研究ノート

小中連携と算数・数学の教具に関する考察
── タイル，ベキタイルの効用 ──

井　上　正　允※

Seeking Close Ties and Relationships with Elementary Schools and Junior High Schools through Using of Related Teaching Materials and Aids in Arithmetic/Mathematics: Focused on Potential of Tiles and Power tiles

Masachika INOUE

小中連携は各地で取り組まれているはずだが，その成果がなかなか聞こえてこない。

小論では，算数・数学の授業，そこで使われるタイルやベキタイル等の教具に焦点を当て，「算数・数学をつなぐこと」「教具の有効性」について考察する。これは，量（現実の世界）と数（数学の世界）をどうつなぐかという課題でもある。また，「できる（点数が取れる）」と「わかる（応用・発展・探求が可能）」との違いとは何かを問う。子どもの概念やイメージの形成（とその発達段階），メタ認知や認知発達，自尊感情，竹内常一が論じた「子どもの自分くずし・（自分探し）・自分つくり」という課題にも発展する。

「できる」「点数がとれる」「受験実績」だけで満足させてはいないか？「わかる」とはどういうことか？何が可能になるのか？小中教員はこうした問いを持ちながら，「授業・学級つくり」に取組む必要がある。私自身の教員生活を反芻しながら考える。

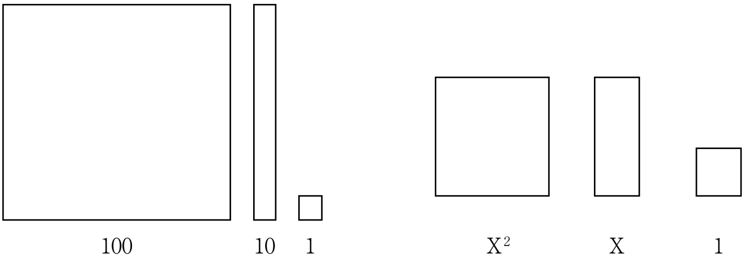
１．問題の所在

算数の授業で使用される代表的な教具にタイル（正方形）やキューブ（立方体）がある。小学生が最初に出会う計算「加減法」や「繰り上がりや繰り下がり」「整数の10進構造」を理解するという目標を達成するための教具である。中学の数学教員としてスタートした教員生活だが，タイルだけでなくベキタイル（文字タイ

※元 佐賀大学文化教育学部

ル，power tile）を使って，文字式の計算や２次方程式の解法（解の公式），整数の10進（ｎ進）構造の理解に役立ててきた。

タイルやキューブは小学校低学年で使う教具というイメージが強いが，中学・高校でも役に立つ。文字式の計算でも，タテ，ヨコが X の正方形タイル X^2，X を表すタテ X，ヨコ１の長方形タイル，定数項を表す１タイルが，演算や解法を図式化し理解を助ける。



論文のタイトルに「小中連携と …」という用語を入れた。筆者は，公立中で16年，国立大学附属中学・高校で19年，国立大学の教員養成学部で７年，数学や数学教育を担当してきた。附属中高時代に小学５，６年生の単発の授業を何度かやらせてもらったことがあるのだが，小学校勤務の経験はない。

大学に転じてから県内の小中一貫や連携のプロジェクトに関わり，「小学校と中学の授業やカリキュラムをつなぐことは，傍目から見ている程には簡単ではない」と考えてきた。実際２～３年をかけて何とか形が出来てくるのは，保護者や地域の後押しが篤い校舎一体型か隣接型の小さな小中一校ずつの学校であった。

日本国憲法では，小学校６年＋中学３年間を義務教育と定め「すべて国民は，その保護する子女に『普通教育』を受けさせる義務を負う（傍点，筆者）」とするが，算数・数学における「普通教育」とは何か。大学を定年退職してから，これが気になりはじめた。

小学校低学年から４年位までは授業に活気がある。子どもたちが間違うことを恐れず厭わずに元気よく発言し，授業に参加する。ところが，５～６年あたりから教室の風景が変化する。内容の難しさに加え，メタ認知や認知発達，「できる」と「分かる」，自尊感情や友だち関係の変化，プレ思春期 …等，さまざまな要因が考えられるが教室の空気が重くなるのである。学習規律とともに「間違えたくな

い(塾で先取りしている子にバカにされる)」「自信がないときは，あてられないようにうつむいて凌ぐ」「私はできる(やりかたは覚えてる）けれども，分かってはいない」「板書されたことは大事なのでノートに書き取る(先生からもそうするように言われている)」等の自尊感情・自己認知，受け身の授業の構えができてくる。

