等、限られた場合において実施されてきた[19,53]。そこで本節では、織物複合材料の成形時に発生する熱残留応力解析を実施し、その後、損傷進展解析を実施する。前節の解析結果との比較により、損傷進展挙動に及ぼす熱残留応力の影響を議論する。なお、解析対象および有限要素分割は前節と同様であるため省略する。

3.4.1 材料定数

前節と同様、繊維束は E-ガラス繊維／ビニルエステルの UD 材として横等方弾性体とみなし、一方、母材はビニルエステルとして等方弾性体と考えた。材料定数における弾性定数および材料強度は、3.3.3 項と同様である。また CTE は、先行研究[53]に基づき表 3.5 のように設定した。なお本章では、いずれの材料定数も温度依存性がないものとする。

Table 3.5 Coefficients of thermal expansion of fiber bundles and vinyl ester

(Uetsuji et al., 2007).

	Fiber bundles (E-glass-Vinyl ester)	Vinyl ester
Coefficient of Thermal Expansion(CTE)[1/K]	α_L 7.09×10^{-6} α_T 4.05×10^{-5} α_z 4.05×10^{-5}	α 7.0×10^{-5}

3.4.2 負荷条件

平織，2×2綾織および5本朱子織複合材料に対し，成形時の冷却過程を想定し，樹脂硬化後100°Cから室温20°Cまでの巨視的一様温度変化 $\Delta T = -80^\circ\text{C}$ を与えた．その際，3.2.4項で示したように，材料の自由変形を許容し，巨視的応力 $\Sigma_{ij} = 0$ を与えた．その後 y_1 軸方向（weft方向）に一定の巨視的ひずみ速度 $\dot{E}_{11} = 10^{-5}\text{s}^{-1}$ を与え，3.3節と同様に最終破壊まで解析を行った．熱残留応力解析と損傷進展解析のいずれにおいても，3.3.4項と同様の境界条件を課した．

3.4.3 解析結果(弾性CTE $^\circ\alpha_{ij}$ の比較)

平織，2×2綾織および5本朱子織複合材料に対して，式(3.18)によって計算した織物複合材料の弾性CTE $^\circ\alpha_{ij}$ を表3.6に示す．表3.6より，面内方向（ y_1 - y_2 平面）における $^\circ\alpha_{ij}$ は，どの織構造においてもほぼ同じである．一方で，面外方向（ y_3 軸方向）における $^\circ\alpha_{ij}$ は，他の織構造に比べて微小ではあるが平織が小さい．これは，平織の基本セルが，他の基本セルに比べてクリンプ率が大きいことが原因だと考えられる．繊維束と樹脂のCTEを比較した際に，繊維束の方がはるかに小さい．したがって，織物複合材料に温度変化が与えられた際には，樹脂は大きく変形しようとするが，繊維束はあまり変形しないため，樹脂の変形を阻害すると考えられる．クリンプ率が大きい場合には，面外方向に繊維束が向く割合も多くなるから，平織複合材料の面外のCTEが低くなったと考えられる．

Table 3.6 Homogenized coefficients of thermal expansion of plain / 2×2 twill / 5H satin-woven composites.

	Plain		2×2 twill		5H satin	
Coefficient of thermal expansion[1/K]	${}^e\alpha_{11}$	2.54×10^{-5}	${}^e\alpha_{11}$	2.53×10^{-5}	${}^e\alpha_{11}$	2.53×10^{-5}
	${}^e\alpha_{22}$	2.54×10^{-5}	${}^e\alpha_{22}$	2.53×10^{-5}	${}^e\alpha_{22}$	2.53×10^{-5}
	${}^e\alpha_{33}$	7.27×10^{-5}	${}^e\alpha_{33}$	7.33×10^{-5}	${}^e\alpha_{33}$	7.34×10^{-5}

3.4.4 解析結果(微視的熱残留応力分布の比較)

まず、図 3.28 に、平織、2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の y_1 軸方向微視的熱残留応力分布 $\sigma_{11}^{\text{thermal}}$ を示す。図 3.28 より、いずれの織構造においても樹脂には引張応力が発生しており、 y_1 軸方向繊維束である weft には -70MPa もの圧縮応力が発生していることがわかる。これは 3.4.3 項で述べた繊維束と樹脂の CTE のミスマッチが原因であると考えられる。いま、温度変化 ΔT の符号は負であるから、樹脂は等方的に収縮しようとする。しかし weft は、樹脂に比べ y_1 軸方向にほとんど変形しない。したがって、weft に大きな圧縮応力が発生したと考えられる。これに対し、 y_2 軸方向繊維束である warp には、引張応力が発生している。これは warp の y_1 軸方向の CTE である α_T が樹脂の CTE と同じオーダーであるため、樹脂と同等の挙動を示したものと考えられる。なお本章での織物複合材料の幾何学的対称性から、 y_2 軸方向微視的熱残留応力分布 $\sigma_{22}^{\text{thermal}}$ は、微視的熱残留応力分布 $\sigma_{11}^{\text{thermal}}$ の y_1 軸方向成分と y_2 軸方向成分を入れ替えたものであるため、本論文では省略する。

次に、図 3.29 に平織、2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の y_3 軸方向微視的熱残留応力分布 $\sigma_{33}^{\text{thermal}}$ を示す。図 3.29 より、この場合も織構造による顕著な違いは見られず、warp と weft が重なっている交差部で比較的高い圧縮応力が発生し、逆に繊維束が存在せず樹脂リッチな箇所では引張応力が発生していることがわかる。このような応力分布になった理由としては、交差部は熱変形量が少なく、逆に樹脂リッチな箇所は熱変形量が多いことが考えられる[22]。

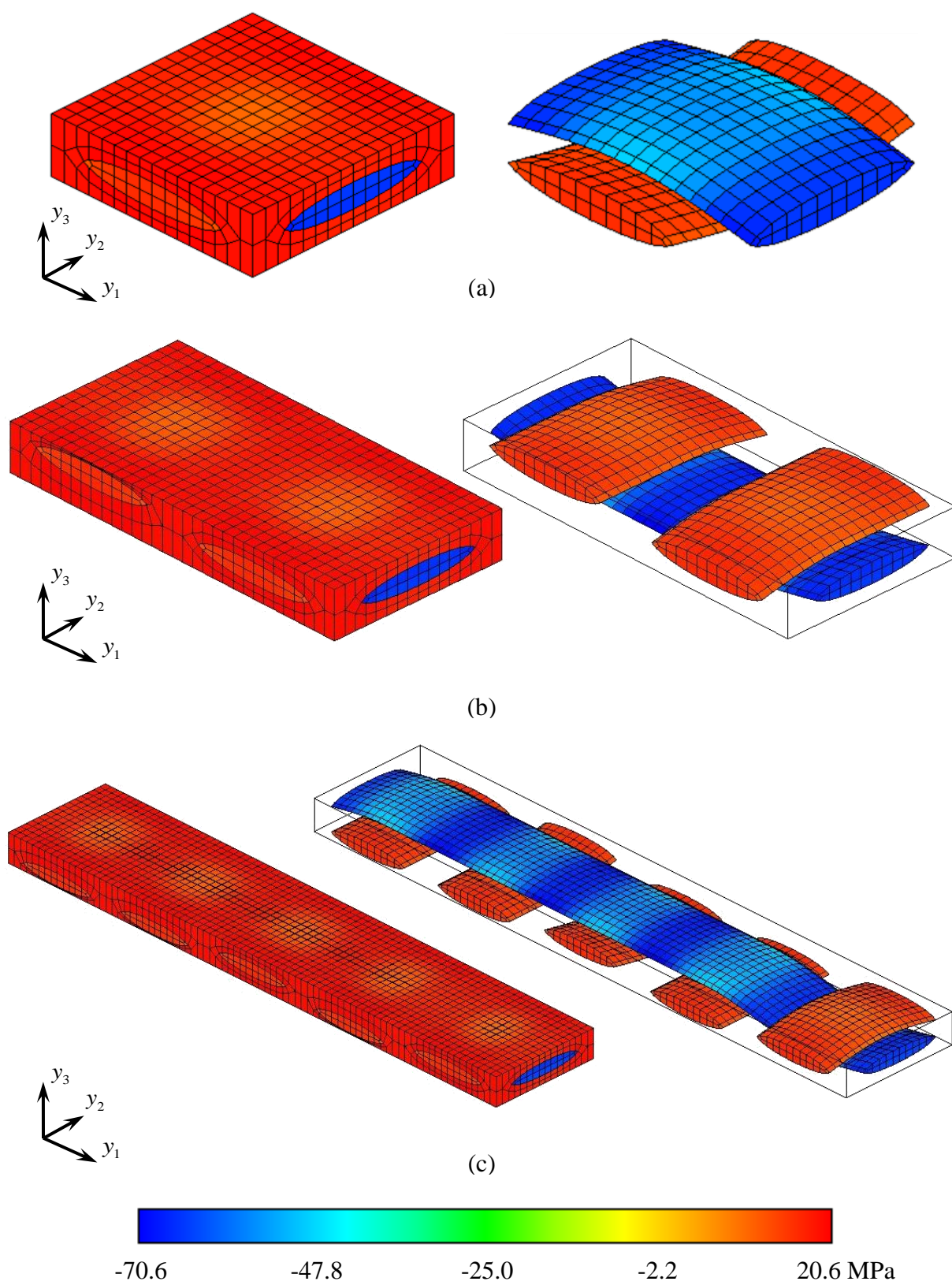


Fig. 3.28 Distributions of microscopic thermal residual stress $\sigma_{11}^{\text{thermal}}$ in (a) *A*, (b) *B* and (c) *C*.

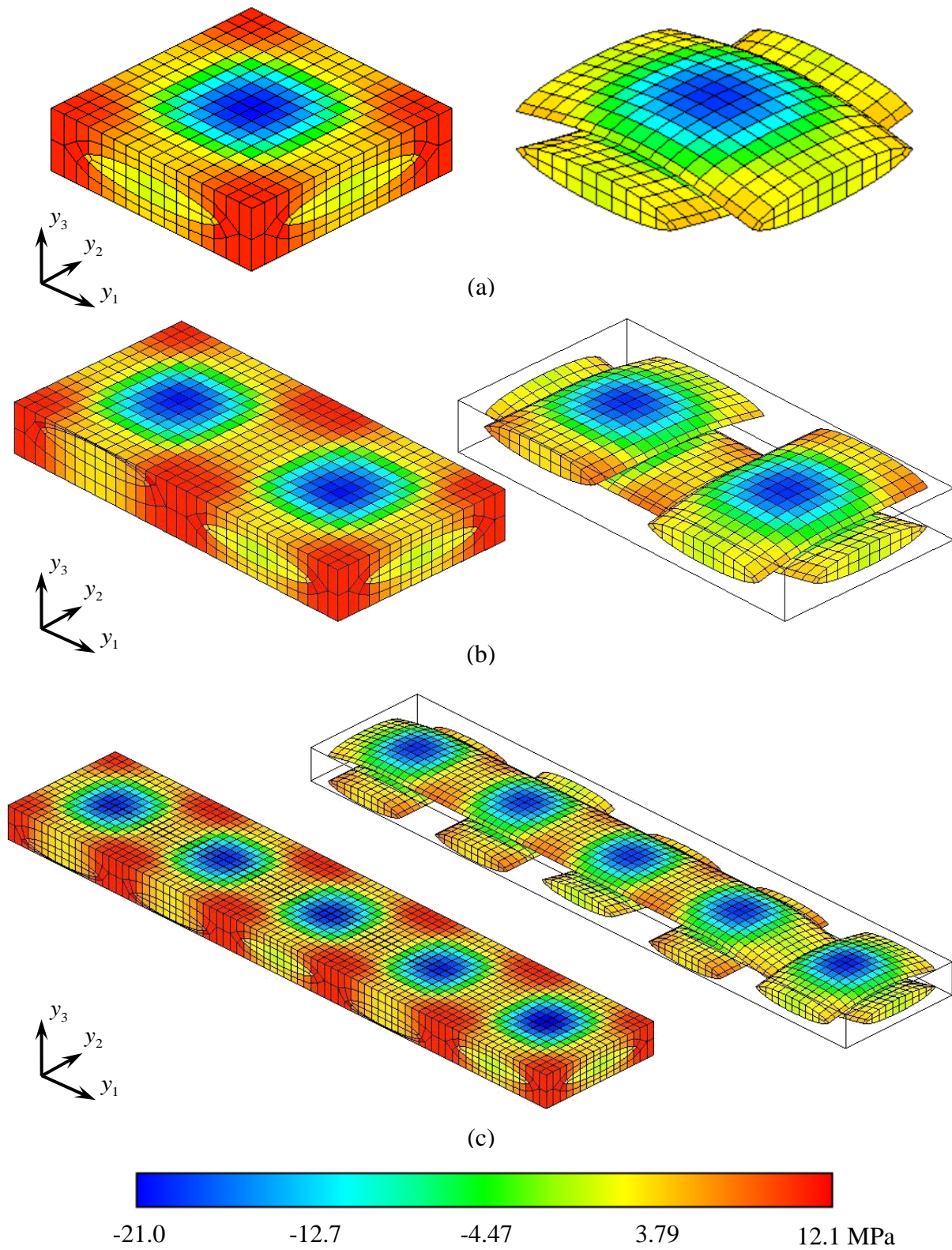


Fig. 3.29 Distributions of microscopic thermal residual stress $\sigma_{33}^{\text{thermal}}$ in (a) *A*, (b) *B* and (c) *C*.

3.4.5 解析結果(巨視的損傷挙動の比較)

巨視的な損傷挙動について考察する．図 3.30 に熱残留応力を考慮した場合の平織， 2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の負荷方向巨視的応力-ひずみ ($\Sigma_{11}-E_{11}$) 関係を示す．図 3.30 より，いずれの織構造の場合にも，巨視的ひずみ E_{11} が 0.82%付近で初期損傷が発生している．このことから，織構造の違いは初期損傷発生時の負荷方向応力やひずみにあまり影響を及ぼさないと言え，これは熱残留応力を考慮しなかった 3.3.5 項の結果 (図 3.12) と同じ傾向である．しかし，初期損傷発生時の E_{11} 自体は，図 3.12 の場合と比べて 0.04%程度小さいことがわかった．表 3.7 に，熱残留応力を考慮した場合の初期損傷発生時における負荷方向応力とひずみの値をまとめる．

その後は，概ね 3.3.5 項の結果と同様な傾向で損傷が進展していくが，最終破断前の応力再配分時の応力低下の度合は，熱残留応力を考慮しない場合に比べて大きいことがわかる．最大応力後の急激な応力低下前後に関しては，熱残留応力を考慮しない場合と同様に，破断ひずみには顕著な織構造依存性が見られ，これに対して，最大応力値にはあまり織構造依存性は見られなかった．表 3.8 に，熱残留応力を考慮した場合の最大応力値と破断ひずみの値をまとめる．

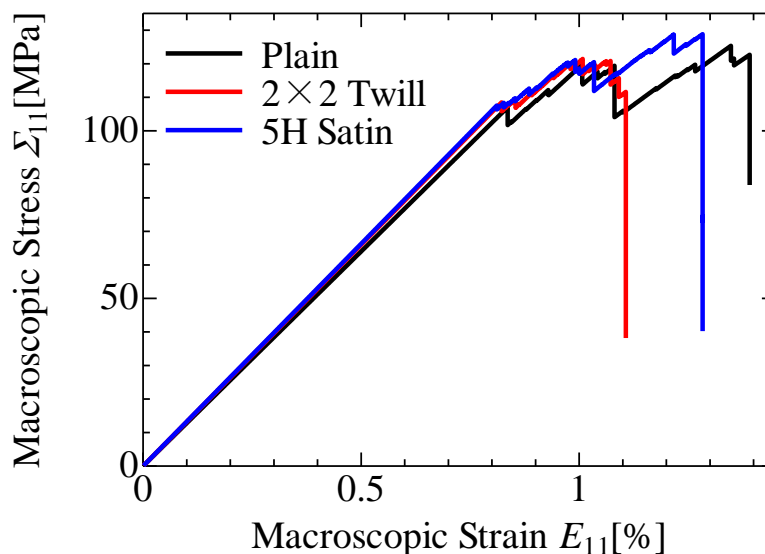


Fig. 3.30 Macroscopic stress-strain relations of plain / 2×2 twill / 5H satin-woven GFRP composites with thermal residual stress.

Table 3.7 Macroscopic stress and macroscopic strain of plain / 2×2 twill / 5H satin-woven GFRP composites at the initial damage with thermal residual stress.

	Macroscopic stress Σ_{11} [MPa]	Macroscopic strain E_{11} [%]
Plain	107	0.84
2×2 twill	108	0.82
5H Satin	108	0.81

Table 3.8 Macroscopic maximum stress and macroscopic fracture strain of plain / 2×2 twill / 5H satin-woven GFRP composites with thermal residual stress.

	Macroscopic maximum stress Σ_{11} [MPa]	Macroscopic fracture strain E_{11} [%]
Plain	125.4	1.39
2×2 twill	121.4	1.11
5H Satin	128.8	1.28

図 3.31～3.33 は、各織物複合材料の熱残留応力を考慮した場合の巨視的応力-ひずみ関係とともに、3.3 節での解析結果も併せて掲載している。図 3.31～3.33 を見ると、熱残留応力の有無により、平織、2×2 綾織および 5 本朱子織複合材料の最大応力値にそれぞれ、14%、17%および 6%も差が生じていることがわかる。これらのことは、仮に熱残留応力を考慮せずに材料設計した場合には危険側に見積もる可能性があることを意味するから、留意すべき結果である。また、熱残留応力が破断ひずみに及ぼす影響に注目すると、平織の場合、あまり影響は見られないが、2×2 綾織の場合、熱残留応力を考慮すると、破断ひずみが大幅に減少することがわかる。また 5 本朱子織の場合は、最大応力値は減少するものの、破断ひずみは増加することがわかる。

以降では、微視的損傷進展挙動を見ることで、上記の通り熱残留応力の有無によって巨視的損傷挙動に差が生じた原因について考察する。

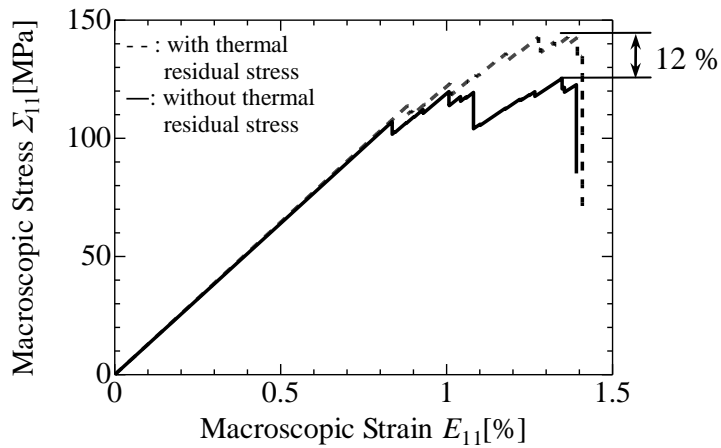


Fig. 3.31 Macroscopic stress-strain relations of plain-woven GFRP composite with / without thermal residual stress.

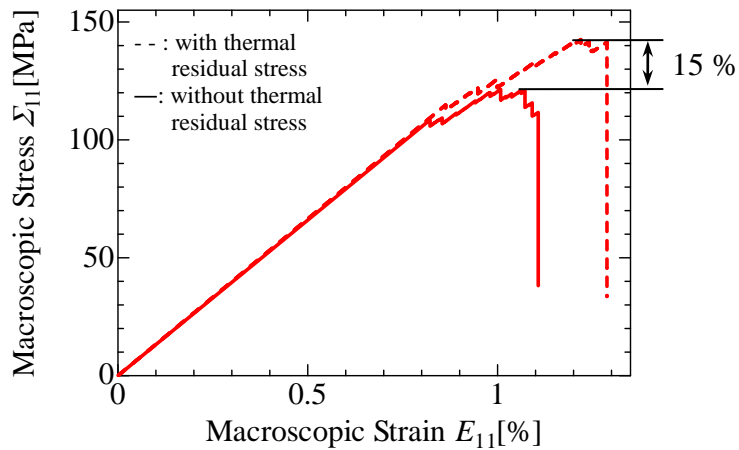


Fig. 3.32 Macroscopic stress-strain relations of 2×2 twill-woven GFRP composite with / without thermal residual stress.

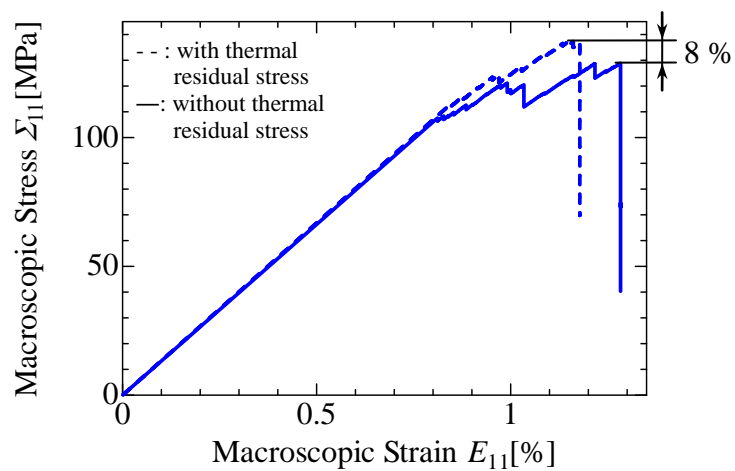


Fig. 3.33 Macroscopic stress-strain relations of 5H satin-woven GFRP composite with / without thermal residual stress.

3.4.6 解析結果(微視的損傷進展挙動の比較)

本項では、(1)初期損傷発生前 ($E_{11}=0.5\%$ 時)、(2)初期損傷発生時、(3) $E_{11}=1.0\%$ 時、(4)最大応力後の急激な応力低下前、(5)急激な応力低下後に分けて、それぞれの織物複合材料に対して、微視的損傷進展挙動を確認する。

(1) 初期損傷発生前 ($E_{33}=0.5\%$ 時)

熱残留応力による微視的損傷進展挙動の影響を調査するため、図 3.34~3.36 に損傷が発生していない $E_{11}=0.5\%$ 時における F 値分布図を示す。図 3.34 は平織複合材料、図 3.35 は 2×2 綾織複合材料、図 3.36 は 5 本朱子織複合材料であり、それぞれに対し熱残留応力を考慮した場合の結果だけでなく、熱残留応力を考慮しなかった場合の結果 (3.3 節の結果) も併せて載せている。図 3.34~3.36 より、成形時に発生した微視的熱残留応力によって、 F 値分布が変化していることがわかる。熱残留応力を考慮した場合の F 値は、樹脂、繊維束にかかわらず、熱残留応力を考慮しない場合に比べ 2 倍ほど高い。特に、熱残留応力を考慮した場合の warp 端部は、いずれの織構造においても、約 0.52 と各基本セル内で相対的に高い値を示している。この理由は、3.4.4 項で考察したように、warp の T 方向には引張の熱残留応力が働いているからだと考えられる。一方で warp と weft が上下に重なる部分においては、熱残留応力を考慮した場合の F 値の方が、熱残留応力を考慮しない場合より低くなっている。理由としては、これらの箇所は 3.4.4 項において考察した積層方向の圧縮応力の発生箇所 (図 3.29 参照) に対応しており、本研究で損傷判定に用いている Hoffman 則 (式(3.1)) の第 6 項の符号が負となるため、 F 値が小さくなったからと考えられる。

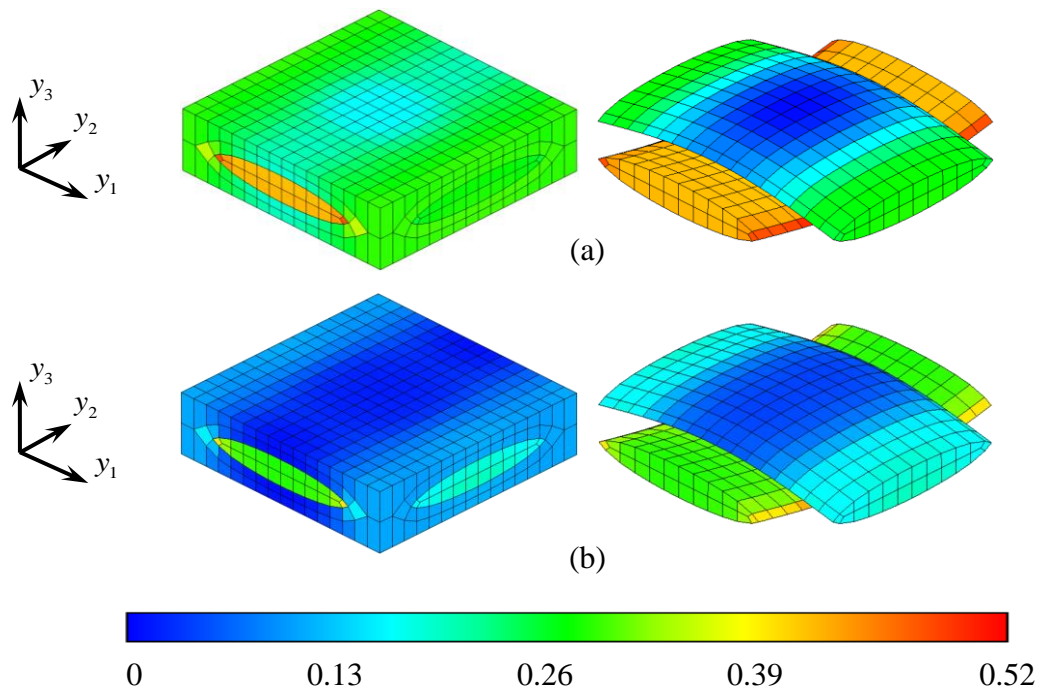


Fig. 3.34 Distributions of F value in A at macroscopic strain $E_{11} = 0.5\%$; (a) with thermal residual stress and (b) without thermal residual stress.

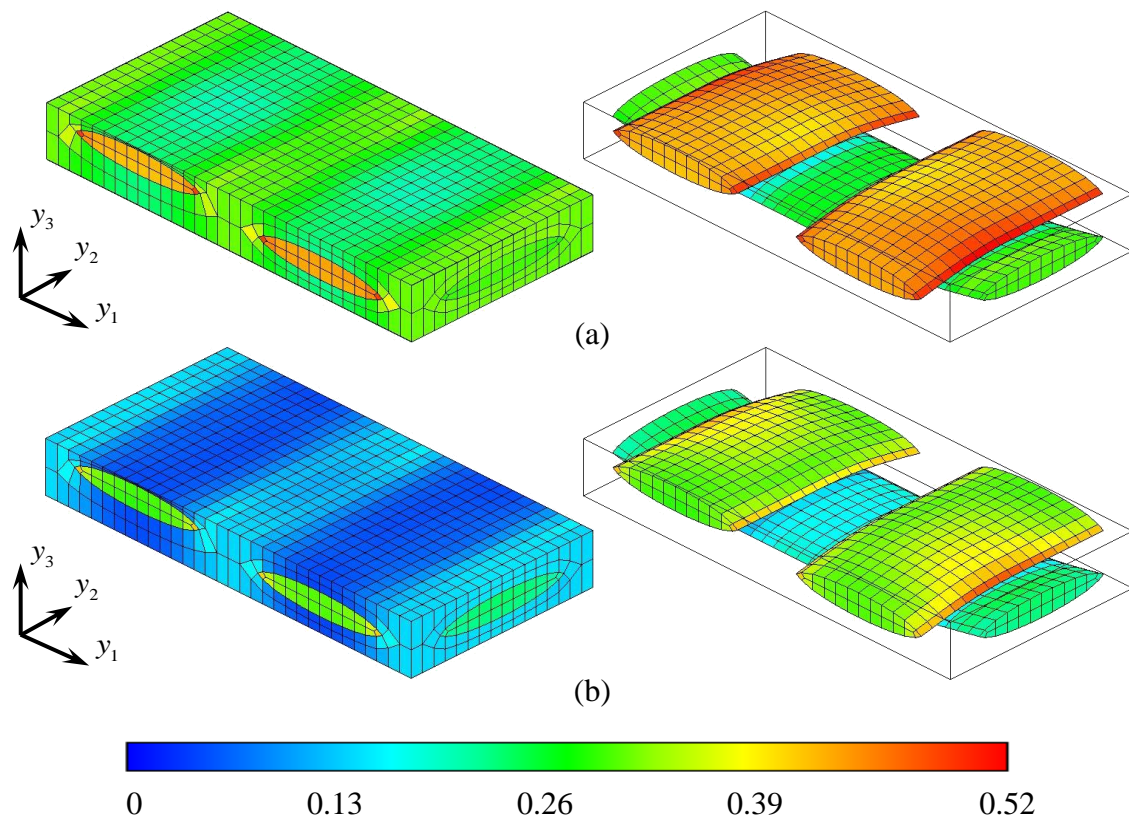


Fig. 3.35 Distributions of F value in B at macroscopic strain $E_{11} = 0.5\%$; (a) with thermal residual stress and (b) without thermal residual stress.

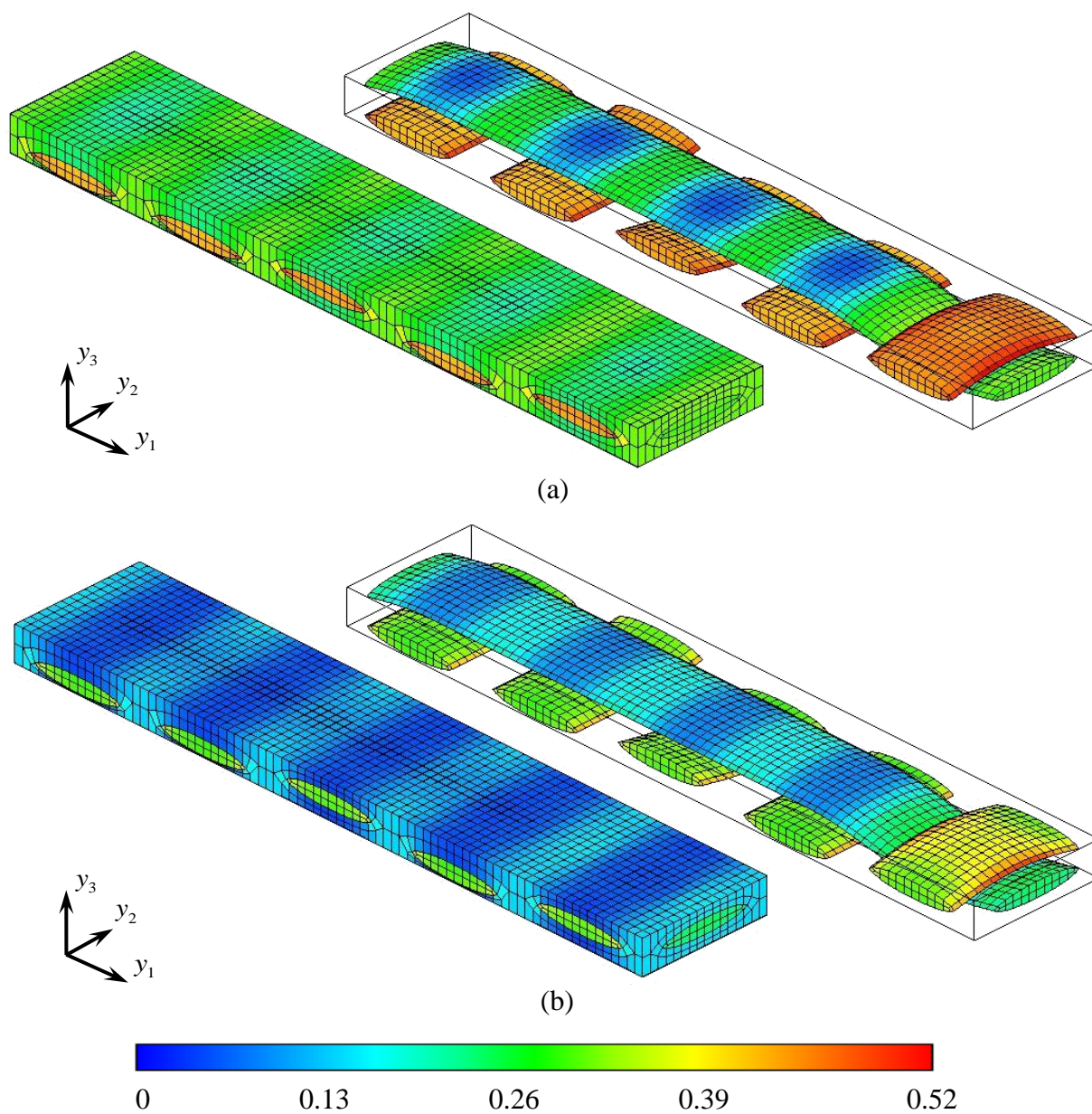


Fig. 3.36 Distributions of F value in C at macroscopic strain $E_{11} = 0.5\%$;
 (a) with thermal residual stress and (b) without thermal residual stress.

(2) 初期損傷発生時 (平織: $E_{11}=0.84\%$, 2×2 綾織: $E_{11}=0.82\%$, 5 本朱子織: $E_{11}=0.81\%$)

図 3.37～3.39 に初期損傷発生時の微視的損傷分布図を示す. 図 3.37 は平織複合材料, 図 3.38 は 2×2 綾織複合材料, 図 3.39 は 5 本朱子織複合材料である. 図 3.37～3.39 より, いずれの織構造の場合でも熱残留応力を考慮しない場合と同様に, 初期損傷として負荷直交繊維束である warp にトランスバースクラック (モード T

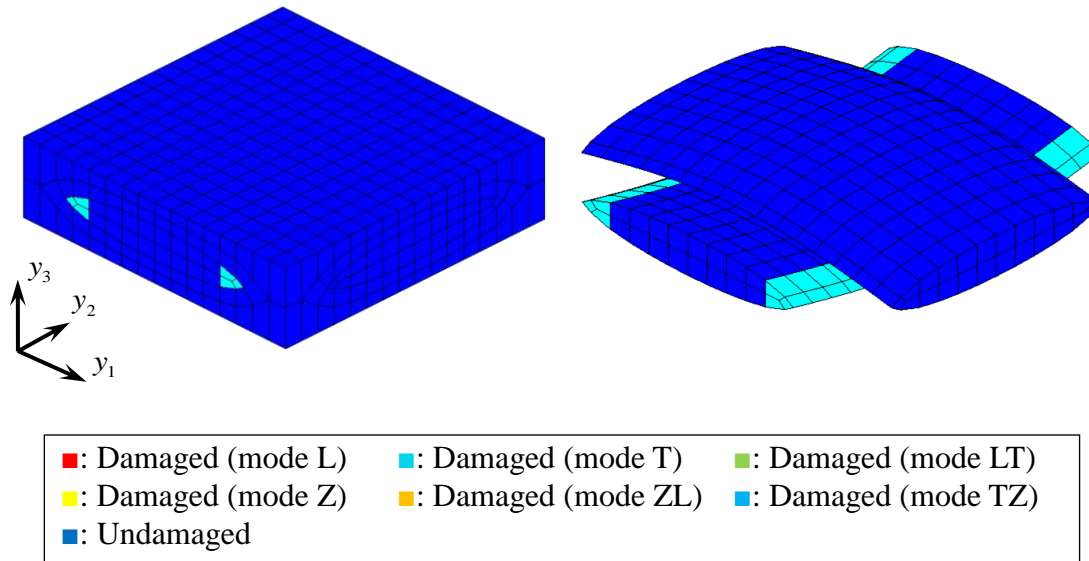


Fig. 3.37 Microscopic damage distribution in A at macroscopic strain $E_{11}=0.84\%$ with thermal residual stress.

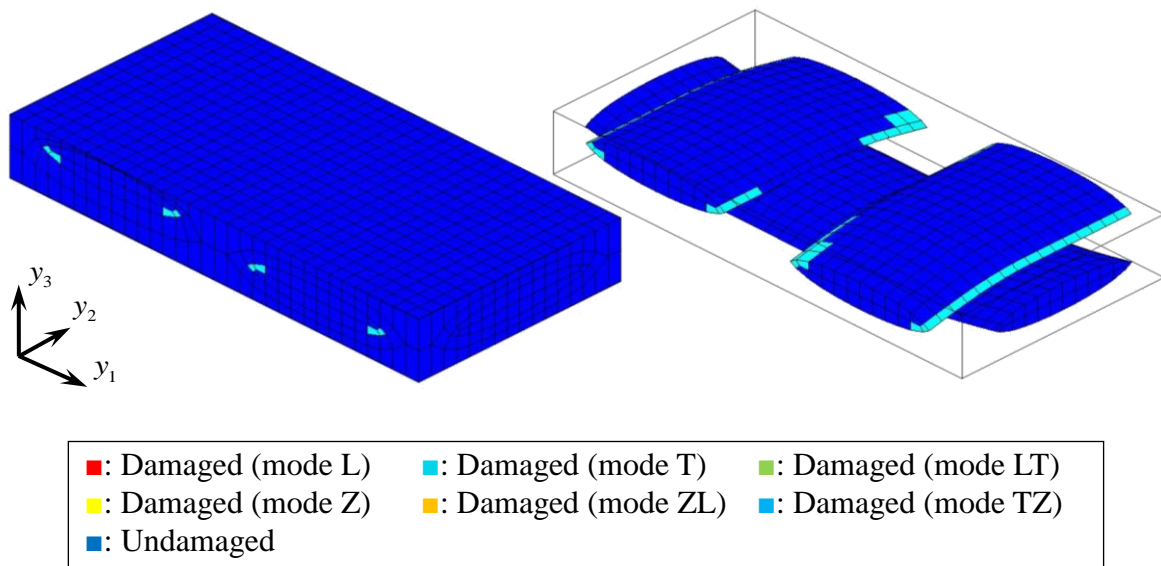


Fig. 3.38 Microscopic damage distribution in B at macroscopic strain $E_{11}=0.82\%$ with thermal residual stress.

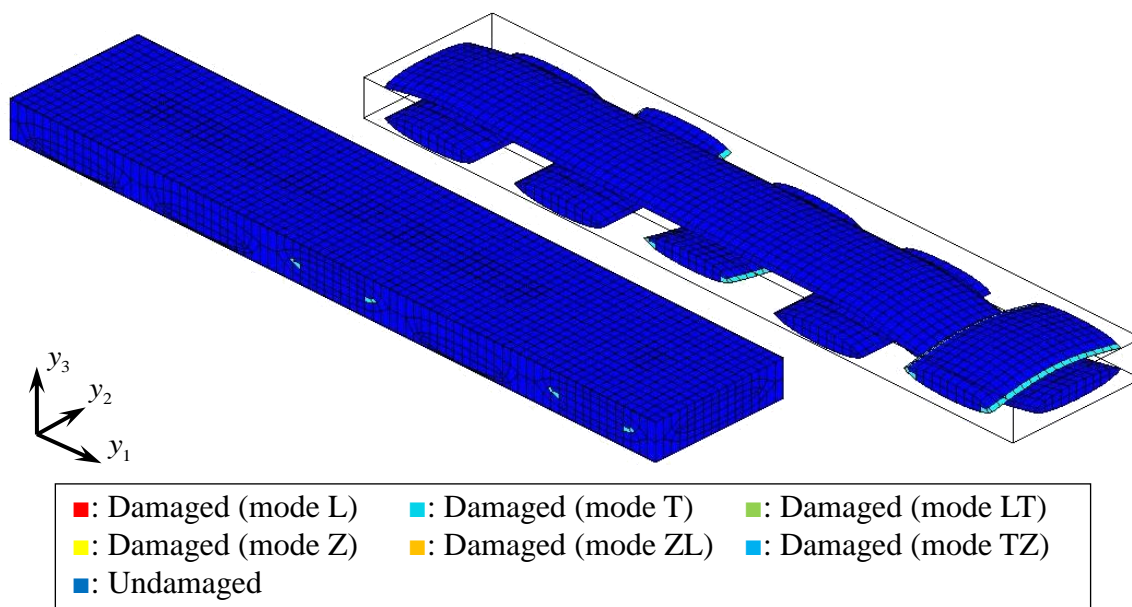


Fig. 3.39 Microscopic damage distribution in C
at macroscopic strain $E_{11}=0.81\%$ with thermal residual stress.

損傷)が発生した。しかし、熱残留応力を考慮していない図 3.13～3.15 の損傷分布図と比較すると、warp と weft が重ならない部分に、微小ではあるが上記の損傷が多く分布している。この理由は、(1)での考察の通り、熱残留応力によって warp の T 方向に引張応力が作用し、 F 値が大きくなるからと考えられる。

(3) $E_{11}=1.0\%$ 時

図 3.40～3.42 に $E_{11}=1.0\%$ 時の微視的損傷分布図を示す。図 3.40 は平織複合材料、図 3.41 は 2×2 綾織複合材料、図 3.42 は 5 本朱子織複合材料である。図 3.40 と図 3.18(a)を比べると、平織複合材料は、損傷進展の様子があまり変わらないことがわかる。一方、図 3.41 と図 3.18(b)を比べると、2×2 綾織複合材料は、warp のトランスバースクラックの進展が早いことがわかる。また、図 3.42 と図 3.18(c)を比べると、5 本朱子織複合材料は、warp のトランスバースクラックの進展が早く、また熱残留応力を考慮しない場合には発生しなかった箇所にもトランスバースクラックが発生した。図 3.41 と 3.42 からわかるように、2×2 綾織／5 本朱子織複合材料には、トランスバースクラックに起因する樹脂損傷が基本セルの表面に見られる。これは、熱残留応力を考慮しない場合に比べて発生するのが早い。理由とし

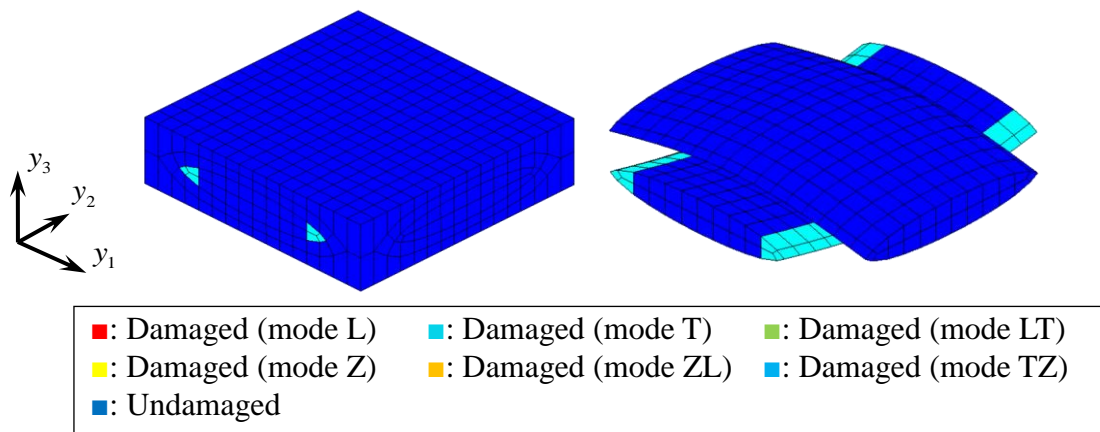


Fig. 3.40 Microscopic damage distribution in *A* at macroscopic strain $E_{11}=1.0\%$ with thermal residual stress.

