第四部　結論

No. 228

第十三章　操作的に空間の性質を指導することの妥当性について

実験1の結果から、盲児は自然状態に於ても、或る程度のユークリッド的な空間表象を持ち得る事が明らかになった。勿論、その盲児全体に対する比率は決して高いものとは云えない。彼等の中には、非ユークリッド的な空間表象を持つ者がかなりある。特に計量的な事柄に直接関係する問題では、誤りをおかし易い事が明らかになった。しかし目明きの子供達でも、この実験に選ばれた被験者たちのような貧しい知的環境、乃至は教育的環境に置かれるならば、この事は同様と考えて差支えないであろう。実際、昭和31年度に文部省が六年生を対象として行った学力調査に於ても、立方体の展開図に関する問題の正答率は20.3%でしかない。しかもこの問題では、「☆次の図はある箱をひらいたところをしめしたものです。点線のところでおりまげるとどんな形の箱になりますか。その形の名まえ

☆ 算数 数学教育資料（第二集）—文部省学力調査を中心にして—
P.33. 問題 10—1

を云いなさい。」と、箱をひらいたものであることが予め子供には知らされている。従って子供達は出来上る箱の名を正しく述べる事が出来ればそれでよいのにも拘らず、正答率は僅か20%に止まっている。以上のような事を考え合わせるなら、盲児が空間の性質を理解する上に、目明きの児童生徒と比べて、能力的に著しく劣っているとは考えられない。むしろ盲児の中に非ユークリッド的な空間表象を持つ者がかなりあり、又、空間の計量的な性質の理解が充分でない者があることは確かなのだから、こうした盲児にユークリッド的な空間表象を持たせ、長さや面積に直接関係する問題を解決する能力を伸ばすよう指導しなければならない事は確かである。そのためにはユークリッド的な空間概念にとって基本的な事柄、例えば、「相交わる二直線は一つより多くの点を共有しない」とか「互に一対づつ合同な図形に分解出来る二つの図形の面積は相等しい。」とか云う事柄を理解させね

ばならない。では、空間の性質を推論する時、論理的な作用を営むこのような基本的な概念を理解させるにはどのような方法があるだろうか。これに対してはすでに、操作的な方法によって空間に関する基本的な概念を与える事が最も望ましい指導の方法ではないかと云う予想を立てたが、実験2が示すように図形に対して「重ね合わせ」、「うらがえし」、「回転」などの操作が出来るような條件のもとでは「相似」のようにきわめて視知覚的な概念と考えられているものについての問題でさえ、盲児が特に目明きの児童生徒に比べて著しく劣っていると云うことを示す統計的な證拠がないことが明きらかになった。従って盲児に対する空間の性質の指導は操作的な方法による事が望ましい、と云う考えがおゝむね妥当な事が予想通り明きらかにされたのである。

この事は心理的に妥当な事であるばかりでなく、又数学的にも妥当な事である。実際、

Kleinは「結合の公理」、「順序の公理」、「連続の公理」に「平行移動」、「回転」、「折返し移動」とを前提としてユークリッド幾何学を組み立てゝいる☆。筆者が「操作」として考えているものゝ中で「重ね合わせ」、「回転」、「折返し」などは、「平行移動」、「回転」、「折返し移動」の一つ、或はこれらの組み合せと解釈する事が出来るもので、後にこの操作はこれらの「合同変換」☆☆の概念を導くための経験的な裏付けとなるに違いない。このような考え方は、一般の数学教育界では戦前にも見られたとの事であり、今日では北海道大学の河口教授も論証の基本的な考え方として提唱しておられるようである。例えば、河口教授の流れを汲む人として万屋正一氏は次のように述べている。

「変換を論証とする取扱いは北大河口教授の独創的な見解であるが、上記の諸問題を解

☆ F. Klein Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Grundlagen der Geometrie, Aufbau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegungen P174 23行目

☆☆ このような「合同変換」と云うtermを指導するつもりではない

釈する唯一の方法である。中学校図形教材の推論は四つある。

1. 対称移動（折返す）
2. 回転移動（回す）
3. 平行移動（ずらす）
4. 相似移動」☆

これが同氏の見解である。こうした考え方については、中村幸四郎氏も興味ある問題と考えてあられるようである。

このような変換だけで果して空間の性質を子供達に困難なく理解させ得るか否かは疑問であるが、「変換に対して不変な空間の性質を研究するのが幾何学である☆☆。」と云う幾何学に対する近代的な解釈をとれば、このような考えに到達するのは、ごく自然な成行きではないだろうか。殊に盲児に対する基礎的な空間の性質の指導は操作的に行う事によって初めて確実なものとする事が出来ると信ずる。

ただ、実験Ⅰの結果が示すように、自然状

☆ 日本数学教育会誌 第39回總会特集号 32年11月1日発行 p121
☆☆ 前出 Grundlagen der Geometrie p175 16行目

態での盲児の空間表象は、ユークリッド的なものと非ユークリッド的なものが共存し、矛盾を含んでいる事も事実である。この点に於て、やはり指導は一面論理的になされねばならない事も疑えない。即ち、盲児自らが自己の持つ知識の中に矛盾がないかどうかを反省する態度を身につけて行く事が大切である。例えば、「一度交わった直線は再び交わる事がない」、と云う命題を真であるとしているにも拘らず、「三角形の二辺とその夾角が完全に重なる時、第三辺が重ならない事がある。」と考える事は「おかしい」と考えられるように指導しなければならない。「正方形を対角線で折返して出来る三角の辺の長さがすべて等しい」と考える事も、「正三角の性質に反する」と考えられるように指導すべきである。こうした考え方が、やがては論証に発展するものと考えるべきで、余談ではあるが、論証は単に中学や高校の初等幾何の指導の中にだけあるものではない。

矛盾する知識の共存を許さないと云う態度は、おそらくは多くの経験を通してから得られるものであろう。かつて次のような事例に出会ったことがある。

「長四角の紙を対角線で折ったら、紙はぴったり重なりますか。」と小学部四年の盲児に問うて見た時の事である。彼等は一斉に「重ならない」と答えた。そこで「正方形だったらどうだろう」と問うと今度は「重なる」と正しく答えた。そこで、「正方形や長方形の紙を対角線で切った時出来る二つの三角形は同じ形ですか。」と聞くと、これにも又正しく「同じ」であると答えた。こゝで前に戻って、「正方形も長方形も対角線で切って出来る二つの三角形はどちらも同じ形なのに、対角線で折った時には、正方形はぴったり重なるがこれと同じように長方形は重なる事がないのだろうか。」と、最初の問題を再び問うて見た。しかし之に対しても、「そんな事あったらおかしい」と答えて少しもためらう