文部科学省の委託を受けてベネッセが2005年に実施した調査に，教科に関する「好き・嫌い」についての問いがある。(2005.3実施「『義務教育』に関する調査」)小学４年では理科と並んで好きな教科であった算数（「好き」 69.0％）が小５で50.6，小６で55.0，中１で28.5，中２・中３で36.7と激しく変化する。５年生以後の算数・数学の授業が子どもたちの「知的好奇心」「興味・関心」を引き出せていないことがわかる。小学校高学年から，中学・高校と校種が上がるに従って「数学嫌い」が増え，「数学からの逃避」が露わになる。

教員志望の大学生であっても「算数・数学は苦手でした」「文系だったので数学Ⅱ，数学Ｂまでしか履修していません」等というたくさんの声を聞いた。現在，高校３年で数学Ⅲ(数学Ｃ)を履修する高校生は２割に満たない。経済と数学は切っても切れない関係だが，私大の経済学部で入学試験に数学を課す大学はほとんどない。九州の進学校を自認する普通高校の数学では必修が１年（数学Ⅰ，Ａ）まで，高２からは国立私立・文理等のコース別で０時間目，７時間目を使い「受験対策」中心のカリキュラムが組まれ，理系であれば数学Ⅲ，Ｃを高２の内に終わらせる。

筆者の現在の問題関心の第一は，算数・数学が嫌いな児童・生徒を量産しながら，「日本の教育界は，『普通教育』の中身を問わないできたのではないか」という疑問である。

第二は，この10年あまり，全国で小中一貫・連携に取り組まれてきたがその成果が聞こえてこない。小中一貫のパイオニアであると自他共に認めてきた東京・品川区でも小学校課程の６年を終えて中学校課程に進まず私立や都立・国立の中高一貫校を受験し進学する，生徒が相当数いるという。多くの親は「高校や大学受験に有利か否か」で学校を選ぶ。「義務教育」「そこで受ける『普通教育』の教科内容のあり方」を問題にしたい。第三には，算数・数学の内容や方法の接続をあらためて考えてみたい。小論では，整数の図式（数学教育協議会(以下，数教協）では，具体(現実の世界，量）と抽象(数学の世界，数）をつなぐ半具体物・

図式をシェーマと呼んできた）として使われてきたタイルやキューブ，文字式・方程式指導で筆者も使ってきたベキタイルの効用について考えてみたい。小中算数・数学の関連教具・題材を探る。これが，小中連携（普通教育）にどのような意味をもたらすのかは未知数だが，隠れた道具・協議の糸口になるかもしれないと考えるからである。算数は具体的・操作的で，中学数学は抽象的・論理的と必ずしも言いきれない。「量の世界」と数や文字で表される「数学の世界」をつなぐ教具としてタイルやキューブをとりあげ，「普通教育」の柱として「量と数」を掲げ，算数・数学の教育内容を考えてみたいというのが本稿の目的である。

２．小学校でのタイルの活用

大学を卒業し中学教員５年目の冬に，数学者の遠山啓が主催する「ひと塾」（北海道・朝里川温泉）に参加したことがある。朝食時，偶然遠山と隣り合せた折に「なぜキューブではなく，タイルなんですか」と尋ねたことがある。即座に「小学校１年生がマス目のついたノートに，キューブをどう描くんですか」という答えが返ってきた。

大学時代から，水道方式やタイルには接してきた。教科書にキューブが登場したのは70年代後半である。あいまいな記憶をたどると，授業でベキ（文字）タイルを使ってみて X^2 の正方形タイルまでは平面上で図示できるが，X^3 は立方体のキューブの方が扱いやすいと考えたからだ。現在であれば，「小学校では子どもにとって扱いやすいタイルで，中学校ではタイルとキューブを併用すればいい」「子どもの認知発達，成長の段階に応じて，柔軟に使い分ければいい」と考えるが，当時，駆け出しの教員としてはそうした「見通し」や「幅」が持てなかった。

１cm 四方の１のタイル（１個と呼ぶ），それを10個並べて10のタイル（１本）をつくる。10のタイルをヨコに10本並べて100のタイル（１枚）をつくる。筆者の小学生時代には，貨幣や数え棒，おはじきが使われてきたが，タイルは１と10，100の大きさの違いや10進構造が一目瞭然である。タイル図を線分図に置き換えることで，離散量から連続量への移行も無理なく扱える。筆者が小学生５～６年生に試みた授業を紹介する。

