

# 心理物理的法則としてのベキ関数の検討

上 笹 恒

## 1. はしがき

ヒトは五感をとおして外界からの刺激を得て、それに対処できるような感覚の情報処理を行なっているのであるが、このとき感覚器官に与えられる刺激の物理的強度とそれに対応して惹起される主観的な感覚量(心理量)との間にはどのような関係があるのだろうか。この問題は Weber が、相対弁別閾が一定であることを見出し、いわゆる Weber の法則を提起し、その後 Fechner が Weber 比をもとにして Fechner の法則<sup>\*1</sup>を導き出した 1800 年の後半頃まで遡ることができる。その間、Weber 法則を若干変形した形<sup>\*2</sup>がいくつか提案されたが決定なものはなく、1900年代のはじめ頃から Stevens のベキ法則が提出されるに至った。

このような刺激の物理的強度とそれに対応した主観的な感覚量(心理量)の関係は心理物理的関数と呼ばれ、現在では Fechner の対数関数と Stevens のベキ関数の 2 つが対比され議論されることが多い。この場合、刺激の物理的な強度は比較的明確なメジャーで測定され得るが、主観的な感覚量をどのようにして測定したらよいかは当然問題となる。

ヒトにとっては、刺激  $i$  と刺激  $j$  の強度に関して大小関係や異同の判断を行なうことは容易であろうし、対象の数があまり多くなければ、強度に応じた順位をつけることや分類を行なうことも容易であろう。このような簡単な判断を用いて刺激に関するせいぜい順序レベルでの観測データを得て、その結果を一定の仮定のもとに、あるモデルにしたがってより高次のレベルでの数値に変換していく手続きが尺度構成 (scaling, scale construction) といわれるものであるが、これは心理学的測定法という、より大きな問題の中に包含される。

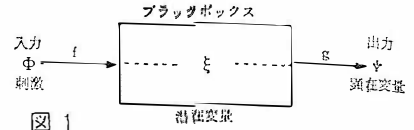
ある強度の刺激 ( $\phi$ ) を感覚器官に受けたとすると、どこかでそれに対応した感覚量が惹起するのであるが、それは潜在的な変量であって、われわれはそれを直接把握することができない。その潜在変量である感覚量がある判断過程をとおして、行動なり言動的反応という表面に表わ

---

\*1  $\phi$  を刺激の物理的な強度、 $\Delta\phi$  を弁別閾とすれば Weber 比は  $\Delta\phi/\phi=C$  ( $C$  は定数) と表わされる。これをもとにして、感覚量の僅かな増分を  $\Delta\phi$  とすると、 $\Delta\phi=k \cdot \Delta\phi/\phi$  と考える。すなわち、これが Weber 比に比例すると仮定する。そうすると、 $\Delta\phi$  を  $d\phi$ 、 $\Delta\phi$  を  $d\phi$  とおきかえることによって、形式的に微分方程式の形になり、それを解くと、 $\phi=k \log \phi + a$  ( $a$  は定数) という Fechner の法則となる。

\*2 Fullerton and Cattell による  $\Delta\phi=C\sqrt{\phi}$ 、Guilford による  $\Delta\phi=C\phi^n$  など。

れた具体的な反応によって顕在的な変数としての測定が行なわれるだけである。これを図示すれば次のようになる (ref. 齊藤 1972, 印東 1969)。



ここで、 $\phi$  は刺激強度を表わす一次元的な計量値、 $\xi$  がそれによって惹起された潜在的な感覚量、 $\psi$  は表出された overt response をそれぞれ表わす。そして、刺激とブラックボックスの間および、ブラックボックスと出力の間にそれぞれ  $\xi=f(\phi)$ 、 $\psi=g(\xi)$  という関数関係があると仮定すると

$$\psi=g[f(\phi)]=h(\phi) \quad (1)$$

となり、後に言及するマグニチュード推定法 (magnitude estimation) とかカテゴリー判断を用いた方法など直接的な方法といわれるものはこの形を示している。本来われわれが求めようとする  $\phi$  と  $\xi$  の間の関数関係が心理物理関数といわれ、これを出力をとおして推定しなければならない。

刺激と感覚の対応関係は1種の input-output analysis となり、この考え方を工学的なモデルに表現した例も後に取上げる。

ところで、先に述べたように、Fechner の対数関係にたいして Stevens のべき関数は極めて practical な方法によって得られたものであるが、それは正に心理物理的法則に値するように多くの感覚的連続体について成立っている。practical という意味は、Stevens のべき関数の実験的事実の基礎をなすマグニチュード推定法が、被験者の図1における  $\psi$  の表出において、 $\xi$  をそのまま数量的に表現できるという仮定に基いた大胆な方法の特徴にある。

Fechner の法則が先述のように、感覚量 (心理量) の微増分が Weber 比に比例するという関係から導出されるのに対比させると、べき関数は、感覚的連続体 (以下の記述では  $\psi$  とする) の上でも Weber 比が成立ち、それが物理的連続体 ( $\phi$ ) での本来の Weber 比に比例するように考える。すなわち、

$$\Delta\psi/\psi=n\cdot\Delta\phi/\phi \quad (2)$$

として、 $\Delta\psi$ 、 $\Delta\phi$  を  $d\psi$ 、 $d\phi$  とおきかえて微分方程式を解くことによって

$$\psi=\alpha\phi^n \quad (3)$$

となつて、べき関数が得られる ( $\alpha$  は定数)。

1930年頃、聴覚の研究をする人たちの間で音の物理的刺激強度のデシベル尺度 (これはとりもなおさず Fechner の対数法則を表わしたものである) において、等しいデシベルの増加が等しい大きさの感覚の増大を伴わないことが気づかれはじめて、新しい尺度構成の必要にせまられていた。また、実際に構成された音の大きさのスケールは対数関数からかなりはずれたものだった

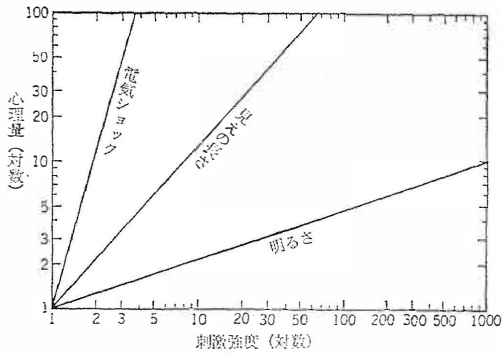


図2 ベキ関数の例一両対数表示一 (Stevens, 1961)

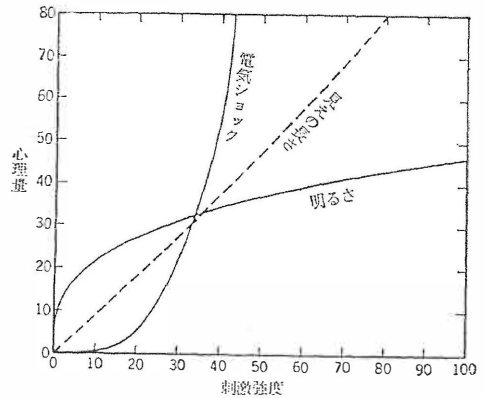


図3 ベキ関数の例一図2の等間隔目盛による表示一

という。そして、それにかわる法則は、すでに、1728年数学者の Gabriel Cramer が貨幣にたいする人々の主観的価値が、ドルの平方根にしたがって増大するのではないかと推測したときに芽生えていたという (Stevens, 1970., 相馬 1970)。

## 2. ベキ法則の適合性

(3)式のようなベキ関数は、最初の頃、一音と光の刺激強度と感覚の関係を表現する心理物理関数として見出されたが、その後非常に多くの感覚連続体についてもこれが成立することが確かめられた。

表1 ベキ指数 (n)

感覚の種類	測定されたベキ指数	ベキの分数表示	刺激条件
音の大きさ	0.67	2/3	3,000H z の音
明るさ	0.33	1/3	暗順応, 視覚5°の光
々	0.50	1/2	フラッシュ光
匂	0.60	2/3	ヘプタン
味	1.30	3/2	蔗糖
々	1.40	3/2	塩
温度	1.00	1	温覚
々	1.50	3/2	冷覚
振動	0.95	1	指先の60H z の振動
々	0.60	2/3	々 250H z 々
時間の持続	1.10	1	白色雑音
指先のスパン	1.30	3/2	ブロックの厚さ
圧力	1.10	1	掌のシフ上への静的圧力
重さ	1.45	3/2	持上げた重り
握力	1.70	5/3	ダイナモメータ
発声	1.10	1	発声の音圧
電気ショック	3.50	3	指先の電流
触覚 (粗さ)	1.50	3/2	(研磨用) 金剛砂布をなでる
々 (硬さ)	0.80	4/5	ゴムを握る
見えの長さ	1.00	1	投影された線分
見えの面積	0.70	2/3	四辺形

ベキ関数が成立つということは、刺激量と感覚量の間、両対数グラフにプロットした場合直線が適合することを意味する。そして、ベキ指数  $n$  はその勾配で表わされる。図2は電気ショック、見えの長さ、明るさという3つの感覚連続体におけるベキ関数の成立する例を示している。また、図3は同じものを等間隔日盛のグラフに描いたものである。このベキ指数が、いろいろな感覚の連続体において、それぞれ異った特徴的な値をとっている。これらのベキ指数の主なものを Stevens にしたがって一覧表にすると表1のようになる (Stevens, 1971)。