模様がなかった。勿論、彼等には何故そうなのか、論理的に之を説明する事は出来なかったが、兎に角、経験的な事実に矛盾する事柄を認めないと云う強い態度を示していた。☆

実際、ビネー系統の知能検査の中にも、「話の不合理を見出す問題」と云うのがあって、子供にも矛盾を見出す能力がある事を示している。例えば次の様なものである。☆☆

1. 私は一人の紳士がポケットに両手を入れて、ステッキを振りながら歩いて行くのを見ました。

2. 父が子に次のような手紙を書きました。「この手紙にお母様の写真を入れて置きます。もしこの手紙が着かなかったならば、すぐにその事を知らせてよこしなさい」と。

3. 自動車がひっくりかえって、乗っていた人はそのそばで死んでしまいました。まわりの人が彼を病院につれて行って、彼がなおらないかも知れないと思いました。

4. ある道しるべにつぎのように書いてあ

☆ 昭和32年2月本学附属盲学校小学部四年生の授業より

☆☆ 実数式個別田中知能検査法、田中寛一、榊原清、辰見敏夫、P105 話の不合理

りました。『こゝから東京まで255km、もし字が読めない人は遠慮なく前の煙草屋でおたづね下さい。』

　5. 汽車の一番おしまいの車は、いつも事故があると一番被害が多いことがわかりました。そこで一番終りの車はつけない方がよいと云うことになりました。

　子供がこれらの話の中に矛盾を見出せるようになる為には、「両手をポケットにつっこむ」と云う事と「ステッキを振る」と云うこと、「死ぬ」と云う事と「直る」と云う事、の様な事柄が事実上両立し得ない事を知ったり、「この手紙が着かなかったら知らせてよこしなさい」とか、「字の読めない方は煙草屋でお聞きなさいと書いてある」、と云うどちらかと云えば論理の矛盾や、「一番終りの車はつけない事にしました」のような系列と、その一番終りとの関係が理解出来るようにならねばならない。こうした事柄は、おそらく多数の経験を通してから得られるものであ

ろう。鈴木治太郎氏によれば、これらの問題に正しく答える能力は12才位迄次才に発達し、12才児ではその6割が矛盾を見出せる、と云うことである☆。これと同様に、空間の性質相互の論理的な関係を矛盾なく整理するためには、多くの経験を経なければならないであろう。特に図形を自由に操作する事によって、こうした経験が一層確実なものになるにちがいない。例えば、正方形を一つの対角線で切りはなして出来る二つの三角形の辺の長さが皆等しいと考える事は、実際に正方形を対角線で切りはなして出来る三角形を、さまざまな位置に重ね合わせて見れば、その誤りは直ちに見出す事が出来る筈である。

結局、盲児に対する空間の性質の基本的な指導は、操作的に之を組み立てるべきである。以下之を小中学校の指導内容について、具体的に述べる事にしよう。

☆ 鈴木治太郎著 知能測定法 —不合理の発見 P141

第14章　操作による指導の各指導内容に対する適用

盲児に対する空間の性質を指導することはどの様な意義があるかについてはすでに第一章に於いて述べた所であるのでは直ちに操作的な指導を各指導内容にどの様に適用するかをのべる事にしよう。指導内容についてはすでに第一章に於て考えたのでここでは繰り返さない事にする。

以下、その基本的なものに対して操作的な指導をどの様に適用するかを述べる事にする。

1、点、直線、平面とそれらの結合関係について。

空間に関する概念の中で最も基本的なものは点、直線及び平面である。ユークリッドの幾何学原本にも第一巻の巻頭に点、直線及び平面の定義が述べられている。即ち、

定義1.　点とは部分或は大きさのなきものである。

定義2.　線とは長さのみありて広さなきものである。

定義3.　線の両端は点である。

定義4.　直線とは、その両端の間に一様に横たわるものである。

定義5.　面とは長さと巾のみを有するものである。

定義6.　面の両端は線である。

定義7.　平面とはその中の二点をとればその間の直線が全くこの中に含まれるようなものである。

〈注1〉 1. A Point is that which has no parts, or which has no magnitude.

2. A line is length without breadth.

3. The extremities of a line are points.

4. A straight line is that which lies evenly between its extreme points.

5. A superficies is that which

〈注1〉 THE ELEMENTS OF EUCLID
BOOK I　p1

has only length and breadth.

6. The extremities of a superficies are lines.

7. A plane superficies is that in which any two points being taken, the straight line between them lies wholly in that superficies.

又ヒルベルトの幾何学基礎論には公理を述べる前に次の様に記されている。

『定義：我々は三種類のものゝ集りを考える。第一種の集りに属するものを点と名づけ（A．B．C……）を持って表わし、第二の集りに属するものを直線と名づけ（a．b．c……）をもって表わし、第三の集りに属するものを平面と名づけ（α．β．γ……）をもって表わす。

又点を直線幾何学の構成元素、点と直線とを平面幾何学の構

成元素点、直線及び平面を立体幾何学又は立体の構成元素と云う。

我々は点、直線、平面を或相互関係に於て考えこの関係をあらわすのに「横たわる」「間」「合同」「平行」「連續」等の言葉を用いる。しかして幾何学の公理によって、これらの関係を正確に、かつ数学上の目的に対して完全に記述する。』

〈注〉 Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen: die Dinge des ersten Systems nennen wir Punkte und bezeichnen sie mit A, B, C, ……; die Dinge der zweiten Systems nennen wir Gerade und bezeichnen sie mit a, b, c, ……; die Dinge des dritten Systems nennen wir

注 D. HILBERT GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE
Kapitel I. Die fünf Axiomgruppen
§ 1 Die Elemente der Geometrie und die fünf Axiomgruppen p I

Ebenen und bezeichnen sie mit $\alpha, \beta, \gamma, \dots$; die Punkte heißen auch die Elemente der linearen Geometrie, die Punkte und Geraden heißen die Elemente der ebenen Geometrie und die Punkte, Geraden und Ebenen heißen die Elemente der räumlichen Geometrie oder des Raumes.

No. 2×3

Geometrie.

