

氏名	藤井 克哉		
学位の種類	博士(理学)		
学位記番号	博乙第 2909 号		
学位授与年月日	平成 31年 3月 25日		
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当		
審査研究科	数理物質科学研究科		
学位論文題目	Some Generalizations of Radon Transforms (ラドン変換におけるいくつかの一般化について)		
主査	筑波大学准教授	博士(理学)	木下 保
副査	筑波大学教授	博士(数理科学)	竹内 潔
副査	筑波大学教授	博士(理学)	笥 知之
副査	筑波大学准教授	博士(理学)	竹山 美宏

論文の要旨

本論文は、主にラドン変換と連続ウェーブレット変換に関する次の4つの章から成る。

1. Classical Radon Transform
2. Fractional Radon Transform
3. Known Results of Various Transforms
4. Double Ridglet Transform

前半の1章と2章は、ラドン変換の基礎事項とそれを発展させたオリジナルの結果の紹介である。後半の3章と4章は、連続ウェーブレット変換の基礎事項とそれをラドン変換と融合したリッジレット変換の結果の紹介である。前半と後半は互いに独立した結果であり、各章についての要旨を研究背景も含めて以下で述べる。

1. Classical Radon Transform) 1917年にRadonがラドン変換を考案し、その後F. Johnがそれを微分方程式と関連させて研究を進め、現在はGelfandとHelgasonによって積分幾何としてラドン変換の理論が大きく発展してきた。実用的には、CormackがCTスキャンに応用したことでラドン変換はよく知られている。本論文では、ラドン変換の基本的な場合のX線変換の場合の定義と性質を紹介している。ラドン変換はフーリエ解析とも密接に関係しており、フーリエスライス定理を通して再生公式が得られる。その際、双対ラドン変換も定義され、次元に応じた再生公式となる。

2. Fractional Radon Transform) 連続的なパラメータ付きの補間的な形のフーリエ変換は、Fractional フーリエ変換と呼ばれ、そのパラメータの入れ方で既に数種類のタイプの変換が知られている。そこで本論文では、時間周波数平面において回転させる Fractional フーリエ変換に限定して考察がなされている。特

にその積分核に対称性があり、Fractional フーリエ級数というのも定義できる。そして、Fractional フーリエ変換を用いて一般化したフーリエスライス定理を経由して得られる Fractional ラドン変換というものを研究している。このとき、以下の結果を紹介している。

(i) Fractional フーリエ変換の意味での擬微分作用素を用いてラプラシアンや双対変換も導入し、再生公式を導出している。

(ii) 従来のラドン変換が高次元の波動方程式の解の表現式と結びつくように、Fractional ラドン変換に対してもまた別の波動方程式を対応させている。

また、パラメータを具体的数値のときに視覚化された Fractional ラドン変換の像も紹介している。

3. Known Results of Various Transforms) ウェーブレット解析は 1909 年の Haar ウェーブレットが起源とされているが、1975 年に Morlet が石油探査に導入してからは物理、化学、産業界等の分野へと応用され、近年目覚ましい発展を遂げてきている。ウェーブレット解析において連続ウェーブレット変換と離散ウェーブレット展開の2種類の考え方ができるが、本論文では連続ウェーブレット変換の方を取り扱い、その定義と性質を紹介している。連続ウェーブレット変換は窓関数を用いた積分変換で、逆変換も構成して再生公式が得られる。その際、窓関数を雛形として構成される核関数に対して許容条件を満たすことが要請される。窓関数として、マザーウェーブレット-タイプとファーザーウェーブレット-タイプそれぞれの許容条件が与えられている。窓ラドン変換は、1992 年 Kaiser によって提案された新しい時間周波数解析の変換である。その発想は、ラドン変換の定義に窓関数を掛ける操作も組み込むことが目的であり、連続ウェーブレット変換とよく似た性質を持っている。つまり、直線上の積分とみなせる X 線変換で、線上で局所化も可能となる。一方、その直線の原点からの距離を表す変数についての局所化を行うリッジレット変換も知られているが、これはラドン変換に対して、連続ウェーブレット変換を合成することで構成される。リッジレット変換はニューラルネットワークにも応用され、近年脚光をあびている。

4. Double Ridglet Transform) 本論文では、窓ラドン変換とリッジレット変換の2つの局所化を同時に行うような新たな変換として、2重窓リッジレット変換というものを提案している。それは窓ラドン変換と連続ウェーブレット変換を合成であるため、再生公式もそれら2つの逆変換の合成として得られることもわかる。本論文は、その逆変換の合成された式をできるだけまとめて、より計算効率の高い積分表示を与えている。そこで問題となるのが、2重窓の縦横が、マザーウェーブレット-タイプなのかファーザーウェーブレット-タイプなのかの4通りの場合分けである。本論文では、4通り全ての場合について再生公式に必要な許容条件も導き出している。Candes と Donoho らによってリッジレット変換を発展させたカーブレット変換が開発され、2次元平面を多方向に分割し、画像のエッジに関する詳細な解析が可能となった。本論文の2重窓リッジレット変換はカーブレット変換とはまた別なパラメータ表示で多方向への解析を実現しており、画像解析の分野での応用が期待できる結果である。

審 査 の 要 旨

本論文の第2章の Fractional なラドン変換に関する結果は、通常ラドン変換の自然な一般化で、また偏微分方程式論(波動方程式に対する初期値問題)との関連もあり、解析学の理論的な観点からも興味深いといえる。第4章の2重窓リッジレット変換に関する結果は、ラドン変換を利用した従来の2次元のウェーブレット変換の発展形であり、様々な応用の可能性も含んでいる。故に、藤井氏の学位論文は魅力的かつ有益な研究テーマから成り、学術的な価値も高いと評価できる。ラドン変換の理論と応用はそれ

ぞれ独自に大きな発展を遂げてきている。藤井氏は高度な数学的知識を身につけており、それを応用と結びつける役割を果たせると期待できる人物である。

以上のことから、藤井氏は今後も幅広く活躍する研究者であり、藤井氏の研究は学位に値すると結論される。

〔結論〕

平成31年2月8日、数理物質科学研究科学位論文審査委員会において、審査委員全員の出席のもと、本論文について著者に説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって合格と判定された。

よって、著者は博士(理学)の学位を受けるのに十分な資格を有するものと認める。