ここで  $n < 1$  の感覚、たとえば最もベキの小さい明るさ感覚をとってみると、映画館の中にいた人が突然明るい太陽光の下に出たような状況を考えるとわかりやすいように、 $10^{12}$  のオーダーを超えるような極めて広範囲にわたる光のエネルギーの変化にたいしても適応できる感覚特性がここに反映されているといえる。すなわち、このような特性は、図3の明るさ感覚のグラフにみられるように、感覚の“compressor”としての機能を視覚がもっているところに表われている。音の場合も同様である（音の大きさ感覚のベキは  $2/3$  となっているが、これは音圧ではなく energy flow で刺激強度を表わすとすれば  $1/3$  となる）。

また、 $n > 1$  の場合は、感覚の“expander”の役目を果していることになり、図3の電気ショックなどのような強いショックの感覚は物理量にたいして急激に感覚量が増大していく様子を表わしている。それにたいして、見えの長さは  $n = 1$  で、ほぼ物理量の実際と知覚された長さが合っていることが示される。このように、ベキの値には、感覚器官のトランスジューサーとしての“dynamic operating characteristics”が表われていると見做せる。ここで特に注目されることは、もし、Fechner 流の対数関数をとる限り、ベキ指数が1より大となる感覚特性は考えられなくなるといことである。ただ、これらのベキの値は、提示される刺激の物理的条件によって影響を受ける面があるので、表1のベキはある一定の条件下で得られた標準的なものであるといえる。しかし、全体をとおしてのベキ指数の不変性がみられることはいうまでもない。

Stevens の方法は、被験者に直接的な数値判断を課し、その結果から得られた数値をそのまま処理して感覚量とする、非常に practical なものであるから、この点が問題として指摘されることが多い。

これにたいして、Stevens は数値判断を用いない異種感覚量 マッチング (cross-modality matching) という方法を考案して、被験者の判断の一貫性のあること、マグニチュード推定法の妥当であることを主張している。

異種感覚量マッチングというのは、1つの感覚連続体上のある感覚量を、他の感覚連続体上のある感覚量とマッチさせることである。Stevens は9つの異種感覚領域の刺激を、握力計に加える被験者の握力とマッチさせる実験などをとおして、次のようにして、ベキ関数の妥当性を示した (Stevens, 1961)。

すなわち、一般的に表わして2つの感覚領域における刺激量 ( $\phi_1, \phi_2$ ) とそれに対応した感覚量

$(\phi_i, \phi_j)$  との間に(3)式のようなベキ関数が成立つとすると、

$$\phi_i = \alpha \phi_j^n \tag{4}$$

$$\phi_j = \alpha' \phi_i^{n'} \tag{5}$$

であり、いま、 $i$  と  $j$  の感覚は質は異なるが強度の点でマッチされ、等しい状態であるとすれば、 $\phi_i = \phi_j$  であるから(4)式と(5)式を等しいとおくと

$$\phi_i = c \phi_j^{n'/m} \tag{6}$$

となる(ただし、 $c = (\alpha'/\alpha)^{1/m}$ )。

これは、 $\phi_i$  と  $\phi_j$  との間にベキ指数が  $n'/n$  というベキ関数が成立することを意味する。実際にも実験結果は、マッチした握力と各刺激の相対的強度の間に両対数グラフ上に適合度のよい直線が得られた(図4参照)。図4から実験的に得られたベキ指数( $n'/n$ )がわかり、一方別個に構成された心理物理関数から  $n$ 、 $n'$  のベキがわかっているので  $n'/n$  のいわば理論値が算出され、この両者がつき合わされる。

その結果は図5のような非常に一致度がみられて、以上の考え方の妥当であることが示された。

同様なことは、たとえば振動感覚をもとにして、他のいくつかの感覚とのマッチングを行ない図6のような結果が得られ、これも上記の妥当性を示す証拠を追加することになる。

ある感覚連続体で、いったん、ベキ関数が確定されたとすると、実験条件に応じてベキ関数の形がどのように変化していくかを追求することによって、さらに、その方法の確からしさを検証するような事実が発見されていくであろうし、また、マグニチュード推定法以外の方法で得られたデータとつき合せて、両者の一致度で方法の検討ができるであろう。

Stevens の膨大な実験の中から極めて明瞭な1例を図7に示す。これは、マグニチュード推定

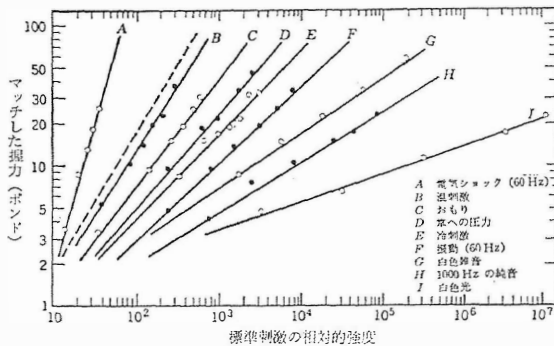


図4 異種感覚マッチング—握力感覚を基準とする— (Steven, 1961)

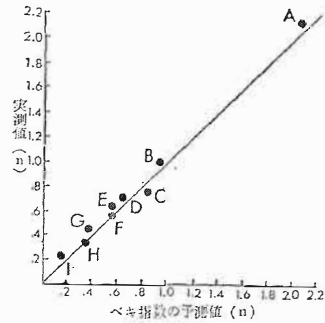


図5 異種感覚マッチングによるベキ指数の予測値と実測値の一致度 (Stevens, 1961. Table 3 より構成, A~Iの記号は図4と同じ。)

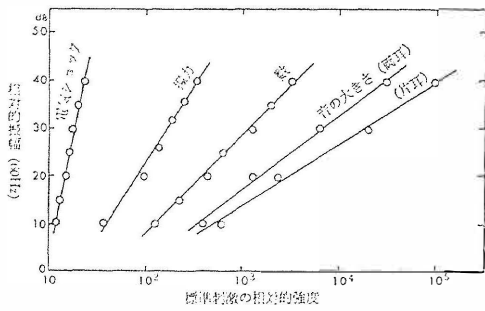


図 6 異種感覚マッチング—振動感覚を基準とする— (Stevens, 1968)

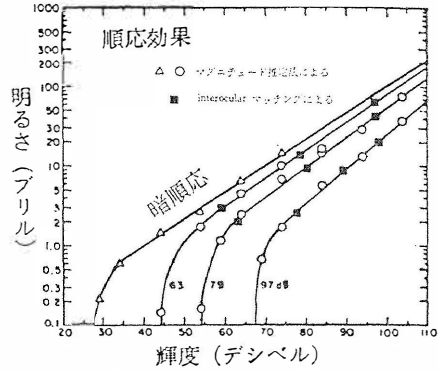


図 7 明るさの心理物理関数 (Stevens and Stevens, 1963)

法によって、いろいろな水準の輝度に順応した

目で明るさのスケールリングを行ない、それを数値判断を含まない interocular matching の結果と対照させた図であるが、両方法からの結果の一致度が非常によいことは一目瞭然である。interocular matching は、ある輝度水準に順応している片方の眼からみた光の明るさに、別の眼から与えられる光刺激の強度をマッチさせる（図 7 の場合は恒常刺激法による）手続きであるからマグニチュード推定法のような数値的判断は全く含まれていないはずである。

こうして、明るさの心理物理関数だけでなく、マグニチュード推定法を用いた測定によって、明るさ対比、抑制、聴覚におけるマスキング、明るさの知覚において光の提示時間を非常に短いフラッシュ光とした場合（光の強度と提示時間に Bloch の法則の成立するような状態）に生起する Broca-Sulzer 効果などの知覚現象を正確に記述できることがわかってきた。

この Broca-Sulzer 効果の生起するようなフラッシュ光の明るさ感覚の実験から、明るさ感覚をフラッシュ光の提示時間の関数として表わすと、図式化すれば図 8 のような傾向が得られる。

この図で  $F$  は、提示時間をあるところ  $t$  に固定して考えると 1 単位の刺激の輝度水準の変化に対応しているの、明るさの感覚が最大に達するまでのフラッシュ光のベキに比例し、 $S$  は明るさの感覚が定常状態に達したときのベキに比例している。また、 $\tan \alpha$  は各水準の光が最大の明るさに達するまでの提示時間にたいする直線の勾配であり、 $\theta$  は Broca-Sulzer 効果のシフトしていく方面を垂直線からの角度で表わしたものである。