さらに運動によって、平面幾何学を組み立てたKleinも「基礎概念として我々は点及び直線をとる。" Als Grundbegriffe nehmen wir Punkt und Gerade an…… "〈注〉と述べている。この様にいかなる立場をとるにしても空間の性質を考える限り、その構成元素である点、直線及び平面について、まず考えねばならぬ事が理解される。実際小学校学習指導要項算数科編にも第一学年の指導内容において、すでに「まがった」「まっすぐな」「せん」などの言葉の理解を深める様に示されている。

では、点、直線、平面等の概念を児童生徒に対してどの様に理解させるべきであろうか。殊に盲児に対してどの様に指導すべきであろうか。ユークリッドの様に「点とは大きさのなきものである」とか「線とは、長さのみありてゆのなきものである」とか「面とは長さとゆのみあるものである」とか云

注 F. KLEIN　ELEMENTARMATHEMATIK VOM HÖHEREN STANDPUNKTE AUS II

Aufbau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegungen　p174

う様な事柄を指導する必要があるだろうか。これらの事柄は空間の性質を理解する上に何かある種の感覚的な内容を意味することは確かであるが推論に当って、何等論理的な作用を営まないものである。従って、この様な事柄について前にも述べた様に指導する必要のないものと考える。一方、HILBERTやKLEINは点、直線、平面をどの様に考えていたのだろうか。先にかゝげたHILBERTの記述によれば、いかなるものを点と名付け、いかなるものを直線と名付けいかなるものを平面と名付けているか、直接には何もふれていない。たゞ「我々は、点、直線、平面を或相互関係に於て考える。この関係を表わすのに「横たわる」、「間」「合同」「平行」「連続」等の言葉を用いる。しかして、幾何学の公理により、これらの関係を正確にかつ数学上の目的に対して完全に記述する。」

〈注I〉 Wir denken die Punkte, Geraden, Ebenen in gewissen gegenseitigen Beziehungen und bezeichnen diese Beziehungen durch Worte wie „liegen", „zwischen", „parallel", „kongruent", „stetig"; die genaue und für mathematische Zwecke vollständige Beschreibung dieser Beziehungen erfolgt durch die Axiome der Geometrie.

と述べているだけである。これは今日の形式主義の数学の本質的な性格をいかんなく物語る言葉と云わねばならない。では我々が児童生徒に点、直線、平面等の概念を指導する時単にこれらを「横たわる」「向」……等の関係に於てのみ言葉によって説明すればよいのであろうか？筆者は決してそうは考えない。

本来形式主義の数は若干の無定義述語と、

注I HILBELT, GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE
Kapitel I. Die fünf Axiomgruppen
p.2

それらの相互関係を前提として、一種の理論体系を組み立てることをもって数学のなすべき課題と考えている事は確かであるがこれらの無定義述語やその相互関係にあてはまる事実の存在と、その背後に仮定していることも確かである。事実ヒルベルトは次の様にも述べている、「幾何学の公理はこれを五群に分つ事が出来る。これらの群の各々は、或同じ種類の我々の直観の基礎事実を表わす」

〈注1〉 *Die Axiome der Geometrie können wir in fünf Gruppen teilen; jede einzelne dieser Gruppen drückt gewisse zusammengehörige Grundtatsachen unserer Anschauung aus.*

従って数学を用いるものは、これらの無定義述語やその相互関係に如何なるものを当てはめようともそれは自由である。又それだからこそ、数学があらゆる科学に利用

注I HILBELT GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE
Kapitel I Die fünf Axiomgruppen. p2

されるのである。この立場は教育的にも忘れてはならないものであろう。点、直線、平面を考える場合にもこの事は同様である。即ち、点、直線、平面とそれらの相互関係にあてはまる事実をもって、これらの概念の指導をはじめるべきである。では、点、直線、平面とそれらの相互関係としてはどの様なものを考えるべきであろうか。ヒルベルトはこれを5個の公理群によって定めていることは5章ですでに述べた通りである。一方Kleinも次の様に述べている。即ち「我々は基礎概念として点、及び直線をとり、それらの結合、順序及び連続に関する公理を仮定する。」

〈注I〉 Als Grundbegriffe nehmen wir Punkt und Gerad an und setzen Axiome über ihre Verknüpfung Anordnung und Stetigkeit voraus.

と述べている。

　これらによって明らかな様にヒルベルトも

注I KLEIN ELEMENTARMATHEMATIK VOM HÖHEREN STANDPUNKTE AUS
1. Aufbau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegungen p174

クラインも、一方が　合同や平行を静的に取扱って居り、一方がこれを合同変換によって動的に取り扱う違いはあるにしても、共に点、直線、平面等の結合と順序の関係を各々の理論の前提として取り上げている事が判る。順序に関しては次の節にふれることにしてここでは一応、点、直線、及び平面の結合関係について考察する事にしよう。ヒルベルトは即に述た様に結合の公理を次の様に述べている。

〈注1〉　結合の公理

この群の公理は上に導入したもの即ち点、直線、平面の間に結合関係を確立する。

I－1. 二点A、Bに対しこれらの二点の各々と結合する少くとも一つの直線が常に存在する。

I－2　二点A、Bに対し、これ等二点の各々と結合する直線は1つより多くは存在しない。

I－3　一直線上には恒に少くとも二点

注1 ヒルベルト　幾何学基礎論　第一章　五つの公理群 p12-14

が存在する。一直線上にない少くとも三点が存在する。

I−4. 同一直線上にない任意の三点A、B、Cに対しその各点と結合する一平面αが存在する。任意の平面に対し、これと結合する一点が恒に存在する。

I−5. 同一直線上にない任意の三点、A、B、Cに対し、三点A、B、Cの各々と結合する平面は一つ以上存在しない。

I−6 一直線aの上に在る二点A，Bが平面αの上にあれば、aのすべての点は平面αの上にある。

I−7. 二平面α、βが一点Aを共有すれば、これ等の平面は少くとも一点Bを共有する。

I−8 同一平面上にない少くとも四点が存在する。

クレイニーも又、点及び直線に関して、そ

の結合の公理を仮定したことはすでにのべたところである。いづれにしても指導上、この様な点、直線、平面の相互関係を理解せねばならない。これをどの様な操作に訴えて行うかが問題である。

筆者は点、直線、平面の概念を明らかにするものとして次の様な操作を考える。

　まず直線図形と曲線図形とを切り抜いたカードを用いる。そして別に用意した一枚のカードと一致するカードをこのカードのセットから選び出すことを行わせる。低学年の児童では必ず異るカードを同じものと誤って考えるに違いない。例えば最初は菱形と楕円、扇形と三角形等が混同される事もあると思う。この時、この誤りを自分で見出し得る様にカードの重ね合わせ・辺の接触等を行わせる。例えば扇形と三角形とが混同されたならば、この二つの図形の辺や弧を互いに接触してみる。これによって、或はへりは互いに全すき間なく、接触させ

る事が出来るのに他の型は、接触によっても重ね合せによってもくい違いやすき面が出来る事が子供に理解されるに違いない。
Piagetによれば、子供達に最初にあらわれる図形の概念は閉じた図形と開いた図形の区別でありこれらについで表われるものが、直線図形と曲線図形の区別である。<注1>
この際直線図形と曲線図形の著しい差異として気附れるものは頂点の存在であると云われている。従って或程度直線図形と曲線図形の区別が明らかとなりカードの混同が起っても、曲線図形同志とか直線図形同志とかの混同に限られて来る様になったら、直線図形と混同しやすい曲線図形をこのカードの中に入れてやる。例えば扇形とか、相異る三つの円弧によってかこまれる図形とか、二つの円弧と二つの直線によって囲まれる図形の様なものをこのカードのセットの中に入れる。これによって再び、直線図形と曲線図形の混同が起るにちがいない。