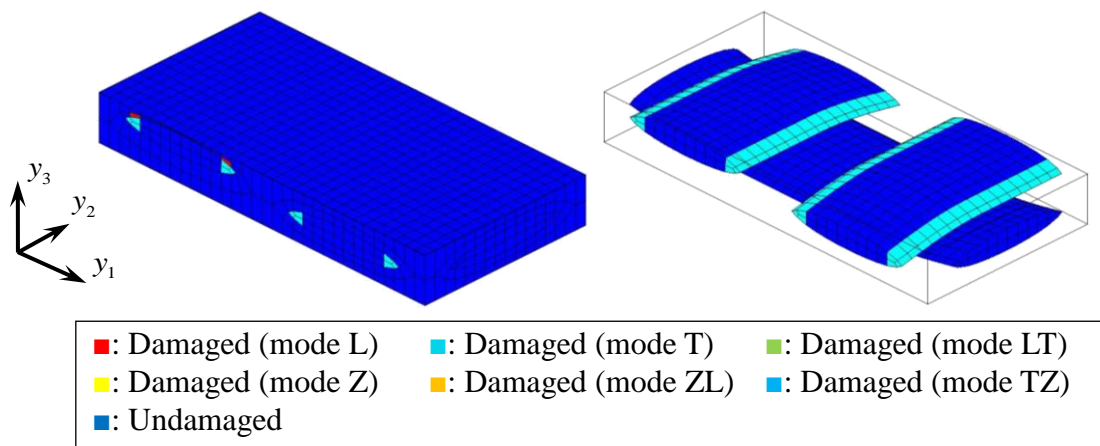


Fig. 3.41 Microscopic damage distribution in *B* at macroscopic strain $E_{11}=1.0\%$ with thermal residual stress.

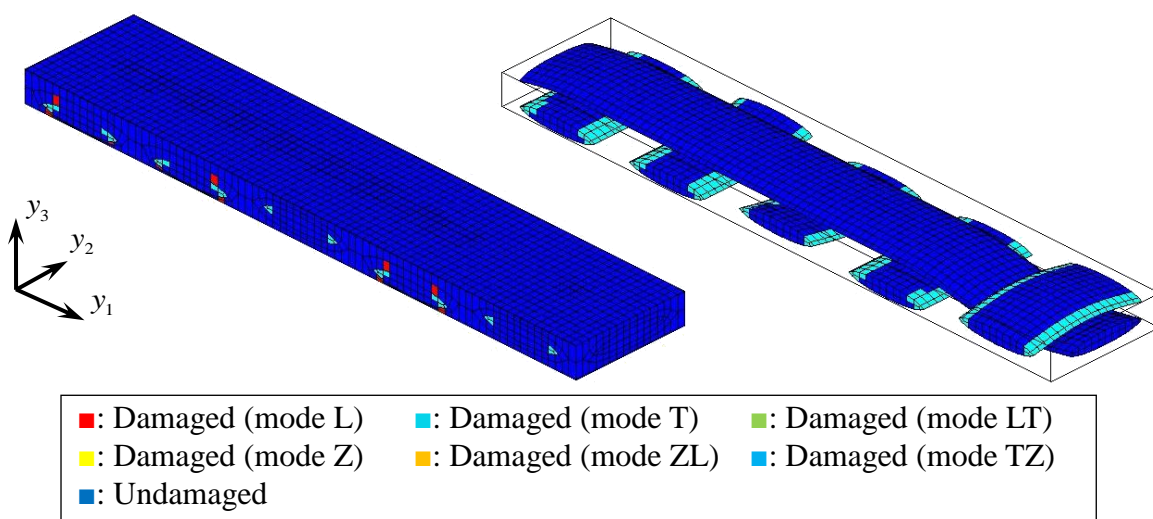


Fig. 3.42 Microscopic damage distribution in *C* at macroscopic strain $E_{11}=1.0\%$ with thermal residual stress.

ては、図 3.34~3.36 に示されるように熱残留応力によって初期段階での樹脂の F 値が大きくなり、損傷しやすくなったからであると考えられる。

- (4) 最大応力後の急激な応力低下前（平織： $E_{11}=1.39\%$ ， 2×2 綾織： $E_{11}=1.11\%$ ，5 本朱子織： $E_{11}=1.28\%$ ）

図 3.43~3.45 に、最大応力に達し急激な応力低下をする直前の微視的損傷分布図を示す。図 3.43 は平織複合材料、図 3.44 は 2×2 綾織複合材料、図 3.45 は 5 本朱子織複合材料である。

平織複合材料の結果に関して、図 3.20 と 3.43 を比較する。熱残留応力の有無による差異として、まず樹脂破壊の領域が異なることが挙げられる。これは、warp のトランスバースクラック発生箇所の局所化が原因であると考えられる。この局所化の原因は、(1)で述べたように、熱残留応力により積層方向に圧縮応力が発生し（図 3.29）、それに伴う F 値の減少によるものと考えられる。次に、熱残留応力を考慮しない場合に比べて、weft のクリンプ部にモード ZL 損傷が発生するタイミングが早いことがわかる。この原因は、先に説明したように warp のトランスバースクラックが局所化しているため、それに伴う剛性低下による weft に対する応力集中も局所化されたからであると考えられる。

次に 2×2 綾織複合材料の結果に関して、図 3.21 と 3.44 を比較する。平織の場合と同様に weft のクリンプ部におけるモード ZL 発生や樹脂破壊が、熱残留応力を考慮しない場合に比べて、より進展していることがわかる。

最後に、5 本朱子織複合材料の結果に関して、図 3.22 と 3.45 を比較する。熱残留応力を考慮しない場合と明らかに損傷挙動が違ってくる。図 3.45 より、損傷分布について確認すると、平織、 2×2 綾織と同様に weft のクリンプ部にモード ZL 損傷が局所的に発生している。次に、(3)の過程で発生したトランスバースクラック（図 3.42 参照）付近の 2 箇所にモード L 損傷（繊維破断）が起きていることがわかる。そのような損傷挙動が発生した原因として、1)織構造による変形挙動の非対称性、2)先に議論したモード ZL 損傷の局所化等が考えられる。

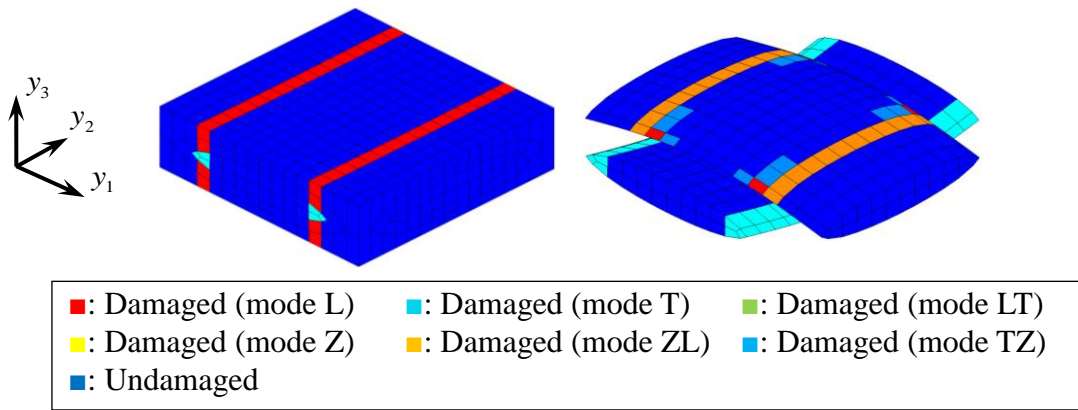


Fig. 3.43 Microscopic damage distribution in A at macroscopic strain $E_{11}=1.39\%$ just before the sudden stress drop with thermal residual stress.

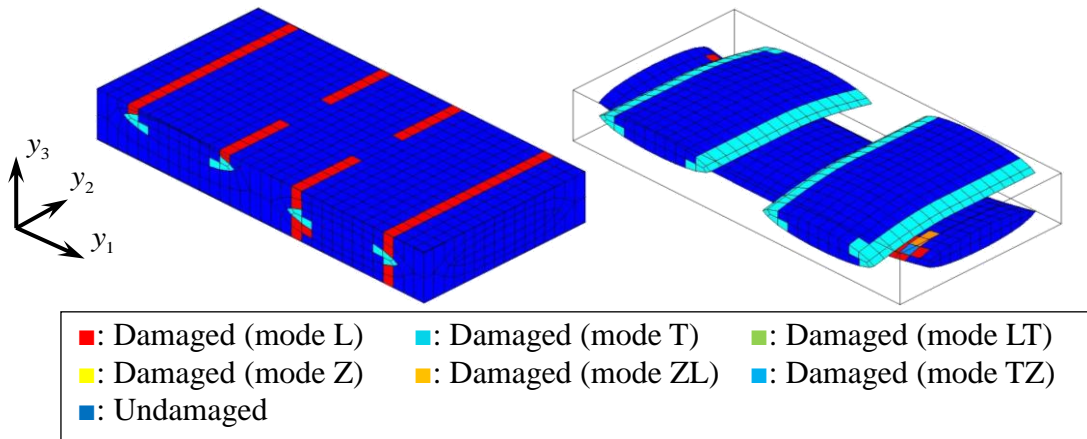


Fig. 3.44 Microscopic damage distribution in B at macroscopic strain $E_{11}=1.11\%$ just before the sudden stress drop with thermal residual stress.

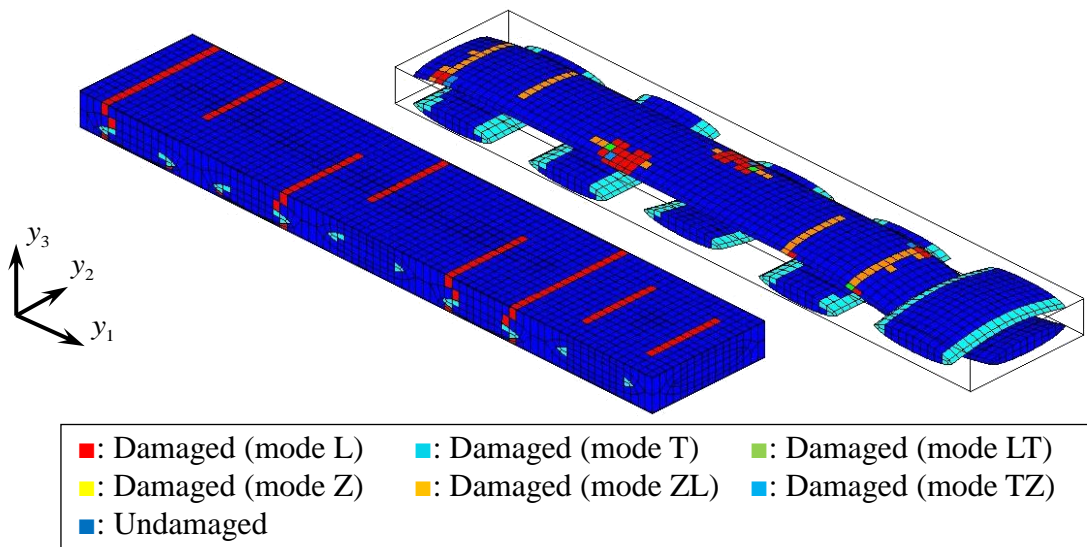


Fig. 3.45 Microscopic damage distribution in C at macroscopic strain $E_{11}=1.28\%$ just before the sudden stress drop with thermal residual stress.

(5) 急激な応力低下後(平織: $E_{11}=1.39\%$, 2×2 綾織: $E_{11}=1.11\%$, 5 本朱子織: $E_{11}=1.28\%$)

図 3.46～3.48 に急激な応力低下直後の微視的損傷分布図を示す。図 3.46 は平織複合材料, 図 3.47 は 2×2 綾織複合材料, 図 3.48 は 5 本朱子織複合材料である。

図 3.46 および 3.47 より, 平織/2×2 綾織複合材料の場合, 熱残留応力を考慮しない場合と同様の損傷進展が確認された。しかし熱残留応力を考慮しない場合に比べて, 材料内部の繊維束の損傷は, 熱残留応力による積層方向圧縮応力によって抑制され, 局所化していることがわかる (特に図 3.46 の weft 上部)。

一方, 図 3.48 より, 5 本朱子織の場合, 応力再配分によって weft 直線部に mode I 損傷が急激に進展することがわかり, この損傷モードは熱残留応力を考慮しない場合と大きく異なる。

したがって, 3.4.5 項で述べた 2×2 綾織の場合の破断ひずみが減少し, 5 本朱子織の破断ひずみが増加した理由は, 熱残留応力によって, 2×2 綾織複合材料の微視的損傷進展が促進されたとともに, 5 本朱子織複合材料の破壊様式が大きく変化したからと考えられる。また上記の 5 本朱子織における破壊様式は, 最終破壊が起きにくい, 一旦破壊が起きると急激に進展する危険な損傷様式であるといえる。

以上の結果から, 熱残留応力の考慮の有無によって, 巨視的 maximum 応力値が約 1 割以上減少し得るだけでなく, 織構造によってはその破壊様式を全く異なったものにする可能性が示唆された。したがって, 織物複合材料の損傷進展解析を実施する上で, 熱残留応力の考慮は重要であると考えられる。

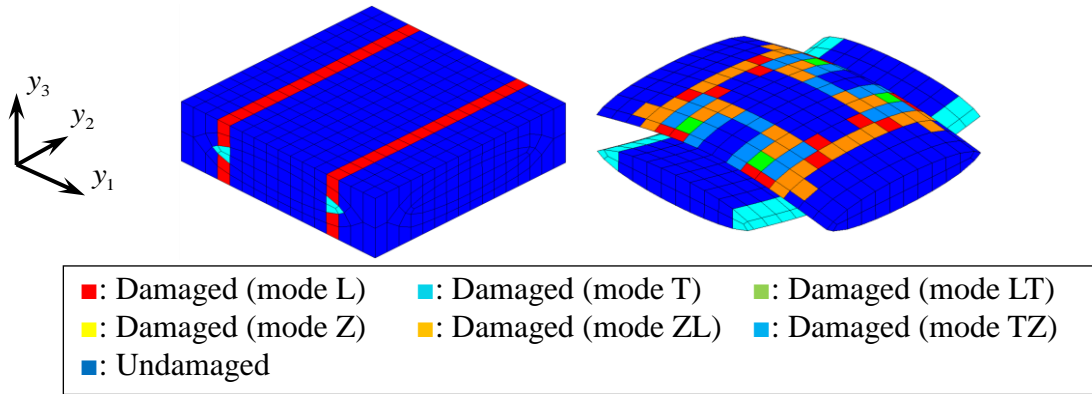


Fig. 3.46 Microscopic damage distribution in A at macroscopic strain $E_{11}=1.39\%$ just after the sudden stress drop with thermal residual stress.

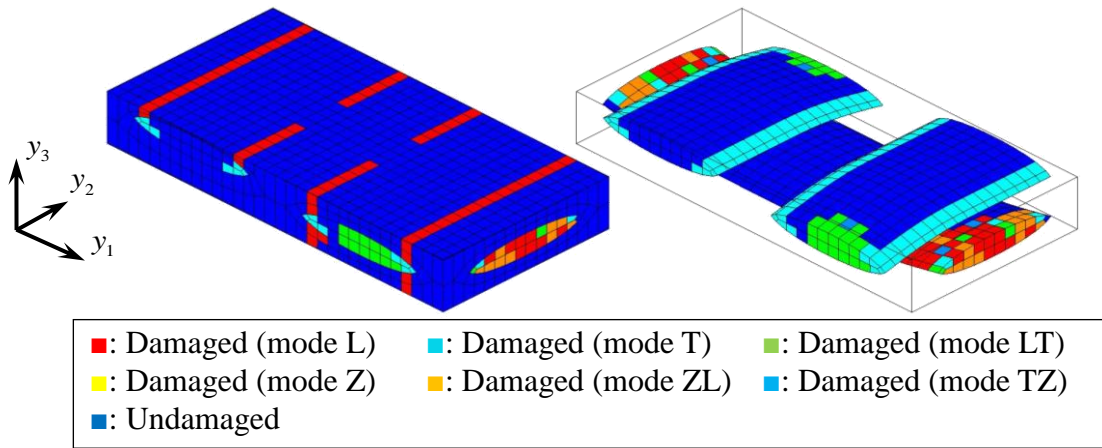


Fig. 3.47 Microscopic damage distributions in B at macroscopic strain $E_{11}=1.11\%$ after the sudden stress drop with thermal residual stress.

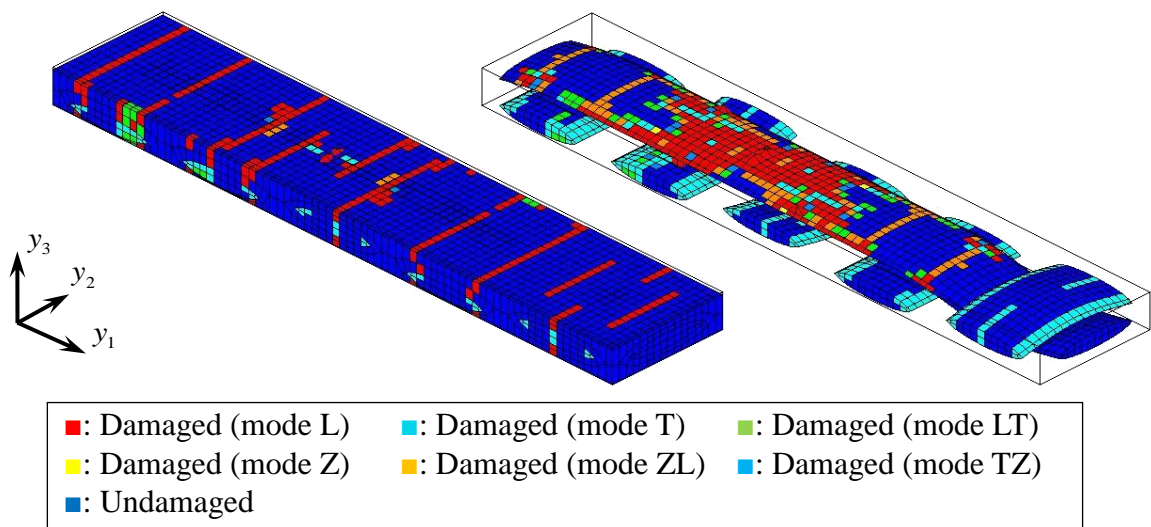


Fig. 3.48 Microscopic damage distributions in C at macroscopic strain $E_{11}=1.28\%$ after the sudden stress drop with thermal residual stress.

3.5 種々の織物複合材料の損傷進展挙動に対する積層ずれ依存性

本節では、成形時に発生する熱残留応力を考慮した上で、積層ずれを有する織物複合材料の損傷進展解析を実施する。これにより損傷進展挙動に及ぼす積層ずれの影響を議論する。なお、解析対象および有限要素分割、負荷条件は 3.4.2 項と同様であるため省略する。

3.5.1 境界条件

本項では、 y_1 および y_2 軸方向のずれ量をそれぞれ a および b として、積層ずれを $(a,$

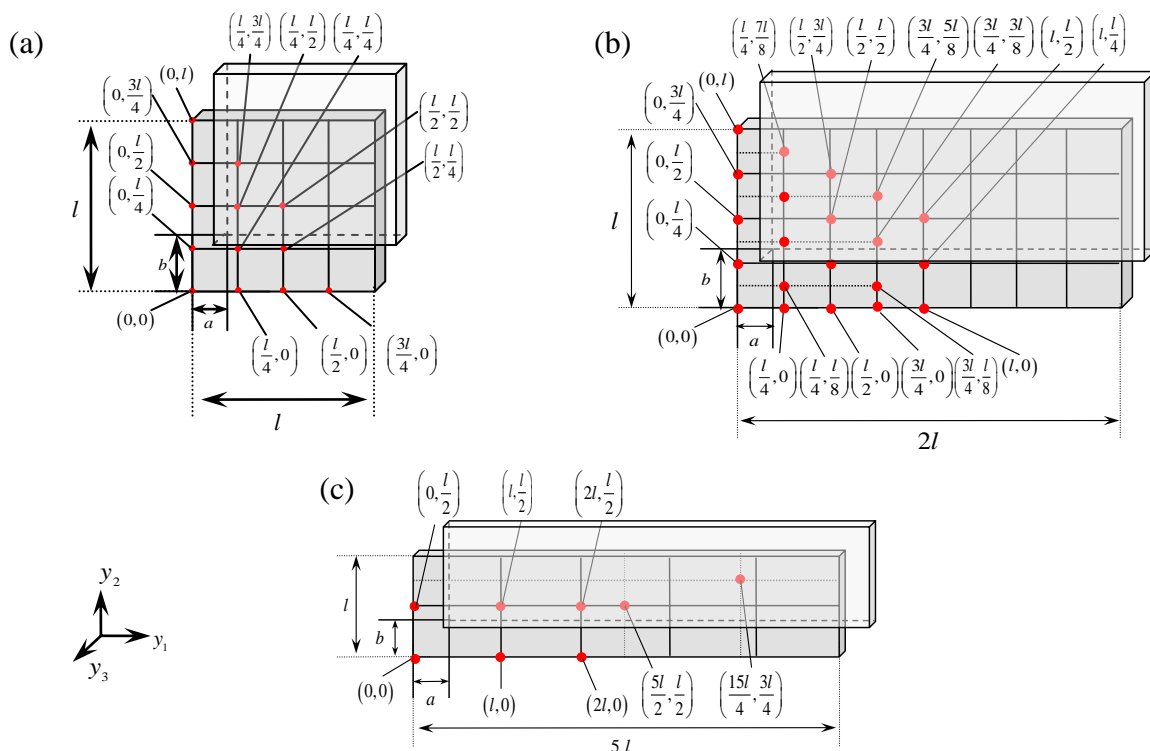


Fig.3.49 Laminate misalignment of (a) plain-, (b) 2×2 twill- and (c) 5H satin-woven composites where the red points respectively indicate the laminate misalignment considered in this study.

b)として表記する。負荷条件に対する幾何学的対称性を考え、図 3.49(a)~(c)に示すように、平織、2×2 綾織および5本朱子織複合材料それぞれに対して、計 13、21 および 8 種類の積層ずれについて考えた。境界条件として、3.4 節に示すように、それぞれの積層ずれに対応する周期境界条件と点对称境界条件を基本セルに課した。

3.5.2 解析結果(巨視的損傷挙動の比較)

図 3.50(a)~(c)にそれぞれ平織/2×2 綾織/5本朱子織 GFRP 積層板の負荷方向巨視的応力-ひずみ関係を示す。図 3.50(a)~(c)より、巨視的ひずみ E_{11} が 1.0%付近で初期損傷が起きており、積層ずれによって応力が急激に低下するひずみが 1~2%付近でば

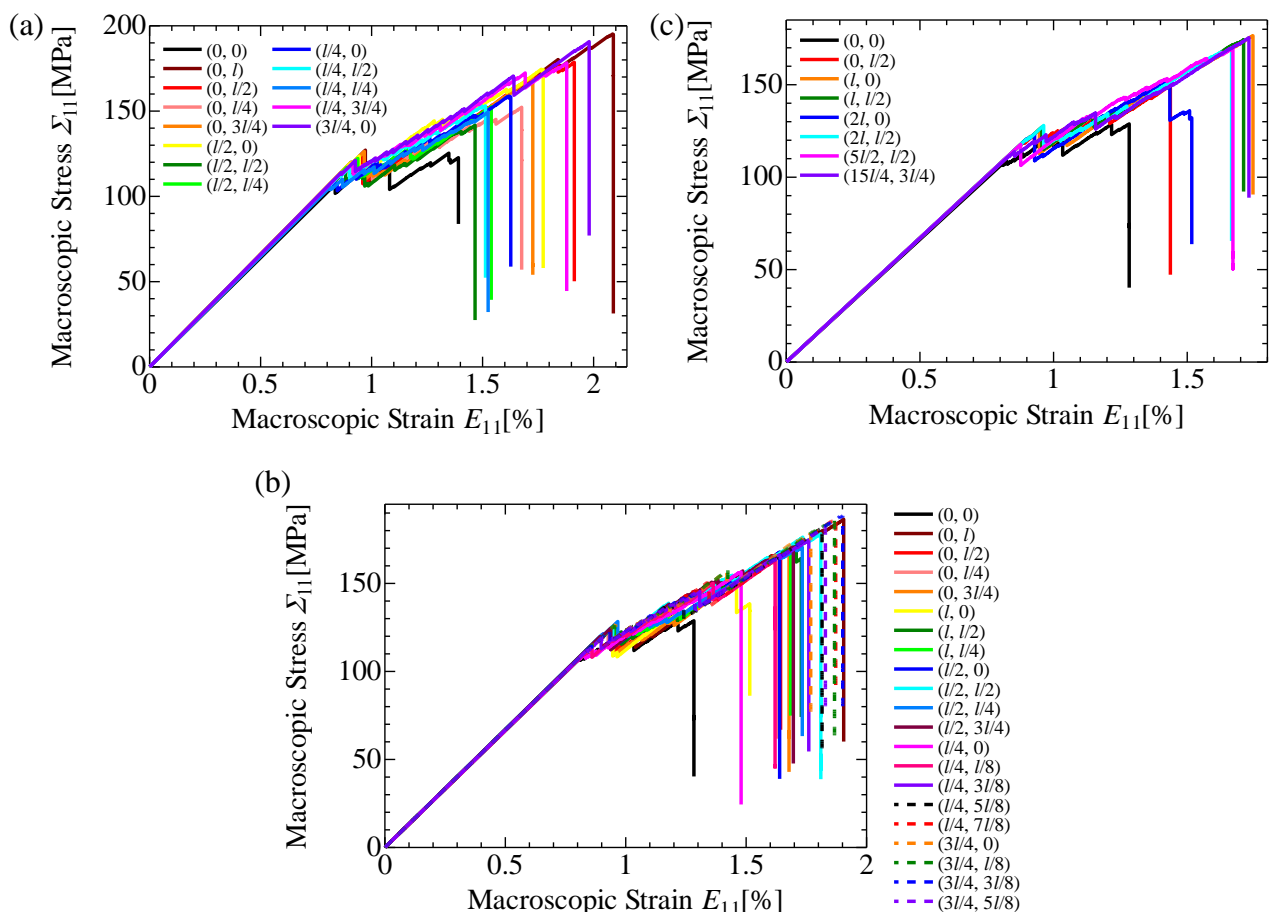


Fig.3.50 Macroscopic stress-strain relations of woven GFRP composites with laminate misalignment; (a) plain (13 cases of misalignment), (b) 2×2 twill (21 cases of misalignment) and (c) 5H satin (8 cases of misalignment).

らついていることがわかる。本解析は、同じ繊維束体積率の基本セルを用いているため、これらのばらつきは織構造および積層ずれによるものだと考えられる。

詳細に見ると、それぞれの巨視的強度の最大値および最小値は、平織の場合 195MPa $((0, l))$ および 125MPa $((0, 0))$ 、 2×2 綾織の場合 188MPa $((3l/4, 3l/8))$ および 121MPa $((0, 0))$ 、5 本朱子織の場合 176MPa $((l, 0))$ および 129MPa $((0, 0))$ であった。この結果から、いずれの織構造においても、3.4 節で述べた積層ずれがない $(0, 0)$ の場合の巨視的強度が一番小さいことがわかり、最大強度との差は約 30% も生じている。先行研究から、織物複合材料に主軸方向負荷が加わった際に、積層ずれは複合材料の面外変形に影響を及ぼし、積層ずれがない場合には積層上下の織布の拘束が小さいため、変形しやすいことが報告されている[57, 91]。これらの文献および本解析結果より、織物複合材料の面外変形が複合材料の強度に影響を及ぼしていることが推察される。加えて、 2×2 綾織の場合の急激な応力低下時のひずみにばらつきが大きいことがわかる。この理由は、 2×2 綾織の場合、他の織構造に比べ最終破断の誘因となる面外変形がしやすいことが原因であると考えられる[115]。

3.5.3 解析結果(微視的損傷進展挙動の比較)

図 3.51 は、図 3.50 (平織複合材料の巨視的応力-ひずみ関係) 中の最大強度を発現した積層ずれにおける最終破壊時の微視的損傷分布図である。なお、最小強度を発現した場合の損傷分布図は前節の図 3.46 と同様であるため、ここでの掲載は割愛する。同様に図 3.52 および 3.53 は、それぞれ 2×2 綾織および 5 本朱子織の場合の最大強度を発現した積層ずれにおける微視的損傷分布図を示す。図 3.51~3.53 より、基本的な損傷過程は 3.3, 3.4 節と同じであるが、積層ずれの影響によって、最大破断時の損傷の量や位置は大きく異なっており、微視的損傷挙動に違いが生じることがわかった。

詳細に見みると、まず最大強度を発現した平織複合材料の場合 (図 3.51)、負荷方向の繊維束に繊維破断を表すモード L 損傷が広く分布していることがわかる。一方、最小強度を発現した平織複合材料の場合 (図 3.46)、繊維束のせん断破壊を表すモード ZL 損傷が局所的に発生していることがわかる。次に、 2×2 綾織複合材料の微視的損傷分布図を見ると、平織複合材料よりも複雑になっていることがわかる。最大強度

を発現した 2×2 綾織複合材料の場合 (図 3.52), モード L および ZL 損傷が比較的広く分布している一方で, 最小強度を発現した 2×2 綾織複合材料の場合 (図 3.47) は, 繊維束のクリンプ部にモード L および ZL 損傷が局所的に発生している. この損傷の局所化は, 繊維束の平滑化に伴う積層方向変形[56, 91, 93]に起因していると考えられ, これが最終破断を加速させたものと考えられる. 最後に, 5 本朱子織複合材料の場合を見ると, さらに複雑な損傷分布となっていることがわかる. 最大強度を発現した場合の損傷分布 (図 3.53) と最小強度を発現した場合の損傷分布 (図 3.48) を比較すると, 最大強度発現時の最終破断が負荷方向繊維束のクリンプ部で発生しているのに対し, 最小強度発現時の最終破断は負荷方向繊維束の直線部で発生しており, 明らかに損傷分布が異なっていることがわかる. 上記の結果より, 織構造および積層ずれによる積層方向の変形能の違いによって, 3.5.2 項で述べた織物複合材料の強度や破断ひずみのばらつきにつながったと考えられる.

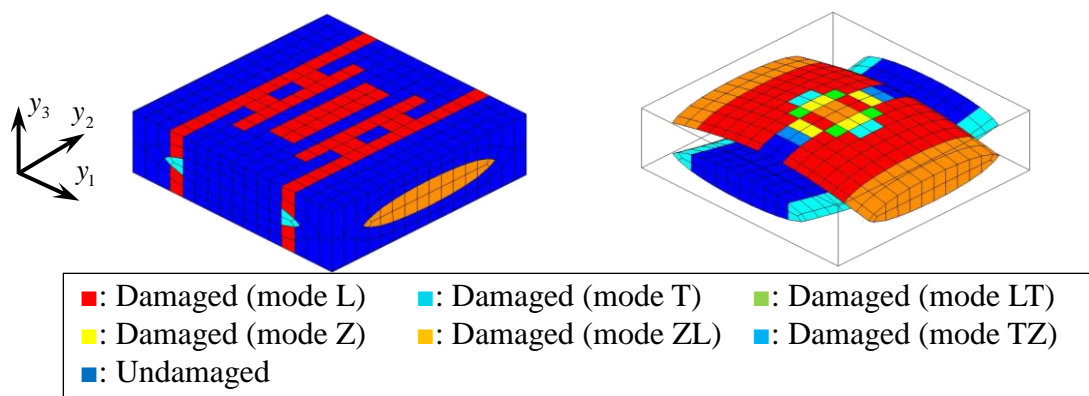


Fig. 3.51 Damage distribution in basic cell of plain-woven composites at final fracture at $(3l/4, 0)$ (maximum strength).

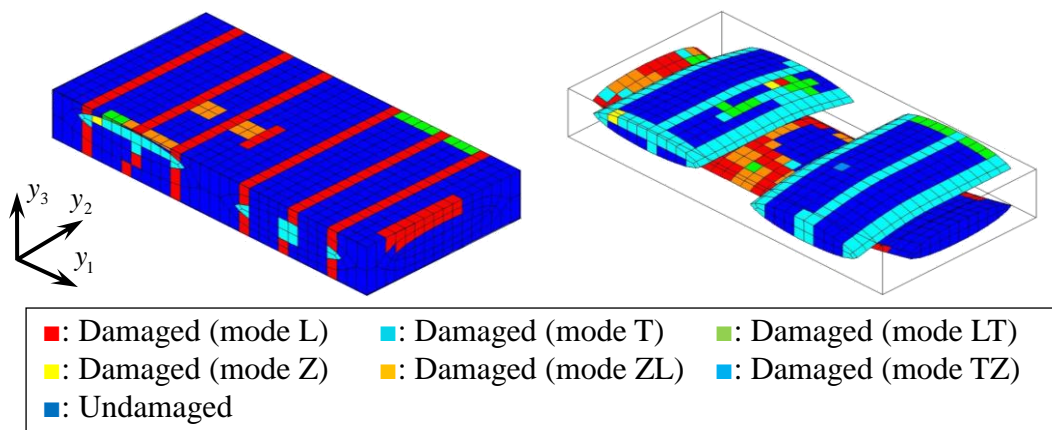


Fig. 3.52 Damage distribution in basic cell of 2×2 twill-woven composites at final fracture at $(3l/4, 3l/8)$ (maximum strength).

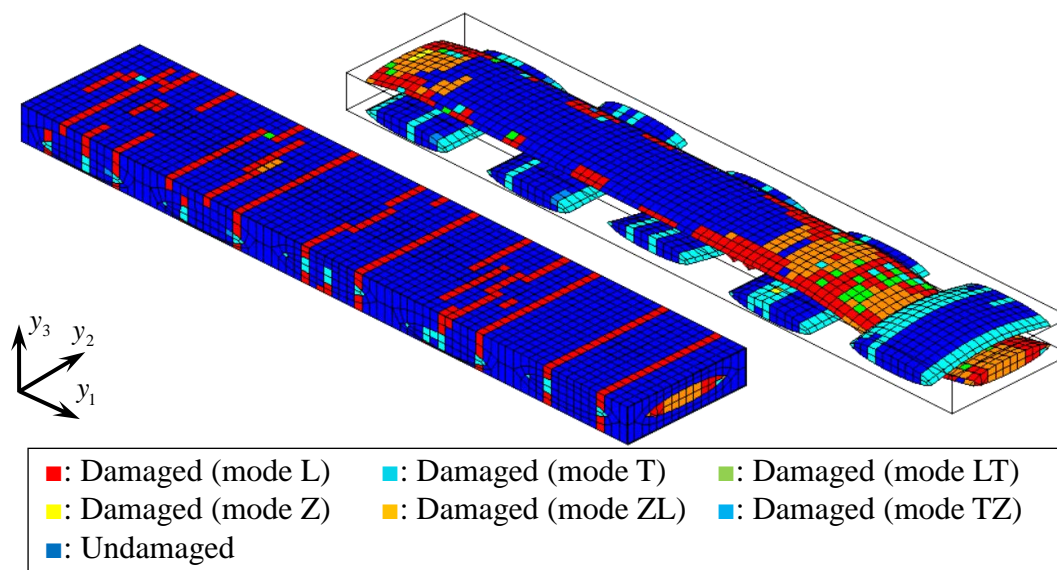


Fig. 3.53 Damage distribution in basic cell of 5H satin-woven composites at final fracture at $(l, 0)$ (maximum strength).

3.6 まとめ

本章では、織物複合材料の主軸方向負荷挙動を扱うべく、積層ずれを有する平織、 2×2 綾織および5本朱子織複合材料のユニットセル（基本セル）およびその境界条件を提案し、均質化理論に基づく損傷進展解析手法を示した。提案したユニットセルおよび境界条件は、内部構造の周期性と点対称性に着目したものであり、これにより従来よりもはるかに小さい解析領域で均質化解析を実施することが可能となっただけでなく、一つのユニットセルで任意の積層ずれを考慮可能となった。損傷進展解析については、損傷クライテリアとして **Hoffman** 則を導入した。これにより時間ステップごとに損傷判定し、損傷モードを決定した。損傷は、連続体損傷力学に基づき、損傷モードに対応する剛性低下により表現した。これらを用いて、織物複合材料の主軸方向引張解析を実施した。得られた知見は以下の通りである。

- 積層ずれがない場合においては、初期損傷が発生する応力、ひずみは織構造によってあまり変わらないが、最終破断時の破断ひずみは織構造依存性があることがわかった。

- 成形時の熱残留応力の有無によって、最大強度に 10%程度の差が生じるだけではなく、損傷モードを大きく変える場合がある（朱子織複合材料）。
- 積層ずれは、織物複合材料の最大強度に 30%程度ものばらつきを生じさせ得る。
- いずれの織構造においても積層ずれがない場合の強度が最小強度となった。
- 織物複合材料の主軸方向負荷における損傷進展過程としては、織構造問わず、まず負荷直交方向繊維束にモード T 損傷（トランスバースクラック）が入り、その後、マトリックスクラックが発生する。つづいて、繊維束の平滑化に伴う面外変形によって負荷方向繊維束にモード ZL 損傷が発生し、それが応力集中を引き起こして、モード L 損傷（繊維破断）が発生する。
- 上記の損傷過程においては、主に織構造および積層ずれによる繊維束の面外変形の仕方の違いによって、微視的損傷分布に違いが生じる。

本研究では、製造時に発生する不確かさとして積層ずれを考え、織物複合材料の損傷・強度に及ぼす積層ずれの影響を調査した。実際の成形時に、積層ずれを意図的にそろえて成形することは、実施例[14]は存在するものの、現在の製造技術では難しい。しかし、近年注目されている 3D プリンターを用いた積層造形技術等の発展によっては、織物複合材料の積層ずれも、材料設計において考慮可能なパラメータとなり得る。したがって、本研究での開発手法やそれによる積層ずれの影響に関する知見は、織物複合材料の強度に関する最適材料設計にも生かせる可能性があると考えられる。

第4章

織物複合材料の非主軸挙動解析

[121-123]

本論文では，1章で述べたように，織物複合材料の非主軸方向挙動に対して，「ネスティングおよび積層ずれを有する織物複合材料に対する解析領域を低減した新規基本セルおよびその境界条件の提案」および「繊維束内部での繊維／母材を考慮し，図 1.1 に示すトリプルスケール間を双方向連成した均質化理論の構築」を行う．以下では，まず解析手法について述べ，その後それを用いた解析を実施する．また，実験結果との比較による妥当性検証および解析結果より得られた知見について述べる．

4.1 ネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の基

本セルモデリングと境界条件^[121, 122]

1章で述べたように，ネスティングを考慮した織物複合材料の非弾性解析の実施例は非常に限られている．理由は二つあり，ネスティングを有するユニットセルをモデリングする困難さと，作成した場合にも，織布を複数枚分考えた解析領域を定義する必要があるため，計算コストが膨大となることである．本節では，それらの問題を克

服するために、3.1節の手法論を発展させ、均質化理論に適用可能なネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の基本セルモデリングと境界条件を述べる。最初にネスティングのみを有する場合を、その後、より一般化したネスティングおよび積層ずれを有する場合を説明する。

4.1.1 ネスティングのみを有する場合^[121]

図 4.1 に示すようなネスティングを有する平織複合材料を考え、直交座標系 y_i ($i=1,2,3$) を設ける。この図に示すように、各平織布は $y_3 - y_1$ 平面において同じ度合のネスティングを有していると仮定する。ここでこの複合材料に対し、解析領域として、従来の直方体のセルではなく、六角柱型の基本セル A' を解析領域として定義する。ここで A' の境界を Γ を、図 4.2 のように Γ_α ($\alpha = 1, 2, \dots, 8$) に分割する。ここで、 $\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ は、右上から手前の境界に向かって反時計回りにナンバリングしており、 $\Gamma_5 \sim \Gamma_8$ は、左下から奥の境界に向かって反時計回りにナンバリングしている。

このネスティングの場合、図 4.3 に示す断面から、内部構造が $M_{A'}$ 方向に周期性を有することがわかる。つまり、 Γ_1 と Γ_5 が周期的な位置関係にあることを意味する。一方、 Γ_2 、 Γ_3 、 Γ_6 と Γ_7 の中心点に対しては、内部構造が点対称性を有していることがわかる。さらにこのような点対称性は、 Γ_4 と Γ_8 にも存在する。

まとめると、ネスティングを有する織物複合材料の場合、図 4.1 に示すような六角柱形の基本セル A' を定義し、 Γ_1 と Γ_5 には周期境界条件を、その他の境界面には点対称境界条件を課すことで、先行研究[22, 97-99]にて使われたユニットセルよりもはるかに小さい解析領域での解析が可能となる。

本論文で提案するこの基本セルモデリングは、図 4.2 の Γ_1 と Γ_2 、および Γ_5 と Γ_6 のなす角 Φ を調整することによって、ネスティングの度合を簡単に調整することができる。すなわち、 Φ を小さくすればネスティングの度合を大きく、大きくすればネスティングの度合を小さくできる。また、 Φ を 180° とすればネスティングは消失し、この場合、3.1.1 項で述べた積層ずれを有する平織複合材料の直方体型の基本セル A において、一方向 (y_1 軸方向) に A の半分だけずれた場合に対応する。

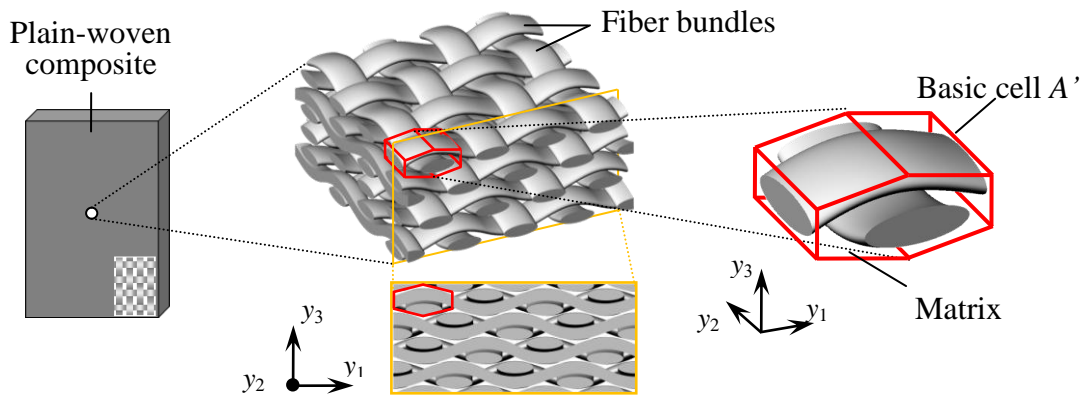


Fig. 4.1 Plain-woven composite with nesting in the $y_3 - y_1$ plane and basic cell A' .