この図から

$$F/S = 1 + \tan \alpha \tan \theta \quad (7)$$

という式が導出されるのであるが、明るさの感覚量と提示時間、輝度水準の 3 つの関係から  $F = \tan \alpha$  となるので、(7)式は

$$1/S = 1/F + \tan \theta \quad (8)$$

となって、Anglin and Mansfield (1968) の式は Stevens (1966) と全く一致する。

一方、臨界提示時間  $t_c$  と輝度  $L$  の関係については、もし、Broca-Sulzer 効果を考慮せず、Bloch

の法則の成立つ領域での明るさと定常光の領域での同一輝度に関する明るさを等しくさせると

$$k(Lt_c)^F = k' L^S \tag{9}$$

を得る。ここで、 $k, k'$  は定数である。したがって、この式を  $t_c$  について解くと

$$t_c = k'' L^{(S/F-1)} \tag{10}$$

となる ( $k''$  は定数)。

かくして、臨界提示時間は輝度に関して、べき指数が  $S/F-1$  のべき関数となるが、この場合は、 $F > S$  なので負である。

この  $t_c$  と  $L$  の関係は別の人々(Graham and Kemp, Keller, Herrick)によって実験的データが提出されているので、それからべきを算出すると3者とも非常によく一致した値が得られた。そこで、この値を用いて、定常状態での  $S$  は表1のように  $1/3$  なので、 $F$  の値が推定できることになり、フラッシュ光のべきは  $0.37 \sim 0.39$  と  $1/3$  より大きくなることが推定された。これは、Stevens や Raab (Stevens, 1966) による値とかなり近い。

いずれにしても、これらの事実は、この種の刺激縮減下の非常に微妙な知覚現象の記述に一貫性を示すものであり、したがって、この基礎をなすマグニチュード推定法的方法的妥当性を間接的に示す1つの証拠となるというわけである。

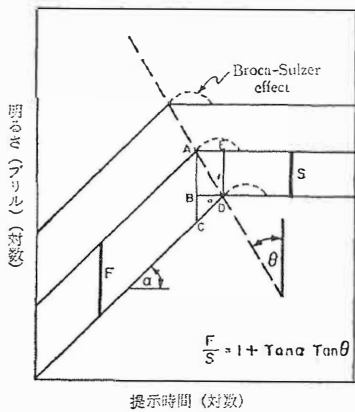
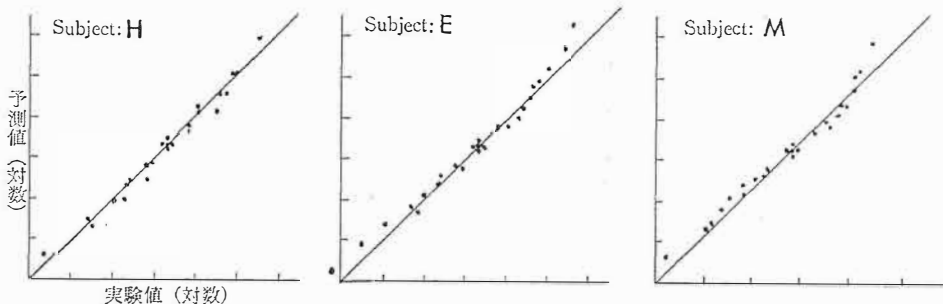


図8 フラッシュ光の明るさ感—提示時間との関係を表わす図式 (Anglin and Mansfield, 1968)

Stevens による直接的方法の典型的なマグニチュード推定法は、実験者が提示する刺激のある系列について、被験者が主観的に感ぜられる強度に相応した数値を表出するのである。特定の刺激を標準として、それによって生じられた感覚量を、たとえば100とすれば、他の刺激によって生じられた感覚の大きさはどのくらいになるかという比率の判断を行なうのである。基準をいくつと指定しないで全く任意の数を作りあてさせる modulus のない場合もあり、実際にはいろいろな変形法が用いられている。

図9-1 マグニチュード推定の判断の整合性—速度感— (上笹・犬飼, 1973)



この場合の判断の内的整合性を、個人別に検討するために、われわれの速度感と明るさの尺度化のデータを例示する(図9)。

速度感の場合、刺激の物理的強度が水平方向へ移動する光のスポットの角速度で表わされ、明るさ感の場合光のスポットの輝度(nitで測定された)で刺激強度が表わされた。

刺激*i*と*j*にたいするマグニチュード推定法で得られた尺度値を $\phi_i, \phi_j$ とする。そうすると角速度*i*と*j*の組合せ、明るさ*i*と*j*の組合せについて、*i*を基準として*j*にたいする比率判断は、 $\phi$ が比率尺度の性質を有し

$$\phi_{ij} = \phi_j / \phi_i \quad (11)$$

という構造をもつと想定すると、計算上の理論値( $\hat{\phi}_{ij}$ )が算出され、これが実測値とつき合わされる。

図9は、(11)式の対数をとって

$$\log \hat{\phi}_{ij} = \log \phi_j - \log \phi_i \quad (12)$$

とした値をプロットしたものである。

こうして、(12)式のような形で一貫性をチェックしてみると、ここに取上げた僅かな例からもわかるように、シスマティックなずれはみられず、個人ごとにみてもかなり一貫性をもっていることがわかる。この種の比率判断は極めて practical な方法であるが、一般に、予想外の内的整合性を示すのである。

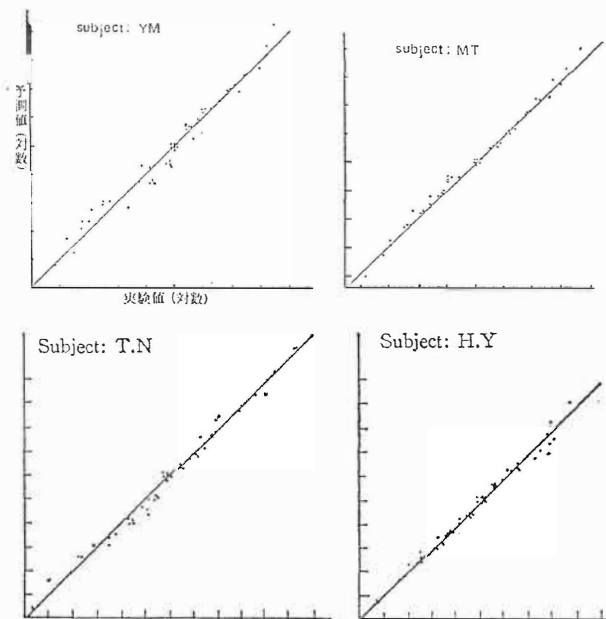


図9-2 マグニチュード推定の判断の整合性—明るさ感—  
(上篇, 1972)

次には、ベキ関数の妥当性を生理学的事象との対応関係から検討してみたい(以下の記述は主として Stevens, 1970, 1971に準拠する)。

物理的刺激は感覚受容器をとおして神経インパルスの形で中枢へ伝達されるのであるが、そのプロセスにおいて特に受容器のレベルで電気生理学的に測定された神経細胞の興奮の強度は物理的刺激の強度の対数に比例することが多い。たとえば、Adrianらの種々な感覚神経についての求心性の電気現象の記録、解析から、刺激強度が増大するにつれて、各線維におけるインパルスの発



生頻度が増加していき、中等度の範囲では Fechner の法則に従うことが明かにされた。そのメカニズムについては、刺激部位に局所電位 (generator potential) が発生し、それがある高さに達して伝導性のスパイクに移行すること、刺激の持続する間これが律動的に繰返して生ずること、スパイク発生の頻度は局所電位が現われはじめてからスパイク発生までの時間 (response time) によって規定されることが Hodgkin によって示され、刺激の強さとスパイク発生に必要な response time との間に、刺激の強さが中等度の場合 Fechner 法則が成立することが、感覚神経のインパルスの頻度がほぼ刺激の対数に比例することの原因であると説明されるようになった。

ところが、一方では、その後増幅器や電極など装置的発達に伴って非常に細い測定が可能になってきて、測定された電気生理的活動の適当なメジャーをとると、刺激の相対的強度にたいして相対的反応量がベキ関数となる例が幾つか得られた。それは、図10にみられるようなケースである。

図はカブトガニの例で、複眼を構成する個眼に連結した視神経の単一線維における神経インパルスの頻度を光刺激提示後 3.5 秒に測定した Hartline and Graham のデータ (☆のカーブ) と Fuortes and Hodgkin のフラッシュ光にたいする個眼の局所電位の測定に基づき、オシログラフから面積を讀取ったものをメジャーとした3つの個眼の反応をプロットしたものである (△, □, ○のカーブがそれに対応している)。そして、+印は Dodge らの光の onset のときに得られた局所電位の最大振幅をメジャーとしてとった場合のものである。図中にベキ関数のベキの値が記入されているが、相互の一致度も比較的良好で、表1のヒトの明るさ感のベキ 1/3 に非常に近い値をとっている。

さらに、Stevens はウナギの眼を対象とした Adrian and Matthews の古いデータを再分析して神経インパルスの頻度がベキ指数 0.32 のベキ関数になることも見出したが、被験体が異なってもこれらの値が相互に近いことは何らかの意味があるように思われる。

同様なことは、Boudreau のネコを被験体とした音の強度と電気生理的反應の振幅をメジャーとした場合の両者の関連についてもみられ、25 匹のネコの個体差があつてベキ指数は 0.30~1.0 と分散しているが平均は 0.68 となつてヒトの音の大きさの心理物理関数のベキと殆ど同じ値が出ている。

味覚の領域については、Borg らの非常にめづらしい貴重なデータがある。これは、たまたまある種の中耳の手術の間、舌から耳の方へ通ずる味覚神経である鼓索神経 (chorda tympani) の電気生理的活動を直接的に測定できる状態が得られ、舌に与えられた物質への神経活動と主観