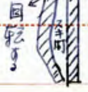
注I PIAGET CHILDS' CONCEPTION OF SPACE
CAPTER I §4 Stage I the recognition of familiar objects, then of topological but not of euclidean shapes §5 Stage II the progressive recognition of euclidean shapes p22～p36 (次頁注2に続く)

普通の知能を有する盲児ならば、小学校一年に於てこの程度の段階から始めることも出来るかもしれない。この様な試みを続けることによって、やがては、直線図形と、曲線図形を重ね合わせる事と、その接触によって確実に区別する事が出来る様になるであろう。これに伴って「まっすぐ」「まがった」「せん」等の言葉を理解させる様にする。

次に、カードによる曲線図形と直線図形の区別が明らかになった後に、真直な棒と曲った棒のセットを与える。そうしてそれを区別、分類させる様にする。この時に次の様な操作を用いる。即ち与えられた棒が真直であるか曲っているかを区別する為に、これらの材料を互いに、重ね合わせ、或いは重ね合せた状態で、他方を回転する。これによって如何なる場合も、両者の間にすき間の出来ないものと、そうでないものがある事に気付かせる。〈注1〉 真直な棒や曲った棒としては、鉛筆とか、編針(編物に使

注2 (前頁注1に続く)

CAPTER II §6 Stage II Differentiation of euclidean shapes p68~p76

注1


No. 253

う棒）とか身の回りにたやすく見出せる筈である。又棒が曲っているか真直であるか見出す他の操作としては、棒を平らな机の上などでころがしてみることである。これによっても、いかなる向きにおいても机の表面と、棒の間にすき間が出来ないものと、おき方によってすき間の出来るものがある事が明らかになるに違いない。最もこの場合は、完全に近い平面を見出すことはたやすくないかもしれないが、板ガラス等の表面はほゞ平面に近い様に作られている様である。

以上の様に真直なものと曲ったものとの区別を通して直線の概念を明らかにしていくと共に積木や箱、ボールや茶筒、かん詰のかん等を通じて、平面と曲面の区別や、平面と直線との結合関係を指導する様にする。即ちここでも、丸いものと角（かど）のあるものとの分類を行わせる。或は平面の上をよくころがるものと、そうでないものとを区別させ

る。平面の上をころがらないものゝ中に、これを机の上等に置いた時、平面との間にすき間が出来るものと、そうでないものとがある事も気附かれるに相違ない。普通の箱は机の上等で、机の表面との間にすき間が出来ないが、楕円形のかんづめのかん等は机の上を転らないにも拘らず、これを机の上に横むきに立てる時には、机の面とその側面の間にすき間が出来る。そうして盲児は「ぐらぐらする」と云う感じを受ける筈である。茶筒や普通のかん詰のかんは転がし方によって滑らかにも転り、その向きを変える事によって箱等の様に転らない様にも出来るので、これによって平面と直線との結合関係が一層明らかになるに違いない。即ち立方体の各面の様に、如何なる向きをとっても平らな面との間にすき間のないものと茶筒やかんづめのかんの側面の様に、その向きによって、一部すき間が出来ない所がある様な面とがあることがわかるに違

いない。この時前に述べた真直な棒と、曲った棒の区別に用いた材料の中から真直なものを選び、立方体の側面と重ね合わせ、或いは円筒の側面と重ね合わせる事によって、「一平面内では任意の点から任意の点に直線を引くことが出来るが、曲面の上では任意の点から任意の点に、直線をひくことは出来ない」と言うことを理解する素地が養われるであろう。

この様に、具体物や半具体物を通して、直線図形と曲線図形の区別がおよそ明らかとなり、平面や曲面の概念が次第に判っきりして来るに及んで充分に長い直線定規を二枚与える様にする。

まず、直線定規を二枚相接してその間にすき間が出来ない事を確認させる。すき間の出来ない事を確める為には、細い針の様なものを、その間に入れる事が出来るかどうかによって判定させれば盲児にも充分それを行う事が出来る。

　次に二枚の定規のへりが完全に重り合うかどうかを　確かめさせる。それは指でふれてみるだけで充分である。1mm程度の食い違いは指でふれる事によって容易に見出す事が出来る。この定規に対する二つの操作（接触と重ね合せ）によって、直線を定義する事にする。これから先は直線を見出す場合、この直線定規を充分利用する。例えば、ピンと張った糸が直線をなすことを確かめるには、はられた糸に沿い、その向きから二つの定規をあてて、糸が定規のへりに一致する事を確かめさせればよい。
　これによって直線は「二点の最短距離を通る」事が明らかになるであろう。又、「任意の二点を結ぶ直線がある」（公理Ⅰの1）とか、「二点を結ぶ直線はただ一つに限る」（公理Ⅰの2）等が知られるであろう。
　よく磨いた板ガラスや注意深く作られた机の表面等は、直線定規を如何なる向きに置いても、定規とこれらの面との間にすき間

が出来ない。
これによって「直線上の二点が同一平面上にあればこの直線上の点は全てこの平面上にある」（公理Iの6）ことが理解される。ユークリッド流に云うならば「平面とはその中の二点をとれば、その間の直線が全くこの中に含まれるものである」と云う事が判るに違いない。
更に紙の折り目が直線をなし、又開き戸を固定するちょうつがいの両端（ちょうつがいの上と下の端）を結ぶ直線の上に、上のちょうつがいの下端と、下のちょうつがいの上端がある事、又そのような位置になければ、扉が回転しない事等を理解する事が出来る。これによって、直線は折り返しや回転の軸となる事が理解される。開き戸の回転を止めるには、回転軸上にない一点を固定すれば、それで充分な事も直ちに理解されるであろう。これにより、「一直線とその上にない点を通って極に唯一つの平

面が存在する」(ヒルベルト定理2)ことが理解され　ひいては「同一線上にない三点A B、Cを通る平面は一つあり且一つより多くは存在しない」(公理I－4、I－5)「任意の四点を通る平面は存在しない」(公理I－8)等が理解されるにちがいない。平面によって囲まれた立体の稜が直線をなす事を定規との重ね合わせによって知る事が出来る。これから「二つの平面の交わりは直線である」(公理I－7とI－1、～I－6からの結論)が理解されるに違いない。

　これらの操作の他に机の上や床などに、虫ピンの様な材料を一直線に並べさせる様な営みも点と直線の結合関係を明らかにするのに役立つに違いない。即ち三つ以上のピンを机の上に真直に並べさせるのである。盲児がほぼ「真直に並べられた」と思った時、それが果して真直に並んでいるかどうかを彼に考えさせるのである。ピンが真直に並んでいるかどうかを正しく見分ける為には、