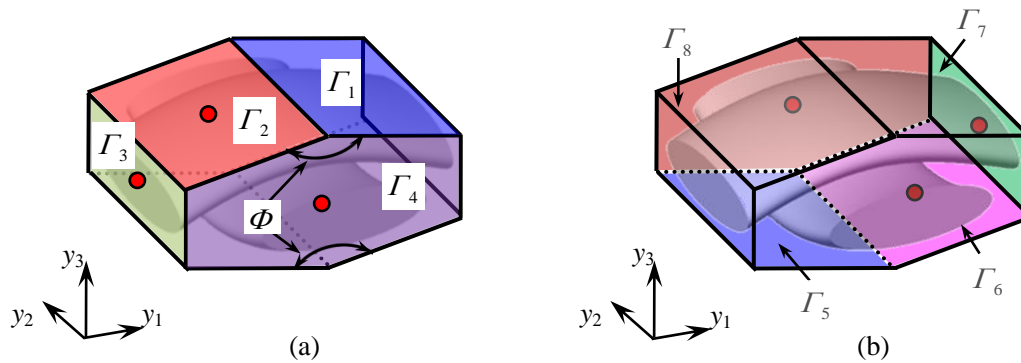


Fig. 4.2 Boundary facets of A' ; (a) $\Gamma_1 - \Gamma_4$, (b) $\Gamma_5 - \Gamma_8$.

ところで、本項で述べた $y_3 - y_1$ 平面におけるネスティングだけではなく、 $y_2 - y_3$ 平面においてもネスティングが存在する場合があります。しかし、この場合にも基本セルの形状を長菱形十二面体[124]に定義し、適切に周期および点対称境界条件を課すことで、二方向にネスティングを有するさらに高繊維束体積率の平織複合材料を解析することが可能となる。これについては今後の課題である。

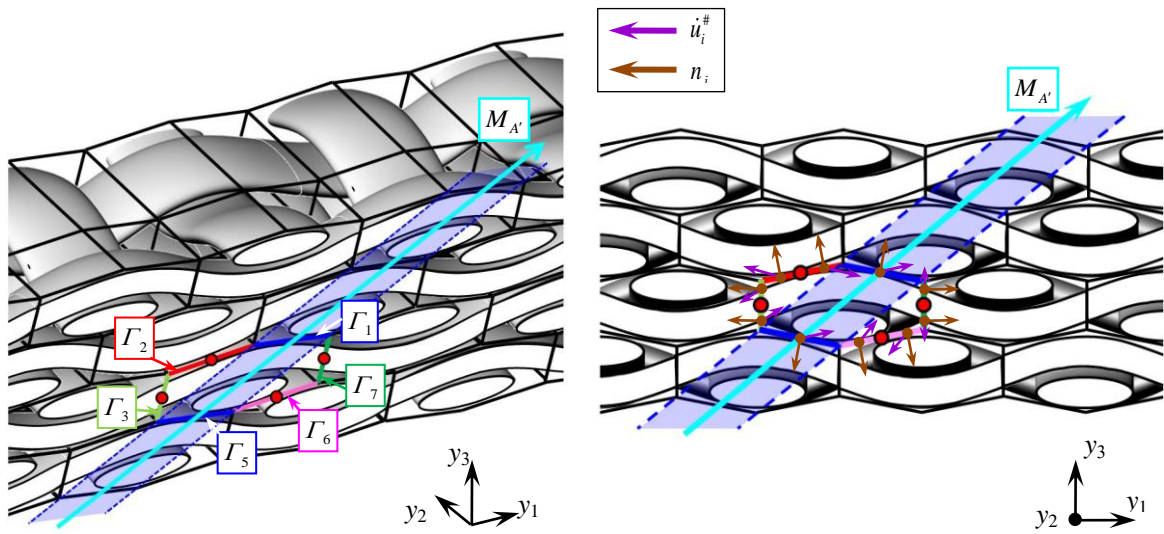


Fig. 4.3 Periodicity in the $M_{A'}$ -direction and point-symmetries with respect to the centers of Γ_2 , Γ_3 , Γ_6 and Γ_7 , and perturbed velocity field $\dot{u}_i^\#$ and unit normal vector n_i on each boundary facet.

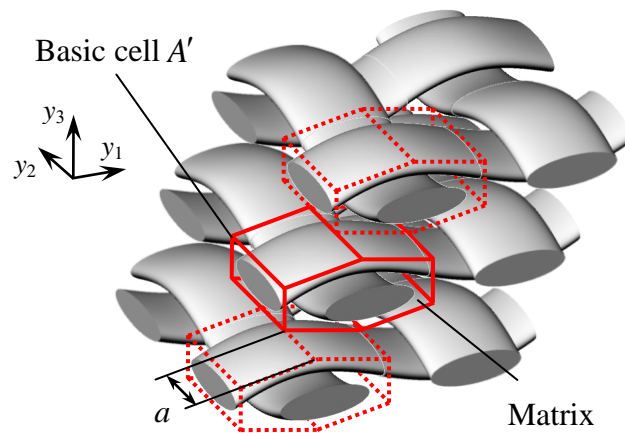


Fig. 4.4 Plain-woven composite with nesting in the $y_3 - y_1$ plane and misaligned plain fabrics in the y_2 direction. In the figure, a indicates the amount of misalignment.

4.1.2 ネスティングおよび積層ずれを有する場合^[122]

図 4.4 に示すようなネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料を考え、直交座標系 y_i ($i=1,2,3$) を設ける。この図に示すように、各平織布は $y_3 - y_1$ 平面におい

て同じ度合のネスティングを有しているとともに、 y_2 軸方向にずれ量 a を有すると仮定する。ここで、この複合材料に対し、前章と同様に六角柱型の基本セル A' を解析領域として定義する。ただし今回は、 A' の境界を Γ を図 4.5 のように Γ_α ($\alpha = 1, 2, \dots, 12$) に分割する。

いま、 Γ_1 , Γ_4 , Γ_{10} および Γ_{11} の中心点を含む平面で切断したこの複合材料の断面 (図 4.6(a)) を見ると、内部構造において Γ_4 と Γ_{10} が周期的な位置関係にあることがわかる。一方、 Γ_1 , Γ_5 , Γ_7 および Γ_{11} の中心点に関して内部構造が点対称性を有していることがわかる。次に、 Γ_3 , Γ_4 , Γ_9 および Γ_{10} の中心点を含む平面で切断した断面 (図 4.6(b)) を見ると、先にも述べた Γ_4 と Γ_{10} の周期性が存在するだけでなく、 Γ_3 , Γ_6 , Γ_8 および Γ_{11} の中心点に関する点対称性が存在していることがわかる。同様の議論より、 Γ_2 と Γ_{12} は周期的な位置関係にある。

まとめると、図 4.5 に示すような六角柱形の基本セル A' を定義し、 Γ_2 と Γ_{12} , および Γ_4 と Γ_{10} には周期境界条件を、その他の境界面には点対称境界条件を課すことで、従来考慮されていなかったネスティングおよび積層ずれが共存する場合の平織複合材料を一つの基本セルで表現することができる。また、六角柱の稜の角度や稜の面積比を変更することによって、様々なネスティング度合や積層ずれを表現することが可能である。以上の基本セルおよび境界条件を用いることで、非常に小さい解析領域でネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の均質化解析を実施することができる。

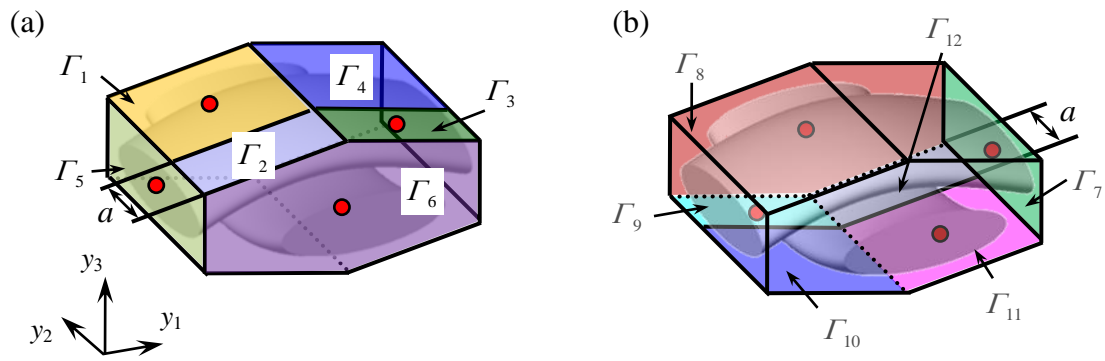


Fig. 4.5 Boundary facets of A' with nesting and laminate misalignment;

(a) Γ_1 - Γ_6 , (b) Γ_7 - Γ_{12} .

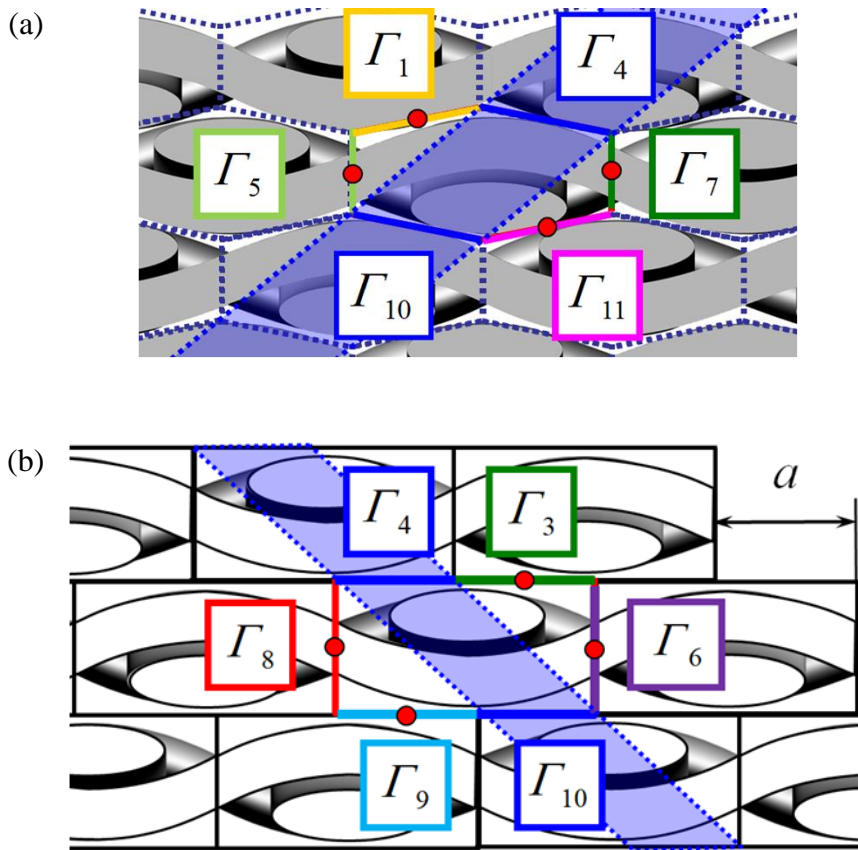


Fig.4.6 Microstructure of plain-woven composite with nesting and laminate misalignment;

(a) in the cross section containing the centers of Γ_1 and Γ_{11} , (b) in the cross section containing the centers of Γ_3 and Γ_9 .

4.2 ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性解析^[121]

本節では、4.1.1 項で述べたネスティングを有する平織複合材料の基本セルモデリングおよびその境界条件の妥当性を検証するために、平織 GFRP 複合材料の引張試験結果と解析結果の比較を行う。また、ネスティングがない場合の平織複合材料の弾-粘塑性解析も実施し、ネスティングが及ぼす影響を調査する。上記解析は、2章で述べた均質化理論を用いるが、本節および次節においては、熱ひずみの影響を無視する。

4.2.1 実験および解析対象

実験および解析対象は平織 GFRP 複合材料であり、その試験片を菱電化成(株)製の E-ガラス繊維/エポキシ平織複合材料 (PGE-6635, 1000×1000×2 mm, 平織布 12 枚積層) から切り出した。試験片のジオメトリは、JIS K7165 に準拠して図 4.7 に示すように決定した。ここで θ は、試験片長手方向 (負荷方向) と織布の縦繊維束 (warp) 方向の角度であり、一般に繊維配向角と呼ばれる。 $\theta = 0, 15, 30, 45$ の試験片を準備し

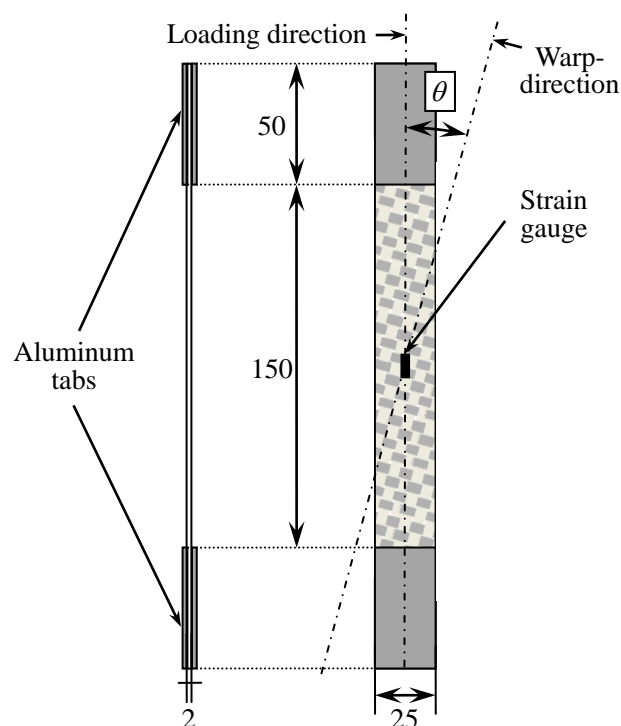


Fig. 4.7 Shape of specimens with dimensions in mm.

た．試験片の両面には，アルミタブとひずみゲージを貼り付けた．

4.2.2 実験方法

荷重／ひずみ制御装置を備えた万能引張試験機（AG-100KN，（株）島津製作所）を用いて，一定ひずみ速度の下，4.2.1 項で述べた試験片に対して，室温環境下（298K）で引張試験を実施した．試験機のロードセルによって試験片に負荷された荷重を検出し，ひずみゲージを用いたフィードバック制御によってひずみ速度をコントロールした．

4.2.3 基本セル作成およびその有限要素分割

基本セル A' のジオメトリを決定するために，SEM により平織 GFRP 複合材料の断面観察を行った．その断面写真を図 4.8 に示す．図 4.8 より，warp 方向に平行な断面においてはネスティングが支配的に存在する一方で，weft 方向に平行な断面においてはネスティングがあまり存在しないことがわかる．このような観察結果から，繊維束の大きさや形状，波長，繊維束体積率および繊維束内部の繊維体積率を測定し，その平均値を算出した．これらの測定結果および平均値を基に， $y_3 - y_1$ 平面においてネスティングを有し，繊維束体積率が 69% である基本セル A' を作成し，アイソパラメトリック要素を用いて有限要素分割した（図 4.9）．要素数，節点数はそれぞれ 1,888, 2,329 であり，これらは先行研究と比べて非常に少なく抑えられている[97-99]．

加えて，図 4.10 に示すように， A' を修正することで，繊維束形状が同じ基本セル A も作成した．このセルは従来の直方体セルであり，繊維束体積率は 62% と A' の繊維束体積率よりも小さいが，幾何学的制約から繊維束体積率はほぼ上限に達している．これはすなわち，直方体セルでは，高繊維束体積率の平織複合材料を表現することが難しいことを意味している．したがって，前節で述べた基本セルモデリングは，比較的高繊維束体積率の平織複合材料に特に有効な手法であると言える．なお，基本セル A は，ネスティングの有無による影響を見るために 4.2.3 項で使用する．

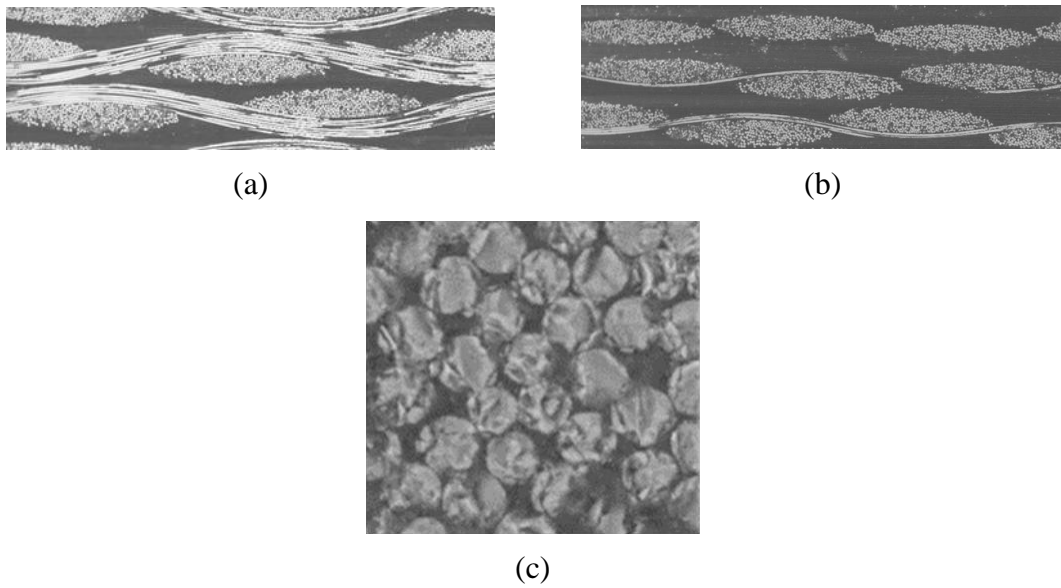


Fig. 4.8 SEM images of plain-woven GFRP composite; (a) cross section parallel to the warp-direction, (b) cross section parallel to the weft-direction, (c) enlarged cross section.

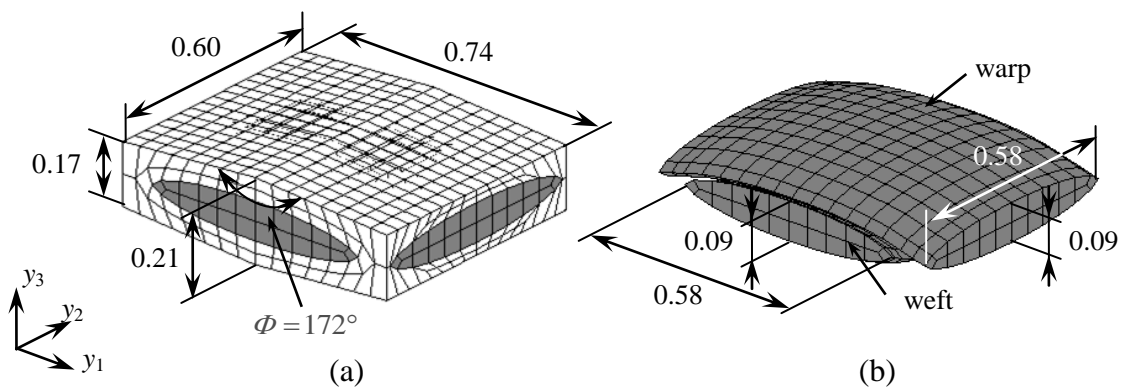


Fig. 4.9 Basic cell A' of plain-woven GFRP composite with nesting (1888 elements, 2329 nodes) with dimensions in mm; (a) full view, (b) fiber bundles (weft and warp) in A' .

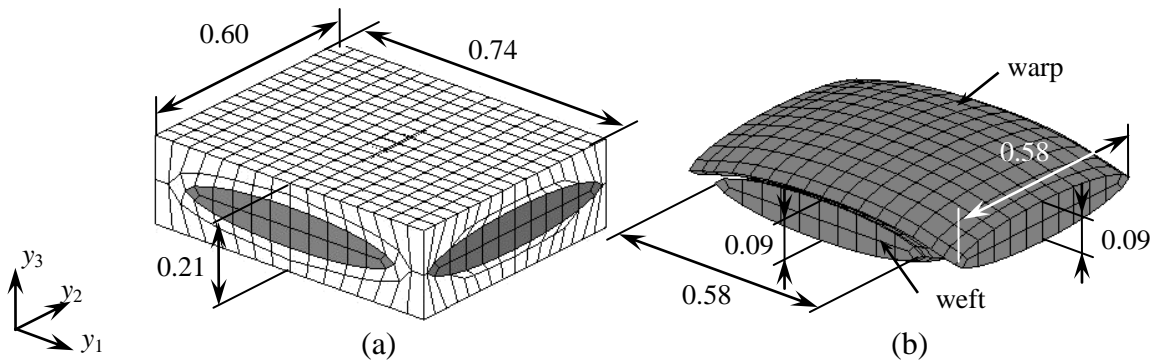


Fig. 4.10 Basic cell A of plain-woven GFRP composite without nesting (1888 elements, 2329 nodes) with dimensions in mm; (a) full view, (b) fiber bundles (weft and warp) in A .

今回、断面観察した平織複合材料は、比較的内部構造がよく揃っていたため、先述の基本セルを解析領域として使用することができる。実際の構造は、完全には周期的（点対称的）ではなく、例えば、繊維束形状や積層ずれ、ネスティング度合などの内部構造にランダム性やばらつきを有している。先行研究では、ランダム性のある積層ずれを有する場合と周期的な積層ずれを有する場合の多孔質材料の弾-粘塑性解析を実施した[78, 80]。これによると、ランダム性の有無によって、巨視的な応力-ひずみ関係にはあまり違いが生じず、応力値には若干の違いが生じたとの報告がある。したがって織物複合材料においても、ランダム性のある積層ずれが及ぼす影響は限定的であると考えられるが、これらについての詳細な検討は今後の課題である。

4.2.4 材料定数

繊維束は、E-ガラス繊維／エポキシからなる一方向強化複合材料とみなし、横等方弾性体と仮定した。この材料定数は、繊維束内部の繊維体積率が72%と一定であり、その繊維配列が六方配列であるという仮定の下、均質化理論により算出した。計算に使用したE-ガラス繊維およびエポキシの弾性定数は、表4.1に示す通りである。また、繊維束内部の繊維体積率は、図4.8(c)のように繊維束内部をSEM観察することによって求めた。図4.8(c)より比較的繊維も密に分布していることから、繊維配列の仮定も妥当であると考えられる。一方、エポキシは等方弾-粘塑性体と仮定し、以下の構成式に従うものとした。

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1+\nu_m}{E_m} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu_m}{E_m} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \frac{3}{2} \dot{\varepsilon}_0^p \left[\frac{\sigma_{eq}}{g(\bar{\varepsilon}^p)} \right]^n \frac{s_{ij}}{\sigma_{eq}}, \quad (4.1)$$

ここで、 E_m 、 ν_m および n は材料定数であり、 $g(\bar{\varepsilon}^p)$ は $\bar{\varepsilon}^p$ に依存する硬化関数である。本節では、指数型の硬化関数である Voce 則を用いた[81, 95]。また、 $\dot{\varepsilon}_0^p$ および s_{ij} はそれぞれ参照ひずみ速度および偏差応力を表し、 $\sigma_{eq} = \left[(3/2) s_{ij} s_{ij} \right]^{1/2}$ はミーゼスの相当応力である。本節では、繊維束およびエポキシは損傷しないものとし、繊維束間および繊維束／エポキシ間の剥離や摩擦は考慮しないものとする。

エポキシの弾性定数および式(4.1)の硬化関数を定めるために、異なる二つのひずみ速度 10^{-3} および 10^{-5} において実施した平織 GFRP 複合材料の $\theta = 45^\circ$ 方向試験片の室温環境下(298K)における引張試験から得られた巨視的応力-ひずみ関係を使用した。 $\theta = 45^\circ$ 方向試験片の結果を用いた理由は、その方向においてエポキシの粘塑性挙動が一番支配的になることが知られているからである[86, 91]。基本セルA'を用いて、式(2.26)から得られる応力-ひずみ関係が実験結果にできるだけよく合うように、上記のパラメータをフィッティングした。決定したパラメータを表 4.1 に示す。また図 4.11 より、これらのパラメータが解析結果と実験結果の良好な一致をもたらしていることがわかる。

なお、上記フィッティングのために実施した引張試験において、材料内部で剥離や摩擦が発生していた場合には、フィッティング方法の都合上、同定したパラメータに剥離や摩擦の影響が含まれると考えられ、結果として間接的に剥離や摩擦の影響を考慮していることとなっていると考えられる。また本論文では、金属材料との類似性よ

Table 4.1 Material constants.

E-glass	$E_f = 80.0 \times 10^3$	$\nu_f = 0.22$
Epoxy	$E_m = 3.5 \times 10^3$	$\nu_m = 0.35$
	$n = 30$	$\dot{\epsilon}_0^p = 1.0 \times 10^{-5}$
	$g(\bar{\epsilon}^p) = 19 - 18 \times \exp(-190 \times \bar{\epsilon}^p)$	

MPa (stress), mm/mm (strain), s (time)

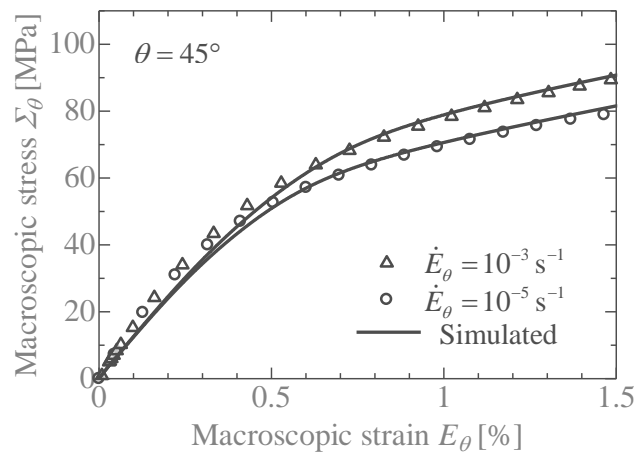


Fig. 4.11 Macroscopic stress-strain relations of plain-woven GFRP composite with nesting at $\theta = 45^\circ$ at constant rates of 10^{-3} and 10^{-5} s^{-1} .

り、樹脂材料の降伏挙動をミーゼスの降伏条件に基づくと仮定し、偏差応力に依存すると考えた。しかし、樹脂の降伏挙動は、偏差応力だけではなく、静水圧応力に依存することも報告されており[116, 117, 125]、それを表現する硬化関数も様々提案されている[125]。これを用いることで、樹脂の引張と圧縮挙動の非対称性を考慮可能となる。しかし本論文では、単軸引張負荷など負荷状態が比較的単純なものであるため、材料定数の決定の簡便さから、上記で述べた硬化関数を用いた。静水圧応力依存性の考慮は今後の課題である。

4.2.5 負荷条件および境界条件

解析における負荷条件は、実験と同様に、平織 GFRP 複合材料に対して、室温環境下、一定ひずみ速度 10^{-5} s^{-1} で巨視的に単軸引張負荷を与えるものとする。負荷方向は、 $\theta = 0, 15, 30, 45, 90^\circ$ を考えた。

三つの積層構成（内部構造）について解析を行う。一つ目は A' を用いたネスティングの場合である。一方、二つ目は、A を用いたネスティングがなく基本セルの半分のずれ（ユニットセルの 1/4 ずれ）の場合である。これらのケースに対し、4.1.1 項で述べた境界条件を課す。三つ目は、ネスティングがなく、積層ずれもない場合である。このケースにおいても解析領域としては A を用いて、境界条件としては A の上下面に周期境界条件を課した。

4.2.6 解析結果（巨視的弾-粘塑性挙動）

図 4.12 は、ネスティングを有する平織 GFRP 複合材料の解析および引張試験から得た $\theta = 0, 15, 30, 45, 90^\circ$ における巨視的応力-ひずみ関係である。図中の解析結果と実験結果は、それぞれ実線と白抜き丸にて表記している。図 4.12 より、巨視的応力-ひずみ関係は θ に大きく依存していることがわかり、このことは平織 GFRP 複合材料の顕著な弾-粘塑性異方性を示している[91, 93, 94]。解析結果と実験結果を比較すると、提案するモデリングによって、平織 GFRP 複合材料の巨視的挙動を精度良く予測することに成功していると考えられる。

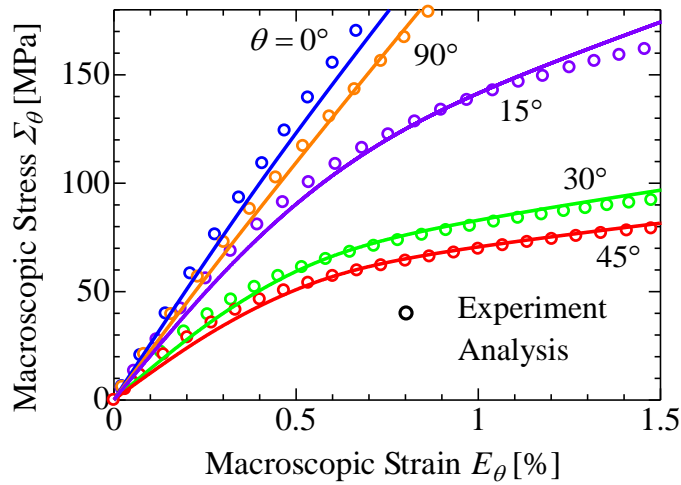


Fig. 4.12 Macroscopic stress-strain relations of plain-woven GFRP composite with nesting at $\theta = 0, 15, 30, 45$ and 90° at $\dot{E}_\theta = 1.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

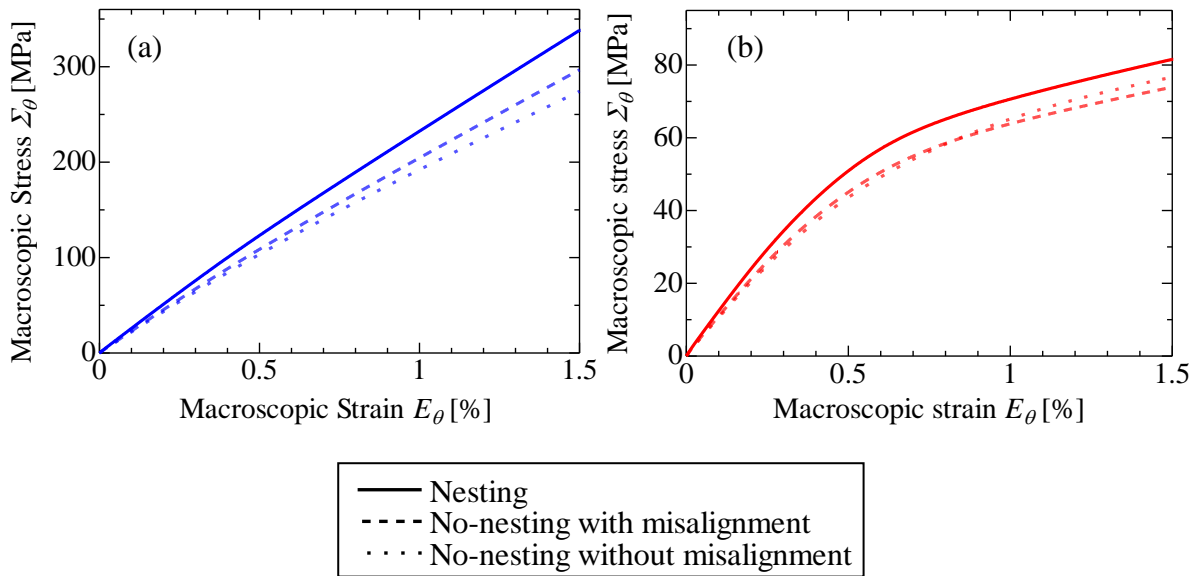


Fig. 4.13 Macroscopic stress-strain relations of plain-woven GFRP composite with / without nesting at $\dot{E}_\theta = 1.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$; (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$.

次に、ネスティングがある場合とない場合に対し、 $\theta = 0, 45^\circ$ における応力-ひずみ関係を比較する (図 4.13)。4.2.5 項で述べた二つのネスティングのない場合における応力-ひずみ関係は、図 4.13 においてそれぞれ破線と点線で示している。まず、図 4.13(a)より、ネスティングのない場合における弾性剛性はほとんど同じである一方、ネスティングのある場合の弾性剛性は、ネスティングのない場合に比べて約 17%も大

きいことがわかる。これは、4.2.3 項で述べたように、 A' では高い繊維束体積率を実現できているためである。粘塑性変形が進むにつれて、ネスティングのない場合においても応力-ひずみ関係に違いが生じ、最終的にネスティングがなく、また積層ずれもない場合の流動応力が一番低くなった。一方、ネスティングがある場合、粘塑性領域において一番高い応力レベルを保っている。ここで、ネスティングの有無による流動応力の差に注目すると、ひずみが増えるにつれてその差も大きくなっていき、 $E_{\theta=0^\circ}=1.5\%$ におけるネスティングがある場合とネスティングおよび積層ずれがない場合の流動応力の差は27%になった。これらの結果から、ネスティングの影響は粘塑性領域においてより顕著であると言える。この理由については次項で述べる。

次に、図 4.13(b)における $\theta=45^\circ$ の結果を見てみると、図 4.13(a)と同様な傾向があることがわかる。ネスティングがない場合の弾性剛性はほとんど同じで、比較的低い一方で、ネスティングがある場合の弾性剛性は、ない場合に比べて14%も高いことがわかる。しかしながら、 $E_{\theta=45^\circ}=1.5\%$ におけるネスティングの有無による流動応力の差は、積層ずれがある場合は11%、積層ずれがない場合は7%であり、これらは弾性剛性の差よりも小さい。したがって、 $\theta=45^\circ$ の負荷状態においても、ネスティングは複合材料の全体の粘塑性挙動を促進し得ることを示唆している。このことについても次項において説明する。

4.2.7 解析結果(微視的弾-粘塑性挙動)

先述の平織 GFRP 複合材料の巨視的挙動に及ぼすネスティングの影響を議論するために、基本セルにおける微視的挙動に注目する。はじめに、図 4.14 に $E_{\theta=0^\circ}=1.0\%$ における基本セルの変形図および微視的ミーゼス応力分布図を示す。図中の変形図は変位を10倍に拡大している。ネスティングおよび積層ずれがない場合、図 4.14(c)より、顕著に積層方向(y_3 軸方向)に変形が起きていることがわかる。この理由は、weft 繊維束の押し出しに起因している[91, 93]。このことが warp の比較的低い応力や複合材料の粘塑性挙動をもたらし、結果として、図 4.13(a)で見られたように、ネスティングおよび積層ずれがない場合に、一番低い巨視的応力が発現したと考えられる。対照的に、ネスティングを有する場合(図 4.14(a))、およびネスティングがなく、積層ず

れを有する場合 (図 4.14 (b)) においては, 先の積層方向への変形挙動は見られない. これは, 隣接する平織布の強い相互作用の影響であると考えられる. 結果として, ネスティングある場合においては, ネスティングおよび積層ずれがない場合に比べて, 特に warp 繊維束にかなり高い応力の発生を見ることができる. ネスティングがある場合により応力が高くなる理由は, 積層ずれを有する場合に比べて, 隣接する織布の距離が近いからである. このような微視的挙動が, 図 4.13(a)で示した巨視的挙動をもたらしたと考えられる.

最後に, 図 4.15 に $E_{\theta=45^\circ}=1.0\%$ での $\theta=45^\circ$ における基本セル上面の合成せん断応力分布を示す. 図 4.15 中のベクトルの大きさは, $\sqrt{\sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2}$ である. ネスティングがある場合 (図 4.15(a)) は, ない場合 (図 4.15(b), (c)) に比べて明らかに高い合成せん断応力が発生していることがわかる. これは, 隣接する平織布の繊維束間の距離が近いことに起因しており, この高い応力がエポキシの粘塑性変形をもたらすものと考えられる. そのため, 図 4.13(b)で示したようにネスティングがある場合における比較的強い粘塑性挙動を引き起こしたものと考えられる.

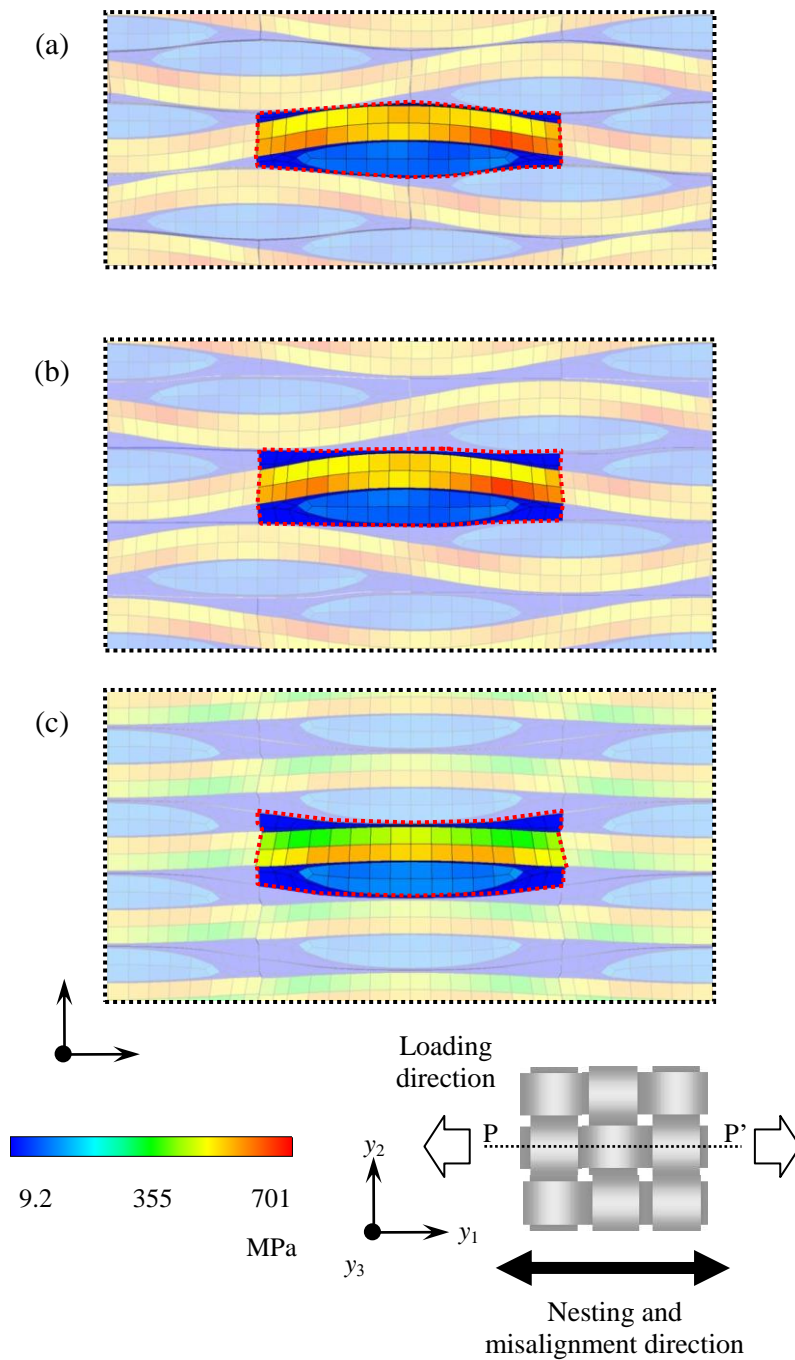


Fig. 4.14 Deformed shapes of a cross-section on PP' of the basic cell and the distributions of Mises equivalent stress at $\theta = 0^\circ$ ($E_{\theta=0^\circ} = 1.0\%$, displacement $\times 10$); (a) with nesting, (b) without nesting and with misalignment, and (c) without nesting and misalignment.