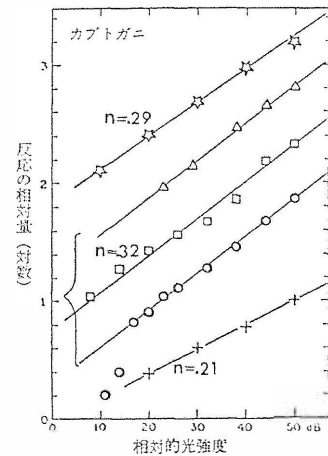


図10 カブトガニの眼の反応のベキ関数 (Stevens, 1970)

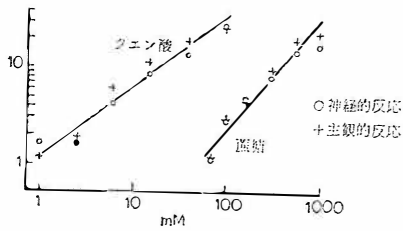


図11 味覚の神経的反応と主観的反応  
—2人の患者の平均値—  
(Borg. et al., 1967)

的なマグニチュード推定が同時に測定されたものである。

その結果は2人の患者についての反応の平均値が図11のようになって、これらはともにベキ関数であった。しかも、両者がドラマティックによく一致している様相を呈している。

この図は横軸にクエン酸と蔗糖のモル濃度をとり、縦軸がクエン酸の酸味と蔗糖の甘味にたいする神経反

応(○印)および主観的反応(+印)である。この図から神経的反応(○印)と主観的反応(+印)の値を読み取って、両者の相関グラフを描くと図12のようになり、その一致度が一層明瞭となる。

このような例はもう少し複合的な感覚領域についてもみられる。それは、動きの知覚に関するもので、Straschill and Taghavyによるとネコのある視神経での放電率が、動く対象の角速度と平均して0.67のベキ関数であったという。ところが、この値はFinkelstein and Grüsserが見出した、ある種のカエルの神経節細胞の放電率が、動く黒色の視覚対象の角速度と0.70のベキ関数になるというのと殆ど一致している(上笹・犬飼, 1973)。われわれが光のスポットを動かして速度感のスケリングを行なったところでも0.70~0.80のベキが得られたが、この値はいろいろ異なった条件下にもかかわらず幾人かのデータについてかなり共通にみられたことから、もし、人間の速度感——それは刺激状況としてはかなり複合的であると思われるのであるが——のベキと見做せるとすれば、これが既述の明るさなどの感覚と同じく、他の動物の電気生理的計測値と非常に近い値をとることは興味深い。

次に、電気生理学的測定のように受容器レベルでの単一細胞の電気現象を対象とするのではなく、もっとマクロなマスレスポンスとしての脳波をメジャーとした刺激強度と反応量との関係を吟味する。この場合は、部位としては受容器のレベルではなくて中枢的反應で、しかも、さまざまな反応が総合されたものであるが、最近では各感覚領域で、ある程度繰返して与えられる短時間の刺激に対応して誘発された電位 (evoked potentials) の測定が行なわれるようになったので、これを感覚量を示す1つのメジャーと考え、これらのデータを刺激の物理的強度と対比させてみる事ができるであろう。

しかしながら、測定された誘発電位は、いわば、時間的・空間的パターンとして表現されるので、これに単一のメジャーとしての代表性をもたせることはあまり簡単ではないにも思われる。

誘発電位のあるメジャーを感覚量の指標として刺激強度との関連を吟味した例はKeidel and Sprengの緩まんな成分の振幅をメジャーとした音にたいする反応の場合で、ベキ関数が得られ、その他、電気ショックと振動感覚についてもベキ指数の異なったベキ関数が出現し、いずれ

の場合も心理物理的ベキ関数の指数より小さい値となった。しかも、誘発電位の場合でも3つのベキの関係は心理物理的なベキの場合と同じ関係を保持していたというのである。

振動刺激の誘発電位は Ehrenberger らによって、やはり、ベキ関数が出されたが、それは周波数に応じて、それぞれ、0.52 (200 Hz), 0.62 (50 Hz) となり、これを Stevens の心理物理的なベキと対比させると、0.60 (250 Hz), 0.95 (60 Hz) となって、誘発電位の場合のベキの方が小さく、しかも、周波数の相違によるベキの大小関係は同じである。

フラッシュ光にたいする視覚誘発電位をとって、190~300 msec の適当な反応時における電位をメジャーとして光の強度との間にベキ指数0.21のベキ関数が Loewenich and Finkenzeller によって見出され、これも、また、1/3の心理物理的ベキより小さく、以上のような音、振動、電気ショック、フラッシュ光の間のベキの関係は心理物理的ベキの場合と一致していたという。

フラッシュ光の誘発電位については、試みに White and Eason (1966) のデータをグラフから読取って振幅の最大値をメジャーとして、刺激強度にたいしてプロットしてみたところ、順応水準によってシステムティックな傾向差がありそうではあるが、とにかく全体的な平均値を用いる限りベキ関数が非常によく適合し、ベキ指数は0.20で、やはり1/3より小さくなることが確かめられた。一般にフラッシュ光のベキは心理物理的には1/3より高くなるはずなので、誘発電位の場合はかなり小さめに出るようである。

以上のベキの相対性に、さらに附加して、次のような重要なことがわかっている。それは主観的感觉量と電気生理学的指標の関連として Davis らによって行なわれた、いわば、誘発電位の異種感覚のマッチングの結果である。すなわち、ほぼ等しい強度の主観的感觉を喚起する物理的強度は、感覚の質の相違にかかわらずほぼ等しいVポテンシャルをもたらすというのである。もし、これが、多くの感覚連続体について成立するとするならば、異種感覚マッチングの生理学的対件が確認されたことになり、結局、ベキ関数の妥当性を示す生理学的な根拠を提供することになる。

触覚の領域では、Franzen and Offenloch が指先に与えた触覚刺激(パルス状)をもとに誘発電位を測定し、同時に、同一被験者にマグニチュード推定を行なわせて主観的な感觉量を測定したところ、誘発電位の全体的なピーク間の振幅をメジャーとすると刺激強度とベキ指数0.50のベキ関数を得られ、一方、マグニチュード推定の場合は0.60のベキであった。

こうして、誘発電位のベキ関数を示す同様な例は他にもいくつかみられ、かなり一般的であり、そうなることがわかってきた。また、ベキの絶対値を論ずることを控えたとしても、その他にも、たとえば Siegfried のフリッカー法による異色測光の誘発電位の心理物理的測度との関連なども誘発電位と心理物理的測度との対応関係の裏づけを提供するものである(秋田, 1969)。

ここで、注意すべきことは心理物理的ベキと誘発電位のベキが傾向的に一致して、前者より後者で小さいということであり、したがって、別々に構成された心理物理関数 ( $\psi = f(\phi)$ ) の間

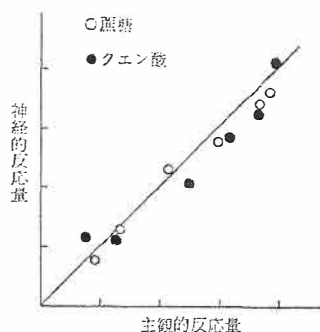


図12 神経的応答量と主観的応答量の相関  
(図11より構成)

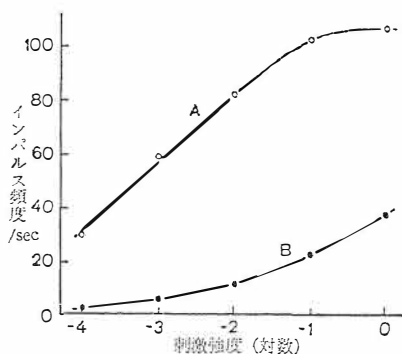


図13 光の強度とインパルス頻度  
(Stevens, 1971)

の関係が非線形である点である。

いままで記述してきた種々な電気生理学的な実験的事実としてのベキ関数は、主としてStevensの立場から収集されたものであり、これを直ちに一般化することができるかどうかということになると、対数関数も否定できない状況であるから確定的なことはいえないと思われる。

この点で考えられることは、電気生理学的な測定レベル、すなわち、受容器から求心性の神経を経て中枢に至るプロセスのどこで測定されたか、単一の神経線維の反応かマスとしての反応か、あるいは、測定メジャーとして何をとりかといった諸条件の差異である。これらによって、得られる関数関係、あるいはそのパラメータが異なってくることは当然予想されることである。たとえば、図13は先のHartline and Grahamのカブトガニの視神経の光にたいする反応をグラフ化したのであるが、刺激のonsetとともに急速に活動を増し、後に定常状態に達する状況をインパルスの頻度で表わしている。カーブAはインパルスの頻度として初期放電の最大値をとって、光の強度の対数にたいしてプロットしたものであり、カーブBはonsetから3.5秒後の定常状態のインパルスの頻度をとったもので、横軸は対数であるから、カーブAの直線部分は対数関数を、カーブBはほぼ0.25のベキ指数をもつベキ関数である。このように、電気生理学的なある事象の測定をしても、物理的連続体との関連づけを行なう時には、反応における時間・空間的特性を十分考慮する必要があることを示している1つの例といえよう。