両端のピンの間に糸を張るか、或は定規を当てゝ見なければならぬことに気付くにちがいない。これによって、「任意の三点を通る直線を引く事は出来ない」（公理Ⅰ－３）という事が明らかになるであろう。眼の見える子供ならば Peaget が云う様に両端のピンが、重なり合う様な位置からこのピンの列を眺め、その間のピンもすべて両端のピンと重なかどうかによって、ピンの列が同一線上にあるかどうかを判断することも出来るのであるが〈注Ｉ〉、盲児に対してはこの様な方法を利用する事は出来ない。従って、盲児に対しては直線の概念を与えると共に直線の見本としての、直線定規の存在を教える事は不可欠であろう。一般には盲児が、ワーハンドで直線をいったものを、真直に並べることが出来ないことを以って、直線の概念が理解出来ないのではないかと気遣うむきもある様であるが、直線定規を有効に利用することが出来れば

注Ｉ　Peaget　The Childs' conception of space
Part II　Capter one
§3 Substage IIB, intermediate recognition
Stage III, operational construction of straight line by the method of 'sighting' or 'aiming'

盲児も直線の概念を理解したと考えて、少くとも数学的には差しつかえない。

例えば与えられた定規よりも長い線が直線であるかどうか判断しなければならないとする。此処で抽象的に線といったが、教室でも机のへりでも、又作ろうとしている箱の側面のへりでも何でもよい。これらにまず定規をあて、すき間やくいちがいのない事を確かめた上で、そのまま左右にすべらせることが出来るかどうかによって、この線が直線であるかどうかを判断することが出来さえすれば、その盲児は直線を理解していると言ってよい。木が平らに削られているかどうかを判断しなければならない時には、やはり直線定規を種々な向きにこの面にあて、どんな向きにおいても、定規と板の面との間にすき間が出来ないかどうかたしかめられる様になれば十分である。

普通、大工は一種の直線定規である曲尺を使って、これを行っている。盲児にもこう

した直線の表象を与える様にすべきである。

2. 直線上の点の順序とパッシュの公理について。

直線上の点の順序、及びパッシュの公理に関する事柄は、空間の位相的な性質に関係する事柄で、特に操作的な指導の対象となるものではない。実際、盲児も、順序の概念や左右の概念はさしたる困難もなく、目明きの子供達と同様に理解する事が出来る。次、一種の順序の概念に属する方位については、何をもって北と呼び、何を南とするか教える事には多少問題がある。盲児には北極星の方向をもって方位の標準とする事は出来ない。磁石の様に不安定なものでは指でふれてみても確かな方向を知ることは出来ない。然し幸い、太陽の位置を熱輻射の最も強い方向として捕える事が出来る。従って時間と太陽の位置との関係で方位を理解させる事が出来る。即ち、「正午における太陽の方向が南である」と

理解させる事が出来る。これは一種の循環論法にはちがいないが，盲児にとっては時刻の観念が先にあると思われるので，心理的には自然な方法である。

平面上の点の順序に関するパッシュの公理の中で，本質的な事柄は，「直線が一度三角形の中に入れば必ず再び外に出て来る」と云うことであり，「この時辛度二つの辺と交わる」と云う事は三角形及び直線の性質から導かれる事である。実験Iの結果，パッシュの公理の前半に属する，「三角形の中に入った直線は再び外に出る」と云う事柄は，自然状態の盲児にも容易に理解出来る事が判った。<注I>従って，直線上の点の順序やパッシュの公理に関してはこれ以上立ち入らないことにする。勿論，指導内容として順序の概念は，直線や閉曲線が平面を二分する事の重要性は，オ一章において述べた通りである。

3. 線分，角，多角形の合同について。

注I　オ7章問2について参照

合同の概念は平行の概念と並んで、ユークリッド的な空間表象を組み立てる為に最も重要な概念の一つである。従って、線分、角、三角形、ないしは他の多角形の合同について十分な理解を持つ事が必要である。では合同の概念はどの様にして盲児に理解させることが出来るであろうか。これは言うまでもなく「重ね合せ」をもって定義する事が最も自然な方法である。Kleinは合同の概念を次の様に定義している。

〈注I〉 Figuren, die durch eine Bewegung ineinander übergehen, nennen wir kongruent

即ち、「運動によって互に重ね合わせること」と云うことになる。

一方、ヒルベルトも「合同の公理」の冒頭において次の様に述べている。

「この群の公理は合同の概念を定義する。又これを用いて運動の概念をも定義する」

die axiome dieser Gruppe

注I F. KLEIN ELEMENTARMATHEMATIK VON HÖHEREN STANDPUNKTE AUS
I. Aubau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegungen. p.195

definieren den Begriff der Kongruenz
〈注I〉 und damit auch den der Bewegung.

この記述はヒルベルトも又、合同の概念のモデルとして「重ね合せ」と云う様なものを、考えていた事を物語るものであろう。実際、公理3〜1に関して次の様な言葉を見る事が出来る。即ち、「公理3〜1、A、Bを一直線a上の二点とし、更にA'を同じ直線又は他の直線a'上の点とする時、直線a'のA'に関して与えられた側に恒に少くとも一点B'を見出し、線分ABが線分A'B'に合同又は相等しくなる様にする事が出来る。記号で AB≡A'B'。

この公理は線分を合同に移し得ることを要求するものである。その一意に可能なことは後で證明される。」

〈注II〉 Wir sagen auch kürzer: eine jede Strecke kann auf einer gegebenen Seite einer gegebener Geraden von einem gegebenen Punkte in eindeutig bestimmter Weise abgetragen werden.

注I HIRBERT Grundlagen Der Geometrie"
§5. Die Axiomgruppe III: Axiome der Kongruenz p9
注II 同上 P10.

盲児に合同の概念を与えることは、操作的な方法によれば決して難しい事ではない。盲児は物を比較する場合、それらの重ね合わせを行うのが普通である。例えば、十円硬貨と百円硬貨を見分ける時、これらを重ね合わせて見る。そうするのが最も信頼出来る方法だからである。実験2の結果が示す様に、何枚かの図形を重ね合せによって分類する事は、大部分の盲児にとってむずかしい事ではない。従って指導にあたっては、この様な図形の異同判別、或いは分類によって行うのが最も自然であろう。特に図形の分類は合同の概念に於て最も基本的なものである。推移律の理解を促すと思われる。実際、実験2に於て、被験者S_1では互いに合同な三角形を用いて、正方形や三角形が出来ると理解されているらしく思われるにも拘らず、これらと合同な三角形が各一枚づつ、どの類にも属せしめられず残っている。このことは類の概念が理解されていない事を物語るものである。では、類の

概念とは何であろうか。

数学的には、「反射律」「対称律」「推移律」の三つの規則に従う関係を満足するもの〻集りである。従って合理的な分類を行う際の指導はおのづから、「推移律」の理解を促すに違いない。