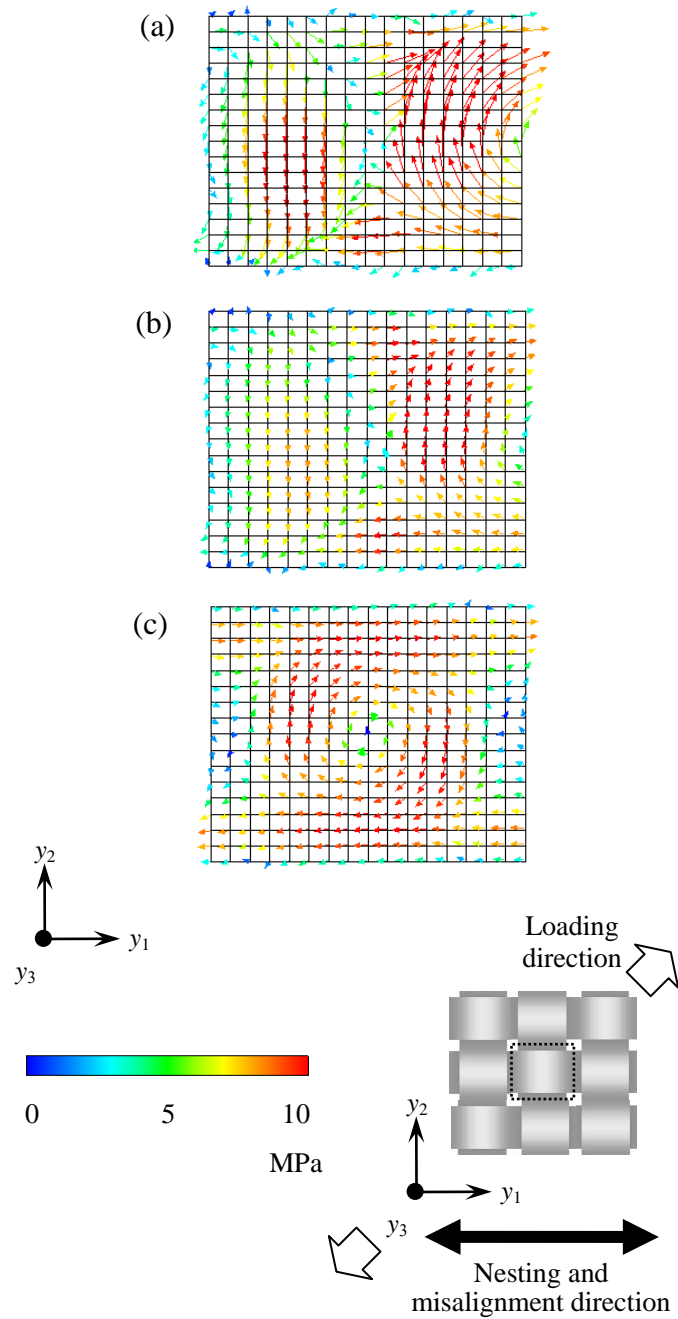


Fig. 4.15 Distributions of resultant shear stress $\sqrt{\sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2}$ on the upper boundary facets of the basic cell at $\theta = 45^\circ$ ($E_{\theta=45^\circ} = 1.0\%$); (a) nesting, (b) no-nesting with misalignment, (c) no-nesting without misalignment.

4.3 ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性挙動に 及ぼす積層ずれ依存性^[123]

本節では、4.1.2 項で述べたネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の基本セルモデリングおよびその境界条件を用いて、ネスティングと積層ずれを有する平織 GFRP 複合材料の弾-粘塑性解析を実施し、積層ずれが複合材料の弾-粘塑性特性に及ぼす影響について調査する。上記解析は、前章で用いた基本セル A' を用いて解析を行う。その他、解析対象、基本セルおよびその有限要素分割および材料定数は 4.2 節同様であるので、説明は割愛する。

4.3.1 負荷条件および境界条件

負荷条件として、室温環境下での単軸引張負荷（4.3.2 項）および二軸負荷（4.3.3 項）を考えた。4.3.2 項では、 y_1 - y_2 平面内において、 y_1 軸方向から y_2 軸方向に対し回転した $\theta = 0^\circ$ および 45° 方向に一定の巨視的ひずみ速度 $\dot{E}_\theta = 10^{-5} \text{s}^{-1}$ を与え、巨視的ひずみが 1.5% に達するまで解析を行った（図 4.16(a)）。4.3.3 項では、4.3.2 項同様、 $\theta = 0^\circ$ 、 45° 方向およびそれらに対して直交方向に、それぞれある一定の巨視的ひずみ \dot{E}_θ および $\dot{E}_{\theta+\pi/2}$ を与えた。つまり、図 4.16(b) および (c) に示すように、それぞれ平織複合材料の $[0^\circ/90^\circ]$ ならびに $[\pm 45^\circ]$ に二軸負荷を与えたこととなる。具体的な \dot{E}_θ および $\dot{E}_{\theta+\pi/2}$ の値は、 10^{-5}s^{-1} を基準とし、表 4.2 の通りとした。

積層ずれとしては、計 5 パターンの積層ずれを考えた。すなわち、 y_2 軸方向のずれ量を積層ずれ a と表し、基本セルの y_2 軸方向の長さを l とした場合に、それぞれは $a = 0, l/8, l/4, 3l/8$ および $l/2$ である（図 4.17(a)~(e)）。上記積層ずれは、先述の負荷条件に対する幾何学的対称性を考慮して選定した。境界条件は、4.1.2 項を基に、図 4.17 を表現するように、六角柱の稜の面積比を適切に変更し、それに対応した周期および境界条件の組合せを課した。

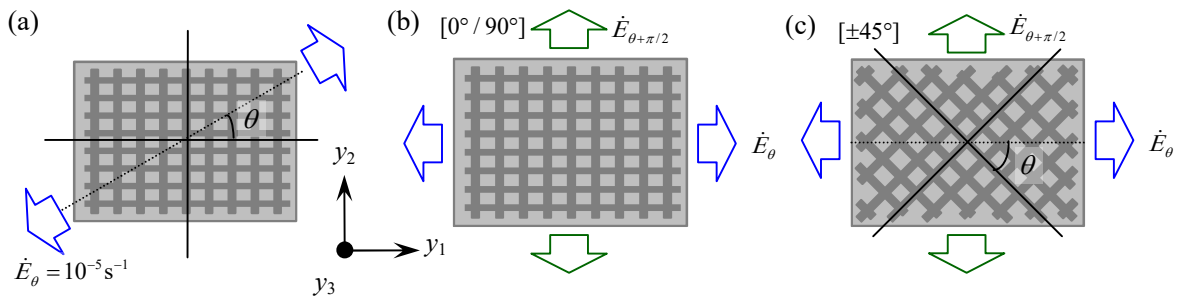


Fig. 4.16 Schematic diagrams of loading conditions; (a) uniaxial tensile loading, (b) biaxial loading for $[0^\circ / 90^\circ]$, (c) biaxial loading for $[\pm 45^\circ]$.

Table 4.2 Loading conditions of biaxial loading for $[0^\circ / 90^\circ]$ and $[\pm 45^\circ]$.

	\dot{E}_θ	$\dot{E}_{\theta+\pi/2}$	\dot{E}_θ	$\dot{E}_{\theta+\pi/2}$
Type of composite	$[0^\circ / 90^\circ]$		$[\pm 45^\circ]$	
Strain rate	1	-0.1	1	-0.5, -0.4, ..., -0.1
$[10^{-5} \text{ s}]$	1	0, 0.1, ..., 1.0	1	0, 0.1, ..., 1.0
	-0.1	1	-0.5, -0.4, ..., -0.1	1
	0, 0.1, ..., 1.0	1	0, 0.1, ..., 1.0	1

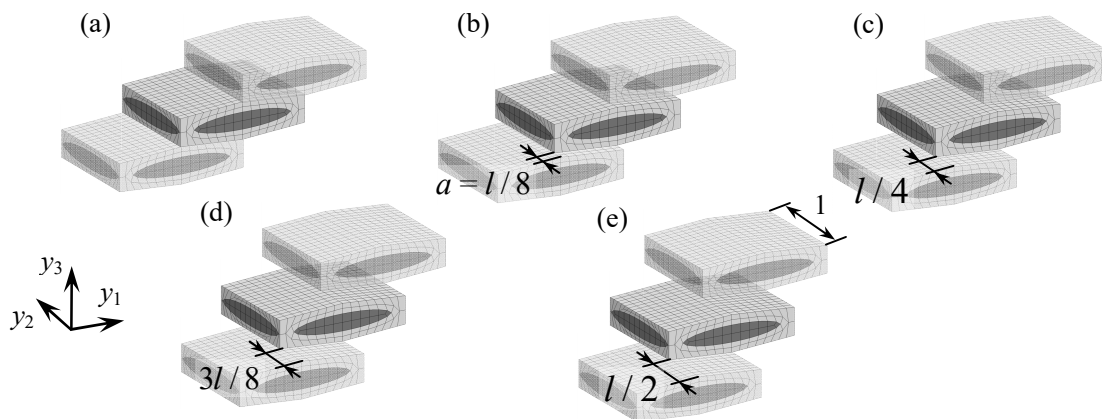


Fig. 4.17 Laminate misalignment of plain-woven composite with nesting;

(a) $a = 0$, (b) $l/8$, (c) $l/4$, (d) $3l/8$ and (e) $l/2$.

4.3.2 単軸引張解析結果

図 4.18(a)および(b)に 5 パターンの積層ずれを有する平織複合材料の $\theta = 0^\circ$ および 45° 方向のそれぞれの巨視的応力-ひずみ関係を示す. 図 4.18(a)より, 主軸方向である $\theta = 0^\circ$ の場合, 積層ずれの増加に伴い, 粘塑性流動応力が減少していることがわかる. 巨視的ひずみが 1.5%に達した際の最大応力値 (積層ずれ 0 の場合) と最小応力値 (積層ずれ $l/2$) の差は約 10%生じた. 一方で, 非主軸方向である $\theta = 45^\circ$ の場合, 図 4.18(b)より, 積層ずれの増加に伴い粘塑性流動応力が増加していることがわかる. 巨視的ひずみが 1.5%に達した際の最大応力値 (積層ずれ(0.5)の場合) と最小応力値 (積層ずれ 0) の差は約 5%であり, 主軸方向の場合より小さい.

次に, 積層ずれにより先の差が生じた理由について議論する. 図 4.19 と 4.20 は, $E_{\theta=0^\circ} = 1.0\%$ と $E_{\theta=45^\circ} = 1.0\%$ の場合の基本セルにおける変形図, ならびに微視的相当応力分布図である. なおこれらの図において, 見やすさのために変位は 10 倍にしてある. まず図 4.19(a)と(b)を比較すると, 積層ずれ 0 よりも $l/2$ の方が, 織布が捲れあがっていることがわかる. これは織布の上下の重なり方を考えたときに, 積層ずれ $l/2$ の方が積層方向 (y_3 軸方向) に変形しやすいことに起因しており, 粘塑性変形をより引き起こす. その結果, 巨視的応力は積層ずれ 0 の場合よりも低下したと考えられる. なお図 4.19(a)と(b)より, 微視的相当応力の最大値も積層ずれ $l/2$ の方が小さいことがわかる. つづいて図 4.20(a)と(b)の比較より, 積層ずれ 0 よりも積層ずれ $l/2$ の場合の方が, 樹脂部分があまり変形していないことがわかる. 積層ずれ $l/2$ の場合, 負荷方向である $\theta = 45^\circ$ 方向において繊維束の交差部が密となって拘束が厳しくなり, その結果, 織布間にせん断変形が発生しにくくなることが原因であると考えられる. また, $\theta = 0^\circ$ よりも $\theta = 45^\circ$ の場合の変形量が小さい理由について考察すると, 先に述べた面外変形は主軸方向負荷による繊維束の平滑化が主な原因であるのに対し, 非主軸方向負荷の場合にはそのような平滑化は起きにくいから, 変形量が小さくなったと考えられる.

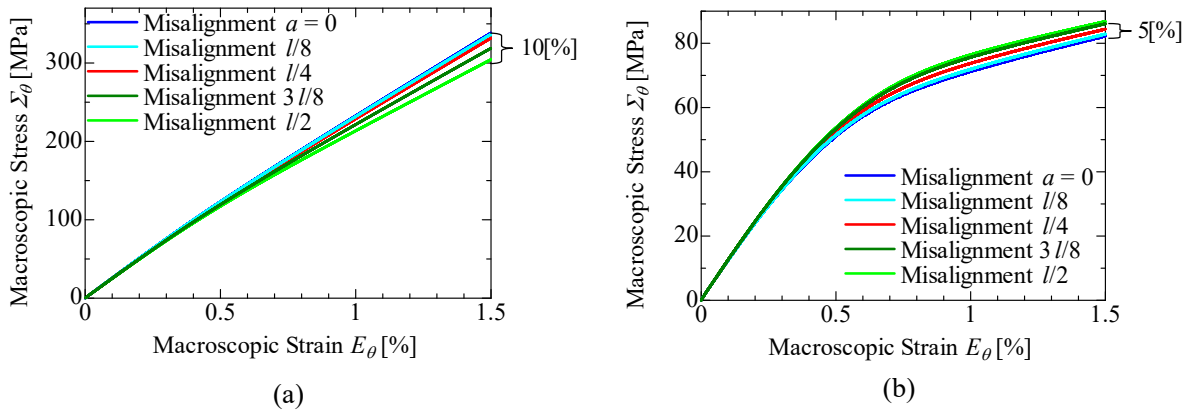


Fig. 4.18 Macroscopic stress-strain relations of plain-woven GFRP composites with nesting and 5 cases of laminate misalignment at (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 45^\circ$.

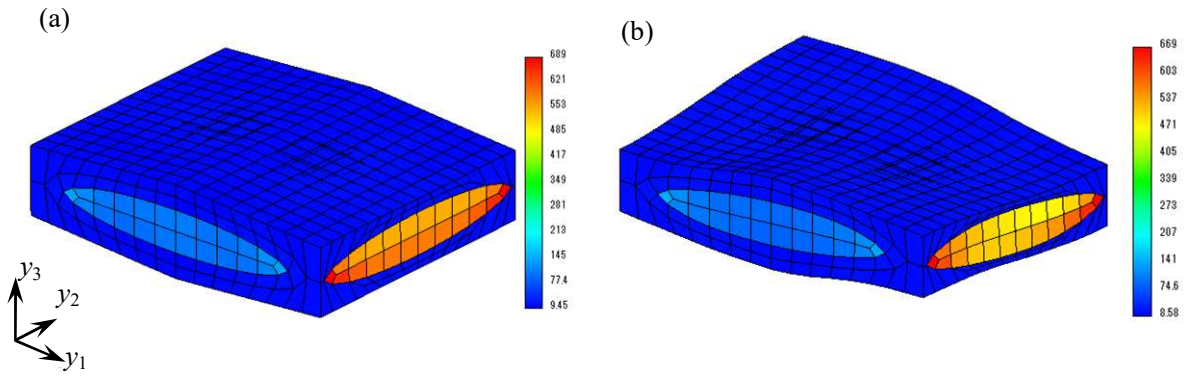


Fig. 4.19 Deformed shapes of the basic cell and the distributions of Mises equivalent stress at $\theta = 0^\circ$ ($E_{\theta=0^\circ} = 1.0\%$, displacement $\times 10$, unit: MPa); (a) Misalignment $a = 0$, (b) Misalignment $a = l/2$.

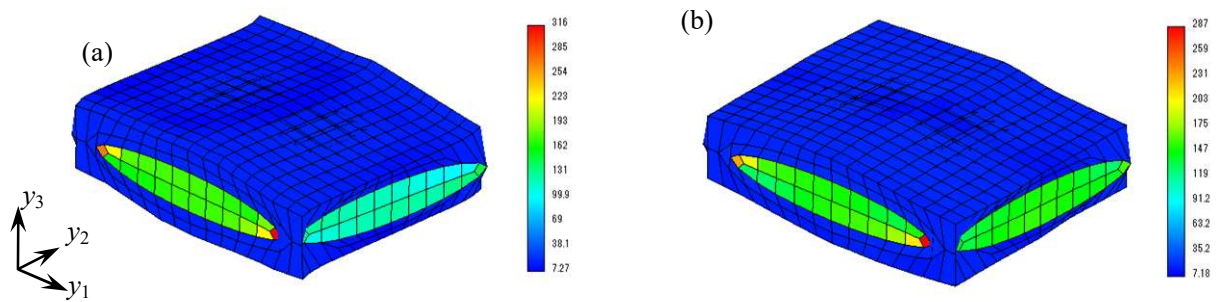


Fig. 4.20 Deformed shapes of the basic cell and the distributions of Mises equivalent stress at $\theta = 45^\circ$ ($E_{\theta=45^\circ} = 1.0\%$, displacement $\times 10$, unit: MPa); (a) Misalignment $a = 0$, (b) Misalignment $a = l/2$.

4.3.3 二軸負荷解析結果

図 4.21(a)および(b)に、解析によって得られた 5 パターンの積層ずれを有する平織複合材料 $[0^\circ/90^\circ]$ ならびに $[\pm 45^\circ]$ のそれぞれの巨視的初期降伏曲面を示す。初期降伏曲面は、文献[126]を参考にして、表 4.2 のそれぞれの負荷条件において、エポキシ要素の微視的相当応力が樹脂の初期降伏応力に達した際の巨視的応力 Σ_{11} および Σ_{22} をプロットすることにより作成した。なお本論文では、一般的に引張-引張負荷状態である第 1 象限の降伏曲面について考える。

まず、 $[0^\circ/90^\circ]$ と $[\pm 45^\circ]$ の降伏曲面の形状に注目する。図 4.21 より、積層構成によって明らかに初期降伏曲面の形状に違いが見られる。詳細に見ると、 $[0^\circ/90^\circ]$ の場合（図 4.21(a)）、特に単軸引張負荷状態の際に降伏応力に明らかな異方性があり、 $\Sigma_{11} > \Sigma_{22}$ である。本解析対象の複合材料は warp と weft で織ピッチが異なり、warp 方向（ y_2 軸方向）よりも weft 方向（ y_1 軸方向）の方が剛性は高い。この剛性差および $[0^\circ/90^\circ]$ では繊維束が主に負荷を受け持つことから、降伏応力に違いが生じたと考えられる。一方、 $[\pm 45^\circ]$ の場合（図 4.21(b)）、樹脂が主に負荷を受け持つから、あまり異方性が見られない。

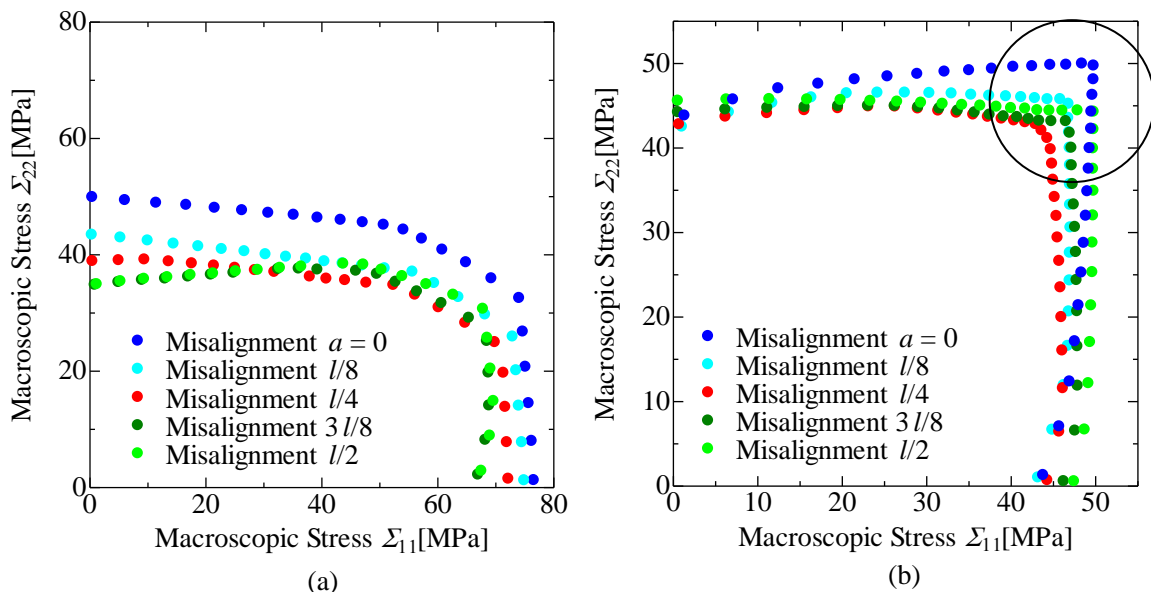


Fig. 4.21 Macroscopic initial yielding surfaces in the $y_1 - y_2$ plane of plain-woven GFRP composites with nesting and 5 cases of laminate misalignment; (a) $[0^\circ/90^\circ]$, (b) $[\pm 45^\circ]$.

次に積層ずれの影響を検討すると、まず $[0^\circ/90^\circ]$ の場合、図 4.21(a)より、積層ずれが小さければ小さいほど、降伏曲面と Σ_{11} および Σ_{22} 軸とが囲む面積は大きくなることがわかる。この理由について考察するために、図 4.22 に $E_{\theta=0^\circ}=1.0\%$ および $E_{\theta=90^\circ}=1.0\%$ の場合の基本セルにおける変形図ならびに微視的相当応力分布図を示す。図 4.22 中の負荷状態は等二軸引張状態である。図 4.22(b)より、積層ずれ $l/2$ の場合においては、単軸引張よりも小さいものの、同様な織布の捲れ上がりを確認することができる。したがって、4.3.1 項の単軸引張解析の際の議論も踏まえ、織布の捲れ上がりが影響していると考えられる。次に、 y_1 軸方向単軸引張状態から y_2 軸方向単軸引張状態に遷移するに従い、積層ずれ間の応力値の差が広がっていることがわかる。この理由は、 y_1 軸方向よりも y_2 軸方向の繊維束の方が単位長さ当たりのわん曲が大きいため、繊維束の平滑化が促進されるからであると考えられる。

一方 $[\pm 45^\circ]$ の場合、等二軸引張負荷状態付近（図 4.21(b)中の黒丸で囲われた箇所）では、各軸方向の巨視的応力は、積層ずれ 0 の際に最大となっているが、単軸引張負荷状態に遷移するにしたがって、その最大値は積層ずれ $l/2$ の値に推移していくことがわかる。この理由に関しても、4.3.1 項で議論した負荷方向に対する繊維束の交差部の粗密が影響しているものと考えられる。

最後に、上記の影響をまとめるために、各積層ずれに対して、平織複合材料 $[0^\circ/90^\circ]$ ならびに $[\pm 45^\circ]$ それぞれの各軸方向の最大巨視的応力で除して無次元化した巨視的初期降伏曲面を図 4.23(a)および(b)に示す。図中には、最大主応力降伏基準とミーゼスの降伏基準も合わせて記載する。まず、 $[0^\circ/90^\circ]$ の場合（図 4.23(a)）に注目すると、 Σ_{22} 方向では、積層ずれが大きくなるほどミーゼスの降伏基準に近づくことがわかる。一方、 Σ_{11} 方向ではそのような遷移があまり見られない。この理由は、 y_1 方向繊維束は繊維束の体積率が大きいからであると考えられる。次に、 $[\pm 45^\circ]$ の場合（図 4.23(b)）に注目すると、積層ずれが大きくなるほど最大主応力降伏基準に近づくことがわかる。

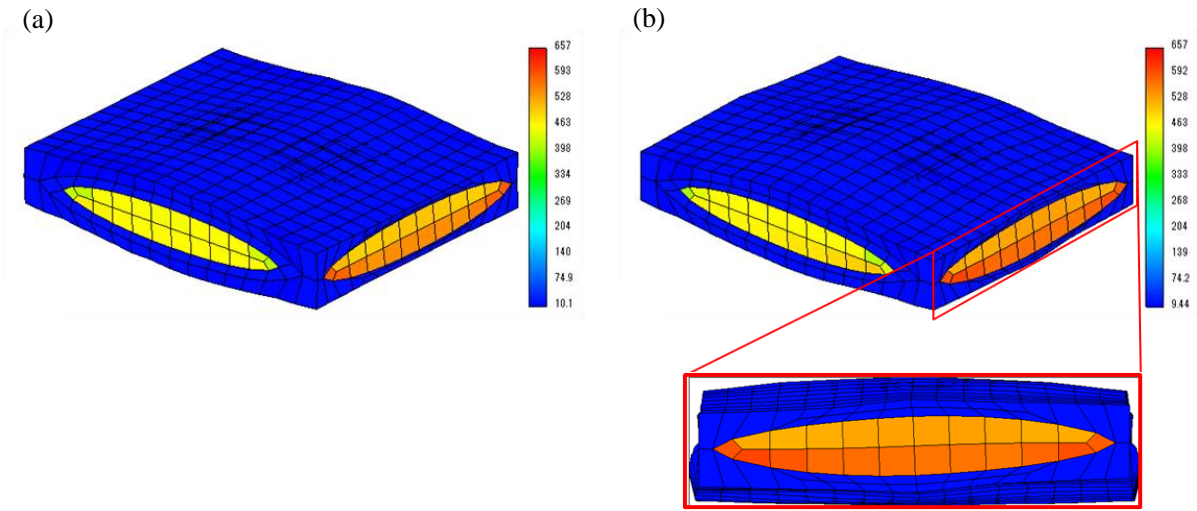


Fig. 4.22 Deformed shapes of the basic cell and the distributions of Mises equivalent stress under equibiaxial tensile loading ($E_{\theta=0^\circ}$ and $E_{\theta=90^\circ}=1.0\%$, displacement $\times 10$, unit: MPa); (a) Misalignment $a = 0$, (b) Misalignment $a = l/2$.

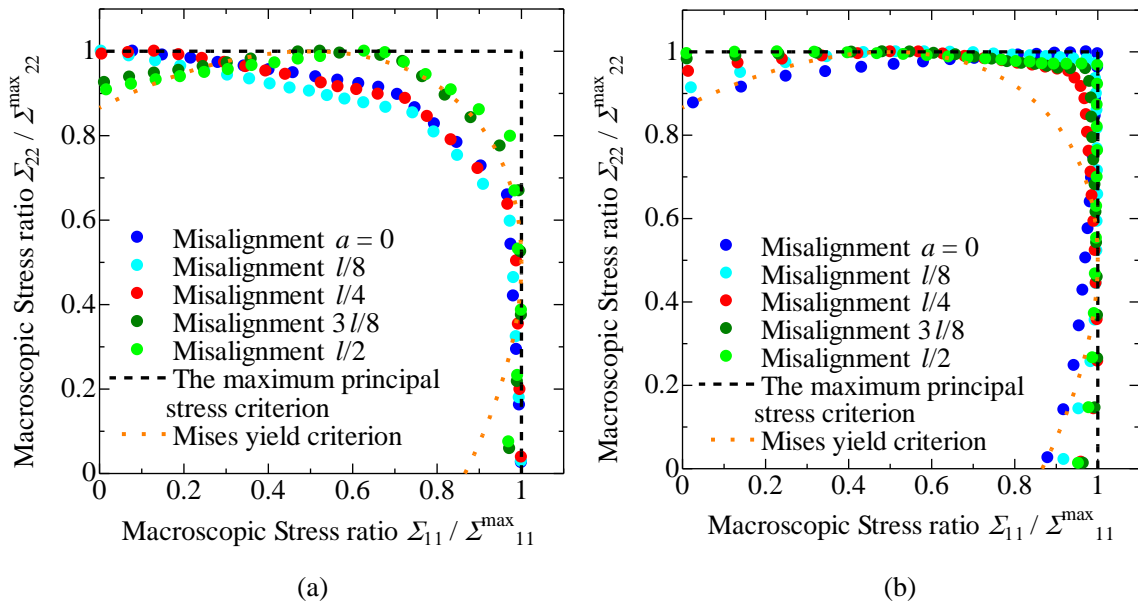


Fig. 4.23 Macroscopic normalized initial yielding surfaces in the $y_1 - y_2$ plane of plain-woven GFRP composites with nesting and 5 cases of laminate misalignment; (a) $[0^\circ/90^\circ]$, (b) $[\pm 45^\circ]$.

4.4 繊維束内部の繊維／母材を陽に考慮した均質化理論の

構築(熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論)^[123]

1章で述べたように、従来手法では、繊維束を均質弾性体と仮定していたため、その内部の樹脂の塑性変形等を考慮できていなかった。そこで本節では、マクロ／メゾ／マイクロ間をそれぞれ双方向連成するマルチスケール解析手法の開発を行う。具体的には、2章で述べた熱弾-粘塑性均質化理論をマクロ／メゾ間およびメゾ／マイクロ間に二重に適用する。上記に伴う計算コストの増大への対処としては、メゾモデルに3.1節および4.1節で述べた解析領域を低減した基本セルを使用し、マイクロモデルには2章で述べた二次元セルを用いる。これらの具体的な定義等は以降の項で述べる。

4.4.1 各スケールの定義と概念図

図4.24に示すように、微視的周期構造を有する織物複合材料が、マクロスケールにおいて巨視的一様負荷または巨視的一様な温度変化を受け、微小変形する場合を考える。いま、メゾスケールにおいて、3.1節および4.1節で述べた基本セル V を解析領域として定義し、直交座標系 x_i ($i=1, 2, 3$)を設ける。また、 x_i に関する偏微分を $(\cdot)_{,x_i}$ と表示する。次に、 V 内における繊維束領域 V_{fb} の微視構造をマイクロスケールとして、2.4節で述べた繊維と母材から構成される六方配列を仮定した二次元半ユニットセル \tilde{Y} を定義し、直交座標系 y_i を設ける。また、 y_i に関する偏微分を $(\cdot)_{,y_i}$ と表示する。なお以降では、上付き添え字 $^0(\cdot)$, $^1(\cdot)$ および $^2(\cdot)$ は、それぞれマクロ、メゾおよびマイクロスケールにおける変数を表す。また全てのスケールにおいて、温度と時間は T および t と定義し、 t に関する微分は $(\dot{\cdot})$ と表す。

解析の概念としては、図4.24に示すように、マクロスケールに負荷を与え、それによって発生したマクロ応力・ひずみを用いて、メゾ応力・ひずみを算出する。同様の手順で、マイクロ応力・ひずみを算出した後、マイクロスケールやメゾスケールで発生する粘塑性ひずみ等を計算し、それぞれ上のスケールに引き継ぎ、マクロでの構成式に

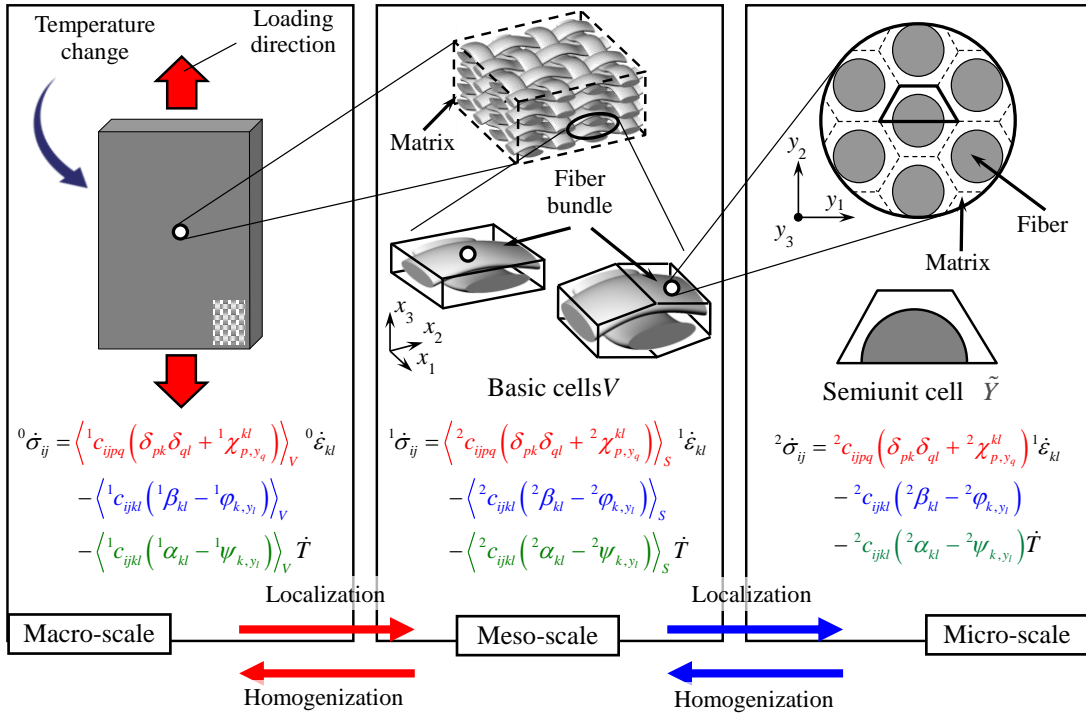


Fig. 4.24 Macro/meso/micro-scale model of woven composites and outline of triple-scale thermo-elasto-viscoplastic analysis method.

反映させる。この流れを増分的に行うことによって、マクロ／メゾ／ミクروسケールをそれぞれ双方向連成したトリプルスケール解析を実現する。以下では、2章の熱弾-粘塑性均質化理論をトリプルスケール解析に適用可能な形へと発展させるための定式化および解析手順について述べる。

4.4.2 ミクロ／メゾスケールの均質化

\tilde{Y} におけるミクロ応力分布とミクロひずみ分布をそれぞれ ${}^2\sigma_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ および ${}^2\varepsilon_{ij}(\mathbf{y}, t, T)$ と表す。 ${}^2\sigma_{ij}$ の釣合式は速度形で次のように書ける。

$${}^2\dot{\sigma}_{ij,y_i} = 0. \quad (4.2)$$

また、 \tilde{Y} の各構成相は熱弾-粘塑性材料で構成されており、その構成式は次のように表されたとする。

$${}^2\dot{\sigma}_{ij} = {}^2c_{ijkl} \left({}^2\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^2\beta_{kl} - {}^2\alpha_{kl} \dot{T} \right) \quad (4.3)$$

ここで、 ${}^2c_{ijkl}$ 、 ${}^2\beta_{kl}$ および ${}^2\alpha_{kl}$ はそれぞれ \tilde{Y} を構成する繊維または母材の弾性剛性テンソル、粘塑性関数および CTE であり、以下のようにと書くことができる。

$${}^2c_{ijkl} = c_{ijkl}^f \text{ or } c_{ijkl}^m, \quad {}^2\beta_{kl} = \beta_{kl}^m, \quad {}^2\alpha_{kl} = \alpha_{kl}^f \text{ or } \alpha_{kl}^m \quad (\text{f : fiber, m : matrix}) \quad (4.4)$$

いま、ミクロ擾乱変位場速度場の任意の変分を ${}^2v_i(\mathbf{y}, t, T)$ とすると、ミクロ応力速度の釣合式(4.2)に部分積分および発散定理を適用することで、次のような弱形式を得る。

$$\int_{\tilde{Y}} {}^2\dot{\sigma}_{ij} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} - \int_{\Gamma_{\tilde{Y}}} {}^2\dot{\sigma}_{ij} {}^2n_j {}^2v_i d\Gamma_{\tilde{Y}} = 0 \quad (4.5)$$

ここで、 $\Gamma_{\tilde{Y}}$ は半ユニットセル \tilde{Y} の境界、 2n_j は境界 $\Gamma_{\tilde{Y}}$ の外向き単位法線を表す。上式左辺第 2 項の境界積分項は、2.2 節で述べたように、 $\Gamma_{\tilde{Y}}$ において ${}^2\dot{\sigma}_{ij}$ および 2v_i が点対称性を満足し、 2n_j が互いに反対方向であることから境界全体で零になり、次式を得る。

$$\int_{\tilde{Y}} {}^2\dot{\sigma}_{ij} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} = 0 \quad (4.6)$$

式(4.6)に式(4.3)を代入することで、以下のように \tilde{Y} に対するミクロ境界値問題を得る。

$$\int_{\tilde{Y}} {}^2c_{ijpq} {}^2\chi_{p,y_q}^{kl} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} = - \int_{\tilde{Y}} {}^2c_{ijkl} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} \quad (4.7)$$

$$\int_{\tilde{Y}} {}^2c_{ijpq} {}^2\varphi_{p,y_q} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} = \int_{\tilde{Y}} {}^2c_{ijkl} {}^2\beta_{kl} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} \quad (4.8)$$

$$\int_{\tilde{Y}} {}^2c_{ijpq} {}^2\psi_{p,y_q} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} = \int_{\tilde{Y}} {}^2c_{ijkl} {}^2\alpha_{kl} {}^2v_{i,y_j} d\tilde{Y} \quad (4.9)$$

ここで、 ${}^2\chi_i^{kl}$ 、 ${}^2\varphi_i$ および ${}^2\psi_i$ はミクロスケールにおける特性関数である。境界値問題を示す式(4.7)、(4.8)および(4.9)を点対称境界条件の下で解くことによって、これらの特性関数、および以下のように表される ${}^2\sigma_{ij}$ の発展式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
{}^2\dot{\sigma}_{ij} &= {}^2c_{ijkl} \left(\delta_{pk} \delta_{ql} + {}^2\chi_{p,y_q}^{kl} \right) {}^1\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^2c_{ijkl} \left({}^2\beta_{kl} - {}^2\varphi_{k,y_l} \right) - {}^2c_{ijkl} \left({}^2\alpha_{kl} - {}^2\psi_{k,y_l} \right) \dot{T} \\
&= {}^2a_{ijkl} {}^1\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^2r_{ij} - {}^2\gamma_{ij} \dot{T}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

ここで ${}^1\dot{\varepsilon}_{kl}$ は、メゾスケールのひずみを表す。

いま、 \tilde{Y} の体積平均を $\langle \# \rangle_{\tilde{Y}} = |\tilde{Y}|^{-1} \int_{\tilde{Y}} \# d\tilde{Y}$ ($|\tilde{Y}|$ は \tilde{Y} の体積を表す) のように定義し、式(4.10)の体積平均をとることによって、以下のメゾ応力速度とメゾひずみ速度の関係式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
{}^1\dot{\sigma}_{ij} &= \left\langle {}^2c_{ijkl} \left(\delta_{pk} \delta_{ql} + {}^2\chi_{p,y_q}^{kl} \right) \right\rangle_{\tilde{Y}} {}^1\dot{\varepsilon}_{kl} - \left\langle {}^2c_{ijkl} \left({}^2\beta_{kl} - {}^2\varphi_{k,y_l} \right) \right\rangle_{\tilde{Y}} - \left\langle {}^2c_{ijkl} \left({}^2\alpha_{kl} - {}^2\psi_{k,y_l} \right) \right\rangle_{\tilde{Y}} \dot{T} \\
&= \left\langle {}^2a_{ijkl} \right\rangle_{\tilde{Y}} {}^1\dot{\varepsilon}_{kl} - \left\langle {}^2r_{ij} \right\rangle_{\tilde{Y}} - \left\langle {}^2\gamma_{ij} \right\rangle_{\tilde{Y}} \dot{T}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

注意すべき点として、織物複合材料の繊維束にはわん曲が存在するため、式(4.11)を適用する場合、ミクロ座標系 y_i とメゾ座標系 x_i の間で座標変換を行う必要がある。

4.4.3 メゾ／マクロスケールの均質化とミクロスケールとの連成

メゾ応力 ${}^1\sigma_{ij}$ の釣合式は速度形で次のように書くことができる。

$${}^1\dot{\sigma}_{ij,x_i} = 0 \tag{4.12}$$

基本セル V の各構成相は、4.4.1項と同様に熱弾-粘塑性材料で構成されており、そのメゾ構成式は次のように表されるとする。

$$\begin{aligned}
{}^1\dot{\sigma}_{ij} &= {}^1c_{ijkl} ({}^1\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^1\beta_{kl} - {}^1\alpha_{kl} \dot{T}) \\
&= {}^1c_{ijkl} {}^1\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^1c_{ijkl} {}^1\beta_{kl} - {}^1c_{ijkl} {}^1\alpha_{kl} \dot{T}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

ここで、 ${}^1c_{ijkl}$ 、 ${}^1\beta_{kl}$ および ${}^1\alpha_{kl}$ はそれぞれ基本セル V を構成する繊維束（繊維および母材）または母材の弾性剛性テンソル、粘塑性関数およびCTEであり、

$${}^1c_{ijkl} = c_{ijkl}^{\text{fb}} \text{ or } c_{ijkl}^{\text{m}}, {}^1\beta_{kl} = \beta_{kl}^{\text{fb}} \text{ or } \beta_{kl}^{\text{m}}, {}^1\alpha_{kl} = \alpha_{kl}^{\text{fb}} \text{ or } \alpha_{kl}^{\text{m}} \text{ (fb: fiber bundles, m: matrix)} \tag{4.14}$$

と表される。ただし繊維束においては、式(4.11)と(4.13)の比較から以下の関係がある

ので、これを用いることでミクروسケールとの連成が可能となる。

$${}^1c_{ijkl} = c_{ijkl}^{\text{fb}} = \left\langle {}^2c_{ijkl} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + {}^2\chi_{i,y_j}^{kl} \right) \right\rangle_{\bar{Y}} = \left\langle {}^2a_{ijkl} \right\rangle_{\bar{Y}} \quad (4.15)$$

$${}^1c_{ijkl} {}^1\beta_{kl} = c_{ijkl}^{\text{fb}} \beta_{kl}^{\text{fb}} = \left\langle {}^2c_{ijkl} \left({}^2\beta_{kl} - {}^2\varphi_{k,y_l} \right) \right\rangle_{\bar{Y}} = \left\langle {}^2r_{ij} \right\rangle_{\bar{Y}} \quad (4.16)$$

$${}^1c_{ijkl} {}^1\alpha_{kl} = c_{ijkl}^{\text{fb}} \alpha_{kl}^{\text{fb}} = \left\langle {}^2c_{ijkl} \left({}^2\alpha_{kl} - {}^2\psi_{k,y_l} \right) \right\rangle_{\bar{Y}} = \left\langle {}^2\gamma_{ij} \right\rangle_{\bar{Y}} \quad (4.17)$$

ただし先述の通り，織物複合材料の繊維束にはわん曲が存在するため，式(4.15)，式(4.16)および式(4.17)の関係式における $\left\langle {}^2a_{ijkl} \right\rangle_{\bar{Y}}$ （マイクロ均質化弾性剛性テンソル）， $\left\langle {}^2r_{ij} \right\rangle_{\bar{Y}}$ （マイクロ均質化応力緩和関数）および $\left\langle {}^2\gamma_{ij} \right\rangle_{\bar{Y}}$ （マイクロ均質化熱応力関数）は，メゾ座標系 x_i に座標変換する必要があることに留意されたい。

いま，メゾ擾乱変位速度場の任意の変分を ${}^1v_i(\mathbf{x}, t, T)$ とすると，メゾ応力の釣合式(4.12)は次のような弱形式で表すことができる。

$$\int_V {}^1\dot{\sigma}_{ij} {}^1v_{i,x_j} dV - \int_{\Gamma_V} {}^1\dot{\sigma}_{ij} {}^1n_j {}^1v_i d\Gamma_V = 0 \quad (4.18)$$

ここで， Γ_V は基本セル V の境界， 1n_j は境界 Γ_V の外向き単位法線を表す。上式の左辺第 2 項の境界積分項は，3.1 節に示すような積層ずれを有する織物複合材料，または 4.1 節に示すようなネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の基本セルの境界 Γ_V において， ${}^1\dot{\sigma}_{ij}$ と 1v_i が周期性および点対称性（あるいはそのいずれか）を有しているため，2.2 節での議論より前節と同様に境界全体で零になり，次式を得る。

$$\int_V {}^1\dot{\sigma}_{ij} {}^1v_{i,x_j} dV = 0 \quad (4.19)$$

式(4.19)に式(4.13)を代入することで，以下のように V に対するメゾ境界値問題を導く。

$$\int_V {}^1c_{ijpq} {}^1\chi_{p,x_q}^{kl} {}^1v_{i,x_j} dV = - \int_V {}^1c_{ijkl} {}^1v_{i,x_j} dV \quad (4.20)$$

$$\int_V {}^1c_{ijpq} {}^1\varphi_{p,x_q} {}^1v_{i,x_j} dV = \int_V {}^1c_{ijkl} {}^1\beta_{kl} {}^1v_{i,x_j} dV \quad (4.21)$$

$$\int_V {}^1c_{ijpq} {}^1\psi_{p,x_q} {}^1v_{i,x_j} dV = \int_V {}^1c_{ijkl} {}^1\alpha_{kl} {}^1v_{i,x_j} dV \quad (4.22)$$

ここで ${}^1\chi_i^{kl}$, ${}^1\varphi_i$ および ${}^1\psi_i$ は, メゾスケールにおける特性関数である. 境界値問題を示す式(4.20), (4.21)および(4.22)を周期境界条件および点対称境界条件(あるいはそのいずれか)の下で解くことによって, これらの特性関数, および以下のように表される ${}^1\sigma_{ij}$ の発展式を得ることができる.

$$\begin{aligned} {}^1\dot{\sigma}_{ij} &= {}^1c_{ijkl} \left(\delta_{pk} \delta_{ql} + {}^1\chi_{p,x_q}^{kl} \right) {}^0\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^1c_{ijkl} \left({}^1\beta_{kl} - {}^1\varphi_{k,x_l} \right) - {}^1c_{ijkl} \left({}^1\alpha_{kl} - {}^1\psi_{k,x_l} \right) \dot{T} \\ &= {}^1a_{ijkl} {}^0\dot{\varepsilon}_{kl} - {}^1r_{ij} - {}^1\gamma_{ij} \dot{T} \end{aligned} \quad (4.23)$$

ここで ${}^0\dot{\varepsilon}_{kl}$ は, マクロスケールのひずみを表す.