いままでの生理学的メジャーという観点からのベキ関数の吟味に加えて、ベキの安定性、信頼性について簡単に言及しておく。

Dorfman and Megling (1966)によると平均10.9才のこどもの被験者と成人の被験者の音のマグニチュード推定法によるスケーリングの結果が非常によい一致を示していることや、少数サンプルではあるが、個人別にみてもわれわれの速度感の被験者が半年～1年の間において繰返した際の心理物理関数の型とベキが殆ど一致して再現されたこと(上笹・犬飼, 1971)などをはじめ、個人別のデータとそれらをグループデータとして平均的に扱った場合の検討を経て、ベキの個人差が認められるが、ベキ関数という関数型は個人ごとにも成立していることが、明るさ

(Marks and Stevens, 1966)をはじめ、音の大きさ、味覚、嗅覚などでも明かにされている。しかし、Engeland and Dowson (1974) が1週間ぐらいの間隔でベキ指数の相関を検討したとき、有意な値は出ているがそれはあまり高い値ではなく、また、Teghtsoonian and Teghtsoonian (1971) のように繰返しの間隔を非常に短かくしたときにのみ正相関が得られるというデータが示すようにベキの信頼性という点で否定的な傾向もみられるのである。

以上で、ベキ法則の成立の基礎をなすと考えられる実験的諸事実を、生理学的観点から、あるいは心理物理的判断の整合性から、そして、信頼性などの諸点から吟味し、ベキ法則の適合性を全体的に検討してきたので、次にベキ関数をもたらす背後の潜在的メカニズムとしてのモデルを取上げておこう。

### 3. ベキ関数のモデル

ベキ関数は実験的データの適合からみると  $\phi_0$  という閾値のパラメータを入れた

$$\phi = k(\phi - \phi_0)^n$$

という形をとることも多い。

これは図7にみられるように、両対数のプロットで絶対閾に近いところでカーブした形をもたらしている。ただし、 $\phi_0$  が小さい値をとる場合は直線的になる。

Mackay はこのようなベキ関数を出現させるモデルを次のように提起した (Lipetz, 1969, 1971)。すなわち、感覚、知覚はその主体となる有機体の刺激受容の準備状態を決定する統合システムの中に生じた、内的なそして外側に向った、刺激にたいするマッチング反応として見做される。この状況は図14に表わされる。

この見解からすると、刺激の知覚された強度は、受容器からのインパルスの頻度を反映するのではなく、その頻度と均衡を保つようにマッチングが行なわれるような、内的な統合活動の大きさである。

ここでRは、トランスジューサーとしての一定の感覚受容器のシステムとそれに関連した求心性の経路を表わし、Iは刺激強度、Cは比較器、Oは統合活動の主体、オーガナイザーを表わす。

いま、 $\phi_0$  の単位で測定された刺激  $\phi$  への反応がRからCへ向う  $f_1$  というインパルスを生じ、それが次のような  $\phi$  と  $P$  というある関数関係にあるとしよう。

$$f_1 = P(\phi/\phi_0) \quad (13)$$

そうすると、一方では、内的なオーガナイザーは  $f_1$  にマッチするような  $f_2$  という頻度を発生させ、そ

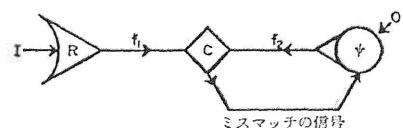


図14 ベキ関数のモデル

(Mackay, 1963—Lipetz, 1971 による)

の関係は

$$f_2 = Q(\psi - \psi_0) \quad (14)$$

とする。  $f_1$  と  $f_2$  とのマッチングがうまくいかない場合はミスマッチとしてフィードバックされる。(14)式において  $Q$  は何らかの関数形で、  $(\psi - \psi_0)$  は比較器の基準にしたがって  $f_1$  と  $f_2$  をマッチさせるのに十分なオーガナイザーの内的活動を示している。

そこで  $f_1$  と  $f_2$  の均衡は、

$$f_1 = bf_2 + k_3 \quad (15)$$

という形で達せられると仮定する。ただし、  $b$  は比較器によって与えられる  $f_1$  のプロセスと比較した  $f_2$  のプロセスへの相対的ウェイトであり、  $k_3$  は比較器のゼロ点調節である。

以上の想定から、  $P$  と  $Q$  の関数形がともにべき関数であると仮定すれば

$$f_1 = k_1(\psi - \psi_0)^{n_1} \quad (16)$$

$$f_2 = k_2(\psi - \psi_0)^{n_2} \quad (17)$$

となり、これらの式を(15)式へ代入して整理すると

$$\psi - \psi_0 = [(k_1/bk_2)(\psi - \psi_0)^{n_1} - (k_3/bk_2)]^{-n_2} \quad (18)$$

となる。

ここで、もし、  $(k_3/bk_2)$  が  $(k_1/bk_2)(\psi - \psi_0)^{n_1}$  に比較して十分小さいとすれば、この項をとって、

$$\psi - \psi_0 = \alpha(\psi - \psi_0)^\beta \quad (19)$$

となる。ただし、  $\alpha = (k_1/bk_2)^{-n_2}$  で、  $\beta = n_1/n_2$  である。もし、  $n_1 = n_2$  とおけば、

$$\psi - \psi_0 = \alpha(\psi - \psi_0) \quad (20)$$

と線形になる。もし、  $n_2 = 1$  とすれば

$$\psi - \psi_0 = \alpha(\psi - \psi_0)^{n_1} \quad (21)$$

でこの場合のべきは刺激強度にたいする  $f_1$  の関係式((16)式)と同じべき指数になる。

次に、  $P$ 、  $Q$  がともに対数関数の形をとったとすれば、

$$f_1 = k_1 \log(\psi - \psi_0) + \alpha_1 \quad (22)$$

$$f_2 = k_2 \log(\psi - \psi_0) + \alpha_2 \quad (23)$$

であり、(15)式のような均衡状態から、

$$\psi - \psi_0 = \alpha(\psi - \psi_0)^\beta \quad (24)$$

となる。ここで、 $\log\alpha=(\alpha_1-b\alpha_2-k_3)/bk_2$ 、 $\beta=k_1/bk_2$ 、  
である。

かくして、 $\phi$  と  $\psi$  の間にベキ関数をもたらすような  
 $f_1$  と  $f_2$  のプロセスの関数形が導き出されるので、この  
順序を逆にたどって、 $f_1$  と  $f_2$  の各プロセスの関係が上  
述のような構造をもつと推定されるのである。

しかしながら、図1の場合についても、 $\phi \rightarrow \xi$  のプロ  
セスと、 $\xi$  と  $\psi$  のプロセスの間に、 $\phi \rightarrow \psi$  の関係とし  
てベキ関数をもたらすようなプロセスを仮定できる。第  
1は、 $\phi \rightarrow \xi$  がベキ関数、 $\xi \rightarrow \psi$  がベキ関数の場合で、  
これは(1)式によって  $\phi$  と  $\psi$  の間にはベキ関数が成立

つ。第2は、いずれかのプロセスが線形で他方がベキ関数であれば、これも  $\phi$  と  $\psi$  はベキ関  
数となる。第3は、 $\phi \rightarrow \xi$  に対数関数、 $\xi \rightarrow \psi$  に指数関数を想定すれば同様に  $\phi$  と  $\psi$  はベキ  
関数である。このようにベキ関数をもたらす組合せが抽象的、概念的モデルとしていくつか考え  
られる。

Mackay のこのモデルを現実のデータの1つに適用してみる。2ですでに紹介した Borg ら  
の味覚の実験で、1名の被験者(患者)についての酸味を扱ったデータを味覚神経のマスレスポ  
ンスと主観的反応について、刺激のモル濃度にたいしてプロットしたのが図15である。

この事実から先の(16)式の成立および(19)式の成立が実験的に確認される。と同時に、両式の  
勾配が殆ど同じなので  $n_1=\beta$  となり、 $\beta=n_1/n_2$  から  $n_2=1$  となる。したがって、(17)式の  $n_2$   
=1から、これは、

$$f_2=k_2(\psi-\psi_0)$$

と線形になり、これを(15)式へ代入すれば  $f_1$  は  $(\psi-\psi_0)$  と線形関係をもつことになる。

一方、皮質誘発電位はマスレスポンスと直線的に関連していることが推定されるので、これが  
 $(\psi-\psi_0)$  と直線的に関連し、もし、この推測が正しいとすれば、結局、誘発電位が主観量のメ  
ジャーとなり得ることが示唆され、先述の脳波の役わりが明かになるであろう。

次に、今までの生理学的モデルと全く異なったメカニクなモデルも取上げてみよう。それ  
は、明るさのベキ関数に関する2段階フィードバックシステムを仮定した機能モデルである  
(Marks, 1972)。その基本は、濾波器状の段階をもったカスケード系を仮定するところにある。

フィルターのある段階  $i$  に関する一般的な入出力方程式は

$$\frac{d}{dt}y_i=a_i y_{i-1}-\tau_i^{-1}y_i \quad (25)$$

であり、 $y_i$  は段階  $i$  からの出力、 $a_i$  は  $i$  段階への入力にたいする感度、 $y_{i-1}$  は  $i$  段階への入