例えば実験2の被験者S14についてこれを見る事が出来よう。即ち、直角二等辺三角形を一類とする事には成功したが残りの材料を、「Δ_2^D、Δ_2^C」と「Δ_1^D、Δ_1^C、Δ_1^S、Δ_2^S」の二類に分けてその分類基準を「隅の中が同じもの」と説明していた。これはΔ_1とΔ_2の類別に当ってΔ_1^D Δ_2^Dを基準にとり、各材料をその直角頂と、これを挟む二辺においてこれを重ね合わせ、斜辺が平行になるかどうかを見て、同じ類に属すべきものかどうか判断した。その際に、Δ_2^SをΔ_1の類に属すべきものと誤った判断を下したのである。資料にも見られる通り、実験者がΔ_1^SとΔ_2^Sをとり出して互いに重ね合わすことが出来ないことを注意したら、被験者は直ちにその誤りに気付き、正しい分類を行うことが

No. 267

出来た。この時用いられた推論は、「第三の三角形に相似な二つの三角形は又、互に相似である」と云う規則にこの事実が当てはまらないことから誤りて見出したものである。これは相似の場合であったが、合同による類別でも、これと同様の思考を伸ばすことができるにちがいない。従って線分といわず、角といわず、その他の図形の合同を理解するには、カードやその他の材料の重ね合せとこれによる分類をもって、始めるのが最も自然である。これらの営みは先に述べた直線図形や曲線図形の弁別等と合せて行う事が出来る。

然し、身の廻りのものが合同であるかどうかを判断しようとする時、常にそれらの重ね合せが出来るとは限らない。動かす事の出来ない物や、立体等が合同な事を如何にして見出すかと云う事が問題となる。この種の問題を解決する事の指導が必要となって来る。例えば二つの直方体や立方体が、「全く同じ」であるかどうか見分ける方法を理解させねばな

No. 268

らない。その為には各面の重ね合せが有効である。それによって、一頂点に集る三つの面が全て互に等しいものと、しからざるものとがある事が理解されるであろう。即ち立方体と直方体の区別が此から生じて来る。又、動かす事の出来ない正方形や長方形が、「全く同じ」寸法と形を持つかどうかを判断する為には、コンパスによってそれらの辺の長さを互いに、写し合う事が出来るかどうかを見ればよい。

数学的には、図形の合同の基礎に、線分角、三角形の合同があるが、子供達の指導の上ではむしろ、図形の合同を分折し、その條件を明らかにする為に、線分や角や三角形の合同を明らかにしていく事が希ましい。互いにそっくり重ね合す事の出来ない図形の合同性を見出す為に、線分や角の合同を見出すことの必要なことが子供達に次才に理解されてくるであろう。線分の合同はコンパスを用いて見出す事が出来る。では、重ね合すことの出来

ない角の合同は、如何にして見出すことが出来るであろうか。此処で、角の測定が問題となって来る。その為には、角の単位を如何に選ぶかを定めねばならない。結局、角の単位としての直角を如何に理解させるかと云う事が問題である。実際、小学校学習指導要領・算数科編では三年で直角を指導する様に示されている。

幾何学上、直角は次の様に定義されるのが普通である。即ちユークリッドによれば、「定義第10番(直角の定義)、一直線が他の一直線と交り、互に相等しき隣接角をなすならば、その相等しき角は共に、それぞれ直角である、又、これらの直線は互いに垂直であると云う」である。

〈註1〉 'When a straight line standing on another straight line, makes the adjacent angles equal to one another, each of the angles is called a right angle; and

註1. THE ELEMENTS OF EUCLID
Book I DEFINITIONS p2

the straight line which stands on the other is called a preprendicular to it.

又ヒルベルトによれば、「その補角と合同な角を、直角と云う」と定義されている。〈注Ⅰ〉更に、Kleinによれば、「全回転の1/4」と定義されている〈注Ⅱ〉

ではこれらの定義に対する操作としては、どの様なものが考えられるか。即ち、「互に重ね合せる事の出来る角を相接した時、この二つの角に共通でない辺が一直線となる事」、或は「互に重ね合わす事の出来る四つの角をもって一点の囲りを完全に囲む事が出来ること」である。この様な角を直角と理解させる事が子供達、特に盲児にとって最も自然である。

或る小学校の教科書に、直角の説明として「時計が丁度、三時の時、長い針と短い針のひらきを直角といいます」〈注Ⅲ〉

とあるが、この様な説明で直角を理解させようとすること

注Ⅰ　I. HILBERT: GRUNDLAGER DER GEOMETRIE より

注Ⅱ　KLEIN: ELEMENTARMATHMATIK VOM HÖHEREN STANDPUNKTE AUS の Aufbau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegung より

注Ⅲ　学校図書株式会社発行「三年の数学」下　P.67

は少くとも盲児の場合には妥当であるとは云えない。この様な形で理解させたのでは、時計の長針と短針が毎時間二回直交する事実が果して理解されるであろうか。

直角が定義されゝば、角度の単位を理解させる事は、さほど困難な事ではない。一直角を90度としようが、直角単位で角度を計ろうが30度はこの角を三つ合せる事によって直角となる様な角の大きさであり、$\frac{1}{3}$直角はこれらを相接する事によって直角となる互に合同な角の大きさの事である。

コンパスによる長さの比較と、角度の測定が可能になれば、動かす事の出来ない平面図形の合同性も原理的には総て見出せる筈である。これから先はむしろ推論の問題となる。三角形の合同条件を理解した後では、角の測定さえ不必要となる。総ては、コンパスによって線分を合同に移すことに帰着する。この意味で従来盲児に使用させていた、所謂「コンパス」なるものは、コンパス本来の役割を完

全には果さない。或る特定の円しか描けない様な教具を用いる事は指導上のぞましくない。

　三角形の合同条件を理解させることは、中学に入ってからの問題であるが、「図形は動かしても形や大きさが変らない」と、「二点を通る直線は1つより多くない」（ヒルベルト公理1～2）とによって理解することが出来る。然し、この際には異なる場所にある二つの三角形を互いに重ね合わすと云う経験を十分に持っていなければならない。実際、実験上の結果から、三角形の二辺とその挟角を互いに完全に重ね合わす事が出来ても、第三辺が重さなるかどうか推論出来ない盲児がかなりあることが知られた以上、三角形の合同条件が如何にして成り立つかを、少くとも一回は盲児自ら考えておく事がのぞましい。結局図形の合同に関する指導は、図形全体、或いは角や線分の組み合わせ、ないしはコンパスによる線分の移動をもって組み立てるべきである。

4. 平行について

平行の概念は、先にも述べた様にユークリッド的な空間表象を組み立てるのに最も基本的なものである。ヒルベルトは次の様に述べている。「平行の公理の導入により、幾何学の基礎が『簡明』となり、幾何学の構成が著しく『容易』になる」と。

〈注1〉 Grundlagen und erleichtert den Aufbau der Geometrie in erheblichem Maße.

実際、小学校の学習指導要領算数編に於ても、平行の概念を5年生に於て理解させる様に示されている。幾何学上、平行線は次の様な形で定義される。即ち、ユークリッドによると、「平行線とは、同一平面上にあり、両側に如何程延長しても交わる事のないものである。」

〈注2〉 Parallel straight lines are such are in the same plane, and which being produced ever so far both ways do not meet.