いま, V の体積平均を $\langle \# \rangle_V = |V|^{-1} \int_V \# dV$ ($|V|$ は V の体積を表す)のように定義し, 式(4.23)の体積平均をとることによって, 以下のマクロ応力速度とマクロひずみ速度の関係式を得ることができる.

$$\begin{aligned} {}^0\dot{\sigma}_{ij} &= \left\langle {}^1c_{ijkl} \left(\delta_{pk} \delta_{ql} + {}^1\chi_{p,x_q}^{kl} \right) \right\rangle_V {}^0\dot{\varepsilon}_{kl} - \left\langle {}^1c_{ijkl} \left({}^1\beta_{kl} - {}^1\varphi_{k,x_l} \right) \right\rangle_V - \left\langle {}^1c_{ijkl} \left({}^1\alpha_{kl} - {}^1\psi_{k,x_l} \right) \right\rangle_V \dot{T} \\ &= \left\langle {}^1a_{ijkl} \right\rangle_V {}^0\dot{\varepsilon}_{kl} - \left\langle {}^1r_{ij} \right\rangle_V - \left\langle {}^1\gamma_{ij} \right\rangle_V \dot{T} \end{aligned} \quad (4.24)$$

以上のように, マクロ/メゾ間とメゾ/マイクロ間それぞれに均質化理論を適用して導出した式(4.10), (4.11), (4.23)および(4.24)を用いることで, 織物複合材料を構成する三つのスケール全てを双方向連成した解析を行うことが可能となる.

ところで, 上述の手法は微小変形の均質化理論を基礎としており, 織物複合材料が厳しい力学的・熱的環境にさらされた際に発生し得る大変形や曲げに関しては本論文の範囲を超える. しかしながら, 本理論をアップデートラグランジュ形式で再定式化すれば, 織物複合材料の大変形を扱うことも可能である. このことは今後の課題である.

4.4.4 トリプルスケール均質化理論の解析手順

いま，織物複合材料に対しマクロひずみ速度 ${}^0\dot{\varepsilon}_{ij}$ またはマクロ温度変化速度 \dot{T} が与えられており，また現在時刻 t におけるマクロ応力 ${}^0\sigma_{ij}$ またはマクロひずみ ${}^0\varepsilon_{ij}$ ，あるいは両者の組み合わせが既知とする．このとき， t から $t+\Delta t$ への増分計算は，次のように行うことができる．なお本解析手法では，ミクロスケールの二次元半ユニットセル \tilde{Y} を，基本セル V の繊維束 V_b の各積分点に割り当てるものとする．

- (1) \tilde{Y} に対して，境界値問題を示す式(4.7)，(4.8)および(4.9)を点対称境界条件のもとに有限要素法を用いて解き，特性関数 ${}^2\chi_i^{kl}$ ， ${}^2\varphi_i$ および ${}^2\psi_i$ を求める．
- (2) 均質化された弾性剛性テンソル $\langle {}^2a_{ijkl} \rangle_{\tilde{Y}}$ ，応力緩和関数 $\langle {}^2r_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}$ および熱応力関数 $\langle {}^2\gamma_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}$ を求める．
- (3) 繊維束のわん曲を考慮し，ミクロ座標系 y_i から見た均質化弾性剛性テンソル $\langle {}^2a_{ijkl} \rangle_{\tilde{Y}}$ ，応力緩和関数 $\langle {}^2r_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}$ および熱応力関数 $\langle {}^2\gamma_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}$ を，式(3.27)に示すテンソル回転の公式を用いて，メゾスケール直交座標系 x_i から見た均質化弾性剛性テンソル $\langle {}^2a_{ijkl} \rangle_{\tilde{Y}}^{rot}$ ，応力緩和関数 $\langle {}^2r_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}^{rot}$ および熱応力関数 $\langle {}^2\gamma_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}^{rot}$ に座標変換する．
- (4) 式(4.20)，(4.21)および(4.22)より，メゾスケールの基本セル V におけるメゾ境界値問題を解き，特性関数 ${}^1\chi_i^{kl}$ ， ${}^1\varphi_i$ および ${}^1\psi_i$ を求める．
- (5) 次に，求めたメゾスケールの特性関数 ${}^1\chi_i^{kl}$ ， ${}^1\varphi_i$ および ${}^1\psi_i$ と $\langle {}^2a_{ijkl} \rangle_{\tilde{Y}}^{rot}$ ， $\langle {}^2r_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}^{rot}$ および $\langle {}^2\gamma_{ij} \rangle_{\tilde{Y}}^{rot}$ を用いて， $c_{ijkl}(\delta_{pk}\delta_{ql} + {}^1\chi_{p,x_q}^{kl}) = {}^1a_{ijkl}$ ， ${}^1c_{ijkl}({}^1\beta_{kl} - {}^1\varphi_{k,x_l}) = {}^1r_{ij}$ および ${}^1c_{ijkl}({}^1\alpha_{kl} - {}^1\psi_{k,x_l}) = {}^1\gamma_{ij}$ を求める．
- (6) 次に基本セル V における体積平均をとることで，マクロスケールにおける均質化された弾性剛性テンソル $\langle {}^1a_{ijkl} \rangle_V$ ，応力緩和関数 $\langle {}^1r_{ij} \rangle_V$ および熱応力関数 $\langle {}^1\gamma_{ij} \rangle_V$ をそれぞれ求める．
- (7) 入力するマクロひずみ速度 ${}^0\dot{\varepsilon}_{ij}$ または温度変化速度 \dot{T} と式(4.24)を用いて，マクロ応力速度 ${}^0\dot{\sigma}_{ij}$ とマクロひずみ速度 ${}^0\dot{\varepsilon}_{ij}$ の未定成分を求める．
- (8) マクロひずみ速度 ${}^0\dot{\varepsilon}_{ij}$ を式(4.23)に代入することで，メゾ応力速度 ${}^1\dot{\sigma}_{ij}$ を求め，メゾ応力速度 ${}^1\dot{\sigma}_{ij}$ を式(4.13)に代入し，メゾひずみ速度 ${}^1\dot{\varepsilon}_{ij}$ を求める．
- (9) メゾ座標系 x_i から見たメゾ応力速度 ${}^1\dot{\sigma}_{ij}$ およびメゾひずみ速度 ${}^1\dot{\varepsilon}_{ij}$ をミクロスケ

ール直交座標系 y_i から見た値に座標変換する.

(10)式(4.10)からマイクロ応力速度 ${}^2\dot{\sigma}_{ij}$, 式(4.3)からマイクロひずみ速度 ${}^2\dot{\varepsilon}_{ij}$ をそれぞれ求める.

(11) t から $t+\Delta t$ への各増分を計算 ($\Delta{}^0\varepsilon_{ij} = {}^0\dot{\varepsilon}_{ij}\Delta t$ または $\Delta T = \dot{T}\Delta t$) し, 各増分を現在の値に足し合わせ, 次の時間ステップへ進む.

マクロ温度変化速度 \dot{T} が与えられていない場合, $\dot{T} = 0$ となるため, 温度変化に関する項はすべて無視することができ, 材料定数も一意に定まる. この場合において, ミクロスケールにおける半ユニットセルの境界値問題を示す式(4.7)および(4.8)を解く際に構築する全体剛性マトリックスは, 時間ステップによらず不変であるから, 特性関数 ${}^2\chi_i^{kl}$ も時間ステップによらず不変となる, そのため, 各半ユニットセルの ${}^2a_{ijkl}$ および $\langle {}^2a_{ijkl} \rangle_B$ の値を求めるのは第 1 ステップのみでよい. 同様に, メゾスケールにおける基本セルの全体剛性マトリックス, ${}^1\chi_i^{kl}$, ${}^1a_{ijkl}$ および $\langle {}^1a_{ijkl} \rangle_V$ もまた時間ステップによらず不変な値であるため, こちらも第 1 ステップのみで求めればよい. 一方で, ${}^2\varphi_i$, ${}^1\varphi_i$, $\langle {}^2r_{ij} \rangle_{\bar{Y}}$ および $\langle {}^1r_{ij} \rangle_V$ は, ミクロ応力速度 ${}^2\dot{\sigma}_{ij}$ に依存して時間変化するため, 毎ステップ計算する必要がある.

これに対して, マクロ温度変化速度が与えられる場合, $\dot{T} \neq 0$ となるため, 熱に関する項を考慮する必要がある. この場合において材料定数が温度依存する場合, ミクロスケールにおける境界値問題を示す(4.7)~(4.9)およびメゾスケールにおける境界値問題を示す式(4.20)~(4.22)を解く際に構成する各スケールにおける全体剛性マトリックスは時間ステップによって変動するため, 特性関数 ${}^2\chi_i^{kl}$, ${}^1\chi_i^{kl}$, ${}^2\varphi_i$, ${}^1\varphi_i$, ${}^1a_{ijkl}$, $\langle {}^1a_{ijkl} \rangle_V$, $\langle {}^2r_{ij} \rangle_{\bar{Y}}$, および $\langle {}^1r_{ij} \rangle_V$ を毎ステップ計算する必要がある.

4.5 構成材料および織構造が異なる織物複合材料の弾-粘

塑性解析

前節で提案した熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論の妥当性検証を行う。具体的には、構成材料および織構造が異なる織物複合材料に上記理論を適用し、室温環境下の単軸引張負荷における弾-粘塑性解析を実施する。その後、解析と同等の条件で実施した実験結果との比較を行う。実験方法については、4.2.2 節と同様であるため、説明は割愛する。

4.5.1 実験および解析対象

実験および解析対象は、表 4.3 に示す四つの織物複合材料である。まず対象①の平織 GFRP は、4.2 節でも用いた PGE-6635 E-ガラス繊維/エポキシ平織複合材料（菱電化成（株）製、12 枚積層）である。次に、対象②および③の平織 CFRP および綾織 CFRP は、それぞれ TR3110/381GMX 炭素繊維/エポキシ平織複合材料および TR3523/381GMX 炭素繊維/エポキシ綾織複合材料（ともに三菱レイヨン（株）製、8 枚積層）である。ここで、②と③は同じ炭素繊維およびエポキシを使用しており、織構造だけが異なる。最後に、対象④の平織 GFRP は、平織クロス M200K104H3（ユニチカ（株）製）を 10 枚積層し、エポキシ樹脂 DER 383-LCL（（株）有沢製作所製）を含浸させ、VaRTM 成形した平織 GFRP 複合材料（（有）マルセンクラフト製）である。上記の織物複合材料から、4.2 節同様、JIS K7165 に準拠したジオメトリで試験片を切り出した。

Table 4.3 Woven composites for experiment and analysis.

	①平織GFRP ((i) Plain-woven GFRP)	②平織CFRP (ii) Plain-woven CFRP)	③綾織CFRP ((iii) 2×2 twill- woven CFRP)	④平織GFRP ((iv) Plain-woven GFRP)
繊維の種類	ガラス繊維 (E-glass)	炭素繊維 (TR 30S 3L)	炭素繊維 (TR 30S 3L)	ガラス繊維 (E-glass)
樹脂の種類	エポキシ1	エポキシ2	エポキシ2	エポキシ3(有沢製 作所株製, DER 383-LCL)
織構造	平織	平織	綾織	平織(ユニチカ株製, M200K104H3クロ ス)
製造方法	プリプレグ(菱電化 成株製, PGE-6635)+オー トクレーブ	プリプレグ(三菱ケミ カル株製, TR3110/381GMX) +オートクレーブ	プリプレグ(三菱ケ ミカル株製, TR3523/381GMX) +オートクレーブ	VaRTM成形((有)マ ルセンクラフト製)

4.5.2 有限要素分割

基本セルのジオメトリを決定するために、SEM またはマイクロ스코プでの観察を実施して、先述の織物複合材料の断面観察を行った。それぞれの断面写真を図 4.25～4.27 に示す。①については、図 4.8 と同様であるので割愛する。②と③においては、図 4.25 および 4.26 より、炭素繊維径がガラス繊維径に比べて小さいために、ネスティングがあまり起きていないことがわかる。一方、④においては、ガラス繊維であることと成形方法の影響から、ネスティングおよび積層ずれを有することがわかる。これらの観察結果から、4.2.3 節と同様の手順でメゾスケールにおける基本セルをそれぞれ作成し、アイソパラメトリック要素を用いて有限要素分割した。またミクروسケールにおける解析モデルに関しても、それぞれの複合材料の繊維束内部の繊維体積率を計算し、4.5.1 節で述べたように 2 次元の半ユニットセルを定義した。作成した①～④に対するメゾおよびミクروسケールの有限要素モデルを、それぞれ図 4.28～4.31 に示す。なお、③の基本セルに関しては、②のものをベースに作成した。

4.4 節で述べたように、ミクروسケールの半ユニットセルは、繊維束の軸方向と全体座標系がなす角（繊維束角度）に応じて回転させて、メゾスケールの有限要素の積分点ごとに割り当てている。図 4.28～4.31 より、繊維束角度が一番大きい①でも約

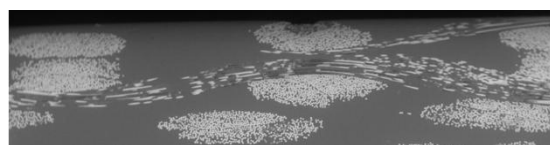
17° と比較的小さく、その角度を十分に表せる程度の有限要素サイズであることがわかる。また①において、図 4.28 の半ユニットセルを作成し奥行き方向（繊維軸方向）に数要素ある三次元半ユニットセルを作成し、それを用いた単軸引張解析も実施したが、両セルによる解析結果の差異は ${}^0\varepsilon_0 = 1.5\%$ 時のマクロ応力で最大数 MPa であったことから、二次元および三次元セルの違いはマクロ弾-粘塑性挙動にほとんど影響を及ぼさないと考えられる。したがって、本解析において一般化平面ひずみを仮定した二次元セルを使用することは問題ないと考えられる。



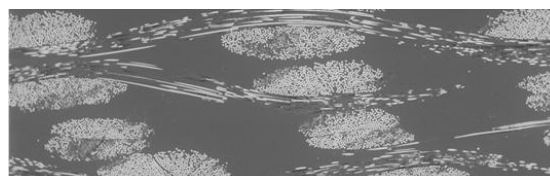
Fig. 4.25 Microscope image of (ii) plain-woven CFRP composite.



Fig. 4.26 Microscope image of (iii) 2×2 twill-woven CFRP composite.



(a)



(b)

Fig. 4.27 SEM images of (iv) plain-woven GFRP composite; (a) cross section parallel to the warp-direction, (b) cross section parallel to the weft-direction.

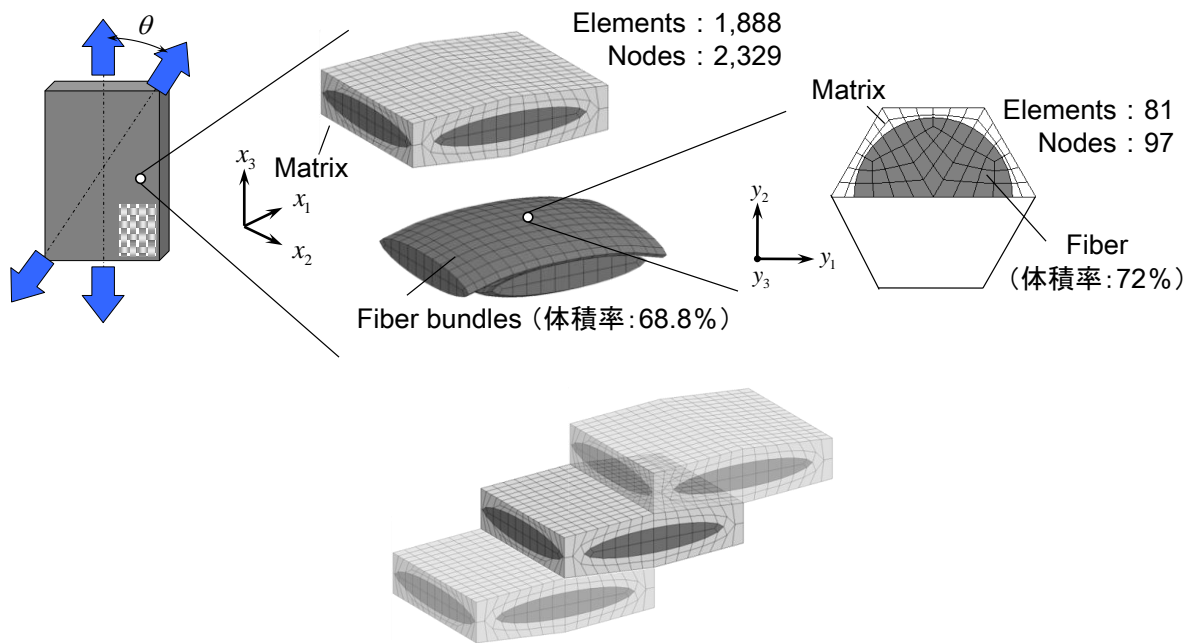


Fig. 4.28 Basic cell A' and semiunit cell \tilde{Y} of (i) plain-woven GFRP composite and its laminate misalignment.

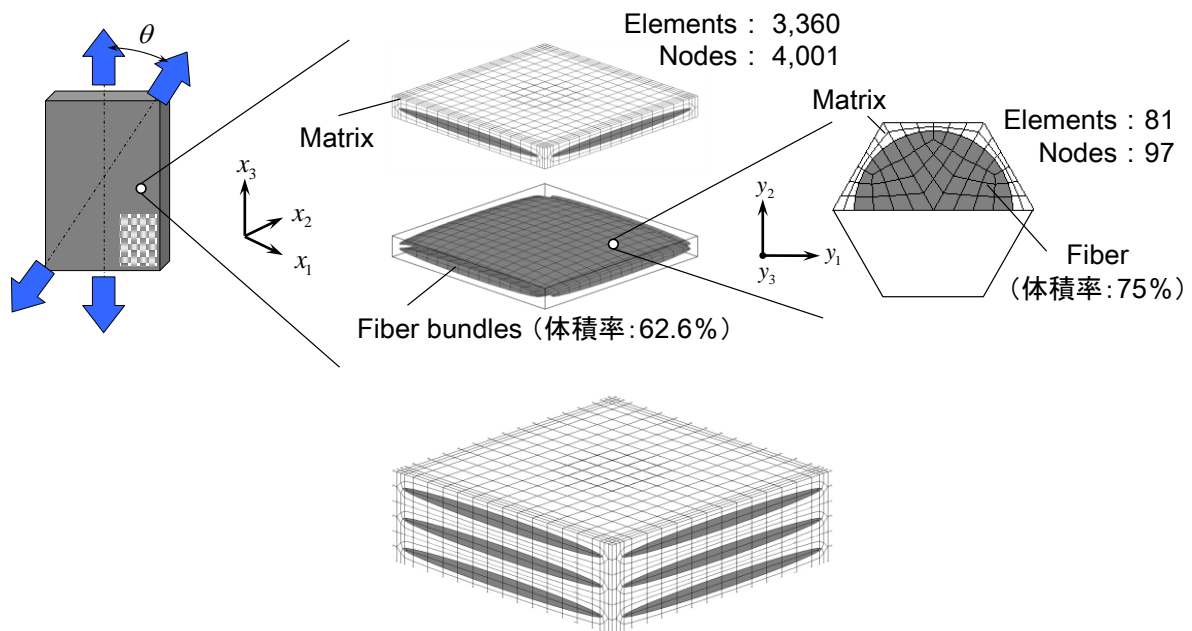


Fig. 4.29 Basic cell A and semiunit cell \tilde{Y} of (ii) plain-woven CFRP composite and its laminate misalignment.

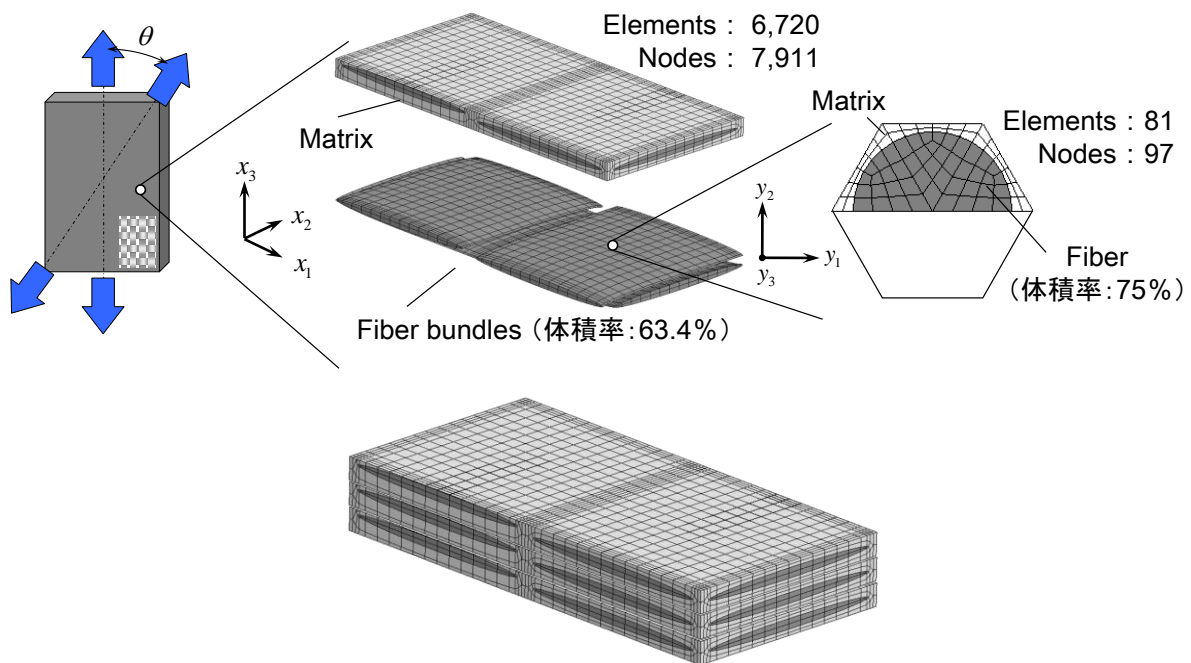


Fig. 4.30 Basic cell B and semiunit cell \tilde{Y} of (iii) 2×2 twill-woven CFRP composite and its laminate misalignment.

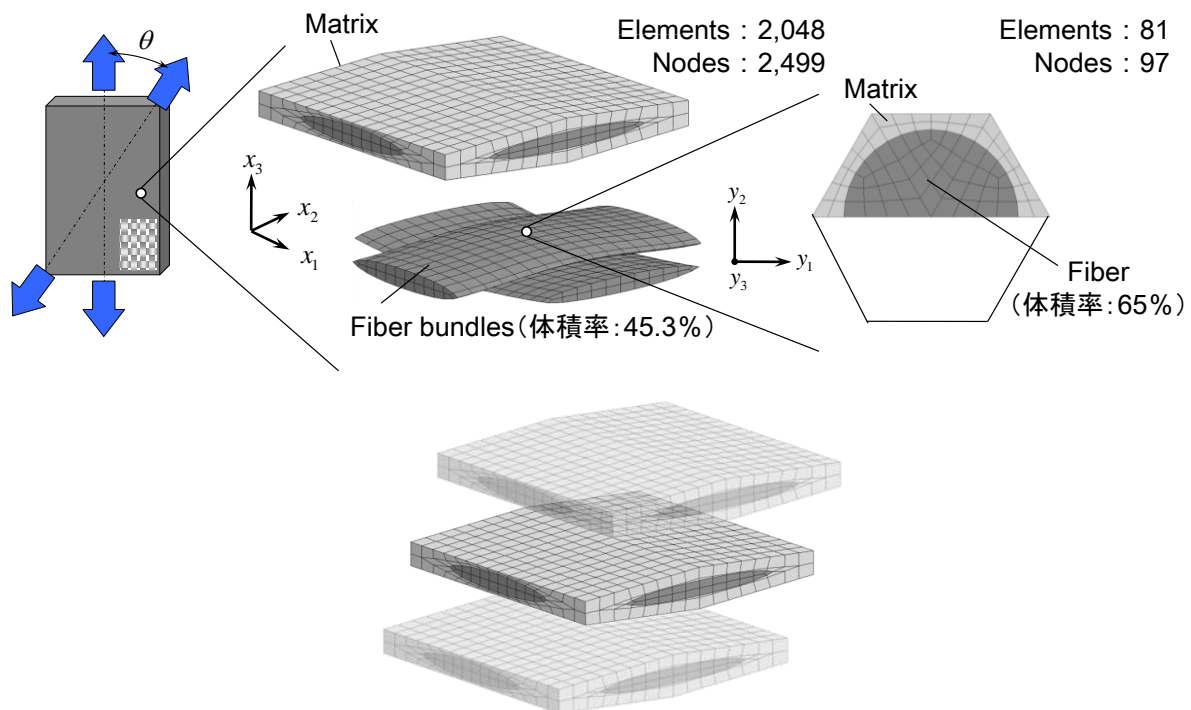


Fig. 4.31 Basic cell A' and semiunit cell \tilde{Y} of (iv) plain-woven GFRP composite and its laminate misalignment.

4.5.3 材料定数

繊維に関して，ガラス繊維は等方弾性体，炭素繊維は横等方弾性体とした．一方エポキシは，前章と同様の構成式(4.1)に従う等方弾-粘塑性体とした．なお，本節では Ludwick 型[127]の硬化関数を用いた．本解析で用いた繊維とエポキシの材料定数を，それぞれの織物複合材料ごとに表 4.4～4.6 に示す．なお，パラメータフィッティングの方法は 4.2.4 節と同様である．

4.5.4 負荷条件および境界条件

負荷条件として， $x_1 - x_3$ 平面内において x_3 軸方向から 0° ， 15° ， 30° ， 45° ， (90°)

Table 4.4 Material constants of glass fiber and epoxy in (i) plain-woven GFRP composite.

Glass fiber	$E_f = 80.0 \times 10^3$ $\nu_f = 0.22$
Epoxy1	$E_m = 3.5 \times 10^3$ $\nu_m = 0.35$ $\dot{\epsilon}_0^p = 1.0 \times 10^{-5}$ $n = 31$ $g(\bar{\epsilon}^p) = 100.0(\bar{\epsilon}^p)^{0.30} + 25.0$
MPa (stress), mm/mm (strain), s (time)	

Table 4.5 Material constants of carbon fiber and epoxy in (ii) plain- and (iii) 2×2 twill-woven CFRP composites.

Carbon fiber	$E_{LL} = 235.0 \times 10^3$ $E_{TT} = 35.0 \times 10^3$ $G_{LT} = 14.0 \times 10^3$ $\nu_{LT} = 0.20$ $\nu_{TT} = 0.40$
Epoxy2	$E_m = 3.5 \times 10^3$ $\nu_m = 0.3$ $\dot{\epsilon}_0^p = 1.0 \times 10^{-5}$ $n = 35$ $g(\bar{\epsilon}^p) = 142.0(\bar{\epsilon}^p)^{0.20} + 24.0$
MPa (stress), mm/mm (strain), s (time)	

Table 4.6 Material constants of glass fiber and epoxy in (iv) plain-woven GFRP composite.

Glass fiber	$E_f = 80.0 \times 10^3$ $\nu_f = 0.22$
Epoxy3	$E_m = 4.0 \times 10^3$ $\nu_m = 0.35$ $\dot{\epsilon}_0^p = 1.0 \times 10^{-5}$ $n = 30$ $g(\bar{\epsilon}^p) = 170.0(\bar{\epsilon}^p)^{0.225} + 6.0$
MPa (stress), mm/mm (strain), s (time)	

回転した方向に一定のマクロひずみ速度 ${}^0\dot{\varepsilon}_\theta = 10^{-5} \text{s}^{-1}$ を室温環境下で与え、マクロひずみが2%に達するまで解析を行った。図4.28~4.31に表すメゾ構造を考慮すべく、メゾスケールの基本セルには3.1節、4.1節で述べた方法で周期境界条件と点対称境界条件の組合せを課し、ミクロスケールの半ユニットセルには点対称境界条件を課した。

4.5.5 解析結果(①平織 GFRP)

まず、マクロ挙動について検討する。図4.32は、①の平織 GFRP 複合材料の各引張方向のマクロ応力-ひずみ関係であり、本節および4.2節の解析結果(実線および破線)とともに、実験結果(プロット点)も併せて記している。図4.32より、主軸方向では線形的であるが、非主軸方向になるほど非線形性が強まるといった、異方性弾-粘塑性挙動を示している。次に、トリプルスケール均質化法による解析結果と実験結果を比較すると、両者が非常に良く一致しており、平織 GFRP 複合材料の巨視的特性を精度良く予測できていることがわかる。特に、粘塑性変形が進行している高ひずみ領域では、4.2節の解析結果よりも本手法の方が実験結果に近いことがわかる。

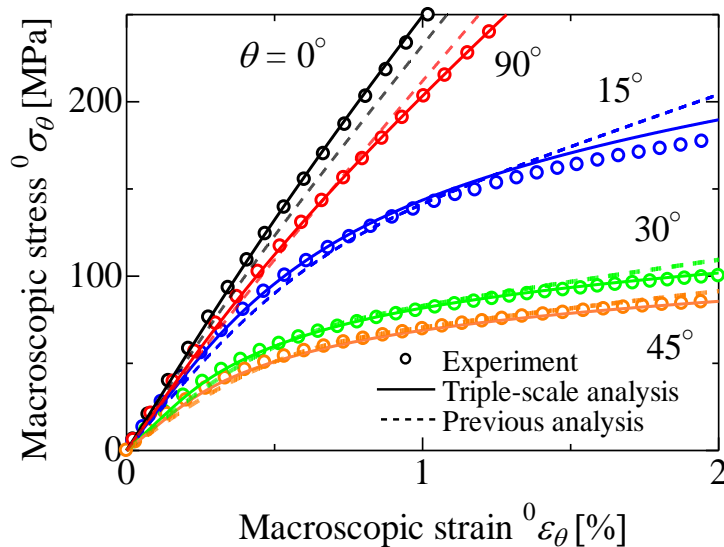


Fig. 4.32 Macroscopic stress-strain relations of (i) plain-woven GFRP composite at $\theta = 0, 15, 30, 45$ and 90° at ${}^0\dot{\varepsilon}_\theta = 1.0 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$.

次に、メゾおよびマイクロ挙動について検討する。図 4.33 および 4.34 に、マクロひずみ ${}^0\varepsilon_\theta$ が 1.5%に達した際の引張方向 $\theta=0^\circ$ におけるメゾおよびマイクロ相当塑性ひずみ分布をそれぞれ示す。これらの図は、変形後のモデルを使用して描画している。図 4.33(b)中の点 1~3 は、図 4.34 中の半ユニットセルが割り当てられた点を示す。図 4.33 より、ネスティングのため繊維束間が近くなる部分の粘塑性ひずみが大きくなっているだけでなく、従来手法で見られなかった繊維束内部における粘塑性ひずみが値は小さいものの発生していることがわかる。また図 4.34 より、メゾスケールにおける粘塑性ひずみの発生度合に応じて、ミクروسケールにおいても粘塑性ひずみが発生していることがわかる。

つづいて、図 4.35 および 4.36 に、マクロひずみ ${}^0\varepsilon_\theta$ が 1.5%に達した際の引張方向 $\theta=45^\circ$ におけるメゾおよびマイクロ相当塑性ひずみ分布をそれぞれ示す。先と同様に、

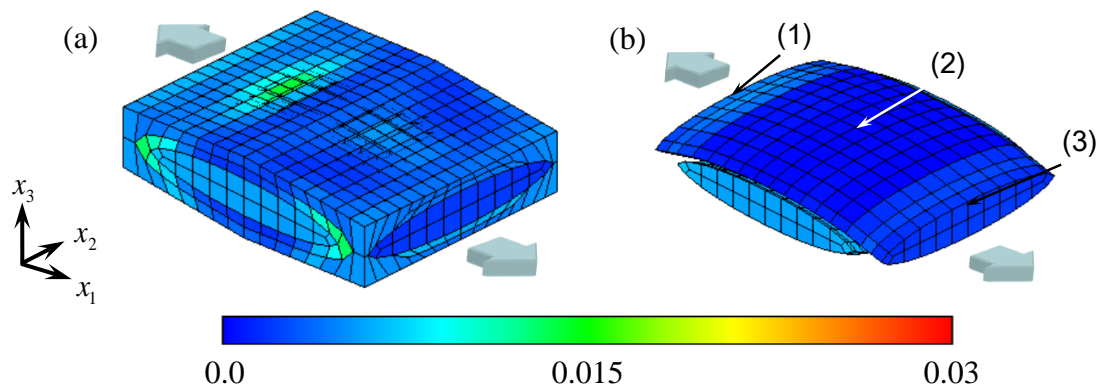


Fig. 4.33 Distributions of mesoscopic equivalent viscoplastic strain of (i) plain-woven GFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 0^\circ$); (a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

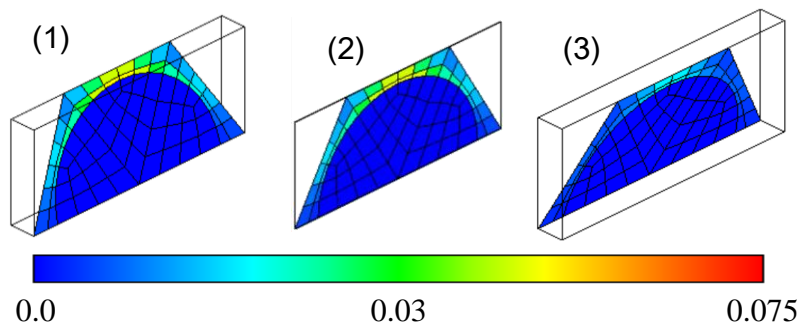


Fig. 4.34 Distributions of microscopic equivalent viscoplastic strain of (i) plain-woven GFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 0^\circ$) at the point (1), (2) and (3) in Fig. 4.33(b).

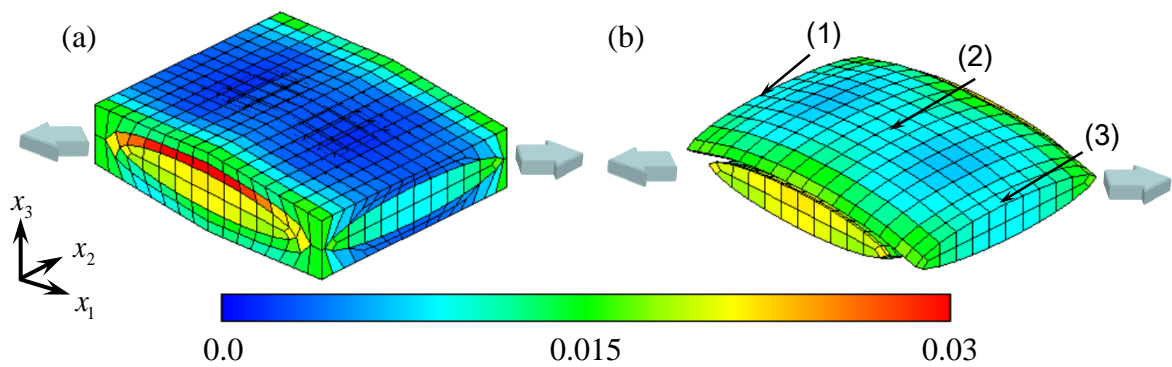


Fig. 4.35 Distributions of mesoscopic equivalent viscoplastic strain of (i) plain-woven GFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 45^\circ$); (a) whole view and (b) fiber bundles in A'.

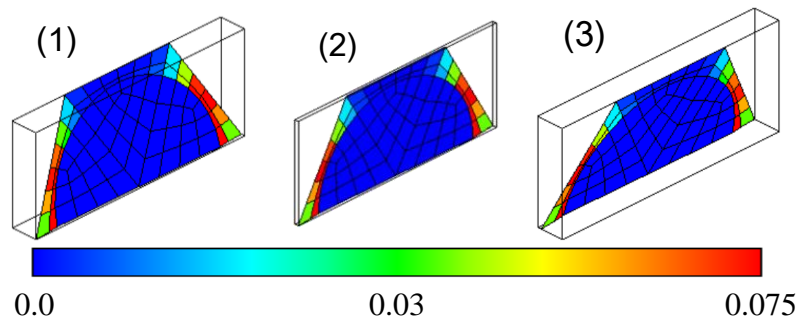


Fig. 4.36 Distributions of microscopic equivalent viscoplastic strain of (i) plain-woven GFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 45^\circ$) at the point (1), (2) and (3) in Fig. 4.35(b).

図 4.35(b)中の点 1~3 は, 図 4.36 中の半ユニットセルが割り当てられた点を示す. 図 4.35 より, 図 4.33 の場合と比較して, 繊維束に発生する粘塑性ひずみに及ぼすネスティングの影響があまり見られず, 繊維束が存在しないエポキシが多い部分に粘塑性ひずみが集中していることがわかる. また, エポキシの粘塑性ひずみの値は, $\theta = 0^\circ$ の場合と比べて大きく, マクロ応力-ひずみ関係の非線形性に対応していることがわかる. この粘塑性挙動に応じて, ミクロスケールの粘塑性ひずみが発生していることもわかる (図 4.36).

これらのことから, 負荷方向に対応したマクロ/メゾ/ミクロの相互連成が達成されていると言え, それにより従来手法を上回る予測精度につながったと考えられる.