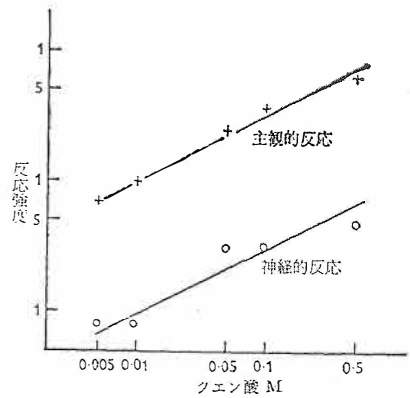


図15 味覚の神経的反応と主観的反応  
—患者 C.L.— (Borg *et al.*, 1967)

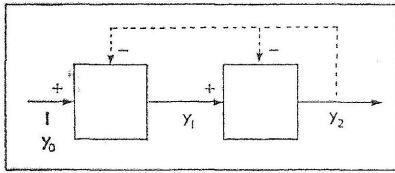


図16 2段階フィードバックフィルターの図式 (Marks, 1972)

力, すなわち,  $(i-1)$  段階からの出力を表わす。この方程式によって記述されるフィルターは電気的には時定数  $\tau_i$  をもった RC 回路である。  $i=1, 2$  と 2 段階を仮定すれば図16のような状況である。各段階においては,

入力としての興奮を受けるとともに, 最後の段階からのフィードバックとして抑制の入力を受ける (最後の段階

からの出力が 1 段階前からの出力にたいして, ゲインと時定数を減少させる方向に働きかける)。(25)式のパラメータ  $\tau_i$  に shunting feedback を考慮して, あるフィルターの段階の一般式をかくと

$$\frac{d}{dt}y_i = a_i y_{i-1} - b_i y_i (1 + c_i y_i) \quad (26)$$

である。  $b_i$  はフィードバックにたいする  $i$  段階の感度を反映し,  $c_i$  は  $i$  段階にフィードバックされる最終的出力  $y_n$  の比率を表わす。

$i$  段階の全体的時定数は  $[b_i(1+c_i y_n)]^{-1}$  である。図16の  $i=1, 2$  の場合に,  $y_0 = I$  と一定強度のパルスを入力としたとすれば, 各段階で

$$\frac{d}{dt}y_1 = a_1 I - b_1 y_1 (1 + c_1 y_1) \quad (27)$$

$$\frac{d}{dt}y_2 = a_2 y_1 - b_2 y_2 (1 + c_2 y_2) \quad (28)$$

の方程式が成立つ。このシステムの定常状態では,

$$y_2 = a_3 I / (1 + c_1 y_2)(1 + c_2 y_2) \quad (29)$$

が得られる。ただし,  $a_3 = a_1 a_2 / b_1 b_2$  である。形を単純化するため,  $c_1 = c_2 = c$  とおき,  $y = c y_2$  とおけば, (29)式から

$$y(1+y)^2 = aI \quad (30)$$

が得られる (ただし,  $a = a_3/c$ )。  $y$  の値が 1 と比較して十分大きい場合には

$$y \simeq (aI)^{1/3} \quad (31)$$

となる。これは明るさのべき関数と全く同じである。しかも,  $y$  が 1 に比較して十分小さい時には(30)式は 2 次以上の項をとって

$$y \simeq aI \quad (32)$$

となり, これは Ekman and Gustafsson (1968) の  $2.32 \mu\text{mL}$  から  $約 50 \mu\text{mL}$  までの非常によわい光を用いた明るさの実験で得られた結果と全く一致する。



### 心理物理的法則としてのベキ関数の検討

なお、 $n$  段階のフィードバックフィルターは定常状態において、近似的に  $1/(n+1)$  のベキ関数で表現され、強いパルス（光の場合には非常に短いフラッシュ光）への反応は  $1/n$  のベキに比例するという。これらは  $n=2$  とすれば、定常光の  $1/3$  やフラッシュ光の  $1/2$  という値になり実際のデータでも検証されている。その他にも、ヒトの視覚領域における時間的・空間的現象の特質のいくつかが統一的に説明可能であるという (Marks, 1974)。

しかしながら、このようなメカニクなモデルには2つの段階が生理学的にはどのような実体と対応づけられるかという生理学的対件が考えられねばならないであろう。

視覚刺激は、網膜上の受容器細胞（桿体と錐体）から水平細胞、アマクリン細胞を含む双極細胞の層を経て神経節細胞へ、そして視神経終末を形成して外側膝状態へ至り、視覚領に到達するという経路を経るのであるが、こういう何段階もの層のレベルを考慮すると、第1の段階が受容器細胞として、第2の段階として双極細胞で、神経節細胞あたりまでが考えられ、フィードバックの信号はアマクリン細胞と水平細胞によって運ばれているという推測も行なわれている。

電気生理学的反応とマグニチュード推定法による主観量の対比において注意しなければならない点は、全て既述のことがらに適合するのであるが、マグニチュード推定法のような非常に高次の総合的判断と受容器レベルあるいは上述のようにせいぜい神経節細胞のレベルまでの反応が線形に対応づけられるかどうかという大きな問題を残しているといえよう。

#### 4. ベキの構造

既述のように、一応、ベキ関数の成立がかなり tenable な根拠をもつように思われるので、かりに、心理物理的法則としてのベキ関数を認めたとしても、次に記述されるような新たな問題点が生ずるのである。

ベキ関数は、物理的連続体にたいして、マグニチュード推定法によって得られた主観的な感覚量をプロットした結果の1つの関数関係であり、マグニチュードスケールとも呼ばれる。これには、また、別の方法によって計量化された感覚量を同じ物理的連続体に対しプロットすることもできる。たとえば、サーストンの一対比較法、JNDスケールといわれる弁別閾を単位としたスケール、カテゴリースケールなどがあげられる。そこで、もし、これらの異なった方法によって構成されたスケールが正しく図1における  $s$  という潜在変量をとらえているとすれば、これらのスケールは相互に単位の相違と原点の移動をのぞいて一致し、線形関係がみられなければならない。ところが、実際には、たとえ

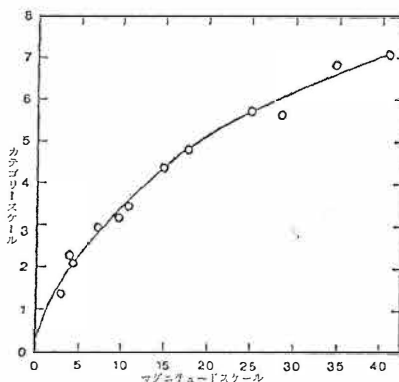


図17 カテゴリースケールとマグニチュードスケールの関係 (Gibson and Tomko, 1972)

ば、カテゴリースケールとマグニチュードスケールの間には図17のような非線形の関係が一般的に成立っている。

もし、カテゴリースケール（ここでは  $R$  とする）が間隔尺度で原点の移動だけを考慮すればよいと仮定すると

$$R+C=a(\phi-\phi_0)^n(\text{or } a\phi^n) \quad (33)$$

という形で、マグニチュードスケールと結びつけることができるはずであるが、 $R+C$  と  $\phi$  との直線性が最大となるようなべき指数  $n$  と  $a$ ,  $C$ （これが原点移動の加算定数である）を求めてみると、この場合の  $n$  はマグニチュードスケール（ $\psi$  とする）からのべき指数と比較して非常に小さい 0 に近い値となることが多い（e. g. Marks, 1968, 上笹・犬飼, 1973）。ということは、L'Hospital の定理を適用し、心理物理関数の一般的表現を展開している Fagot (1963) の記述にみられるように、 $R$  と  $\phi$  の関係が対数法則に適合することを意味する。事実、

$$R=a \log \phi+C \quad (34)$$

という関係は、サーストンの一対比較法によるスケール、カテゴリースケールなどの間隔尺度と見做されるスケールに準拠した心理物理関数の一般的な形である（これは Fechner 法則である）。このことから、カテゴリースケールに  $C$  という加算定数を取入れても、そのままでは比率尺度とみられるマグニチュードスケールに変換できない。この矛盾の説明としては、よくみられる一般的な関係、すなわち、 $R$  と  $\log \phi$  との関係が一次式で表わされることと一致するので、これは、 $R$  についての心理的連続体上の弁別過程での正規分布を仮定し、他方  $\psi$  については対数正規分布を仮定することによってなされることもある（Nakatani, 1967）。また、カテゴリースケールの方にバイアスが考えられること（Stevens, 1960）もあり、比率の判断と差の判断の特質によると考えられることもある。

そこで以上のような問題と関連して Curtis *et al.* の 2 段階モデルについて言及する必要がある。その概要は次のようである。

本来の主観的感覚量  $\xi$  は刺激のべき関数で

$$\xi=a \phi^k \quad (35)$$

の形をとる。したがって、ここにおける  $k$  というべき指数はある感覚に固有のべきである。

一方、マグニチュード推定法から得られる数値的判断  $\psi$  は、感覚量のある関数であり、もし、それが同様にべき関数であるとするならば、

$$\psi=b \xi^m \quad (36)$$

となる。

(35)式と(36)式を合わせて、 $\psi$  と  $\phi$  の関係式を導出すると

$$\psi = c \phi^{k^m} \tag{37}$$

という形になる。ここで  $a, b, c$  は定数である。またベキ  $k$  は上記のように感覚に固有な本来のベキであり、 $m$  は潜在変数である感覚がマグニチュード推定という数値判断に表現される際のベキ指数である。