〈注1〉 I. HERBERT: Grundlagen der Geomtrie
§7 Die Axiomgruppe IV: Axiom der Parallelen P21

〈注2〉 ELEMENT OF EUCLID p5 35

ヒルベルトによれば、「aとAが定める平面に於いてAを通りaに交らない『只1つ』の直線が存在する。これを、Aを通るaへの平行線と云う」と定義されている。

〈注I〉 *daß es in der durch a und A bestimmten Ebene eine und nur eine Gerade gibt, die durch A läuft und a nicht schneidet; wir nennen dieselbe die Parallele zu a durch A*

これらの定義は要するに、「同じ平面上にあって交らない直線を平行線」というのである。これは、極めて簡潔に平行なる概念を定義したものと思う。しかしこの定義はあまりにも抽象的であり、特に盲児等に平行線の表象を与えるには、少しも適当なものとは云えない。何となれば、この定義を見ただけでは、如何にして現象空間の中に平行線を描く事が出来るかを、見出すことが出来ないからである。

〈注I〉 I. HILBERT GRUNDLAGEN DER GEOMTRIE Kapitel I §7 Die Axiomgruppe IV

No. 275

一方、Kleinによれば、平行線の概念に先立って、先ず『平行移動』なる概念を定義している。即ち、「一点Aを任意に与えられた一点A'へ移し、且つ同時にAからA'への直線をその向きを保ったままそれ自身に移す様な運動がある。かゝる運動を我々は、変位、或いは簡単に平行移動と名付ける」

〈注1〉　Es gibt nämlich genau eine Bewegung, die einen Punkt A in einen beliebig gegebenen A' und gleichzeitig die Gerade von A nach A' (mit dieser Richtung) in sich selbst überführt; eine solche Bewegung nennen wir Verschiebung (Translation) oder deutlicher Parallelverschiebung.

注I F. KLEIN　ELEMENTARMATHEMATIK VOM HÖHEREN STANDPUNKTE AUS
Aufbau der ebenen Geometrie unter Voranstellung der Bewegungen p175

次に、「全く同一の平行移動によって作られるすべての軌跡直線（bahngerade）を互いに平行な直線」と定義している。これによれば「限りなく延ばす」と云う様な概念を用いずに平行を定義する事が出来る。勿論この平行移動によってできる軌跡が直線であることは、公理によって保證しなければならない。然し、この様な形で平行を理解させることは、それが直ちに、「敷居とかもい」の関係であり、引出しの上下のへりの関係であり、マッチ箱の上面と下面の関係であることを直ちに理解させるであろう。即ち 平行の概念に対応する操作を容易に見出すことが出来る。従って、平行の概念は、「直線外の一点をこの直線からの距離を変えずに動かす」と云う操作に対応させることが出来る。具体的には、直線定規のへりに三角定規の一辺を接し、これを左右に移動する時、三角形の頂点が描く軌跡として理解させることが出来る。この様にすれば、長方形の対辺が互に平行なことも理解される

にちがいない。更にこれから「二つの平行線に第三の線が交われば、その同位角及び錯角がそれぞれ相等しい。又逆に同位角又は錯角が相等しければ、これら二直線は平行である」と云う定理が理解されるにちがいない。

以上によれば、盲児に平行の概念を理解させるには、「平行移動」による事が望ましい。

5. 長さの測定について。

長さの測定が可能な為には、「どの様な長い線分でも、単位となる線分を有限個つぎ足せば、この線分よりも長くする事が出来る。」と云う事柄が予め理解されていなければならない。目明きの子供達では、改めて取り上げる必要もないと思われるが、実験Iの結果は、盲児に於いてもこれと同様であることを明らかにしている。従って長さの測定は、「線分を合同に移す」ことから始めればよい。この時コンパスを用いる事は指導上きわめて希ましい。或る棒の長さを、与えられた棒の長さを

単位として計ろうとすれば、コンパスを単位の棒の長さに開き、棒の端から端まで、何回コンパスを移動させる事が出来るかによって、これを行う事が出来る。　この実験を、次の段階では物指しによる測定に発展させ、両者の中の考え方が帰するところ一つであることとを理解させるべきである。

6. 三角形と四角形の性質について。

　筆者はこれまで度々、幾何図形を切り抜いたカードの異同判別や類別について述べたがこれらの実験は図形の性質を理解させるのに総て用いる事が出来る。即ち、「二辺とその挟角が相等しければ、二つの三角形は互いに重ね合わす事が出来る」と云う事が直ちに理解されるに違いない。又、互いに重ね合わすことの出来る三角形については、それらを重ね合わせたまゝ回転し、任意の頂点に重ね合わす事の出来るものと、しからざるものとがある事がわかる。この際、この三角形の三つの

辺は互に等しく、又三つの角も互に等しいことが判かる。即ち正三角形の性質が理解される。

三角形を一旦、重ね合せた状態から、これを裏返すことによって、裏返えしても、やはり重ね合わせる事の出来るものと、しからざるものがあることが、理解される。即ち、二辺の等しい三角形の両底角は相等しいことが理解される。又一度裏返すことによって、最早回転丈では決して重ね合わすことの出来ない三角形のあることも見出す事が出来る。かくして二等辺三角形と不等辺三角形の区別が明らかになる。これらの操作は三角形の紙片を折る事によって代用する事も出来る。即ち中線に於る折り返しによって、左右を重ね合わせる事が出来るものと、しからざるものとがあることがわかる。任意の中線に於る折り返しによって、左右を重ね合せることの出来るものと、しからざるものとがあることも判る。又、二つの中線に於ける折り返しによって重

ね合わせる事の出来る三角形は、第三の中線に於る折り返しによっても、重ね合わせる事が出来る。こうした事柄が、三角形の紙片の折り返しによって明らかになるであろう。

　四角形についても、これと同様、重ね合せ、回転、裏返えしの操作がその性格を明らかにするのに役立つ。

　二枚の合同な四角形のカードを重ね合せ、先ず180度回転させて、再び重ね合せることが出来るものは平行四辺形である。この事は平行四辺形が、対角線の交点に関して点対象な事を意味する。平行四辺形の中で、対角線を軸とする裏返えしによって再び重ね合せる事が出来るものは菱形、対辺の中点を結ぶ線における裏返しによって再び重ね合わせる事が出来るものは長方形である。この両者共に可能なものは正方形である。