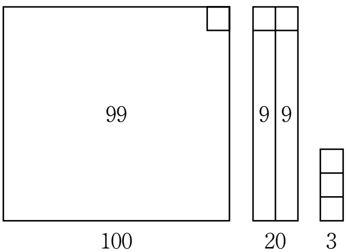
問１　３桁の整数を一つ考えてみて。（各位の数は別々の方がいい。）
問２　その数を９で割ってみて下さい。
問３　その数の各位の数を入れ替え，別の３桁の数をつくり９で割ってみて下さい。
問４　何か，分かりましたか？

教師からの問いかけを受け，「どうして？」「不思議！」が飛び交い，話し合いが始まる。一人で考える子どももいる。これだけの指示で子どもが動き出す題材は，良い題材である。例えば，325と324で考えてみる（結果は右図）。

325÷９＝36…１	324÷９＝36
523÷９＝58…１	423÷９＝47
235÷９＝26…１	234÷９＝26

中学生であれば９の倍数の見分け方は授業で扱う。だから，右側は理解できる。しかし，余りが同じになることは学んではいないので，左右が同質の問題とは必ずしも考えられない。中学数学の本質的課題や困難点は，実はこんな所にあるのではないか。

この授業では，123で考えた子どもがいて，123÷９＝13…６，321÷９＝35…６となり，余りの６が１＋２＋３（各位の数の和の６）になることを見つけ，325では，３＋２＋５＝10，１＋０＝１の２段階で，タイル図で余りの１を確認した。



＊99や９は，９で割り切れ，残りの１と２と３の和が余りになる。

$$\begin{aligned}123&=100+20+3\\&=(99+1)+(9\times2+2)+3\\&=(99+9\times2)+(1+2+3)\end{aligned}$$

＊　この題材は，高校「数学Ａ」の合同式にダイレクトにつながる。ガウス（独）の合同記号を使うと，325≡10≡１（mod 9）「325と10と１は，９を法として合同である」，123≡６（mod 9）「123と６も，９を法として合同」となる。

3．中学でのタイルの活用

現在は高校の数学Ａで学ぶ「ｎ進位取り記数法」を，70年から始まる現代化指導要領の時代には中学数学で扱っていた。当時の授業を一つ紹介する（井上1980)。２進数では，２で繰り上がる。２を10と表記し22を100と表記する。教科書には,「10進数の23を２進数で表せ」という問題がある。タイルを使って次のように展開した。

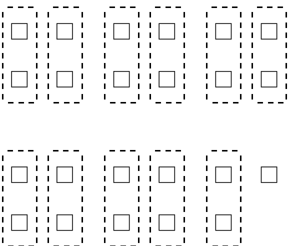
$\boxed{1}$　１のタイルを23個並べ，２個のペアをつくる。すると，２個のペアが11個できて，１個余る。(右図・下図)

$\boxed{2}$　次に２個のペアを２つずつ集め，22の集合をつくる。

$\boxed{3}$　次は23の集合をつくり，さらに24の集合をつくる。

タイルを囲んでいくこの作業が，右図の連除法のアルゴリズムと合致する。

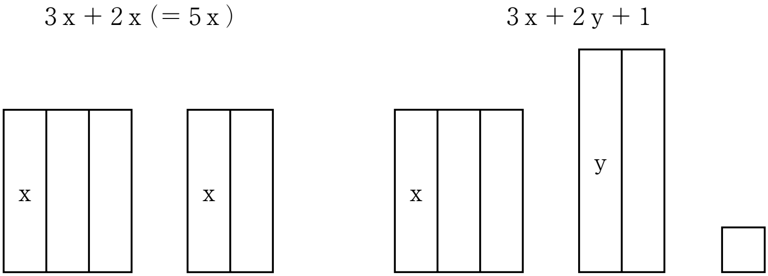
$$\begin{array}{r|rl} 2 & 23 & * \\ \hline 2 & 11 & \cdots 1 \\ \hline 2 & 5 & \cdots 1 \\ \hline 2 & 2 & \cdots 1 \\ \hline & 1 & \cdots 0 \end{array}$$



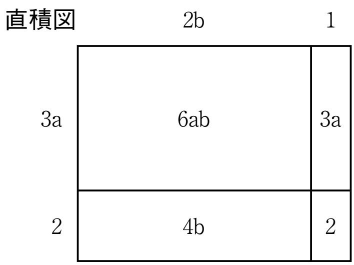
$$23 = 10111_{(2)}$$
$$= 2^4 \times 1 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 1 + 2 \times 1 + 1$$