4.5.6 解析結果(②平織 CFRP)

まず、マクロ挙動について検討する。図 4.37 は、②の平織 CFRP 複合材料の各引張方向のマクロ応力-ひずみ関係であり、本節の解析結果（実線）とともに、実験結果（プロット点）も併せて記している。図 4.37 より、先述したような異方性弾-粘塑性挙動を示しているが、図 4.32 よりも主軸方向と非主軸方向の応力レベルに差が生じていることがわかる。表 4.4 と 4.5 比較すると、ガラス繊維は等方弾性体であるのに対し、炭素繊維が横等方弾性体で繊維軸方向ヤング率と繊維直交方向ヤング率に差があることと、繊維直交方向ヤング率がガラス繊維のヤング率よりも小さいことがわかり、このことが応力レベルの差が生じた原因であると考えられる。次に、解析結果と実験結果を比較すると、両者が非常に良く一致しており、本手法は平織 CFRP 複合材料の巨視的特性も精度良く予測できていることがわかる。

次に、粘塑性挙動が特に支配的になる $\theta = 45^\circ$ のメゾおよびミクロ挙動について検討する。図 4.38 に、マクロひずみ ${}^0\varepsilon_0$ が 1.5% に達した際の引張方向 $\theta = 45^\circ$ におけるメゾ相当塑性ひずみ分布をそれぞれ示す。この図も、変形後のモデルを使用して描画している。図 4.38 より、図 4.35 と同様にエポキシリッチな箇所に粘塑性ひずみが集中していることがわかる。加えて、図 4.35 と 4.38 を比較すると、まず、繊維束まわりの樹脂、繊維束のクリンプ部およびネスティングの場所付近に、粘塑性ひずみが集中していることがわかる。次に、二つの繊維束の織ピッチが異なる①のような場合の方が、粘塑性ひずみの分布に不均質性が生まれることがわかる。具体的には、長繊維束付近の樹脂や短繊維束に粘塑性ひずみの集中が起きる。逆に言うと、②のように織構造が対称的であるとひずみは分散されると言える。

これらのことから、本手法は構成材料および内部構造を変えた場合においても、適用可能であると言え、また繊維径の大きい平織 GFRP 複合材料に対しては、基本セル A' （六角柱）、繊維径の小さい平織 CFRP 複合材料に対しては、基本セル A （立方体）の適用が有効であると考えられる。

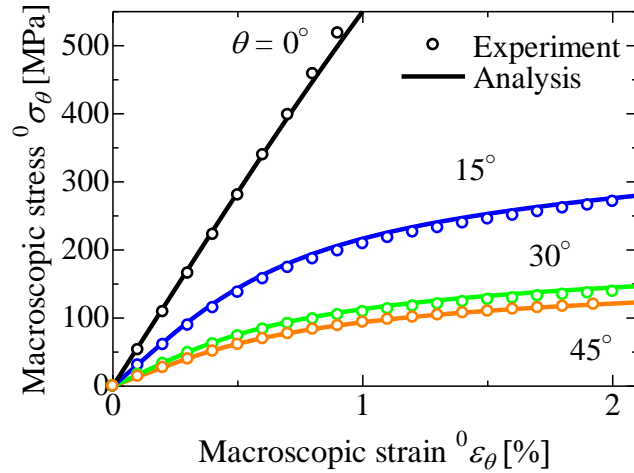


Fig. 4.37 Macroscopic stress-strain relations of (ii) plain-woven CFRP composite at $\theta = 0, 15, 30$ and 45° at ${}^0\dot{\varepsilon}_\theta = 1.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

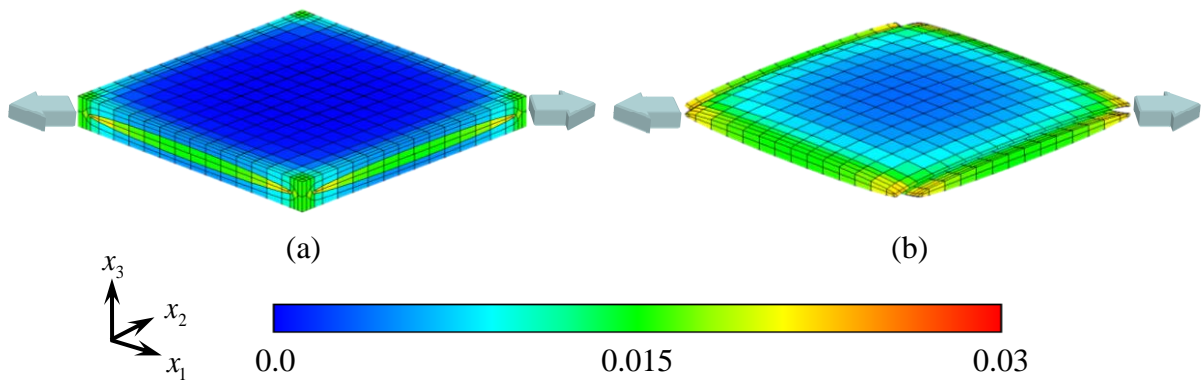


Fig. 4.38 Distributions of mesoscopic equivalent viscoplastic strain of (ii) plain-woven CFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 45^\circ$); (a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

4.5.7 解析結果(③綾織 CFRP)

図4.39は、③の綾織CFRP複合材料の各引張方向のマクロ応力-ひずみ関係であり、本項の解析結果(実線)とともに、実験結果(プロット点)も併せて記している。図4.37と4.39の比較により、②と非常に類似した異方性弾-粘塑性挙動を示しているが、高ひずみ領域での主軸方向の場合の応力値が、綾織の方が若干高いことがわかる。次に、解析結果と実験結果を比較すると、両者が概ね良く一致しており、綾織CFRP複合材料の巨視的特性も精度良く予測できていることがわかる。このことから本手法は、

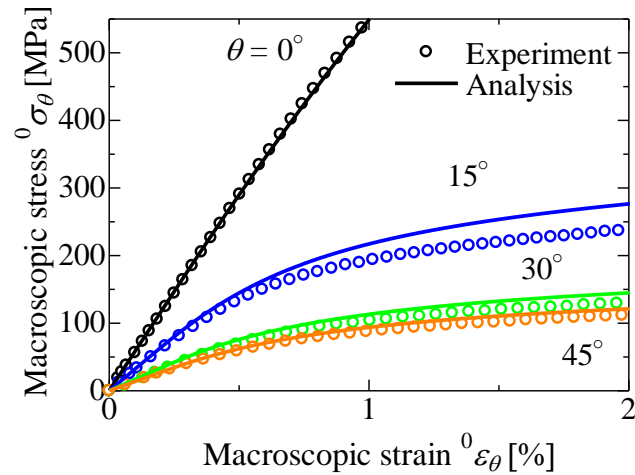


Fig. 4.39 Macroscopic stress-strain relations of 2x2 twill-woven CFRP composite (iii) at $\theta = 0, 15, 30$ and 45° at ${}^0\dot{\varepsilon}_\theta = 1.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

織構造を変えた場合においても、適用可能であると考えられる。最後に、図 4.39 中の $\theta = 15^\circ$ の解析結果が実験結果と少し差が生じた理由について考察する。本材料は②と同じ繊維および同じ樹脂を使用しており、解析においては②でフィッティングしたパラメータを用いている。しかし、②と③で材料の製造ロットは異なるため、樹脂特性が若干異なる可能性があり、それによりこのような差が生じたものと考えられる。

4.5.8 解析結果(④平織 GFRP)

図 4.40 は、④の平織 GFRP 複合材料の各引張方向のマクロ応力-ひずみ関係であり、本項の解析結果（実線）とともに、実験結果（プロット点）も併せて記している。まず図 4.39 より、本材料は①のような異方性弾-粘塑性挙動を示しているが、図 4.32 よりも主軸方向と非主軸方向の応力レベルに差があまり見られないことがわかる。また非線形性が強く、塑性しやすい平織複合材料であることがわかる。この理由は、④の繊維束体積率（45.3%、図 4.31 参照）が、①の繊維体積率（68.8%、図 4.28 参照）よりもかなり小さく（すなわち④の方が①よりも樹脂体積率が高く）、加えて、表 4.6 のパラメータフィッティングの結果からわかるように、この材料に使われているエポキシ自体が相対的に塑性しやすいものであるからである。次に、解析結果と実験結果を比較すると、両者が非常に良く一致しており、本手法は低繊維束体積率の平織 GFRP

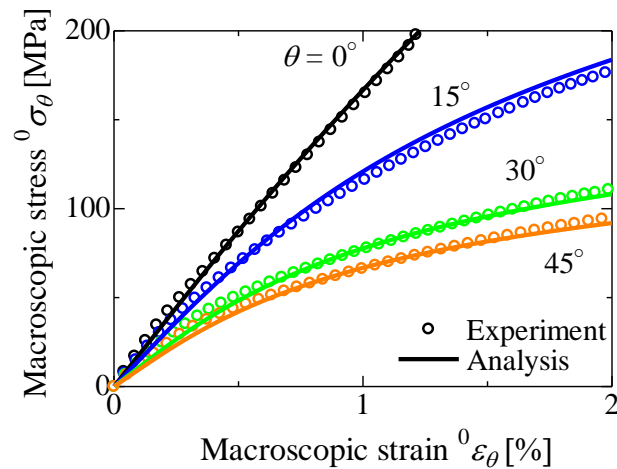


Fig. 4.40 Macroscopic stress-strain relations of plain-woven GFRP composite (iv) at $\theta = 0, 15, 30$ and 45° at ${}^0\dot{\varepsilon}_\theta = 1.0 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.

複合材料の巨視的特性も精度良く予測できていることがわかる。

最後に、図 4.41 および 4.42 に、マクロひずみ ${}^0\varepsilon_\theta$ が 1.5% に達した際の引張方向 $\theta = 0^\circ$ および $\theta = 45^\circ$ おけるメゾ相当塑性ひずみ分布をそれぞれ示す。これらの図は、変形後のモデルを使用して描画している。ネスティングおよび積層ずれを有する場合における粘塑性ひずみへの影響を確認するために、図 4.41 と 4.33、図 4.42 と 4.35 を比較すると、粘塑性ひずみ分布に大きく違いが見られる。具体的には、積層ずれがある場合の粘塑性ひずみがより分散されており、またその傾向は非主軸方向負荷の場合の方が顕著である。いま、それぞれの織布の重なり方に注目すると、④の場合、基本セルのちょうど半分ずれているため、上下の繊維束による拘束が弱くなり、比較的自由に變形できる。それに対して①の場合は、積層ずれがないため、上下の繊維束による拘束が強くなり、自由に變形できない。これらの拘束条件の違いによって、粘塑性ひずみ分布の違いが生じると考えられる。したがって積層ずれは、マクロ挙動はもちろんのこと、繊維束内部の粘塑性ひずみ分布にも大きく影響を及ぼすため、織物複合材料の非主軸方向解析の精度向上には、材料内部の断面観察に基づき、ネスティングおよび積層ずれの度合を判断し、基本セルに適切に反映させることが重要であると考えられる。

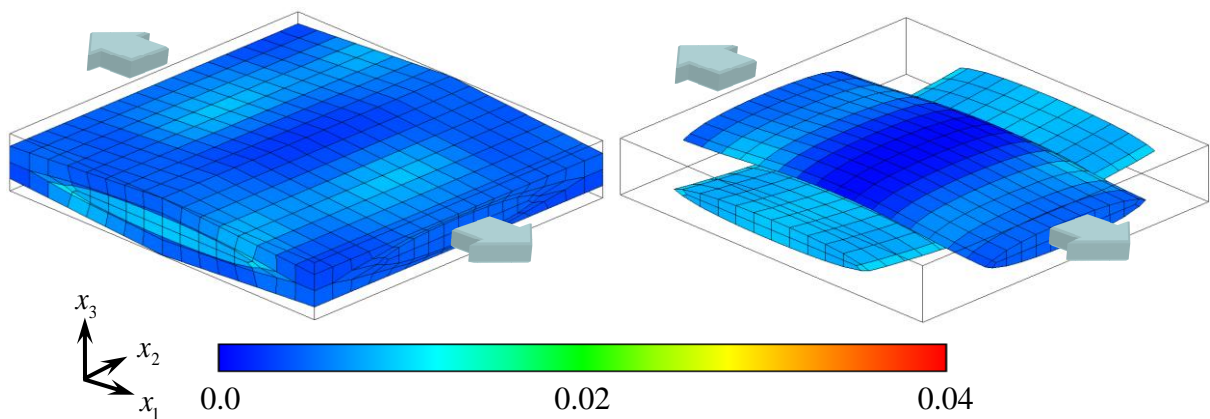


Fig. 4.41 Distribution of mesoscopic equivalent viscoplastic strain of (iv) plain-woven GFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 0^\circ$); (a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

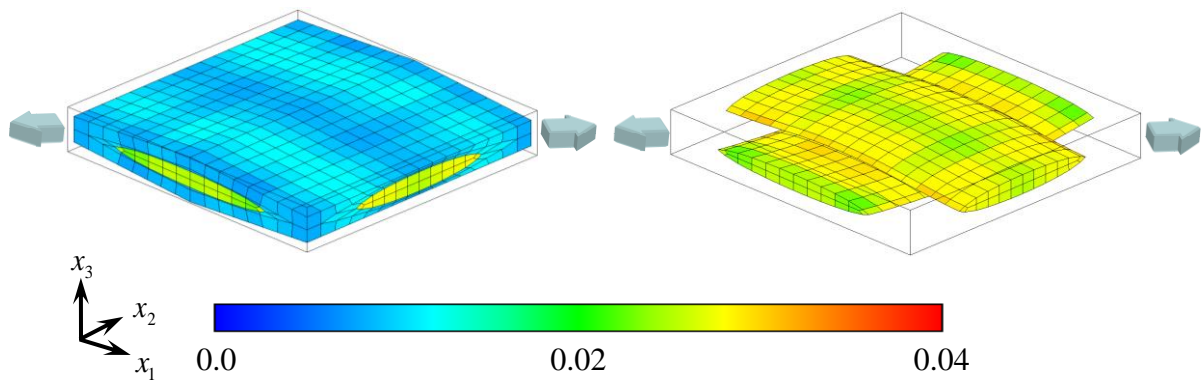


Fig. 4.42 Distribution of mesoscopic equivalent viscoplastic strain of (iv) plain-woven GFRP composite at ${}^0\varepsilon_\theta = 1.5\%$ ($\theta = 45^\circ$); (a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

4.6 まとめ

本章では、織物複合材料の非主軸方向負荷挙動を扱うべく、ネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料のユニットセルモデリングと境界条件を新規提案した。提案したユニットセルは従来の直方体型ではなく六角柱型であり、境界条件として周期性と点対称性を考慮することによって、ネスティングを考慮しつつ、解析領域の大幅な低減を実現した。また3章の積層ずれの境界条件を応用することで、ネスティン

グおよび積層ずれを有する平織複合材料の均質化解析を行うことにも成功した。さらに、繊維束内部の繊維／母材を陽に考慮した均質化理論として、熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を構築した。これは、従来手法のように、均質化理論をマクロ／メゾ間へ適用するだけでなく、メゾ／マイクロ間にも適用するものであり、それに伴う解析コストの増大は、メゾスケールにおいては2，3章で提案した基本セルを、マイクロスケールにおいては二次元半ユニットセルを使用することにより対処した。これにより、繊維束内部の繊維／母材の応力やひずみなどが評価可能となった。本章より得られた知見は以下の通りである。

- ▶ ネスティングを考慮した基本セルを用いることで、高繊維束体積率の平織複合材料の弾-粘塑性挙動を精度良く解析することが可能である。
- ▶ ネスティングによって隣接する織布中の繊維束間の距離が短くなり、それによって応力集中が発生し、粘塑性挙動に影響を及ぼす。
- ▶ ネスティングを有する平織複合材料の弾-粘塑性挙動に対して、単軸負荷，二軸負荷を問わず，積層ずれは影響を及ぼす。その原因となるのは，織布の捲れ上がりをはじめとする面外変形である。
- ▶ 熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論は，構成材料や内部構造，織構造の種類にかかわらず，織物複合材料のマクロ弾-粘塑性挙動を従来手法よりも精度良く予測可能である。
- ▶ 上記手法により，繊維束内部の粘塑性挙動も評価可能となり，それは織構造や積層ずれ，ネスティングの影響を受けることがわかった。そのため基本セル作成時には，ネスティングおよび積層ずれの度合を断面観察に基づき適切にジオメトリに反映させることが重要である。

第5章

織物複合材料の熱負荷挙動解析^[123]

1章で述べたように，織物複合材料の熱負荷挙動は，繊維と母材の異なる熱膨張・収縮特性はもちろん，主軸方向負荷挙動において重要な要因であった織構造による材料内部の拘束や，非主軸方向負荷において重要な要因であった母材の非弾性挙動が組み合わさった複雑な挙動となる．そこで本章では，4章で提案した手法を用いて織物複合材料の熱負荷挙動を解析する．具体的には，4章で提案した熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を用いて，温度履歴を受ける平織複合材料の熱変形解析を実施し，実験結果との比較を行うとともに，材料内部に発生する熱残留応力・ひずみについて評価する．

5.1 実験および解析対象

熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を用いた熱負荷解析の妥当性を確認するために，巨視的な熱履歴をうける平織 GFRP 複合材料の熱膨張試験を実施した．対象とする材料は，4章で用いた菱電化成(株)製の E-ガラス繊維／エポキシ平織複合材料（①平織 GFRP）である．異方性を考慮して，図 5.1 に示すような 3 種類の試験片を切り出した．これらの試験片のジオメトリは，JIS K7197 に従っている．

5.2 実験方法

上述した試験片に巨視的な熱履歴を与え、熱膨張計を用いて、時間、温度、試験片の伸び等を測定した。本実験で使用した熱膨張計は、図 5.2 に示す NETZSCH 製 DIL402C である。以下、詳細な測定手順について述べる。

- (1) ガラス製のプッシュロッドに触れるようにして、試験片を水平に設置する。
- (2) 試験片サンプル室と断熱槽内の真空引き後、一定流量の He ガスを導入する。
- (3) 断熱槽内部のヒーターや液体窒素を制御し、加熱槽の炉内の温度を変化させる。
- (4) ある時間ごとに、熱電対にて試験片サンプル室内部の温度を測定する。本論文においては、この温度をマクロ温度と定義する。また同時に、プッシュロッド

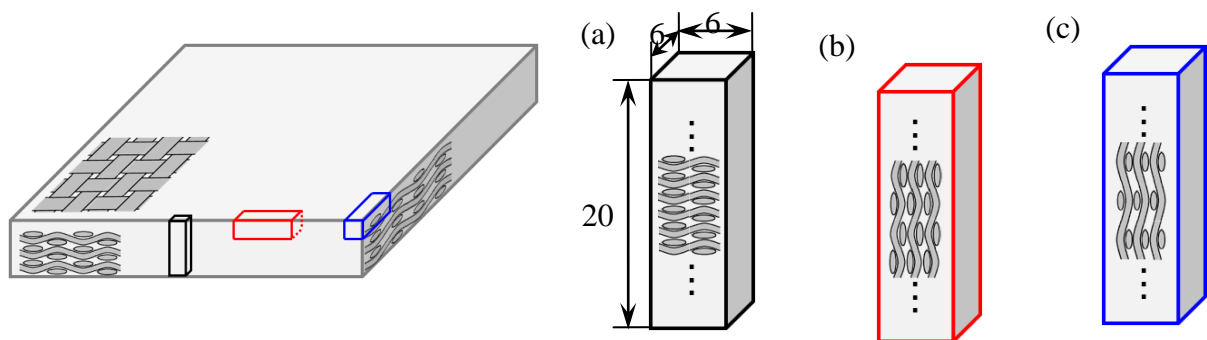


Fig. 5.1 Specimens of plain-woven E-glass fiber/epoxy composite; (a) thickness direction, (b) short waviness direction and (c) long waviness direction, and the shape of three specimens with dimensions in mm.

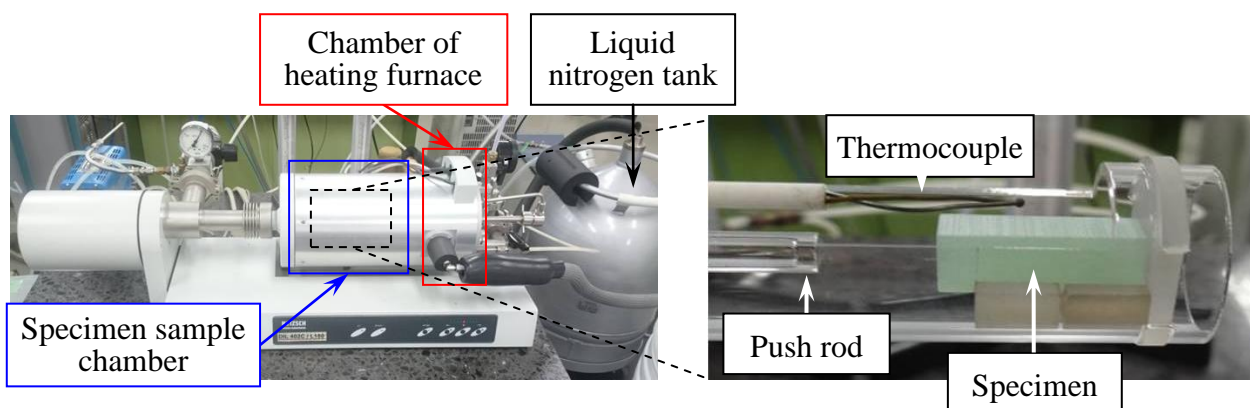


Fig. 5.2 Thermal dilatometer (DIL402C, NETZSCH) and inside of specimen sample chamber.

により試験片の伸びを測定する。

- (5) 温度変化速度が切り替わることによる熱伝導の影響を極力少なくするために、昇温過程においては、298K から 343K まで、冷却過程においては、343 K から 303 K までの温度領域で、試験片のひずみとマクロ温度の関係から CTE を計算する。

本実験においては、図 5.3(a)に示す一定温度変化速度 $\dot{T}=3 \text{ K/min}$ の熱履歴を試験片に与えることを想定し、図 5.3(a)を熱膨張計にインプットとして与えた。しかし、使用した熱膨張計の構造は、加熱槽とサンプル室に分かれており、加熱槽から熱がサンプル室に伝わることで、サンプル室の温度が変化する。このため、実際に試験片に与えられた熱履歴は、図 5.3(a)ではなく図 5.3(b)のようになった。したがって、以降の実験と比較する解析におけるインプットには、図 5.3(b)の熱履歴を使用した。

5.3 有限要素分割

メゾスケールにおいて使用した基本セルは、繊維束のわん曲を十分に表現できているため、4.5 節で述べたものと同様である。一方ミクロスケールにおいて使用した半ユニットセルは、4.5 節と同様の繊維体積率かつ六方配列であるが、解析精度向上のため、その有限要素分割を 4.5 節よりも細かいものとした。それらを図 5.4 に示す。

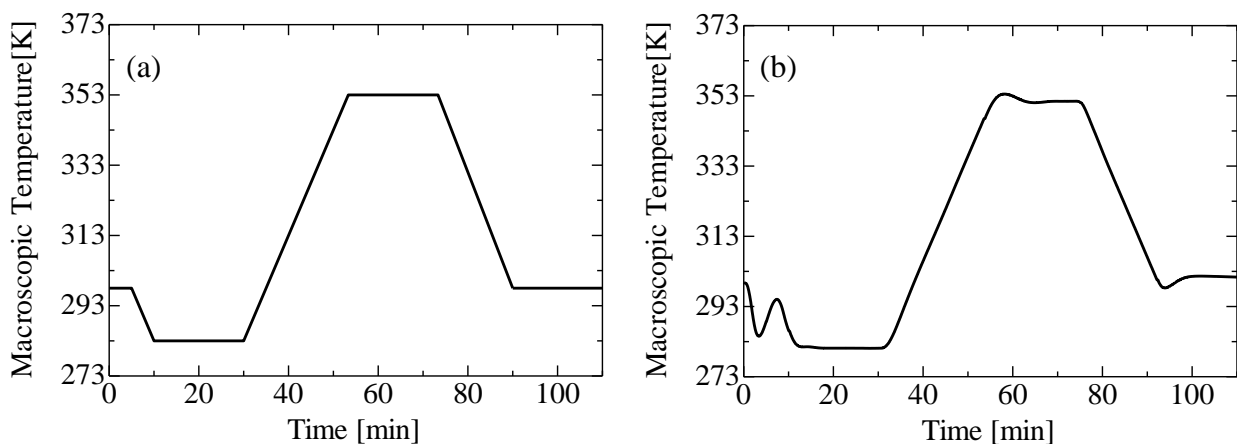


Fig. 5.3 Macroscopic thermal history; (a) input data and (b) actual thermal history.

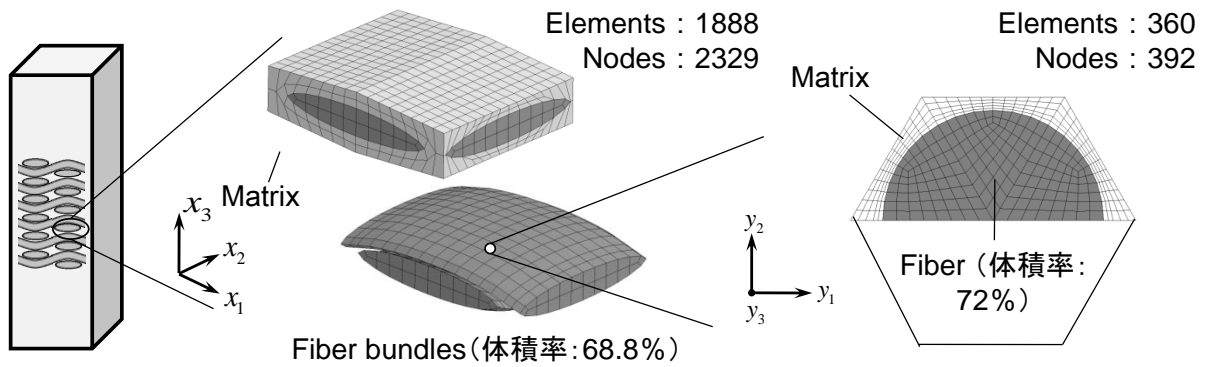


Fig. 5.4 Basic cell A' and semiunit cell \tilde{Y} of (i) plain-woven GFRP composite.

Table 5.1 Material properties.

E-Glass	$E_f = 80.0 \times 10^3$	$\nu_f = 0.22$	$\alpha_f = 4.9$		
Epoxy	$E_m = (-0.011 \times T + 6.753) \times 10^3$				
	$\nu_m = 0.35$	$\alpha_m = 0.44 \times T - 54.8$	$\dot{\epsilon}_0^p = 1.0 \times 10^{-5}$		
	$g(\bar{\epsilon}^p) = (-0.636 \times T + 289.7)(\bar{\epsilon}^p)^{(0.001 \times T + 0.029)} - 0.327 \times T + 122.95$				
	$n = -0.363 \times T + 139.4$				
MPa (stress), mm/mm (strain), $\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ (coefficient of thermal expansion), s (time), K (temperature)					

5.4 材料定数

4.5.3 項と同様に、ガラス繊維は等方弾性体、エポキシは構成式(4.1)および硬化関数 (Ludwick 型) に従う等方熱弾-粘塑性体とした。本解析で用いた繊維とエポキシの材料定数を表 5.1 に示す。ここで、エポキシのヤング率 E_m および硬化関数 $g(\bar{\epsilon}^p)$ は温度依存の関数で表現している。これらの関数は、4.2.4 項と同様のフィッティング方法で $T = 353 \text{ K}$ における E_m と $g(\bar{\epsilon}^p)$ を求め、それらと室温 ($T = 298 \text{ K}$) での E_m と $g(\bar{\epsilon}^p)$ (4.5.3 項で使用したパラメータ) を用いてそれぞれ線形補間したものである。また、エポキシの CTE は、ガラス転移前までの温度に対しては線形な関係にあることが知られており、それを考慮して表 5.1 のように定めた。

5.5 負荷条件および境界条件

負荷条件としては，平織複合材料が三つのマクロ温度変化を受けるものとする．一つ目は，前節で述べた図 5.3(b)に示す実験における温度変化である．二つ目は，実験後の温度 ($T = 301\text{K}$) から室温 ($T = 299\text{K}$) まで温度を下げて，その後 8h 室温で保持するものである．三つ目は，実験での最高温度 ($T = 353.5\text{K}$) から室温 ($T = 299\text{K}$) まで温度を下げて，その後 24h 室温で保持するものであり，成形時の温度変化を模擬している．マクロ温度変化速度は，一つ目はもちろん，二つ目，三つ目に関しても，一定温度変化速度 $\dot{T} = 3\text{ K/min}$ とした．この温度変化速度は比較的小さいと考えられるため，メゾおよびミクروسケールでの温度変化およびその速度はマクروسケールのものと同じと仮定し，熱伝導は無視した．また複合材料は，外力によるマクロ的な拘束は受けないものとした．つまり， ${}^0\dot{\sigma}_{ij} = 0$ である．

境界条件としては，4.5.5 項の場合と同様に，積層ずれは考慮せず，メゾスケールの基本セルには 4.1 節で述べた方法で周期境界条件と点対称境界条件の組合せを課し，ミクروسケールの半ユニットセルには点対称境界条件を課した．以下，解析結果を負荷状態毎に項を分けて示す．

5.6 解析結果

5.6.1 実験の温度履歴を与えた場合

まず，マクロ挙動について検討する．図 5.5 は，図 5.3(b)の温度履歴を受けた平織 GFRP 複合材料のマクロひずみ-時間関係であり，図中の積層方向，短織ピッチ方向および長織ピッチ方向は，それぞれ基本セルの x_3 ， x_1 および x_2 軸方向とそれぞれ対応している．図中では実験結果をプロット点で，解析結果を実線で示している．まず，図 5.5 中の実験結果に注目すると，マクロひずみ-時間関係は試験片の切り出し方向に大きく依存している．このことから，平織 GFRP 複合材料は強い異方性熱弾-粘塑性挙動を示すと言える．

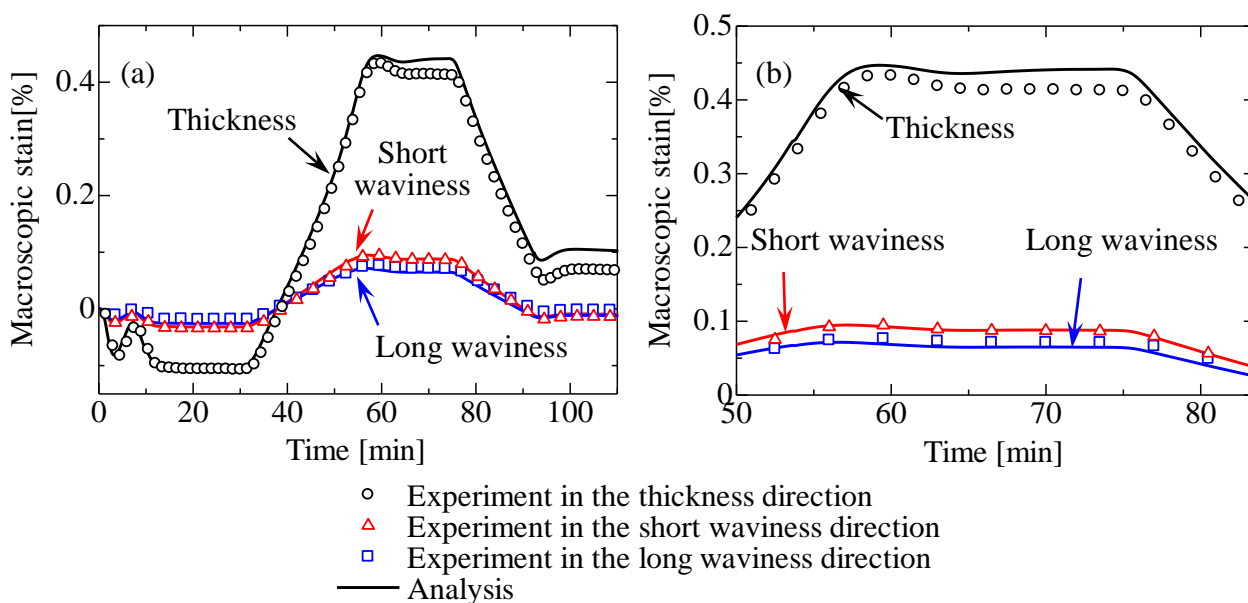


Fig. 5.5 Macroscopic strain-time relations of plain-woven GFRP composite; (a) whole view and (b) enlarged view at the area where the maximum peak strains occurred.

図 5.5 中の実験結果と解析結果を比較すると、熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論は、全ての方向において平織 GFRP 複合材料のマクロ熱膨張挙動を精度良く予測できていることがわかる。また積層方向のマクロ熱残留ひずみは、実験結果と比べて、わずかに大きいことがわかる。この理由は、使用している構成式が、熱履歴を受けた際の樹脂の硬化度の影響[128]を考慮していないからであると考えられる。

図 5.6 は CTE-温度関係を示し、(a)および(b)はそれぞれ昇温過程と冷却過程に対応している。ここで ${}^{\text{evp}}\alpha_{ij}$ は弾-粘塑性 CTE を示し、次式により算出した。

$${}^{\text{evp}}\alpha_{ij} = {}^0\dot{\varepsilon}_{ij} / \dot{T} \quad (5.1)$$

また、 ${}^{\circ}\alpha_{ij}$ は弾性 CTE を表し、式(3.18)により算出した。図中において、 ${}^{\text{evp}}\alpha_{ij}$ および ${}^{\circ}\alpha_{ij}$ はそれぞれ実線と破線で表されている。図 5.6(a)より、昇温過程において積層方向の CTE は、 $T=323\text{K}$ 以降、非線形に増加していることがわかる。このメカニズムについて考察すると、温度上昇により樹脂は等方に膨張し、変形しようとするが、繊維束は軸方向にはあまり変形しないため、樹脂の繊維束方向の変形を阻害する。変形を阻害された樹脂は、積層方向へと変形するとともに、比較的温が高い領域 ($T=323\text{K}$ 以降) では樹脂の粘塑性変形を伴うことで、 ${}^{\text{evp}}\alpha_{ij}$ が非線形に増加したと考えられる。一

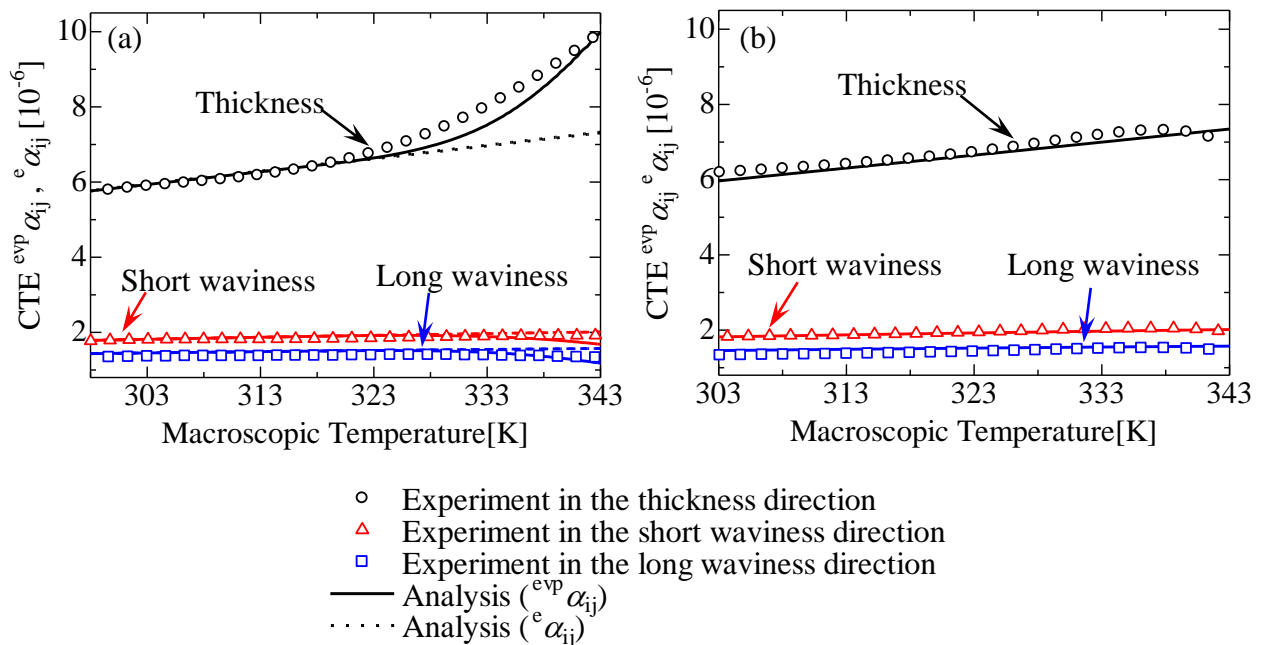


Fig. 5.6 CTE α_{ij}^{vp} , ${}^e\alpha_{ij}$ -temperature relations of plain-woven GFRP composite in the process of (a) heating period and (b) cooling period.

方, 他の方向の CTE はわずかに減少していることがわかり, これは積層方向変形に伴うポアソン効果が原因であると考えられる. また図 5.6(b)より, 冷却過程の CTE は, 図 5.6(a)で述べた非線形性を示さないことがわかる. このことは, 冷却過程においては, 樹脂はすでに塑性していたため, 粘塑性変形があまり起きなかったからであると考えられる.

マクロひずみ-時間関係および CTE-温度関係より, 熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を用いた織物複合材料の熱負荷解析に対する妥当性を確認できたと言える.

つづいて, メゾ熱残留応力とひずみを評価する. 図 5.7 と 5.8 は, 温度履歴の最後である $T = 301$ Kにおけるメゾスケール熱残留相当応力と相当粘塑性ひずみ分布である. 図 5.7 より, 平織複合材料の内部に熱残留応力が発生しており, 特に, x_1 方向繊維束の間の樹脂に高い熱残留応力が発生している. これは, 図 5.9 のように上下の平織布がネスティングしていることから, 繊維束間の距離が近くなり, その箇所で応力集中しているからであり, 結果として, 図 5.8 のように樹脂および繊維束に粘塑性ひずみが発生したと考えられる. 加えて, 図 5.7(b)の繊維束に注目すると, 図中の点(1)

から(3)方向に向かって徐々に熱残留応力が増加していることがわかる。この理由は、点(1)付近の x_1 軸方向繊維束の負荷負担と点(3)付近の x_1 軸方向繊維束の負荷負担を比べた時に、後者の方が大きいからであると考えられる。なぜなら点(1)付近では、 x_1 軸方向繊維束だけではなく、 x_2 軸方向繊維束も負荷を負担するためである。

最後に、ミクロの熱残留応力を評価する。図 5.10 は、 $T = 301 \text{ K}$ における図 5.7 中の点(1)~(3)でのミクロ熱残留相当応力分布である。まず図 5.7(a)および(b)のいずれも、

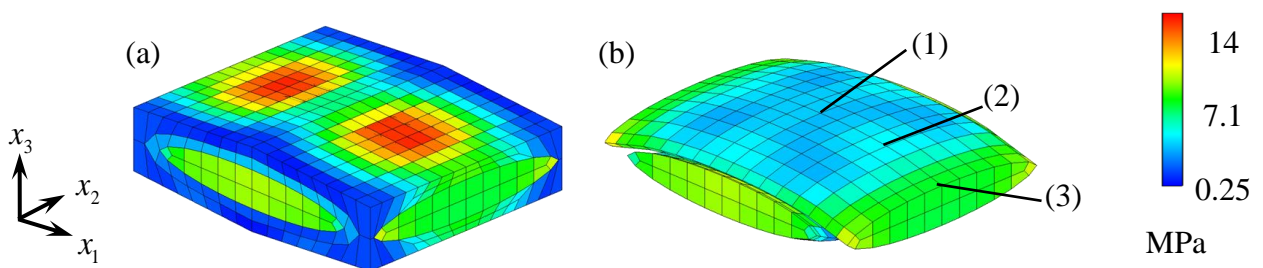


Fig. 5.7 Mesoscopic thermal residual equivalent stress distribution at $T = 301 \text{ K}$;
(a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

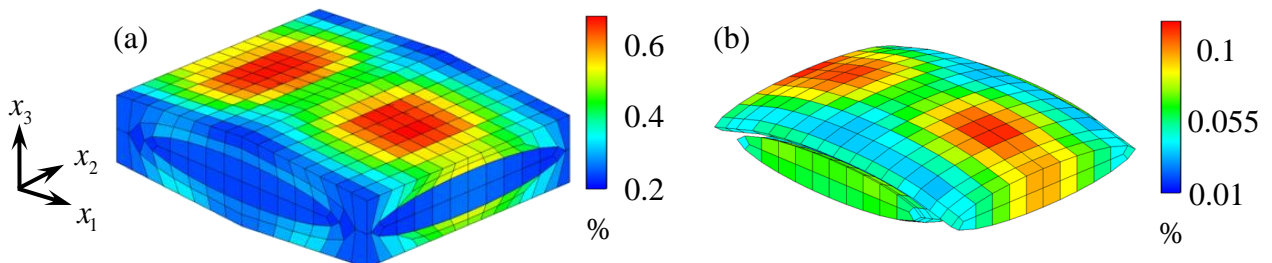


Fig. 5.8 Mesoscopic thermal residual equivalent viscoplastic strain distribution at $T = 301 \text{ K}$;
(a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

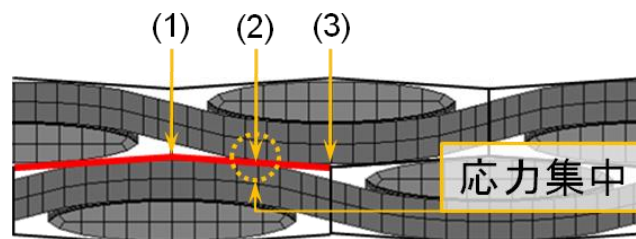


Fig. 5.9 Cross-section of basic cell A' of (i) plain-woven GFRP composite
and its stress concentration.