　これらの操作は又、四角形の紙片の対角線や対辺の中点を結ぶ線の折り返しによって、部分的におきかえられることは云うまでもな

い。

以上は、重ね合せや折り返しを指導上、どの様に使う事が出来るかの例であった。次に図形の分解と結合を、指導上、どの様に利用出来るかを云おう。

合同な4枚の三角形のカード、或いは9枚のカードを組み合わせて、辺の長さがそれぞれ、二倍、或いは三倍の三角形を作ることが出来る事や、三角形の二辺の中点を結ぶ線で三角形を切り離す事によって、四つの互いに合同な三角形を作る事が出来ると云う事が判る。この操作から、辺の長さを二倍、或いは三倍した三角形の角の大きさは変らないと云う事が判る。又、この三角形の中の広さは、初めの三角形の中の広さの四倍或いは九倍と考えるべきであると云う事が判る。又、合同な三角形の相異る三つの角を合せれば、一直線をなすことも判る。これによって三角形の内角の和は、二直角に等しい事が判る。

合同な二枚の三角形を組み合すことによ

って正方形や長方形、一般には平行四辺形が出来る事が判る。これから、三角形の面積は等底、等高な平行四辺形の1/2であることも判る。合同な二枚の三角形のカード1枚をその高さにそって切りはなし、これを残りの三角形につぎ足せば、この三角形と等底等高な長方形を作る事が出来ることがわかる。これらによって、三角形の面積は、等底等高な長方形の1/2である事が理解される。

一方、縦横の比がm対nである様な長方形は、単位の長さの辺を持つ長方形をm行n列に並べてこれを被う事が出来る。これによって、長方形の面積の公式を導く事が出来る。従って、三角形や、平行四辺形の面積を導く事も出来る。

7. 円、球、その他の回転体について。

直線の概念を明らかにすることは、自ら、曲線の概念を明らかにする事になる。曲線の中で、最も重要なものは円である。

これと同様に曲面の中で最も重要なものは球である。

小学校学習指導要領算数科篇にも、既に一年から円や球を理解する素地を伸す様示されている。

幾何学上、円とは「一平面上にあり、一点から等距離にある点の集り」と定義するのが普通である。これと同様に、「球とは空間の中で一点から等距離にある点の全体」と考えることが出来る。

円の概念を定義する操作は、回転であろう。半径の等しい円は、如何な方向にも重ね合せる事が出来る。即ち、重ね合せたまゝ自由に回転することが出来る。又、円は直線の上を滑かに回転させる事が出来る。これと同様に、球は平面の上を任意の方向に転かす事が出来る。これによって球の中心を含む切口は円であることが理解される。

目明きの子供達に対しては、最初円と球の区別はそれ程厳密には教えられないが、盲児

に対しては最初から区別して指導すべきであろう。それは触運動的に全く異るものであり、回転を通して始めて両者の関係が明らかになるからである。

球の他にも、平面の上を滑らかに転す事が出来るものがある事は、盲児にも容易に見出せるにちがいない。円柱や円錐がそれである。然し、これらのものが球と異る事は触運動的に明らかであるばかりでなく、運動の自由度によっても明かとなる。
即ち、回転の自由度によって、これらがある軸の周囲に直線や曲線を回転して得られるものであることが理解されるにちがいない。

8. 多面体について。

多面体の性質を理解させるには、その要素である頂点、稜、面等を明らかにすることが必要である。

又は頂点、稜、面等の要素が明らかになったならば、此等の結合関係を理解する事が必要である。
この為には展開図を用いるのが望ましい。
実験Iによれば、何等の予備知識なしにも、展開図を組立てたところを思い浮べることの出来る盲児がある事が判った。従って実際に箱を開き、或いは展開図を組立てる経験が与えられるならば、盲児にも十分展開図の性質を理解する事が出来る様になるであろう。この様に展開図による指導によって互に鏡像の関係にある二つの立体の関係は、平面に於て向きを変えた互いに合同な二つの図形の関係に対応するものであることも理解されるにちがいない。
「立体の見取図や透視図等を盲児が理解できるか」と云う、事柄がしばしば問題となる。しかし立体の見取図や透視図による表現は、直接経験からは盲児に理解させることは不可能である。これについて、石田氏は<注I>「盲児

注I　第二章参照

も立体の見取図による表現を理解できると述べているが、これは明らかに同氏の思い違いである。何となれば、同氏の行った実験の方法は盲児に立体を与え、これをまず触運動的に観察させる。その後で盲児の指に豆ランプをつけ暗室内で、今触運動的に観察した立体がどの様なものであったか、盲児に指の運動をもって表現させるものである。この時、豆ランプのついた盲児の指の運動を写真で追跡する。従って盲児が立体の稜を空間の中で三次元的に表現していても、写真にはあたかも見取図を描いたかの様に写る。

結局、見取図は盲児が描いたものではなく写真機がこしらえ上げたものである。

　いづれにせよ、盲児に見取図を理解させることは理論的に行う以外には不可能である。投影の原理を理解することなしに見取図を理解させる事は出来ない。従って理論的な方法によるのでなければ、見取図や透視図の指導は行うべきでない。

9. 作図について。

終りに作図について一言する。作図は、「一つには図そのものゝ実用性の為に指導されねばならず」又「空間表象を確かなものとし推論の見通しをよくする」為に指導すべきものであろう。ところで、盲児の描く図に実用性があるとは殆ど考えられない。従って盲児に対する作図の指導は、「空間表象を確かにし推論の見通しをよくする」限りにおいてなされるべきである。実際、定規やコンパスを使って作図することは空間の性質の論理的な関係例えば、正六角形の一辺とその外接円の半径との関係が、単に頭の中で考えた時以上に明らかになるにちがいない。この様な効果を期待する事が出来ない様な場合には、作図する意味がない。

一方、盲児にとっても自分が頭の中で描いている図形を目明きに正しく伝えることが出来る様になることが必要である。この為に作図の手続きを理解し、これを表現する能力が

必要である。この理解を深める為には、作図の手続きを学ぶことは意味のあることである。これによって作図の器具の揃っていない場合でも、自分が描いているイメージを表現することが出来る様に作図の方法を指導すべきである。

作図の器具としては、硬質ゴムの板の上に厚手のセロファン紙をのせ、前述の棒を用いてセロファン紙に線をひけばゴムの反動で図が表面に浮上る。この方法によれば、図を裏返してみる必要がない。定規やコンパスも普通用いられているものを用うべきであろう。特にコンパスは従来の所謂盲人用コンパスを用いるべきではない。その理由はすでに述べた通り任意の半径の円を描くことが出来ないからである。

又グラフについてもそれと同様である。即ち「グラフが問題解決の見通しをよくする」限りにおいてこれを描くべきである。

グラフの作り方を理解するには座標又は基本

No. 289

的な幾何図形の性質が判っていれば充分である。従ってグラフの性質を理解させることは操作的指導の対称であるよりはむしろ推論による指導の対称である。

以上、主な指導内容に対して操作による指導を如何に適用するかを述べて来たが、此処に示した方法は、日常何処にでもあるような材料を用いて行うことが出来るものである。これによって、従来問題にされた教具が高価なために満足な指導を行うことができないという悩みも解決されることと思う。