図1の図式にしたがってもう1度整理してみると、 $\phi$  によって惹起された感覚量  $\xi$  が、(35)式の形をとり、潜在変数としての  $\xi$  は得られた数値判断  $\psi$  と(36)式のような関係にあることを仮定している。このように、本来のベキ  $k$  (これが心理物理的ベキ関数において、われわれが知りたい値である) と、 $\xi$  が数値的に表現される際の、いわば客観的数の連続体に基づいた主観的数の連続体のベキ  $m$  が、掛算の形で(37)式のように  $n = k \cdot m$  として、通常のベキ関数のベキ指数の中に表現されていると仮定するのが Curtis *et al.* の2段階モデルである。

そうすると、マグニチュードスケールのベキから、この主観的数値判断のバイアスをのぞくためには  $\psi^{1/m}$  という変換が必要となる。これも実際に、図17の  $\psi$  にこの変換を適切な  $m$  の値で行なうと非線形となっていたカテゴリースケールとマグニチュードスケールの関係は直線にできる。

マグニチュードスケールの数値的判断のバイアスを考慮した2段階モデルの適用によって、先述のスケール間の矛盾を解決する1つの考え方が提供されるのではないと思われる所以である。

Curtis *et al.* の2段階モデルは、ベキに以上のような構造を仮定し、数値的判断のバイアスとして、物理的連体としての数値と主観的数値の間の非線形関係が想定されている点で重要である。これについては後に実際のデータに基づいた検討も行なう。

他方、Teghtsoonian (1971, 1973), Baird and Stein (1970) らは全く別の観点からベキの構造を分析している。

まず、Teghtsoonian の分析は、マグニチュード推定法から得られたベキ指数を、その時用いられた刺激の範囲(ダイナミックレンジ)、すなわち、最小の強度と最大の強度の比である  $R_\phi$  との関連で検討し、図18のような実験的事実に基づいて行なわれたものである。

この場合、ベキ関数のベキ指数は、

$$n = \frac{\log R_\phi}{\log R_\phi} \tag{38}$$

と考えられる。 $R_\phi$  は刺激強度の最小値にたいする最大値の比率(ダイナミックレンジ)であり、 $R_\phi$  はそれに対応した感覚上の比率である。こう仮定すると、図18の曲線から

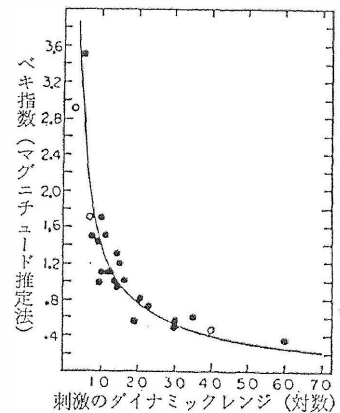


図18 ダイナミックレンジとベキ指数 (Teghtsoonian 1971)

$\log R_\phi$  は一定の値をとることになる。それは、とりもなおさず、この広範囲にわたるダイナミックレンジが感覚量としては同一の範囲にマッピングされることを示唆している。そのために、2で述べたように、“compressor”あるいは“expander”としての感覚特性がベキ指数に反映されてくるのではないかと推測されるわけである。

Teghtsoonian (1973) は、いくつかの感覚連続体について、 $\log R_\phi$  を  $n \cdot \log R_s$  から推定し、 $\log R_\phi$  と  $\log R_s$  の間には

$$\log R_\phi = n \log R_s + k \quad (39)$$

という関係式が成立することを実験的に確かめた。この形は、しかしながら、 $k$  というパラメータが入っているので原点が移動していることを示す。

また、(39)式は、刺激全体にわたるダイナミックレンジについての傾向であるが、これを標準刺激  $i$  と比較刺激  $j$  をペアにして比率判断を行なって、いくつかの小さいレンジ、 $r_\phi$  (intra-modal range) を構成した場合にはどうなるかをみると、これも同様にパラメータは条件によって異なってくるが、

$$\log r_\phi = n \log r_s + C \quad (40)$$

となって、(39)式はさらに一般的に成立つことがわかった。ここで、 $r_\phi$  は  $(i, j)$  の比、 $r_s$  はそれにたいする比の判断である。

(40)式は、次のように、Stevens 流のベキ関数と形式を合わせて表現できる。

$$r_\phi = r_s^{(n+c/\log r_s)} \quad (41)$$

この式は、ベキ指数が不変性をもった  $n$  と、さらにもう1つレンジに依存する要素  $c/\log r_s$  に分解されることを示している。これから、レンジが大きくなるにつれて第2項が0に近くなり、本来のベキに近づくことが期待される。また、この形は、レンジの効果を捨象するために、ベキの第2項を引算する必要があることを示唆しており、Curtis らの2段階説の掛算の形と比較して、指数が本来のベキとレンジによるバイアスを含む部分の和で構成されている点が異なる。

Baird & Stein (1970) の場合は、ベキに3つの要因を仮定した。第1はコンテキストの要因( $b$ )、第2は知覚的要因( $p$ )、第3は認知的要因( $c$ )で、これらの3つが次式のようにベキ指数を構成するとした。

$$\phi = a\psi^{bpc} \quad (42)$$

そして、このうち  $b/c$  を定数と仮定し、Weber 比を用いて、

$$p = -\log(\Delta\phi/\phi)$$

として、さらに、 $\Delta\phi/\phi$  と  $\phi$  との関係が実験的に、

$$\Delta\phi/\phi = \alpha + \beta\phi^2 \quad (43)$$

のような関係を示すことが多いので、この形をとって(42)式へ代入すると、心理物理関数が得られるが、このパラメータをいろいろ変えてシミュレーションを行なって、ベキ関数が適合しない場合の吟味を行なっている。

以上が、ベキ指数にある構造を仮定した代表的理論であるが、このうち、Attneave にはじまり Curtis *et al.* によってさまざまな形で検討されたベキの2段階モデルの実験的データの検討を続けよう。

(37)式から、感覚固有のベキ指数  $k$  と数値判断のベキ指数  $m$  とを実験的に分離するために、

$$\psi_{ij} = a(\phi_j^k - \phi_i^k)^m \quad (j > i) \quad (44)$$

$$\psi_{ij} = a(\phi_j^k + \phi_i^k)^m \quad (45)$$

のような差と和の形を考えるとよいであろう。すなわち、刺激  $i$  と  $j$  にたいする感覚量は  $\phi_i$ ,  $\phi_j$  のベキ関数であり、それらをペアにした場合の差および和の数値判断を求めたとすれば、実験的に得られた  $\psi_{ij}$  のデータをもとにして、 $a$ ,  $k$ ,  $m$  のパラメータを iterative な方法で推定することができる。Curtis らは重さの感覚連続体を主にして、このようなデータを得てパラメータを推定した(Curtis, Attneave and Harrington, 1968, Curtis and Fox, 1969, Rule, Curtis and Markley, 1970, Rule and Curtis, 1973)。こうして、分離された  $k$ ,  $m$  は、マグニチュードスケールにより別個に得られたベキ指数( $n$ )と、 $\hat{n} = k \cdot m$  として推定されたベキ指数との同値関係でその整合性がチェックされる。たとえば、図19は Curtis *et al.* 1968, Table 1 より構成して、この様子をグラフ化したもので、この種の実験の誤差を考慮すれば非常によく対応関係が示され、これで見るとベキの2段階構造が一応検証されたといえるようである。

しかし、 $m$  については、どのような感覚連続体にも同様に適用される不変的な値が期待されるので、この点をチェックするために  $m$  の値の分布を調べてみたところ、1.10~1.80くらいの間には分散していて、被験者の個人差が反映したり、関数型の適合に原点移動を考慮した定数を入れたり、入れなかったりしているため比較的ばらつきが大きいようである。これに反して、感覚固有のベキ  $k$  の値は基本的なものとして個人差が相対的に少ない傾向であった。

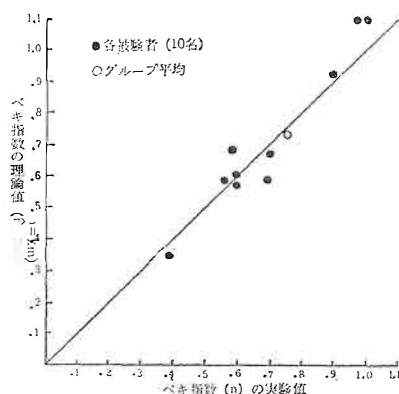


図19 2段階説よるベキの理論値と実験値の相関 (Curtis *et al.*, 1968 Table 1 より構成)

この場合、 $m$  と  $k$  を分けるためのデータをとるための差の推定に、カテゴリー判断を用いた場合は、 $m$  が殆ど1となって、カテゴリー判断の方にバイアスが入らないことを示唆する結果が得られているのも興味深い (Curtis, 1970, Curtis and Fox, 1969)。