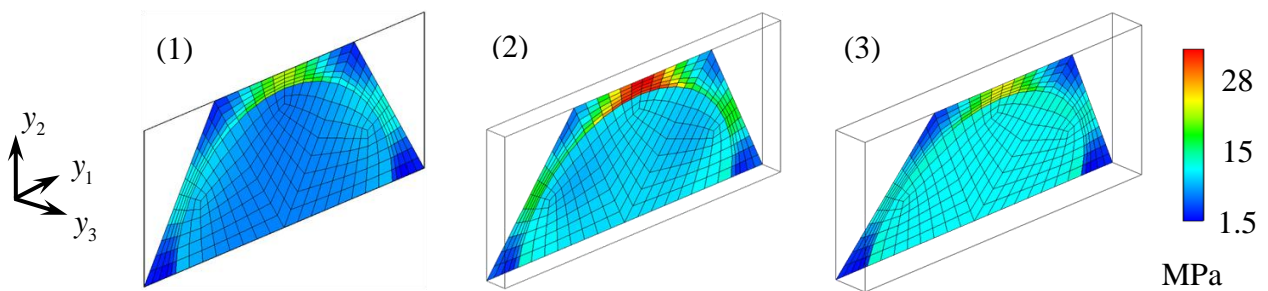


Fig. 5.10 Microscopic thermal residual equivalent stress distributions at $T = 301$ K at the point (1), (2) and (3) in Fig. 5.7(b).

繊維間距離が最も小さい箇所の樹脂に熱残留応力が発生していることがわかり，特に点(2)において顕著に発生している．一方，繊維に発生した熱残留応力は，点(1)から(3)方向に向かって徐々に大きくなっていることがわかる．このミクروسケールにおける熱残留応力の発生の傾向は，先に述べたメゾスケールでの繊維束および樹脂において発生した熱残留応力の傾向と一致している．

5.6.2 実験後の温度から室温まで降下させ，その後 8h 温度変化および外力を与えず保持した場合

次に，5.6.1 項の解析後に実験開始時の室温まで温度を下げて，8h 温度変化を与えず保持した場合について解析を実施し，実験によって発生した熱残留応力およびひずみの変化を調査した．図 5.11 は，本解析での積層方向マクロひずみ ${}^0\varepsilon_{33}$ -時間関係であり，横軸は温度降下開始点を $t=0$ h として，1 時間ごとにプロットしている．図 5.11 より，室温までの温度降下においては ${}^0\varepsilon_{33}$ は減少するが，実験開始時の室温に達した後は変化しないことがわかる．また，熱負荷による粘塑性変形のため， ${}^0\varepsilon_{33}=0$ とはならない．すなわち，基準温度から温度を変化させた後，基準温度に戻した場合，粘塑性挙動によりマクロ熱残留ひずみが発生し，それ以降，温度を一定に保ってもマクロ熱残留ひずみは変化しないことがわかった．図 5.12 は，室温 $T = 299$ Kにおいて 8h 保持した後のメゾ熱残留相当応力分布である．図 5.12 と実験終了時の図 5.7 を比較しても，その分布性状や値にはあまり変化が見られないことがわかる．この結果は，温度変化速度が $\dot{T}=3$ K/min と比較的遅いからであり，もし温度変化速度が速い場合には，

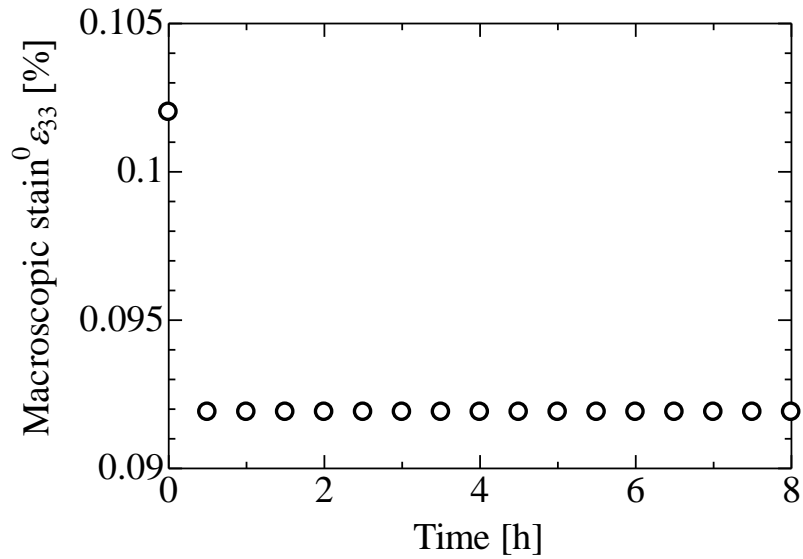


Fig. 5.11 Macroscopic strain ε_{33}^0 -time relations of plain-woven GFRP composite.

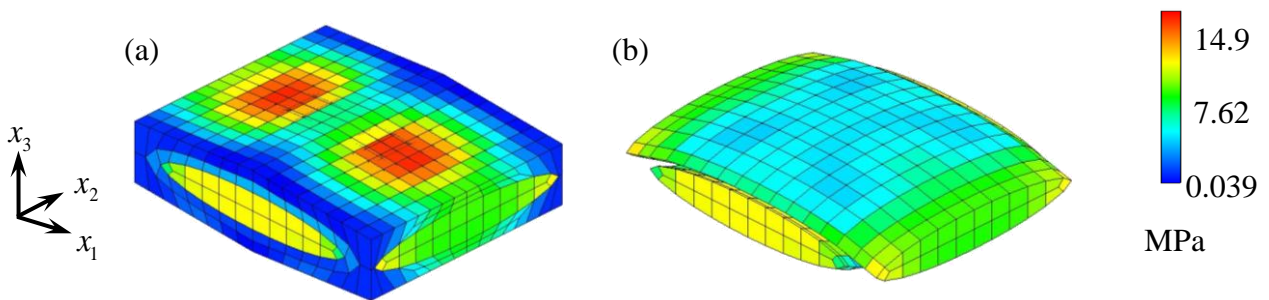


Fig. 5.12 Mesoscopic thermal residual equivalent stress distribution at 8 h in Fig. 5.11;

(a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

粘塑性挙動の影響が現れる可能性があるため、注意が必要である。

5.6.3 実験での最高温度から室温まで降下させ、その後 24h 温度変化および外力を与えず保持した場合

成形時の温度変化によって発生した熱残留応力およびひずみが、温度変化および外力を与えず保持した場合にどのように変化するか調査するために、5.2 節における実験での最高温度 ($T = 353.5\text{K}$) から室温 ($T = 299\text{K}$) まで温度を下げて、その後 24h 保持する解析を実施した。なおエポキシ樹脂の一般的な硬化時間から、保持時間を 24h と設定した。

まず、温度降下までの領域の挙動を確認する。図 5.13 は、積層方向マクロひずみ ${}^0\varepsilon_{33}$ -温度関係である。図 5.13 を見ると、上記関係は比較的線形であると考えられる。図 5.14 は、室温 $T = 299 \text{ K}$ に達した際のメゾ熱残留相当応力分布である。図 5.14 より、注目すべき点は、 x_1 および x_2 軸方向繊維束端部に発生する熱残留応力に大きく差が生じている点である。これは、基本セル内部の繊維束の長さおよびクリンプの度合が異なるために、繊維束に発生する圧縮応力に差が生じたからである。

次に、温度保持時の挙動を確認する。図 5.15 は、本解析での積層方向マクロひずみ ${}^0\varepsilon_{33}$ -時間関係であり、横軸は温度保持開始点を $t=0\text{h}$ として、1時間ごとにプロットし

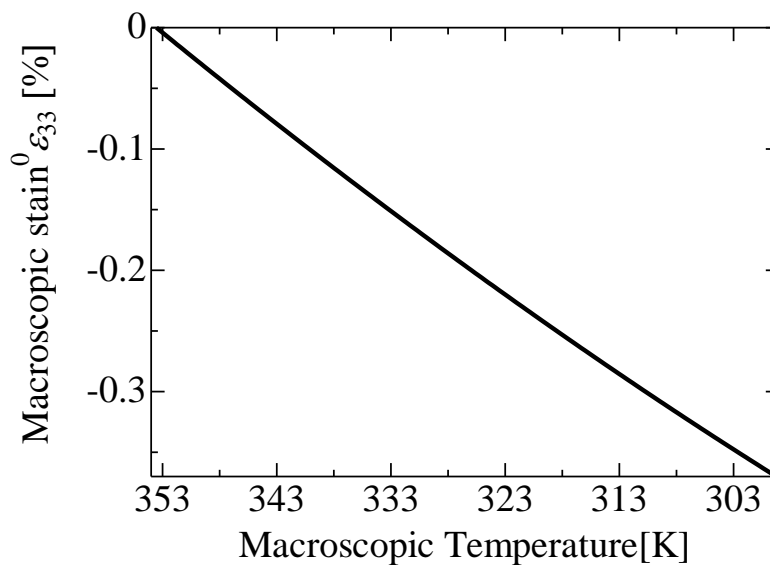


Fig. 5.13 Macroscopic strain ${}^0\varepsilon_{33}$ - temperature relations of plain-woven GFRP composite.

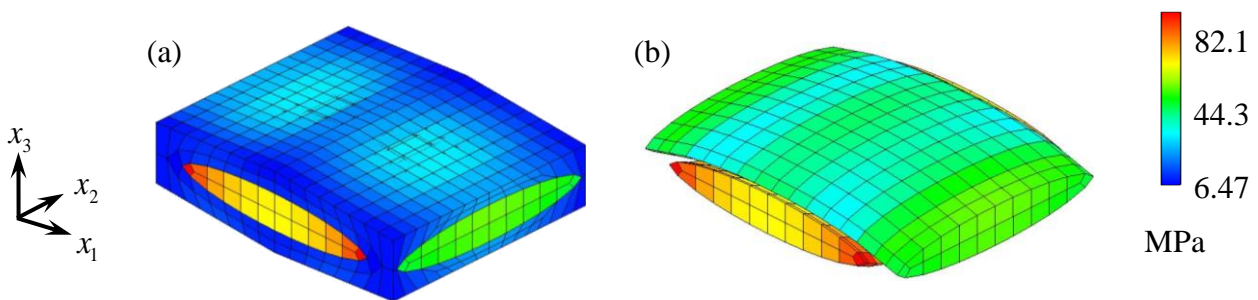


Fig. 5.14 Mesoscopic thermal residual equivalent stress distributions at $T = 299 \text{ K}$ in Fig. 5.13;

(a) whole view and (b) fiber bundles in A' .

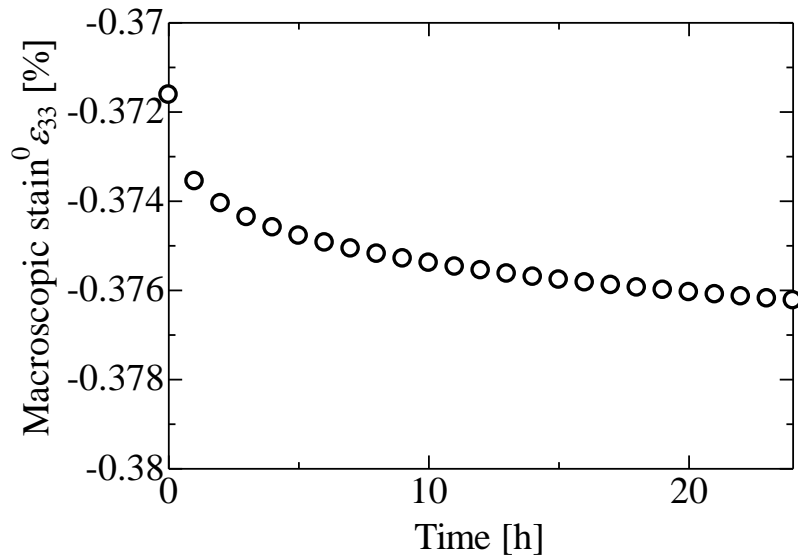


Fig. 5.15 Macroscopic strain ϵ_{33}^0 -time relations of plain-woven GFRP composite.

ている．図 5.15 を見ると， ϵ_{33}^0 は保持開始直後には若干減少するが，その後減少速度は小さくなり，24h の温度保持により減少した ϵ_{33}^0 は 0.004% 程度と非常に小さいことがわかる．図 5.16 は，室温 $T = 299 \text{ K}$ で 24h 温度保持した後のメゾ熱残留相当応力分布である．この図を図 5.14 と比較すると，その分布性状は変わらず，値としては概ね変わらず，最小応力値は微増していることがわかる．この原因を考察するために，図 5.17 に室温 $T = 299 \text{ K}$ に達した時（図 5.17(a)），24h 温度保持した後（図 5.17(b)）のメゾ熱残留応力 σ_{22}^1 分布を示す．図 5.17 より，保持前後で σ_{22}^1 の最大値の絶対値は微減し， σ_{22}^1 の最小値の絶対値は微増している．また最大値よりも最小値の絶対値の方が 2 倍ほど大きい．したがってこのことが原因であると考えられる．また，このメカニズムは，温度降下時の場合に述べた繊維束の長さ，クリンプ度合によって， x_1 軸方向繊維束と x_2 軸方向繊維束の粘塑性挙動による緩和に差が生まれたからであると考えられる．

以上のことを踏まえると，成形時を模擬した温度履歴を与え 24h 温度保持をした場合，熱残留応力およびひずみは大きく変化しないことがわかった．しかし，温度保持をこれ以上続けた解析をした場合に，図 5.15 よりひずみが減少し続ける可能性がある．この解決には，5.6.1 項でも述べたように，樹脂の硬化度の影響を踏まえた構成式[128]などを用いて，機械ひずみ以外のひずみも考慮し，残留ひずみがある値で収束するよ

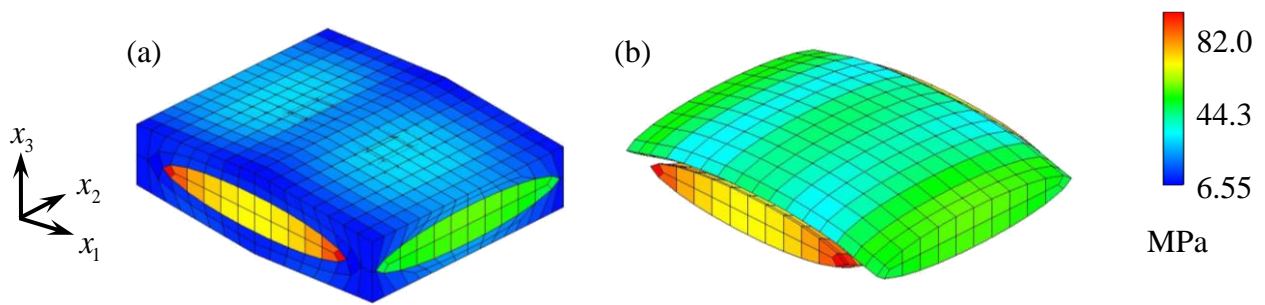


Fig. 5.16 Mesoscopic thermal residual equivalent stress distributions at 24 h in Fig. 5.15;
(a) whole view and (b) fiber bundles in A'.

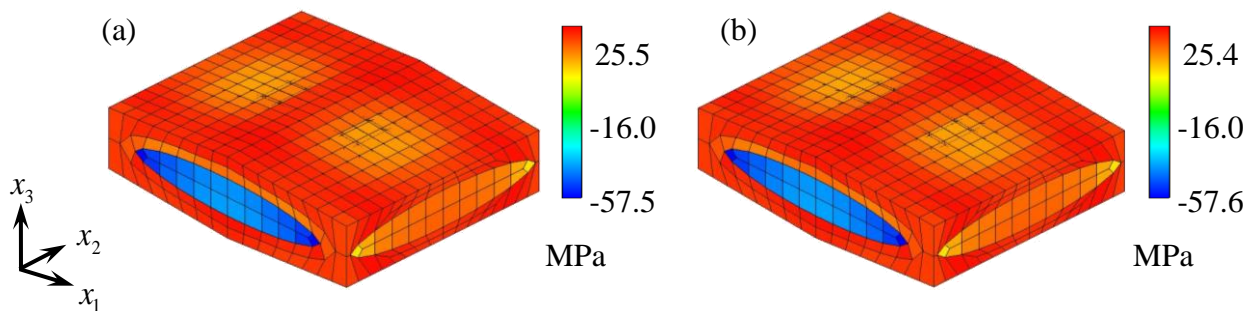


Fig. 5.17 Distributions of mesoscopic thermal residual stress ${}^1\sigma_{22}$ at
(a) 0 h and (b) 24 h in Fig. 5.15.

うにすべきであるが，これに関しては今後の課題である．

5.7 まとめ

本章では，熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を用いて，温度履歴を受ける平織 GFRP 複合材料の熱膨張解析を実施し，実験結果との比較を行った．また，実験後に室温環境下において，外力を与えずに 8h 時間保持した解析と，実験での最高温度から室温に温度降下をして，その後外力を与えずに 24h 保持した解析も実施し，材料に発生する熱残留応力・ひずみについて評価した．得られた知見は以下の通りである．

- 熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論は, 平織複合材料が熱負荷を受けた際のマクロ熱弾-粘塑性挙動を精度良く予測可能である.
- 上記手法により, 繊維束内部の熱残留応力およびひずみも評価可能となった. これは一般に実験で行うことが難しいため, 非常に価値のある手法である.
- 平織複合材料に温度履歴を与えた場合に, マクロひずみおよび弾-粘塑性 CTE の非線形性が発現することがわかった.
- ネスティングによる応力集中や繊維束の負荷分担によって, 材料内部に発生する熱残留応力に高低の差が生じる.
- 本手法で, 平織 GFRP 複合材料内部に熱残留応力が発生した状態で, 温度変化および外力を与えず保持した解析を実施すると, マクロ熱残留ひずみは一定となるかまたは若干減少し得るが, メゾ熱残留応力にあまり変化は生じない.

第6章

結 言

本論文では，織構造および構成材料が異なる種々の織物複合材料の損傷特性，弾-粘塑性特性および熱特性の推定精度の向上，および工学的実用に値する計算効率の実現を達成すべく，メゾ構造における織構造，ならびに積層ずれやネスティング，さらにはメゾ構造内部のマイクロ構造を陽に考慮しつつ，ユニットセルの形状や境界条件を工夫するなどして解析領域を低減し，その上でメゾ/マイクロ構造を連成した均質化解析手法を開発した．さらに，提案手法を用いて，種々の織物複合材料の主軸負荷挙動，非主軸負荷挙動および熱負荷挙動を積層ずれやネスティングを考慮した上で解析した．本研究の結果は以下のようにまとめられる．

まず2章では，本研究で使用した熱ひずみを考慮した時間依存材料に関する均質化理論について解説した．さらに，内部構造に点対称性を持つ場合におけるユニットセルおよび境界条件を述べるとともに，上記均質化理論における境界値問題の解法を説明した．最後に，さらなる計算領域の低減のために二次元セルの導入をした．

次に3章では，織物複合材料の主軸方向負荷挙動に影響を及ぼす積層ずれを考慮しつつ，解析領域を低減した平織/2×2綾織/5本朱子織複合材料のユニットセル（基本セル）およびその境界条件を提案した．この基本セルおよび境界条件は，内部構造の周期性と点対称性に着目したものであり，一つの基本セルで任意の積層ずれを考慮可能な有効な手法である．損傷クライテリアおよび連続体損傷力学に基づく構成式を

導入した均質化理論に上記基本セルを適用し、高効率な損傷進展解析を実施した。その結果より、成形時の熱残留応力の考慮の有無が織物複合材料のマクロ強度および破断ひずみに影響を及ぼすだけでなく、ミクロ損傷の形態を大きく変え得ることを示した。また、織構造および積層ずれは初期損傷にあまり影響を及ぼさず、強度や破断ひずみに影響を及ぼすことがわかり、これは織構造および積層ずれによる面外変形に起因するものと考えられる。これらの結果は、上記基本セルおよび境界条件を新規提案したことによってはじめて得られた結果であり、本手法の有効性が示された。

つづいて4章では、織物複合材料の非主軸方向負荷挙動の推定精度向上のために、まず、ネスティングおよび積層ずれを有する平織複合材料の基本セルモデリングと境界条件を新規提案した。六角柱型の基本セルを定義し、周期および点対称境界条件を課すことによって、ネスティングと積層ずれを考慮しつつ、解析領域の大幅な低減を実現した。次に、熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を提案した。これは、均質化理論を用いて、従来手法のマクロ/メゾ間の連成だけではなく、メゾ/ミクロ間も連成した解析手法である。それに伴う解析コストの増大には、メゾスケールでは基本セルを、ミクロスケールでは二次元半ユニットセルを使用することにより対応した。これにより、繊維束内部の繊維/樹脂の応力やひずみなどを評価可能となった。上記手法を用いて、構成材料や織構造等が異なる織物複合材料の弾-粘塑性単軸引張解析を実施し、実験結果との比較を行った。この結果より、織物複合材料のマクロ弾-粘塑性挙動を従来手法よりも精度良く予測可能となっただけでなく、繊維束内部の粘塑性挙動も評価可能となり、それらが積層ずれやネスティングの影響を受けることを明らかにした。

最後に5章では、熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論を用いて、温度履歴を受ける平織GFRP複合材料の熱膨張解析を実施し、実験結果との比較を行った。また、実験後に室温環境下において外力を与えずに8h保持した解析と、実験での最高温度から室温に温度降下をしてその後外力を与えずに24h保持した解析も実施し、発生する熱残留応力およびひずみについて評価した。これにより、熱弾-粘塑性トリプルスケール均質化理論は、平織複合材料が熱負荷を受けた際のマクロ熱-弾粘塑性挙動を精度良く予測可能であるだけでなく、繊維束内部の熱残留応力およびひずみも評価可能であることが示された。このような評価は一般に実験的に行うことが難しいため、

本手法は価値ある手法であると言える。また平織複合材料に温度履歴を与えた場合に、マクロひずみおよび弾-粘塑性 CTE に非線形性が発現することも明らかにした。

付 録

A.1 有限要素解析(補足)

2.3.1 項で述べたように，本論文では，均質化理論における境界値問題を示す式(2.30)～(2.32)を有限要素法によって解く．本章では，境界値問題で用いられるマトリックスおよびベクトルのうち，2.3.1 項で述べていないものについての詳細を述べる．

1) $[B]$

ひずみ-変位マトリックスを表す．すなわち，ユニットセル \hat{Y} における座標系を $y_i (i=1, 2, 3)$ とし，工学的ひずみを考えれば

$$[B] = \begin{bmatrix} \partial/\partial y_1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y_2 & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial y_3 \\ \partial/\partial y_2 & \partial/\partial y_1 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y_3 & \partial/\partial y_2 \\ \partial/\partial y_3 & 0 & \partial/\partial y_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

と書ける． $[B]$ は，後述 A.2 の形状関数 N_i を用いると，

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial y_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_2} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_2} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_3} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_3} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_3} & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial y_2} & \frac{\partial N_1}{\partial y_1} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_2} & \frac{\partial N_2}{\partial y_1} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_2} & \frac{\partial N_i}{\partial y_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_3} & \frac{\partial N_1}{\partial y_2} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_3} & \frac{\partial N_2}{\partial y_2} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_3} & \frac{\partial N_i}{\partial y_2} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y_3} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y_1} & \frac{\partial N_2}{\partial y_3} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y_1} & \frac{\partial N_i}{\partial y_3} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

のように表される。

2) [C]

c_{ijkl} に基づく弾性剛性マトリックスであり、次式のように表される。

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{1111} & c_{1122} & c_{1133} & c_{1112} & c_{1123} & c_{1131} \\ c_{2211} & c_{2222} & c_{2233} & c_{2212} & c_{2223} & c_{2231} \\ c_{3311} & c_{3322} & c_{3333} & c_{3312} & c_{3323} & c_{3331} \\ c_{1211} & c_{1222} & c_{1233} & c_{1212} & c_{1223} & c_{1231} \\ c_{2311} & c_{2322} & c_{2333} & c_{2312} & c_{2323} & c_{2331} \\ c_{3111} & c_{3122} & c_{3133} & c_{3112} & c_{3123} & c_{3131} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

ただし $c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}$ の関係が成立するので、[C]は対称マトリックスである。

3) $\{C^{kl}\}$

kl に対応する[C]の列ベクトルであり、

$$\{C^{kl}\} = \{c_{11kl} \quad c_{22kl} \quad c_{33kl} \quad c_{12kl} \quad c_{23kl} \quad c_{31kl}\}^T, \quad kl = 11, 22, \dots, 31 \quad (\text{A.4})$$

と表される。

4) $\{\beta\}$

β_{ij} に基づく粘塑性関数ベクトルを示す.

$$\{\beta\} = \{ \beta_{11} \quad \beta_{22} \quad \beta_{33} \quad 2\beta_{12} \quad 2\beta_{23} \quad 2\beta_{31} \}^T \quad (\text{A.5})$$

なお, せん断成分は工学的表記を用いている.

5) $\{\alpha\}$

α_{ij} に基づく線膨張係数ベクトルを示す.

$$\{\alpha\} = \{ \alpha_{11} \quad \alpha_{22} \quad \alpha_{33} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \}^T \quad (\text{A.6})$$

A.2 アイソパラメトリック要素

本研究では, ユニットセルの有限要素分割に 8 節点アイソパラメトリック要素を使用した. アイソパラメトリック要素とは, 要素の変位分布を近似する関数と, 要素形状を表現する関数に同じ補間関数を用いる要素である. 有限要素解析において広く用いられており, 理由としては, 解の収束を保証するための条件を自動的に満たすからである. いま, 図 A.1(a)および(b)に示すような全体座標系 (x, y, z) における要素 $V^{(e)}$ と, この要素を正規化された局所座標系 (ξ, η, ζ) へ座標変換した $V^{(e)*}$ を考える. このとき, 全体座標系と局所座標系との間の座標変換は次のように表される.

$$\begin{aligned}
x(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) x^{(i)} \\
y(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) y^{(i)} \\
z(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) z^{(i)}
\end{aligned} \tag{A.7}$$

ここで、 N_i は形状関数を示し、 $(x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)})$ は全体座標系における i 番目の節点の座標を表す。また、 $-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1$ である。同様に、変位についても

$$\begin{aligned}
u_x(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) u_x^{(i)} \\
u_y(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) u_y^{(i)} \\
u_z(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_i N_i(\xi, \eta, \zeta) u_z^{(i)}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

と表されるところ。このように、節点の値を用いて要素内部の点における値を求めることを、一般に内挿と呼ぶ。以下に本研究で使用した8節点アイソパラメトリック要素に対する形状関数 N_i を示す。

$$N_1 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) \tag{A.9}$$

$$N_2 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1-\zeta) \tag{A.10}$$

$$N_3 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1-\zeta) \tag{A.11}$$

$$N_4 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1-\zeta) \tag{A.12}$$

$$N_5 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \tag{A.13}$$

$$N_6 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1-\eta)(1+\zeta) \quad (\text{A.14})$$

$$N_7 = \frac{1}{8}(1+\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \quad (\text{A.15})$$

$$N_8 = \frac{1}{8}(1-\xi)(1+\eta)(1+\zeta) \quad (\text{A.16})$$

一方，式(A.2)に示すひずみ-変位マトリックス $[B]$ を得るためには，形状関数 $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ を全体座標系 (x, y, z) で微分したカーテシアン導関数が必要である．そこで， N_i の ξ, η, ζ に関する微分を考えると，連鎖則を用いることで次のように書ける．

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

上式(A.17)をマトリックス表示すると，

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

と表される．ここで $[J]$ はヤコビ行列と呼ばれ，以下の通りである．

$$[J] = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x^{(i)} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y^{(i)} & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z^{(i)} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x^{(i)} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y^{(i)} & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z^{(i)} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x^{(i)} & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y^{(i)} & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z^{(i)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

したがって、カーテシアン導関数は、

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

と求めることができる。

また、積分の領域を変換するとき、体積要素は

$$dxdydz = \det[J]d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{A.21})$$

となるから、例えば要素 $V^{(e)}$ において $f(x, y, z)$ という量を積分する場合、

$$\int_{V^{(e)}} f(x, y, z) dxdydz = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) \det[J] d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{A.22})$$

とすることができる。このとき、積分は図 A.1(b)に示される局所座標系における立法体領域に関して行われることになり、積分範囲が簡単になる。なお、上式の積分を解析的に行うのは一般に困難であるため、通常は数値積分を行う。特に広く用いられている数値積分法にガウス積分があり、本研究においてもこの方法を用いて数値積分を行った。

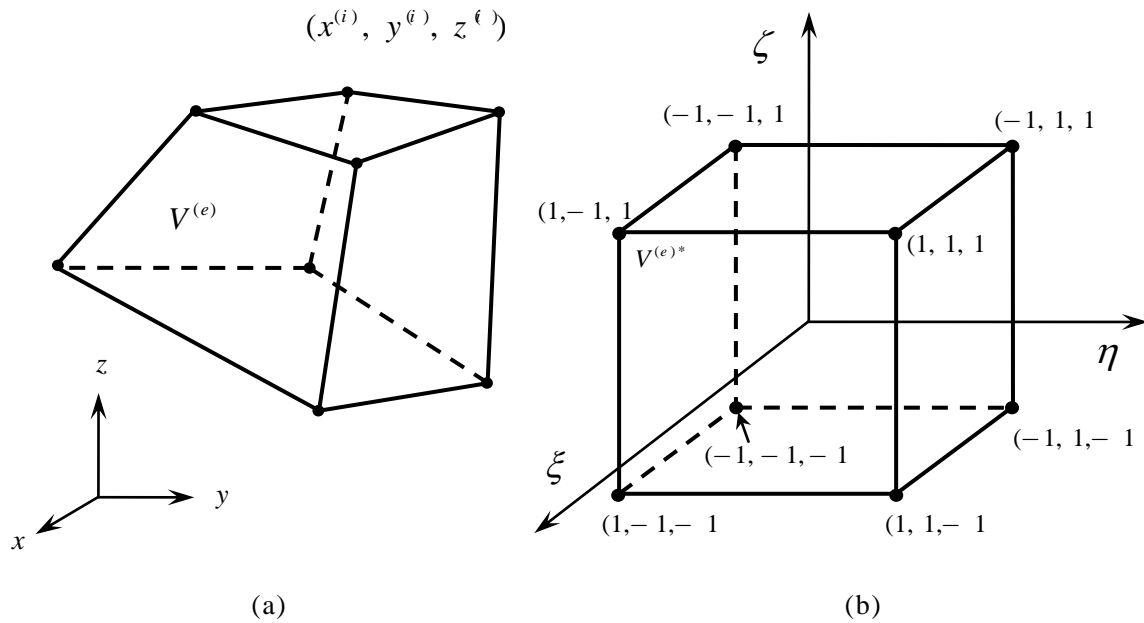


Fig. A.1 Two kinds of rectangular coordinate systems;
 (a) global coordinates and (b) local coordinates.

A.3 ネスティングを有する平織複合材料の損傷進展解析

本章では、3章の損傷進展解析手法に基づいて、ネスティングを有する平織複合材料に主軸方向負荷を与えた際の損傷進展解析を実施し、実験結果との比較を行う。これにより、3章の手法の定量的な有効性およびさらなる改善点を検討する。解析対象は、4および5章で用いた菱電化成（株）製のE-ガラス繊維／エポキシ平織複合材料（①平織GFRP）であり、有限要素モデルは、4章の図4.9を使用した。

A.3.1 材料定数

繊維束は、E-ガラス繊維／エポキシの一方方向強化複合材料として、横等方弾性体とみなし、一方、母材はエポキシとして等方弾性体と考え、材料定数（弾性定数および材料強度）を表A.1のように設定した。ここで弾性定数は、

4.2.4 項で述べた①平織 GFRP 複合材料のものを使用した。ただし，繊維束の強度（表 A.1 中の*1）を取得することはできなかつたため，文献[113, 114]での E-glass/MY750(epoxy)一方向強化複合材料（繊維体積率 60%）の強度を修正して用いた。その修正方法とは，複合則的に考え，①平織 GFRP の繊維束内部の繊維体積率(72%, 4.2.4 項参照)を文献の繊維体積率で除した値(0.72/0.6)を文献の強度に掛けるものである。一方樹脂の強度（表 A.1 中の*2）については，文献値をそのまま使用した。

A.3.2 負荷条件および境界条件

負荷条件として， y_1 軸方向（weft 方向）に一定の巨視的引張ひずみ速度

Table A.1 Material constants of fiber bundles and epoxy
(Soden et al., 1998 and Kaddour et al., 2012, partially corrected).

	Fiber bundles (E-glass-Epoxy)	Epoxy
Young's modulus [GPa]	E_L 58.60 E_T 18.36 E_Z 18.38	E 3.50
Shear modulus [GPa]	G_{TZ} 6.786 G_{ZL} 6.618 G_{LT} 6.618	G 1.296
Poisson's ratio	ν_{TZ} 0.352 ν_{LZ} 0.249 ν_{LT} 0.249	ν 0.350
Tensile strength [MPa]	F_L^t 1536 ^{*1} F_T^t 48.0 ^{*1} F_Z^t 48.0 ^{*1}	F^t 80.0 ^{*2}
Compressive strength [MPa]	F_L^c 960.0 ^{*1} F_T^c 174.0 ^{*1} F_Z^c 174.0 ^{*1}	F^c 120.0 ^{*2}
Shear strength [MPa]	F_{TZ}^s 60.0 ^{*1} F_{ZL}^s 87.6 ^{*1} F_{LT}^s 87.6 ^{*1}	F^s 54.0 ^{*2}

$\dot{E}_{11} = 10^{-5} [\text{s}^{-1}]$ で $E_{11} = 2.0\%$ まで引張負荷を与えた．積層構成としては，4.2.5項の一つ目であるネ스팅を有するが積層ずれがない場合を想定し，4.1.1項に従い，六角柱型の基本セル A'に適切に境界条件を課した．また，使用しているパラメータ（強度）に，成形時の熱残留応力の影響が含まれていると考え，本節では熱残留応力を考慮しない．

A.3.3 解析結果（巨視的損傷挙動）

図 A.2 に平織 GFRP 複合材料の負荷方向巨視的応力-ひずみ（ $\Sigma_{11} - E_{11}$ ）関係を示し，解析結果は実線，実験結果はプロット点で表す．まず，図 A.2 の解析結果に注目すると， $E_{11} = 0.3\%$ 付近で初期損傷が発生し，0.5%前後付近で，徐々に損傷が進展していくことがわかる．その後， E_{11} が 1.1%付近で最大応力値に達した後，急激な応力低下が起き， E_{11} が 1.3%付近でも同様の応力低下が見られた．このような解析結果と実験結果を比較すると，初期損傷および剛性が低下する様子は比較的良好な一致を示していると考えられる．しかし，解析結果の最大応力値は実験結果よりも約 100MPa 小さくなっており，実験結

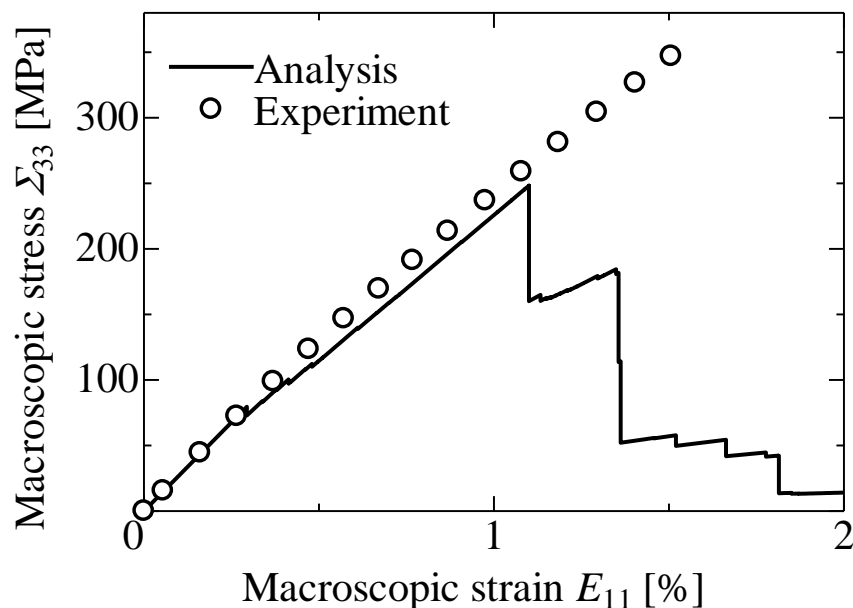


Fig. A.2 Macroscopic stress-strain relations of plain -woven GFRP composite (i) with nesting.

果は最大応力後，そのまま応力低下するのに対して，解析結果は，先述の通り段階的に応力低下している．また解析結果における 2 度目の急激な応力低下時のひずみ ($E_{11}=1.36\%$) は，実験結果の破断ひずみ ($E_{11}=1.48\%$) にある程度近いことがわかる．これらのことから，3 および 4 章で提案した織物複合材料の損傷進展解析手法は，平織 GFRP 複合材料の初期損傷から剛性低下の様子までは巨視的損傷挙動を表現できるが，最大応力（強度）に関しては過少に見積もる可能性があることがわかった．以降では，微視的損傷進展挙動を見ることで，上記巨視的損傷挙動の原因および改善策について考察する．

A.3.4 解析結果（微視的損傷進展挙動）

本項では，(1) $E_{11}=0.5\%$ 時，(2) 1 回目の急激な応力低下前（最大応力時），(3) 1 回目の急激な応力低下後，(4) 2 回目の急激な応力低下後，(5) $E_{11}=2.0\%$ 時の微視的損傷進展挙動を確認する．

図 A.3 は，(1) 時の微視的損傷分布図である．3 章同様に損傷要素は損傷モードに応じて色分けしている．3.3 章の平織複合材料の初期損傷挙動と同様に，負荷直交繊維束（warp）にモード T 損傷が発生していることがわかる．ただし，その損傷は warp 端部だけではなく，warp 中央部にも発生している．いま，この時の F 値分布図（図 A.4）に注目してみると，warp はもちろん，図 A.4 中の丸で囲われた箇所の樹脂や負荷方向繊維束（weft）にも高い値が見られる．これは，ネスティングによる応力集中によるものと考えられる．

図 A.5 は，(2) 時の微視的損傷分布図であり，先述の図 A.4 での F 値が高い warp やネスティング部にそれぞれ損傷が発生した．注目すべきは，3 章で述べた損傷モードであるモード ZL 損傷なしに，weft にモード L 損傷（繊維破断）が発生していることである．

図 A.6 は，(3) 時の微視的損傷分布図であり，モード L 損傷が進展しただけではなく，急激に weft 端部にモード Z 損傷が発生し，また樹脂にも損傷が発生している．これにより，急激な応力低下が起きたと考えられる．図 A.7 および A.8 は，それぞれ(4)および(5)時の微視的損傷分布図である．これらの図

より，段階を経て，モード L 損傷と樹脂の損傷が進展していき，その結果巨視的応力が急激に低下することがわかる．

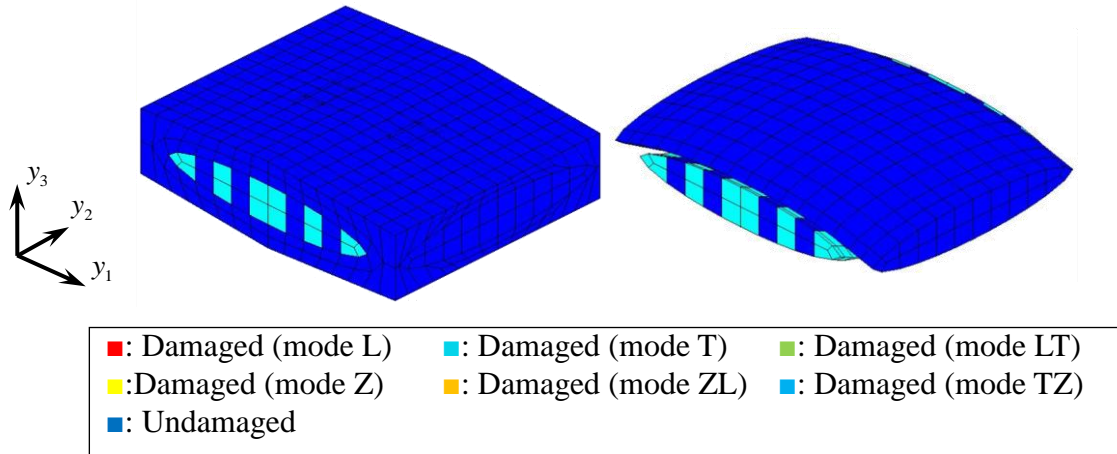


Fig. A.3 Microscopic damage distributions in A' at macroscopic strain $E_{11}=0.5\%$.

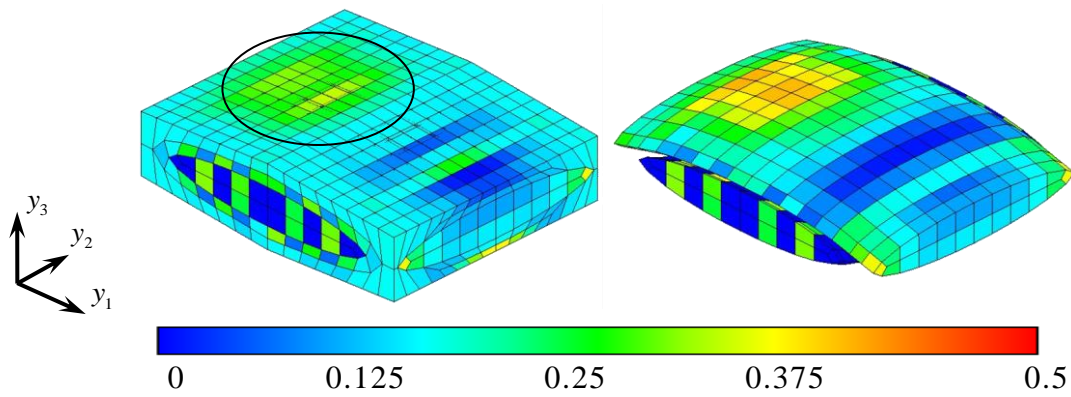


Fig. A.4 F distributions in A' at macroscopic strain $E_{11}=0.5\%$.