教科書にも連除法の計算式*はあるのだが，これを言葉で説明するのは相当厳しい。現在であれば磁石付きカラーシートを切ってタイルを作り，黒板上でタイル操作し，子どもたちは工作用紙で自作したタイルを机上で操作することで，納得するはずである。

筆者は，中学の授業ではベキタイルとは呼ばず文字タイルと呼んできた。工作用紙でｘタイル（タテｘ，ヨコ１，面積ｘ）とｙタイル（タテｙ，ヨコ１，面積ｙ)，１タイル（タテ１，ヨコ１，面積１）をいくつも作っておく。3ｘ＋2ｘ，3ｘ＋2ｙ＋１であれば，これらを並べ次のようなタイル図に表す。



なぜ，同類項はまとめることが出来て 3 x ＋ 2 y ＋ 1 はこのままなのか，数計算との違いを意識化できる。また，6 x の元々の式は 2 x ＋ 4 x ＝（ 2 ＋ 4 ）x なのか，3 x × 2 ，あるいは12 x ÷ 2 なのか，さまざまな計算式が考えられる。生徒にとっては「はなはだやっかいで面倒くさい」代物で，「日常生活では，数計算ができれば …」と考える。ここが，中学の数学教員の腕の見せ所（専門性）であり，「文字のスゴさ・威力」「文字が近代数学発展の原動力」であり，生徒には「数学とその後も愉しくつきあうことが出来るようになるかどうか」の分岐点になる。式や式計算のイメージ（図式）が欠かせない。文字・文字式の導入の指導は思いの外難しい。「文字の威力・効用」を実感できない生徒にとっては，その後の中高の数学とのつきあいは相当つらい営みになる。



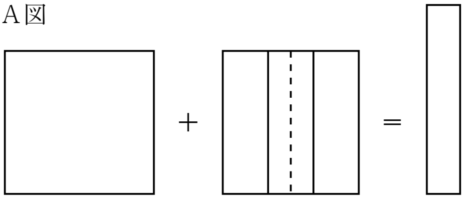
（ 3 a ＋ 2 ）（ 2 b ＋ 1 ）では「タテ 3 a ＋ 2 ，ヨコ 2 b ＋ 1 の長方形モデル（直積図）」を使って面積の 6 a b ＋ 3 a ＋ 4 b ＋ 2 を導き出すことが出来る。これが，中 3 で学ぶ「多項式の展開」「因数分解」で生きてくる。また，「乗法の意味の問い直し」が必要になる。つまり，a × 3 を長方形モデル（タテ a ×ヨコ 3 ＝面積 3 a ）で考えるのか，倍モデル（長さ a を 3 倍した長さ 3 a ）と考えるのかという問いである。「積のかけ算（ 4 cm× 3 cm＝12cm^2）」「倍のかけ算（ 4 cm× 3 ＝12cm）」「量のかけ算（ 4 km／時× 3 時＝12km）」という乗法の 3 つの意味のとらえ直し・再確認になる。（黒木哲徳 2003，河口希，井上正允 2012）

解の公式を導き出す次の作業も，一般式の変形だけで説明しようとするとやっ

かいである。中学では「この公式は大事だから，覚えて使えるようにしておくと便利だから…」という授業を何度も見聞きしてきた。「理解できない公式を丸覚えし，それを適応し，正解を導く」勉強法は，公式を忘れたら最後，何の役にもたたない。

例えば，$X^2+3X-5=0$（$X^2+3X=5$）をベキタイルを使ってどう解くか。

A図



＊　A図の見た目は，明らかに X^2+3X が5より大きいのだが，X^2のベキタイル1枚とXタイル3本を併せた面積が5になる。
次に，Xタイルを3/2本ずつ貼り付け辺の長さが X+3/2となる正方形をつくる。（B図）右下隅の正方形の面積$(3/2)^2$を右辺にも加えると，

$$(X+3/2)^2=5+(3/2)^2$$

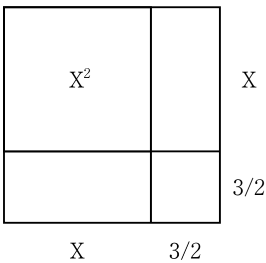
なる方程式ができる。これを解くと

$$X=(-3\pm\sqrt{29})/2$$

が導かれる。X＞0と考えると

$$X=(-3+\sqrt{29})/2$$

B図



「平方完成」による式変形が「左辺のタイルを使って正方形を作る」作業と一致する。筆者が勤務した大学では，前期入試に較べ受験者数が少ない後期入試で複数の数学・数学教育教室の教員が立ち合う「口頭試問」を受験生に課してきた。センター入試ではそこそこの得点を取って「口頭試問」に臨む生徒たちだが，次のようなやりとりがあった。

