氏 名	中村 憲史	
学 位 の 種 類	博 士 （ 理学 ）	
学 位 記 番 号	博 甲 第 8932 号	
学位授与年月日	平成 31年 3月 25日	
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当	
審 査 研 究 科	数理物質科学研究科	
学 位 論 文 題 目		

Mathematical Analysis of the Navier-Stokes Equations and the Hyperbolic Type Navier-Stokes Equations
（Navier-Stokes 方程式と双曲型 Navier-Stokes 方程式の数学解析）

主 査	筑波大学 准教授	木下 保	博士（理学）
副 査	筑波大学 教 授	筧 知之	博士（理学）
副 査	筑波大学 准教授	梁 松	博士（数理科学）
副 査	筑波大学 講 師	久保 隆徹	博士（理学）

論 文 の 要 旨

審査対象論文は，流体力学の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式の解析において主に次の2点について考察を行っている：

(1) 双曲型 Navier-Stokes 方程式の外部問題

(2) Navier-Stokes 方程式と双曲型 Navier-Stokes 方程式の解の時間 L2 有界性

通常の Navier-Stokes 方程式は放物型方程式であり，方程式導出の際には Fourier 則を用いられる．双曲型 Navier-Stokes 方程式は Fourier 則ではなく，Cattaneo 則を用いて導出された方程式であり，変形テンソルに時間遅れを考慮して導出される方程式とも考えられる．放物型Navier-Stokes方程式は解の性質が無限の速度をもって伝播する性質（無限伝播性）をもつことが知られており，物理現象にそぐわないことが昨今指摘されている．その問題点を打破するために Racke-Saal によって提案されたのが双曲型 Navier-Stokes 方程式である．双曲型 Navier-Stokes 方程式は．最近活発に議論されるようになった方程式であるが，考える領域が全空間や半空間という基本的な領域においてのみ解析され，飛行機やボールなどの物体の周りの現象を解析できる外部領域，山やビル群などの周りの現象を解析できる摂動半空間においては未だ研究がなされていない状態であった．中村氏の研究成果の1つである「局所エネルギー減衰定理」により外部問題の解析の第 1 段階ができたことになり，今後外部問題や摂動半空間での問題の解析が進むことが期待される．

「局所エネルギー減衰定理」は放物型 Navier-Stokes 方程式の外部問題や摂動半空間での問題を解析する際にも重要な役割を果たした定理である. 通常, 外部問題の解については全空間の解と有界領域の解の足し合わせで構成し, 構成した解に対して全空間の解と有界領域の解の評価をカットオフテクニックにより組み合わせることで外部問題の解の評価を示す. 全空間の解の評価や有界領域の解の評価を組み合わせる際に「局所エネルギー減衰定理」が重要な役割を果たす. その局所エネルギー減衰定理を示すためには, 対応するレゾルベント問題の解のレゾルベントパラメータに関する展開が必要である. 中村氏の研究により, 双曲型 Navier-Stokes 方程式の外部問題や摂動半空間での問題についても対応するレゾルベント問題の解のレゾルベント展開を得ることができた. さらに, 時間遅れのパラメータが十分小さい場合は, Navier-Stokes 方程式と同様の展開が得られることがわかり, それにより Navier-Stokes 方程式の研究の際に得られたレゾルベント展開を適用して双曲型 Navier-Stokes 方程式について同様の結果を得ることができ, 双曲型 Navier-Stokes 方程式の外部問題の局所エネルギー減衰定理が得られている.

一方, Navier-Stokes 方程式と双曲型 Navier-Stokes 方程式の解の時間 L2 有界性については, Hardy 空間の性質を技巧的に使って得られたとても興味深い性質である. Navier-Stokes 方程式は速度場と圧力を未知関数とする方程式であるが, 速度場に関する発展方程式であるのに対し, 圧力に関しては発展方程式でないため速度場と圧力を一緒に扱うことができない. そのため, Helmholtz 分解を用いて Navier-Stokes 方程式を非線形熱伝導方程式に帰着させるのが Navier-Stokes 解析の定石となっており, 熱伝導方程式で得られた知見を Navier-Stokes 方程式に応用して多くの知見が得られている. 通常, 熱伝導方程式や Navier-Stokes 方程式の解では初期値に可積分性を仮定して, 時間変数に関する L2 有界性を考える場合, 2 次元の場合には臨界ケースとなり L2 有界性は期待できない. 初期値を L1 可積分性よりも強い, Hardy 空間に属するという仮定をした場合, Kobayashi-Misawa, Miyawaka などにより時間変数に関する L2 有界性が示されているが, 初期値の条件を緩めて L1 可積分性を仮定した場合には示されていなかった. 中村氏の研究により, Navie-Stokes 方程式や双曲型 Navier-Stokes 方程式の解に対して, 初期値が非圧縮条件を満たし, L1 可積分であるような場合が考察されている. 中村氏の研究により, Fefferman-Stein の不等式や Poincare の不等式, Hardy 空間と BMO 空間の共役性などを技巧的に使いそれが可能となった. これは非圧縮条件を仮定した場合のみ証明されるもので, 非線形熱伝導方程式と Navier-Stokes 方程式の解の違いを示している.

論文の構成は以下の通りである. 第 1 章では Navier-Stokes 方程式の導出の紹介と関連する結果の紹介を行っている. 第 2 章では審査対象論文の研究に対する背景や既存の結果の紹介が行われている. 第 3 章では, 論文中に使われている記号の紹介と論文の主たる結果が紹介されている. 第 4 章では, 結果を示すためのいくつかの命題の紹介が行われ, 第 5 章では Navier-Stokes 方程式と双曲型 Navier-Stokes 方程式の解の時間 L2 有界性が, 第 6 章では双曲型 Navier-Stokes 方程式の外部問題に関する局所エネルギー減衰定理が議論されている.

審　査　の　要　旨

〔批評〕

本学位論文では，Navier-Stokes 方程式に関連する研究として，変形テンソルに時間遅れを考慮した双曲型 Navier-Stokes 方程式に対して主に考察が行われており，考え得る最良の成果を得ることができている. また，通常の Navier-Stokes 方程式と双曲型 Navier-Stokes 方程式の類似点などを新たに指摘している. これらの結果は，Navier-Stokes 方程式の研究に対して重要な研究結果であり，これからの研究に影響を与え得る結果である. 今後の Navier-Stokes 方程式の研究に大いに役立つものであると期待される.

〔最終試験結果〕

平成 31 年 2 月 8 日、数理物質科学研究科学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと，著者に論文について説明を求め，関連事項につき質疑応答を行った. その結果，審査委員全員によって，合格と判定された.

〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき，著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める.