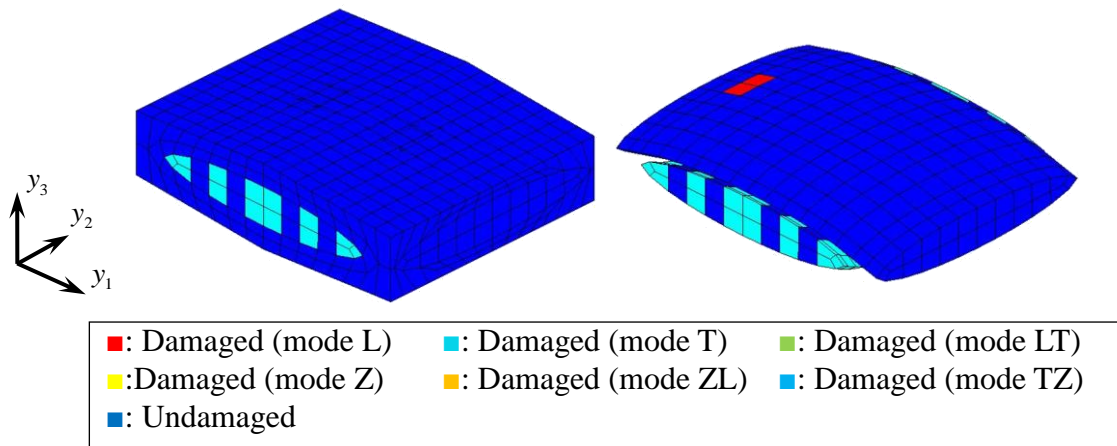


Fig. A.5 Microscopic damage distributions in A' just before first stress drop.

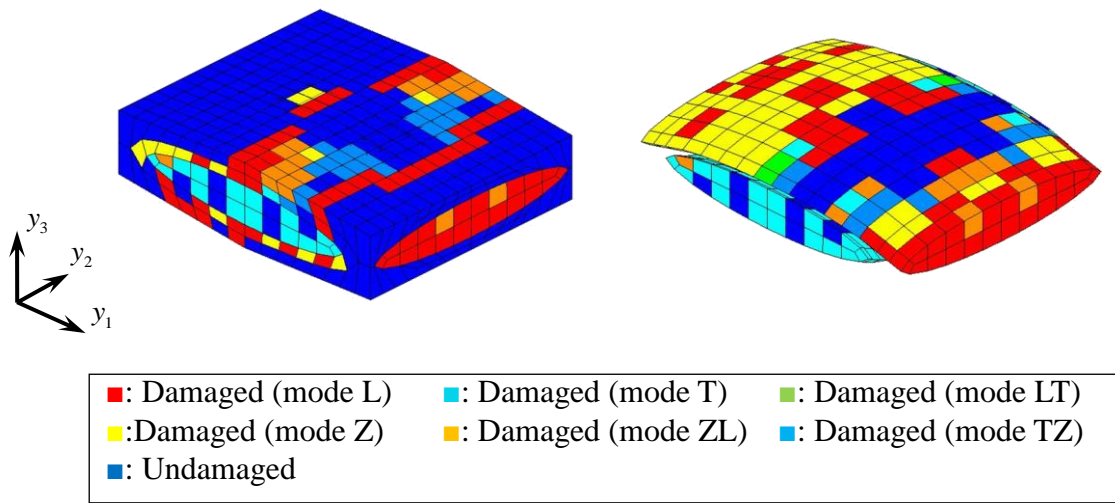


Fig. A.6 Microscopic damage distributions in A' just after first stress drop.

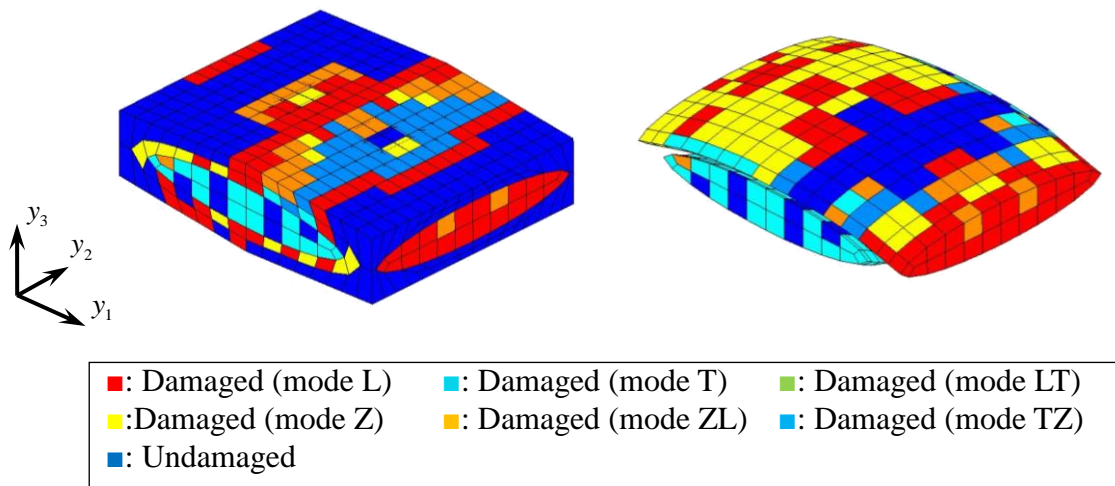


Fig. A.7 Microscopic damage distributions in A' just after second stress drop.

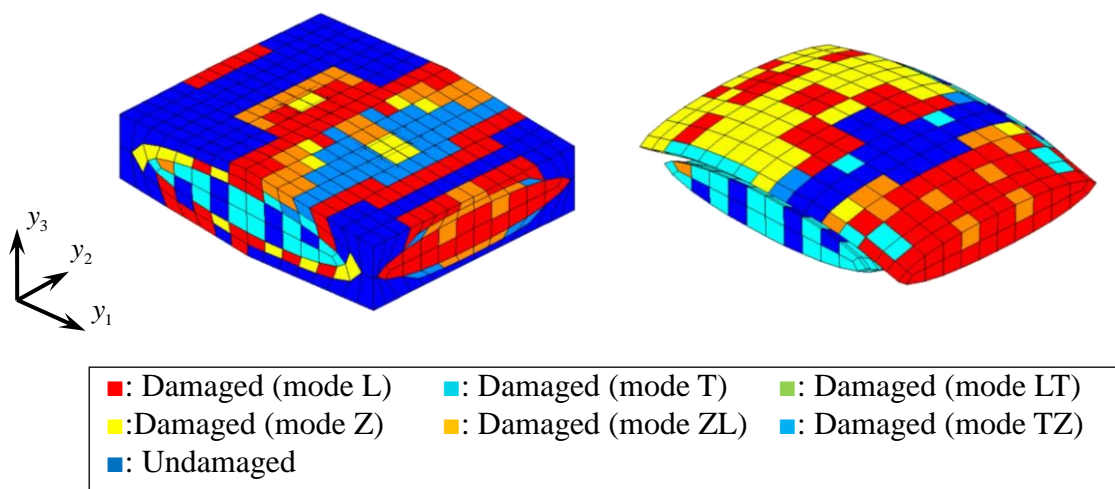


Fig. A.8 Microscopic damage distributions in A' at macroscopic strain $E_{11}=2.0\%$.

A.3.5 まとめおよび考察

A.3.3 項および A.3.4 項を踏まえると、解析において改善すべき点としては、最大応力値の発生点とその後の段階的に応力が低下する挙動である。解析による最大応力後の応力低下の原因は、ネスティング部分に最初に発生する weft のモード L の損傷である。しかし、本研究では繊維束／樹脂界面の完全接着を仮定しているため、この箇所では実際以上の応力集中が起きている可能性がある。平織複合材料の主軸方向単軸引張負荷において、樹脂の種類や繊維との濡れ性の度合によって、繊維束／樹脂界面が剥離し得ることが知られており、先行研究[129]では、この現象を考慮すべく **Cohesive Zone Model (CZM)** を用いた解析を実施している。その結果、界面剥離を考慮した方が、実験結果に近い結果（最終強度）が得られたと報告されている。したがって、提案手法に CZM を導入することによって応力集中を緩和させることで、weft のモード L 損傷の発生が遅れ、さらなる精度向上につながる可能性があると考えられる。また、巨視的応力が段階的に低下する原因についても、weft のモード L 損傷が誘因であるから、上記の改善により、局所的なモード L 損傷の発生を防ぎ、3 章で述べたように繊維束のクリンプ部の損傷が起点となった繊維束破断が発生すると推察する。

また、本解析は均質化理論に基づく解析であるから、1 章で述べたように、巨視的には一様に、微視的には周期的に応力・ひずみが分布すると仮定している。しかし、単軸引張を受ける実際の試験片で発生する応力・ひずみ分布は、特に端部付近において本解析で得られる応力・ひずみ分布とは異なると考えられるから、本手法の適用には検討の余地がある。しかし先行研究では、平織[16]、2×2 綾織[130]および 5 本朱子織[131]に対して画像相間法を用いた引張試験片の計測を実施し、試験片表面のひずみ分布に周期性が存在することを明らかにしている。また Osada ら[13]は、平織 GFRP 複合材料の引張試験中に、レプリカ法にて材料内部の損傷観察を行い、最終破断時には、負荷方向繊維束において損傷が比較的均質に発生していることを示している。さらに Matsuda ら[82]は、半周期性を持つ多孔質材料の引張試験片の変形を画像相

間法により計測し，その結果を均質化解析結果と比較することによって，巨視的および微視的にも均質化理論の妥当性を示した．これらのことから，本解析には一定の妥当性があると考えられる．

加えて，単軸引張中の試験片に発生する巨視的非一様な応力・ひずみ分布を考慮するためには，Matsuda ら[132]の手法が有効であると考えられる．この手法は，ツースケール解析と呼ばれ，試験片などの構造に対して有限要素法によって各要素の積分点の応力・ひずみを求め，それを用いて各積分点に配置されたユニットセルに対する均質化解析を行うものである．この手法を織物複合材料に適用し，本論文中の基本セルをユニットセルとして用いることで，試験片での非一様な（局所的な）損傷を表現することができ，本解析での最大応力値の実験との差異や，マクロ応力の段階的な低下を改善できる可能性があると考えられる．このことに関しては今後の課題である．

参 考 文 献

- [1] 戦略的イノベーション創造プログラム, 革新的構造材料 研究開発計画, JST HP.
- [2] S. Adanur and T. Liao, 3D modeling of textile composite performs, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 29, (1998), pp. 787-793.
- [3] X. Tang and J. D. Whitcomb, Progressive Failure Behaviors of 2D Woven Composites, *Journal of Composite Materials*, Vol. 37, No. 14 (2003), pp. 1239-1259.
- [4] A. Dixit and H. S. Mali, Modeling techniques for predicting the mechanical properties of woven-fabric textile composites: a review, *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 49, No. 1 (2013), pp.1-20.
- [5] W. Lee, J. Padvoiskis, J. Cao, E. de Luycker, P. Boisse, F. Morestin, J. Chen and J. Sherwood, Bias-extension of woven composite fabrics, *International Journal of Material Forming*, Vol. 1 (2008), pp 895–898.
- [6] S. Houshyar, R. A. Shanks and A. Hodzica, Influence of Different Woven Geometry in Poly(propylene) Woven Composites, *Macromolecular Materials and Engineering*, Vol. 290 (2005), pp.45-52.
- [7] 岩堀豊, 炭素繊維強化プラスチック積層板の強度試験法, *日本接着学会誌*, Vol. 45 No. 3(2009), pp. 108-116.
- [8] M. Bruyneel, P. Jetteur and J. P. Delsemme, Modeling and Simulating Progressive Failure in Composite Structures for Automotive Applications, *SAE Technical Paper*,

2014-01-0962,. (2014).

- [9] 番作和弘, 仲井朝見, 武田展雄, 平織GFRP複合材料の損傷進展プロセスとそのモデル化, 日本機械学会論文集 (A 編) , Vol.65 (1999), pp. 287-292.
- [10] 佐東信司, 香山晃, 瀬戸佐智生, 平織炭素強化型マトリックス複合材の圧縮破壊過程における "その場" 観察, 炭素, No. 173 (1996), pp. 161-167.
- [11] 孫峰, 岩本正治, 自念榮一, 鈴木恵, 平織ガラスロービングクロス積層材の破壊機構, 材料, Vol.38 (1989), pp. 28-34.
- [12] M. Zako, Y. Uetsuji and T. Kurashiki, Finite element analysis of damaged woven fabric composite materials, *Composites Science and Technology*, Vol. 63 (2003), pp. 507-156.
- [13] T. Osada, A. Nakai and H. Hamada, Initial fracture behavior of satin woven fabric composite, *Composite Structures*, Vol. 61 (2003), pp. 333-339.
- [14] N. V. De Carvalho, S.T. Pinho and P. Robinson, An experimental study of failure initiation and propagation in 2D woven composites under compression, *Composites Science and Technology*, Vol. 71 (2011), pp. 1316-1325.
- [15] 湯山茂徳, FRP における AE 法の適用, 強化プラスチック, Vol. 31 (1984), pp. 241-257.
- [16] B. Koohbor, S. Ravindran and A. Kidane, Experimental determination of Representative Volume Element (RVE) size in woven composites, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 90 (2017), pp.59–71.
- [17] B. Koohbor, S. Ravindran and A. Kidane, Meso-scale strain localization and failure response of an orthotropic woven glass–fiber reinforced composite, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 78 No.1 (2015), pp. 308-318.
- [18] K. F. Rogers, D. M. Kingston-Lee, L. N. Phillips, B. Yates, M. Chandra and S. F. H. Parker, The thermal expansion of carbon-fibre reinforced plastics, *Journal of Materials Science*, Vol. 16 (1981), pp. 2803-2818.
- [19] A. Dasgupta, R. K. Agarwal and S. M. Bhandarkar, Three-dimension a modeling of woven-fabric composites for effective thermo-mechanical and thermal properties, *Composites Science and Technology*, Vol. 56 (1996), pp. 209-223.

- [20]J. Korab, P. Stefanik, S. Kavecky, P. Sebo and G. Korb, Thermal conductivity of unidirectional copper matrix carbon fibre composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 33 (2002), pp. 577-581.
- [21]Q. Zhu, P. Shrotriya, N. R. Sottos and P. H. Geubelle, Three-dimensional viscoelastic simulation of woven composite substrates for multilayer circuit boards, *Composites Science and Technology* Vol. 63 (2003) pp. 1971–1983.
- [22]S. Takahashi, N. Watanabe, H. Hoshi and Y. Iwahori, FEM analysis on out-of-plane thermal expansion in plain weave composite, *Proceedings of eighteenth International Conference On Composite Materials (ICCM18)*, (2011), PDF (6 pages).
- [23]H. Wang, M. Cao, A. Siddique, B. Sun and B. Gu, Numerical analysis of thermal expansion behaviors and interfacial thermal stress of 3D braided composite materials, *Computational Materials Science*, Vol. 138 (2017), pp. 77–91.
- [24]K. Kollins, C. Przybyla and M. S. Amer, Residual stress measurements in melt infiltrated SiC/SiC ceramic matrix composites using Raman spectroscopy, *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 38 (2018) pp. 2784–2791.
- [25]T. S. Mesogitis, A. Skordos and A. C. Long, Uncertainty in the manufacturing of fibrous thermosetting composites: A review. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 57 (2014), pp. 67-75.
- [26]K. Hagiwara, S. Ishijima, N. Takano, A. Ohtani and A. Nakai, Parameterization, statistical measurement and numerical modeling of fluctuated meso/micro-structure of plain woven fabric GFRP laminate for quantification of geometrical variability. *Mechanical Engineering Journal*, 17-00053, (2017), pp.1-12.
- [27]高野直樹, 座古勝, 坂田誠一郎, 均質化法による織物複合材料の三次元マイクロ構造設計 (第1報, 強度に及ぼす織物積層方向位置ずれの影響), *日本機械学会論*

- 文集 (A 編) , Vol. 61 (1995), pp. 1038-1043.
- [28]J. Zeman and M. Šejnoha, Homogenization of balanced plain weave composites with imperfect microstructure: Part I – Theoretical formulation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41 (2004), pp. 6549-6571.
- [29]上辻靖智, 石割良彰, 座古勝, 倉敷哲生, I. Verpoest, 平織強化複合材料の損傷進展に及ぼす積層位相ずれの影響, *材料*, Vol.53 (2004), pp. 403-409.
- [30]S.W. Yurgartis, K. Morey and J. Jortner, Measurement of yarn shape and nesting in plain-weave composites. *Composites Science and Technology*, Vol. 46 (1993), pp.39-50.
- [31]R. A. Saunders, C. Lekakou and M. G. Bader, Compression and microstructure of fibre plain woven cloths in the processing of polymer composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 29 (1998) pp. 443–454.
- [32]S.V. Lomov, I. Verpoest, T. Peeters, D. Roose and M. Zako, Nesting in textile laminates: geometrical modeling of the laminate, *Composite Science and Technology*, Vol. 63 (2003), pp. 993-1007.
- [33]N. K. Naik and R. Kuchibhotla, Analytical study of strength and failure behaviour of plain weave fabric composites made of twisted yarns, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 33 (2002), pp.697–708.
- [34]M. Ito and T. W. Chou, An analytical and experimental study of strength and failure behaviour of plain weave composites, *Journal Composite Material*, Vol. 32 (1998), pp. 2–30.
- [35]M. Olave, A. Vanaerschot, S. V. Lomov and D. Vandepitte, Internal geometry variability of the stiffness, *Polymer Composite*, Vol. 33 (2012) pp. 1335-1350.
- [36]M. Olave, I. Vara, H. Husabiaga, L. Aretxabaleta, S. V. Lomova and D. Vandepitte, Nesting effect on the mode I fracture toughness of woven laminates, *Composites Part A:*

- Applied Science and Manufacturing, Vol. 74 (2015), pp.166-173.
- [37]B. Yang, S. Wang and Y. Wang, Effect of Nesting in Laminates on the Through-Thickness Permeability of Woven Fabrics, Applied Composite Materials, Vol. 25 (2018), pp. 1237-1253.
- [38]鈴木克幸, マルチスケール解析の動向, 日本造船学会誌, No. 843 (1999), pp. 675-681.
- [39]三木光範, 福田武人, 元木信弥, 北條正樹, 1997. 機械システム入門シリーズ 8, 複合材料. 共立出版株式会社.
- [40]福田博, 邊吾一, 1989. 複合材料の力学序説. 古今書院.
- [41]林毅 編, 1971. 複合材料工学. 日科技連出版社.
- [42]D. Hull 著, 宮入裕夫ほか 訳, 1984. 複合材料入門. 培風館.
- [43]森田幹郎, 金原勲, 福田博, 1988. 複合材料. 日刊工業新聞社.
- [44]邊吾一, 石川隆司, 先進複合材料工学, 培風館, 東京, (2005).
- [45]J. C. Halpin, 1969. Stiffness and expansion estimates for oriented short fiber composites. Journal of Composite Materials Vol. 3, pp.732-734.
- [46]複合材の物性値推定のためのマイクロ・メカニクスモデルの基礎と応用(1) , まてりあ, Vol. 33, No.3 (1994), pp. 277-288.
- [47]森勉, マイクロメカニクス□～基本的事項～, まてりあ, Vol. 55, No.9 (2016), pp. 416-420.
- [48]R.M. Jones, Mechanics of Composite Materials, Scripta, Washington, D.C. (1975).
- [49]福永久雄, 複合材料力学入門: 第3章 積層板の理論と最適設計の基礎, 日本複合材料学会誌, Vol. 22, No. 3 (1996), pp. 114-119.
- [50]J. Whitcomb and K. Srengan, Effect of various approximations on predicted progressive failure in plain weave composites, Composite Structure, Vol. 34 (1996), pp. 13-20.
- [51]上辻靖智, 座古勝, 織物複合材料の損傷進展解析, 材料, Vol.48 (1999),

pp.1029-1034.

- [52] 損傷力学に基づいた平織強化複合材料の 3 次元有限要素解析 損傷進展に及ぼす開織繊維束の幾何学的変化の影響, 上辻靖智, 倉敷哲生, 座古勝, *Journal of the Textile Machinery Society of Japan*, Vol. 57, No. 2 (2004), pp.45-55.
- [53] 上辻靖智, 谷岡晃憲, 松家俊夫, 座古勝, 成形時熱残留応力を考慮した織物複合材料の非線形有限要素解析, *日本機械学会年次大会講演論文集*, Vol.1 (2007), pp. 227-228.
- [54] 藤田雄三, 倉敷哲生, 非主軸荷重下での織物複合材料の損傷進展解析, *材料*, Vol.60 (2012), pp. 434-440.
- [55] G. Nicoletto and E. Riva, Failure mechanism in twill-weave laminates: FEM predictions vs. experiments, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol.35 (2004), pp.787-795.
- [56] D. S. Ivanov, S. V. Lomov, S. G. Ivanov and I. Verpoest, Stress distribution in outer and inner plies of textile laminates and novel boundary conditions for unit cell analysis, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 41 (2010), pp. 571-580.
- [57] D. S. Ivanov, S. G. Ivanov, S. V. Lomov and I. Verpoest, Unit cell modeling of textile laminates with arbitrary inter-ply shifts, *Composites Science and Technology*, Vol. 72 (2011), pp. 14-20.
- [58] 上辻靖智, 下山岳宏, 松家俊夫, 倉敷哲生, 座古勝, トルコ朱子織強化複合材料のメゾ損傷挙動解析, *材料*, Vol.52 (2006), pp. 67-72.
- [59] S. Daggumati, W. V. Paepegem, J. Degrieck, J. Wu, S.V. Lomov and I. Verpoest, Local damage in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part II – Meso-FE modeling, *Composites Science and Technology*, Vol. 70 (2010), pp. 1934-1941.
- [60] A. Bensoussan, J.L. Lions and G. Papanicolaou, *Asymptotic analysis for periodic structures*, (1978), North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- [61] E. Sanchez-Palencia, *Non-homogeneous media and vibration theory*, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 127, Springer-Verlag, Berlin, (1980).
- [62] P. M. Suquet, Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. In: Sanchez-Palencia, E. and Zaoui, A. (Eds.), *Homogenization Techniques for Composite*

- Media, Lecture Notes in Physics 272 (1987), Springer-Verlag.
- [63]N. Bakhvalov, G. Panasenko, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, (1984).
- [64]J. D. Eshelby, 1957. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Section A 241, pp. 376-396.
- [65]T. Mura, 1982. Micromechanics of Defects in Solids. Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, The Netherlands.
- [66]村外志夫, 森勉, 1976. 破壊力学と材料強度講座 5, マイクロメカニクス—転位と介在物—. 培風館.
- [67]T. Mori and K. Tanaka, 1973. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. Acta Metallurgica Vol. 21, pp.571-574.
- [68]石川隆司, Chou Tsu-wei, 織物複合材料の線形および非線形挙動, 日本航空宇宙学会誌, Vol. 32, No. 362 (1984), pp.45-54.
- [69]石川隆司, 松島正道, 林洋一, 織布強化複合材料の弾性係数の理論とその実験的検証, 航空宇宙研究所報告, NAL TR-808.
- [70]T. Kurashiki, M. Zako, H. Nakai, M. Imura and S. Hirosawa, Damage development of woven composites based on multi-scale analysis, Proceedings of sixteenth International Conference On Composite Materials (ICCM16), (2007), PDF (7 pages).
- [71]J. Fish, The *s*-version of the finite element method, Computers & Structures, Vol. 43 (1992), pp. 539-547.
- [72]R. Mahnken, A. Schneidt and T. Antretter, Macro modelling and homogenization for transformation induced plasticity of a low-alloy steel, International Journal of Plasticity, Vol. 25 (2009), pp. 183-204.
- [73]D. Paquet, P. Dondeti, S. Ghosh, Dual-stage nested homogenization for rate-dependent anisotropic elasto-plasticity model of dendritic cast aluminum alloys, International Journal of Plasticity, Vol. 27 (2011), pp. 1677-1701.

- [74]D. Okumura, N. Ohno and K. Yamaguchi, "Plastic size effect analysis of lamellar composites using a discrete dislocation plasticity approach, *International Journal of Plasticity*, Vol. 27 (2011), pp. 2040-2055.
- [75]J. M. Guedes and N. Kikuchi, Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 83 (1990), pp. 143-198.
- [76]N. Ohno, D. Okumura and H. Noguchi, Microscopic symmetric bifurcation condition of cellular solids based on a homogenization theory of finite deformation, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 50 (2002), pp. 1125-1153.
- [77]D. Okumura, N. Ohno and H. Noguchi, Elastoplastic microscopic bifurcation and post-bifurcation behavior of periodic cellular solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 52 (2004), pp. 641-666.
- [78]N. Yamamoto and T. Matsuda, Effects of Laminate Misalignment on Elastic-Viscoplastic Properties of Ultra-Fine Plate-Fin Structures: Analysis Using Time-Dependent Homogenization Theory, *Materials Research Innovations*, Vol. 15 (2011), pp. 147-150.
- [79]T. Koda and T. Matsuda, Analysis of elastic-viscoplastic behavior of honeycomb sandwich panels based on a homogenization theory for free edge analysis, *Key Engineering Materials*, Vols. 535-536 (2013), pp. 357-360.
- [80]Y. Yamanaka and T. Matsuda, Effects of laminate misalignment on thermoelastoviscoplastic properties of ultrafine plate-fin structures, *Key Engineering Materials*, Vol. 626 (2015), pp. 301-306.
- [81]A. Iltchev, V. Marcadon, S. Kruch and S. Forest, Computational homogenisation of periodic cellular materials: Application to structural modeling. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 93 (2015), pp.240-255.
- [82]T. Matsuda, T. Ito, S. Akimoto, H. Kobori, K. Goto, N. Takano, *Macro/Micro*

- Simultaneous Validation for Multiscale Analysis of Semi-Periodically Perforated Plate using Full-Field Strain Measurement, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 110 (2016), pp.34-40.
- [83]X. Wu and N. Ohno, A homogenization theory for time-dependent nonlinear composites with periodic internal structures, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 36 (1999), pp. 4911-5012.
- [84]N. Ohno, X. Wu and T. Matsuda, Homogenized properties of elastic-viscoplastic composites with periodic internal structures, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 42 (2000), pp. 1519-1536.
- [85]N. Ohno, T. Matsuda and X. Wu, A homogenization theory for elastic-viscoplastic composites with point symmetry of internal distributions, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38 (2001), pp. 2867-2878.
- [86]T. Matsuda, N. Ohno, H. Tanaka and T. Shimizu, Homogenized in-plane elastic–viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, *JSME International Journal Series A*, 45 (2002), pp. 538-544.
- [87]T. Matsuda, N. Ohno, H. Tanaka and T. Shimizu, Effects of fiber distribution on elastic–viscoplastic behavior of long fiber-reinforced laminates, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 45 (2003), pp. 1583-1598.
- [88]T. Matsuda and Y. Fukuta, Multi-scale creep analysis of angle-ply CFRP laminates based on a homogenization theory, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol. 4 (2010), pp. 1664-1672.
- [89]N. Takano, Y. Uetsuji, Y. Kashiwagi and M. Zako, Hierarchical modeling of textile composite materials and structures by the homogenization method, *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 7 (1999), pp. 207-231.
- [90]V. Carvelli and C. Poggi, A homogenization procedure for the numerical analysis of woven fabric composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol.32

- (2001), pp.1425-1432.
- [91]T. Matsuda, Y. Nimiya, N. Ohno and M. Tokuda, Elastic-viscoplastic behavior of plain-woven GFRP laminates: Homogenization using a reduced domain of analysis, *Composite Structures*, Vol.79 (2007), pp. 493-500.
- [92]K. Nakata, T. Matsuda and M. Kawai, Multi-Scale Creep Analysis of Plain-Woven Laminates Using Time-Dependent Homogenization Theory: Effects of Laminate Configuration, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 22 (2008), pp. 6173-6178.
- [93]T. Matsuda, S. Kanamaru, N. Yamamoto and Y. Fukuda, A homogenization theory for elastic-viscoplastic materials with misaligned internal structures, *International Journal of Plasticity*, Vol. 27 (2011), pp. 2056-2067.
- [94]T. Matsuda, S. Kanamaru, N. Honda and N. Ohno, Macro/micro elastic-viscoplastic analysis of woven composite laminates with misaligned woven fabrics, *Advanced Structured Materials*, Vol.19 (2013), pp. 251-261.
- [95]山本晃司, 平山紀夫, 寺田賢二郎: 数値材料試験データに基づく異方性 Hill 定数の同定, *日本機械学会論文集*, Vol.82 (2016), pp.1-17.
- [96]K. Goto, M. Arai, T. Matsuda and G. Kubo, Elasto-viscoplastic analysis for negative through-the-thickness Poisson's ratio of woven laminate composites based on homogenization theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 146-147, pp. 455-461, (2018).
- [97]G. Hivet and P. Boisse, Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell, Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis, *Finite elements in analysis and design*, Vol. 49 (2005), pp. 25-49.
- [98]G. Grail, M. Hirsekorn, A. Wendling, G. Hivet and R. Hambli, Consistent finite element mesh generation for meso-scale modeling of textile composites with preformed and compacted reinforcements, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 55 (2013), pp. 143-151.
- [99]R. D. B. Seveouis, D. Garoz, F. A. Gilabert, S. W. F. Spronk, S. Fonteyn, M. Heyndricx, L. Pyl, D. V. Hemelrijck, J. Degrick and W. V. Paepegem, Avoiding interpenetrations and

- the importance of nesting in analytic geometry construction for representative unit cells of woven composite laminate. *Composites Science and Technology*, Vol. 136 (2016), pp. 119-132
- [100] 田中啓介, 秋葉義明, X線応力測定法の基礎と最近の発展 2. ミクロ応力とマクロ応力, *材料*, Vol. 47, No. 12 (1998), pp. 1301-1307.
- [101] Y. L. Dong, Z. Y. Zhang and B. Pan, High-throughput, high-accuracy determination of coefficient of thermal expansion of carbon fibre–epoxy composites using digital image correlation, *Strain*, Vol. 54 (2017) pp. 1-19.
- [102] O. C. Zienkiewicz 著, 川井忠彦ほか 訳, マトリックス有限要素法; 培風館, 1984.
- [103] G. Kubo and T. Matsuda, Effects of laminate misalignment on macroscopic strength and microscopic damage development of plain-woven laminates, *Mechanical Engineering Letters*, Vol. 2 (2016), 16-00248.
- [104] G. Kubo and T. Matsuda, Development of Multiscale Damage Propagation Analysis Method for Woven Laminates Using a homogenization Theory, *Proceedings of Twenty-Second International Conference On Composite Materials (ICCM22)*, (2019), PDF (6 pages).
- [105] 村上澄夫, 連続体損傷力学; 森北出版株式会社, 2008.
- [106] K. S. Liu and S. W. Tsai, A progressive quadratic failure criterion for a laminate, *Composites Science and Technology*, Vol. 58 (1998), pp. 1023-1032.
- [107] P. D. Soden, M. J. Hinton and A. S. Kaddour, A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, *Composites Science and Technology*, Vol. 58 (1998), pp. 1225-1254.
- [108] F. Paris, A study of failure criteria of fibrous composite materials, NASA/CR-2001-210661.
- [109] C. G. Davila, P. P. Camanho and C. A. Rose, Failure criteria for FRP laminates, *Journal of Composite Materials*, Vol. 39 (2005), pp. 323-345.
- [110] A.S. Kaddour and M.J. Hinton, Maturity of 3D failure criteria for fibre-reinforced

- composites: comparison between theories and experiments: part B of WWFE-II, Journal of Composite Materials, Vol. 47 (2013), pp. 925-966.
- [111] T. Okabe, Y. Kumagai, R. Higuchi and M. Nishikawa, Onset of matrix cracking in fiber reinforced polymer composites: A historical review and a comparison between periodic unit cell analysis and analytic Failure Criteria, Advanced Structured Materials, Vol.64 (2015), pp. 299-317.
- [112] O. Hoffman, The brittle strength of orthotropic materials, Journal of Composite Materials, Vol.1 (1967), pp.200-206.
- [113] P. D. soden, M. J. Hinton and A. S. Kaddour, Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates, Composites Science and Technology, Vol. 58 (1998), pp. 1011-1022.
- [114] A.S. Kaddour and M. J. Hinton, Input data for test cases used in benchmarking triaxial failure theories of composites, Journal of Composite Materials, Vol. 46 (2012), pp. 2295-2312.
- [115] N. V. De Carvalho, S.T. Pinho and P. Robinson, Compressive failure of 2D woven composites, Proceedings of In: 17 th international conference on composite materials, pp. 27-31, July, Edinburgh, UK; 2009.
- [116] L. E. Asp, L. A. Berglund and R. Talreja, Prediction of matrix-initiated transverse failure in polymer composite, Composites Science and Technology, Vol. 56 (1996), pp. 1089-1097.
- [117] B. Fiedler, M. Hojo, S. Ochiai, K. Sculte and M. Ochi, Finite-element modeling of initial matrix failure in CFRP under static transverse tensile load, Composites Science and Technology, Vol. 61 (2001), pp. 95-105.
- [118] M. Hojo, M. Mizuno, T. Hobbiebrunken, T. Adachi, M. Tanaka and S. K. Ha, Effect of fiber array irregularities on microscopic interfacial normal stress states of transversely loaded UD-CFRP from viewpoint of failure initiation, Composites Science and Technology, Vol. 69 (2009), pp. 1726-1734.
- [119] 藤田雄三, 倉敷哲生, 繊維配置のランダム性を考慮した一方向繊維強化材料の繊維直交方向の力学的特性評価手法に関する研究, 材料, Vol.60 (2011), pp.

402-407.

- [120] L. Yang, Y. Yan, J. Ma and B. Liu, Effects of inter-fiber spacing and thermal residual stress on transverse failure of fiber-reinforced polymer–matrix composites, *Computational Materials Science*, Vol. 68 (2013), pp. 255-262.
- [121] G. Kubo, T. Matsuda and Y. Sato, A novel basic cell modeling method for elastic-viscoplastic homogenization analysis of, plain-woven laminates with nesting, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vols. 146-147 (2018), pp. 497-506.
- [122] G. Kubo and T. Matsuda, A Basic Cell Modeling Method For Homogenization Analysis Of Plain-Woven Composites With Nesting, *Proceedings of 13th World Congress on Computational Mechanics and 2nd PanAmerican Congress on Computational Mechanics*, (2018), Website, pp. 263-272.
- [123] G. Kubo, T. Matsuda, H. Nagaoka, and Y. Sato, Development and Validation of Multiscale Thermo-elasto-viscoplastic Analysis Method for Plain-Woven Composites, *Key Engineering Materials*, Vol. 794 (2019), pp. 78-88.
- [124] 宮崎興二, 多面体百科, 2016, p.236-237, 丸善出版.
- [125] 河井正道, 益子誉一, 高分子材料の粘弾性と粘塑性を考慮した速度構成モデル, *日本機械学会論文集 (A 編)*, Vol.68 No.665 (2002), pp.147-153.
- [126] 松井和己, 寺田賢二郎, 京谷孝史, 岩熊哲夫, 弾塑性複合材料のミクロ構造を反映した巨視的な降伏曲面の評価, *土木学会論文集*, Vol.56 (2001), pp.335-346.
- [127] 後藤學, 塑性学, (2000), コロナ社
- [128] 齋藤理沙, 山口裕矢, 森口周二, 三原康子, 小林卓哉, 寺田賢二郎, 硬化プロセスを考慮した繊維強化プラスチックのマクロ構成則における粘弾性特性および熱変形・硬化収縮特性の同定方法, *日本機械学会論文集*, Vol.85 No.870 (2019), pp.147-153
- [129] N.V. De Carvalho, S. T. Pinho and P. Robinson, Numerical modelling of woven composites: Biaxial loading, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 43 (2012), pp. 1326-1337.
- [130] S. V. Lomov, D. S. Ivanov, I. Verpoest, M. Zako, T. Kurashiki, H. Nakai and J. Molimard, A. Vautrin, Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis

of textile composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 39 (2008), pp. 1218-1231.

[131] S. Daggumati, E. Voet, W. V. Paepegem, J. Degrieck, J. Xu, S.V. Lomov and I. Verpoest Local strain in a 5-harness satin weave composite under static tension: Part I – Experimental analysis, *Composites Science and Technology*, Vol. 71 (2011), pp. 1171-1179.

[132] T. Matsuda, J. Toyomura, T. Ogaki and M. Arai, Two-scale analysis of thermal behavior of CFRP laminates based on a thermoelastoviscoplastic homogenization theory, *Key Engineering Materials*, Vol. 725 (2016), pp. 433-438.

謝 辞

本研究を行い、論文にまとめるまで、様々な人のご協力やご助言をいただきました。

まず、研究内容やその指針について、終始多大なる御指導、御鞭撻を賜りました松田哲也准教授に、最大限の敬意と感謝の意を表します。本研究のみならず、共同研究プロジェクトにも参加させていただき、それらの研究遂行をいずれも主体的に任せていただきました。その経験のおかげで今の私があると存じます。御礼申し上げます。

続いて、本論文の審査を快く引き受けてくださった河井昌道教授、磯部大吾郎教授、松田昭博准教授（筑波大学）、中住昭吾博士（産業技術総合研究所）に感謝いたします。貴重なお時間をいただくとともに、有益なご助言を賜りました。誠にありがとうございました。

先述のプロジェクトがきっかけで、お知り合いになった北條正弘博士（宇宙航空研究開発機構）および吉村彰記准教授（名古屋大学）には第5章で述べた実験を行うにあたって、技術的なご指導を賜りました。この場を借りて、厚く御礼申し上げます。

並びに、後藤圭太助教（名古屋大学）には、学部時代から今まで、研究者としての心得、実験方法など、公私問わず様々なご助言、ご支援を頂きました。私が学部および修士課程であった時に、研究について楽しく話してくださったことや、先生の研究に対する姿勢を見て、博士課程に進学しようと思いました。厚く御礼申し上げます。

さらに、大出航平さん、伊藤祐さん、岩下結城さん、豊村仁さんをはじめとする修了された本研究室の先輩方には、研究生活において様々な御助力を頂きました。この場を借りて深く謝意を表します。

同輩だった佐藤仁彦君、増子智史君、同じ分野の研究を行ってきた後輩の大垣翼君や村山隼君、及川陸斗君、長岡央磨君、濱田雅樹君、栗田大和君、手塚惇平君、銭場

望美さんには，研究を通じて活発な議論にお付き合い頂きました．また井上千晴さんをはじめとする研究室の後輩には，研究分野は違うものの，研究生活等において，さまざまな話を聞いていただきました．深く感謝するとともに，今後の社会人としてのさらなるご活躍を心より祈念いたします．

また，日々所属研究室の事務や運営に尽力し，研究室のメンバーに対して，事あるごとに，気にかけてくださっている松田哲也研究室の秘書である植野千里さんに，この場を借りてお礼を申し上げます．

そして，本研究の一部は，日本学術振興会特別研究員奨励費の助成を受けたものであり，ここに記し深く感謝いたします．

最後に，私が本研究室でここまで研究をし続けられたのは，先述の皆様のおかげであるとともに，ひとえに両親，祖父母といった家族や友人が，私のことを理解し，忍耐強く信じ，陰ながら支えてくださったからであり，ひとりでは到底できないものであったと思います．心より感謝します．

2020年3月
久保 凱

本論文に関する発表論文

【原著論文(査読有)】

- (1) G. Kubo, T. Matsuda, H. Nagaoka, and Y. Sato, Development and Validation of Multiscale Thermo-elasto-viscoplastic Analysis Method for Plain-Woven Composites, Key Engineering Materials, Vol. 794, pp. 78-88, (2019).
- (2) G. Kubo, T. Matsuda, Y. Sato, A Novel Basic Cell Modeling Method for Elastic-Viscoplastic Homogenization Analysis of Plain-Woven Laminates with Nesting, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 146-147, pp. 497-506, (2018).
- (3) G. Kubo, T. Matsuda, Effects of Laminate Misalignment on Macroscopic Strength and Microscopic Damage Development of Plain-Woven Laminates, Mechanical Engineering Letters, Vol. 2, 16-00248, (2016).

【国際会議論文】

- (1) N. Semba, T. Matsuda and G. Kubo, Effects of uncertainty in internal structures on damage behavior of plain-woven composites, The 3rd International Conference on Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems (COMPSAFE 2020), (2019), Website (1 Page).
- (2) G. Kubo, T. Matsuda, Development of Multiscale Damage Propagation Analysis Method for Woven Laminates Using a Homogenization Theory, Proceedings of 22th International Conference on Composite Materials, (2019), PDF (6 pages).
- (3) G. Kubo, T. Matsuda, A Basic Cell Modeling Method for Homogenization Analysis of

- Plain-Woven Composites with Nesting, Proceedings of 13th World Congress on Computational Mechanics and 2nd PanAmerican Congress on Computational Mechanics, (2018), Website, pp. 263-272.
- (4) G. Kubo, T. Matsuda, Multiscale Analysis of Damage Development and Strength for Various Woven Composites with Laminate Misalignment, Proceedings of 2nd International Conference on Computational Engineering and Science for Safety and Environmental Problems, (2017), Website (2 pages).
- (5) G. Kubo, T. Matsuda, Numerical Damage Simulation of Plain-Woven Laminates: Effects of Laminate Misalignment, Proceedings of 2016 M&M International Symposium for Young Researchers, (2016), USB Memory (2 pages).
- (6) G. Kubo, T. Matsuda, Development of Multiscale Damage Analysis Method for Plain-Woven Laminates Based on a Homogenization Theory, Proceedings of 12th World Congress on Computational Mechanics and 6th Asia Pacific Congress on Computational Mechanics, (2016), Website, p.719.
- (7) G. Kubo, T. Matsuda, K. Oide, Damage Development Simulation of Plain-Woven Laminates with Laminate Misalignment Using a Homogenization Theory, Proceedings of International Conference on Advanced Technology in Experimental Mechanics 2015, (2015), p.199.