## 5. おわりに

すでに、さまざまな観点から多面的に検討してきたように、心理物理的法則としてのベキ関数の成立は、いろいろ次元の異なった問題と複雑に関連しながらも、全体的にはかなり tenable であるという印象を受ける。特に、対数法則は刺激の強度に伴って感覚量がある程度増大してもそれは負の加速度を示すので、日常生活におけるわれわれの体験をとおしての実感に適合しない場合も多い。もっとポジティブな言い方をすれば、ベキ関数は、電気生理学的事象の検討のところでみたように、特に、誘発電位との関連をもう少し明確に捉えることによって、さらに確かな基盤を得る可能性があると思う。

マグニチュードスケールから構成された心理物理関数のベキ指数と誘発電位をもとにした心理物理関数のベキ指数を比較して、後者の方のベキの値が一貫して小さく、しかも、前者にたいするその比率が平均的には0.70近辺にありそうなことは Curtis *et al.* のベキの2段階説とも関連させて考えてみるとかなり整合性があるように思える。

因みに、カテゴリースケールとマグニチュードスケールの関連がグラフ化されている事例をいくつか集めて、一般的にみられる両者の非線形な関係を分析し、マグニチュードスケールに  $1/m$  乗の変換を施して線形にした場合の  $m$  値を算出して見たが、これは平均的に 1.75 近辺の値となった。したがって、 $1/m$  は、0.60 であって上記の誘発電位の0.70に近い。もし、これらの値が事実だとすれば、誘発電位から得られた値が本来の感覚固有のベキ  $k$  に近く、マグニチュード推定法には数値的判断のバイアスが反映されて  $n$  は  $k$  の約1.6~1.8倍くらいになるわけである。

この点については、客観的な数の連続体にたいして主観的な数の連続体がどのような関係にあるかを分析したいくつかの研究があり大いに参考になる。そのうち、Rule and Curtis (1973) と Banks and Hill (1974) の結果をみると、それぞれ主観的な数は客観的な数の0.63, 0.67の指数をもつベキ関数となっている。これは、 $m$ の値が1.5~1.6であることを示し、全く独自な方法でスケールリングされたにもかかわらず上記の内容に非常に近いベキの値を得ているのである。

考慮すべきもう1点を附加すると、それはマグニチュードスケールとノンメトリック多次元尺度構成法を適用して一次元の解を得て、それにもとづいて構成された心理物理関数とを比較することである。

いくつかの感覚領域で得られた結果は、ノンメトリック多次元尺度構成法からのベキ関数の指数が、マグニチュードスケールからのそれよりもやはり一貫して小さいことである。ノンメトリック多次元尺度構成は、感覚のスケールリングなど一次元のスケールリングに適用した場合には、順

位レベルでのデータをある単調変換の中にバイアスを吸収する形をとる手法上の特徴をもっている。かりにマグニチュードスケールがバイアスを含んでいるとすれば、数値判断のバイアスはその単調変換の中に吸収されてしまう。したがって、ノンメトリックな方法からのベキが本来の感覚固有のベキになるわけで、このような観点からも今後の検討を要するに思われる。

文 献

- 相場 覚 1970. Stevens の新精神物理学 大山正編 講座心理学 4 知覚 東京大学出版会, p. 261—287.
- 秋田 宗平 1969. 色覚と色覚理論 荻阪良二編 講座心理学 3 知覚 東京大学出版会, p. 61
- Anglin J. M. and Mansfield, R. J. W. 1968. On the brightness of short and long flashes. *Perception and Psychophysics*, 4, 161—162.
- Baird, J. C. and Stein, T. 1970. When power functions fail: a theoretical explanation. *Perceptual and Motor Skills*, 30, 415—425.
- Banks, W. P. and Hill, D. K. 1974. The apparent magnitude of number scaled by random production. *Journal of Experimental Psychology*, 102, 353—376.
- Borg, G., Diamont, H., Störm, L. and Zotterman, Y. 1967. The relation between neural and perceptual intensity: a comparative study on the neural and psychophysical response to taste stimuli. *Journal of Physiology*, 192, 13—20.
- Curtis, D. W. 1970. Magnitude estimations and category judgments of brightness and brightness intervals: a two-stage interpretation. *Journal of Experimental Psychology*, 83, 201—208.
- Curtis, D. W. and Fox, B. E. 1969. Direct quantitative judgments of sums and a two-stage model for psychophysical judgments. *Perception and Psychophysics*, 5, 89—93.
- Curtis, D. W., Attneave, F. and Harrington, T. L. 1968. A test of a two-stage model of magnitude judgments. *Perception and Psychophysics*, 3, 25—31.
- Dorfman, D. D. and Megling, R. 1966. Comparison of magnitude estimation of loudness in children and adults. *Perception and Psychophysics*, 1, 239—241.
- Ekman, G. and Gustafsson, U. 1968. The threshold values and the psychophysical function in brightness vision. *Vision Research*, 8, 747—758.
- Engeland, W. and Dawson, W. E. 1974. Individual differences in power functions for a 1-week intersession interval. *Perception and Psychophysics*, 15, 349—352.
- Fagot, R. F. 1963. On the psychophysical law and estimation procedures in psychophysical scaling. *Psychometrika*, 28, 145—160.
- Gibson, R. H. and Tomko, D. L. 1972. The relation between category and magnitude estimates of tactile intensity. *Perception and Psychophysics*, 12, 135—138.
- 印東 太郎 1969. 感覚・知覚測定法 2 尺度構成 和田, 大山, 今井編 感覚・知覚ハンドブック. 56—72.
- 上笹 恒 1972. 明るさの感覚尺度について, 日本心理学会 第36回大会発表論文集, p. 68.
- 上笹 恒・犬飼 幸男 1971. 速度感の尺度化について, 日本心理学会, 第35回大会発表論文集 p. 333.
- 上笹 恒・犬飼 幸男 1973. 主観的速度感の尺度化について, 製品科学研究所研究報告 No. 71, 9—21.
- Lipetz, L. E. 1969. The transfer functions of sensory intensity in the nervous system. *Vision Research*, 9, 1205—1234.
- Lipetz, L. E. 1971. The relation of physiological and psychological aspects of sensory intensity. In Loewenstein, W. R. (Ed.) *Handbook of sensory physiology*. Vol. 1, Springer-Verlag, 191

—225.

- Marks, L. E. 1968. Stimulus-range, number of categories and form of the category-scale. *The American Journal of Psychology* LXXXI, 467—479.
- Marks, L. E. 1972. Visual brightness : some applications of a model. *Vision Research*, 12, 1409—1423.
- Marks, L. E. 1974. On scales of sensation : prolegomena to any future psychophysics that will be able to come forth as science. *Perception and Psychophysics*, 16, 358—376.
- Marks, L. E. and Stevens, J. C. 1966. Individual brightness functions, *Perception and Psychophysics*, 1, 17—24.
- Nakatani, K. 1967. On ratio scales of weight. *Japanese Psychological Research*, 9, 155—165.
- Rule, S. J. and Curtis, D. W. 1973a. Conjoint scaling of subjective number and weight. *Journal of Experimental Psychology*, 97, 305—309.
- Rule, S. J. and Curtis, D. W. 1973b. Reevaluation of two models for judgments of perceptual intervals. *Perception and Psychophysics*, 14, 433—436.
- Rule, S. J., Curtis, D. W. and Markley, R. P. 1970. Input and output transformations from magnitude estimation. *Journal of Experimental Psychology*, 86, 343—349.
- 斎藤 堯幸, 小川 定暉, 野嶋榮一郎 1972. データ解析(2) 一次元尺度構成に関する総合報告, 総研紀要 Vol. 2, No. 2, 日本ユニバック総合研究所 p. 21—27.
- Stevens, S. S. 1960. Ratio scales, partition scales and confusion scales. In Gulliksen, H. and Messick, S. (Eds.) *Psychological scaling : Theory and applications*, John Wiley, 49—66.
- Stevens, S. S. 1961. The psychophysics of sensory function. In Rosenblith, W. A. (Ed.), *Sensory communication*, The M. I. T. Press, 1—33.
- Stevens, S. S. 1966. Duration, luminance and the brightness exponent. *Perception and Psychophysics*, 1, 96—100.
- Stevens, S. S. 1968. Tactile vibration : change of exponent with frequency. *Perception and Psychophysics*, 3, 223—228.
- Stevens, S. S. 1970. Neural events and the psychophysical law. *Science*, 170, 1043—1050.
- Stevens, S. S. 1971. Sensory power functions and neural events. In Loewenstein, W. R. (Ed.), *Handbook of sensory physiology*, Vol. 1. Springer-Verlag, 226—242.
- Stevens, J. C. and Stevens, S. S. 1963. Brightness function : effects of adaptation. *Journal of the Optical Society of America*, 53, 375—385.
- Teghtsoonian, R. 1971. On the exponents in Stevens' law and the constant in Ekman's law. *Psychological Review*, 78, 71—80.
- Teghtsoonian, R. 1973. Range effects in psychophysical scaling and a revision of Stevens' law. *American Journal of Psychology*, 86, 3—27.
- Teghtsoonian, M. and Teghtsoonian, R. 1971. How repeatable are Stevens's power law exponents for individual subjects? *Perception and Psychophysics*, 10, 147—149.
- Ward, L. M. 1974. Power functions for category judgments of duration and line length. *Perceptual and Motor Skills*, 38, 1182.
- White, C. T. and Eason, R. G. 1966. Evoked cortical potentials in relation to certain aspects of visual perception. *Psychological Monographs*, 80, 1—14.