T1「なぜ，数学の教師をめざすのですか？」
S「数学の美しさに惹かれたのです」
T2「具体的な例を挙げて説明してみて…」
S「正弦定理とか…(板書してもらう)」(右図)

△ABCの外接円の半径を R とすると

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin B}=2R$$

T3「Rは何を表すの？」

S「外接円の半径」

T4「…とすると，どんな三角形にも外接円はある？どうしたら描けるんだっけ？」

S「（しばらく考えて）すみません，忘れてしまいました」

平均的な地方の国立大学受験生の回答である。九州の公私立の進学高で30年以上前から取り組まれてきた「詰め込み・早修・コース別・補習」授業・システムの結果である。（熊本日日新聞社政経部 1990，井上 2013，2016）先生方は「あれほど教えたのに，なぜ？」と考えるかもしれない。議論を重ね，苦労しながら図式的イメージの助けを借り，考え抜いて納得した公式とそうでないモノの違いがここで現れる。ひとことで言うと，必要に応じて再現可能で，つながりのある知識・スキルになっているかどうかである。

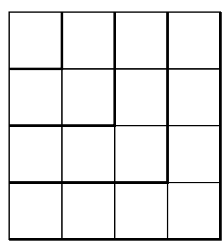
４．小学校算数と中学数学のつながりを考える

小論の問題意識の一つに「『算数・数学嫌い』量産の放置」「『普通教育』としての算数・数学の再構築」を掲げた。この「普通教育」について，教育史家で教材・教具の研究者であった中内敏夫は「小学校は，初等（primary）の普通教育を担う学校である。…授業を通して子どもに分かち伝えられるべき能力モデルとされているものが，基礎学力である。」「基礎学力とは，生活の諸分野で必要とされる諸学力をたゆみなく確保してゆくために必要な学力，つまり学力の学力とされてきた」と語る。（中内 1998）筆者の教員経験では，小中でのこうした「学力」の論じ方に出会えなかった。中内は，教具は授業目的達成のための手段・道具であるとするが，筆者は「計算や解法の筋道をどうイメージするか」「教具が，そのイメージづくりにどう機能するのか」について考えてきた。

見方を一つ変えると「分からなかった」ことが見えてくる。一例を紹介する。

高校で学ぶ数列に，「１＋３＋５＋７＋…（奇数列の和）は平方数」がある。

典型的な等差級数の問題だが，これを等差数列として初項が１，公差を２として公式に当て



例　$1+3+5=9=3^2$

$1+3+5+7=16=4^2$

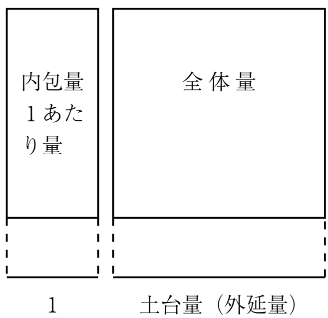
はめて解く。「そうだよな？」と思いながらなんとなく「スッキリ」しない。筆者もそうであった。

小学校で「あ，分かった」「なるほどね」「なんだ，そんなこと」と理解した時の「分かった感，納得感」が得られない。ところが，右図を示されて「なるほどね」とストンと落ちる。中学・高校では，式変形を使った教師の一方的な説明が多く，「なぜ」「どうして」と周りの友だちとワイワイ・ガヤガヤ議論した記憶がない。授業が「おもしろくない」原因がここにある。

小学5年頃から「算数・数学が苦手だ」という児童・生徒が増え，教室に活気がなくなり，能動的な授業への参加が後退し徐々に受け身の学習形成が進行する。小中や中高のつながりを確認し，小学5年以降中学・高校で「これまで学んできた知識・技法の「学び直し・とらえ直し（概念の再構成）」を意図的に組み込んでいく必要がある。

筆者は中高一貫校の教員を19年経験し，大学では小中一貫・連携に関わった。「中高一貫・連携6年間」の一番の課題は，竹内常一が論じた「子どもの自分くずしと自分つくり」である（竹内 1987）。この課題を，附属中高の19年間で生徒から教えられた。学校生活の大半が授業で占められる。各教科の授業が「自分にとって意味・意義が感じられない」とすると，「授業離れ」は食い止められず「教師は何をやっているのか」ということになる。「自分くずしと自分つくり」は，学級活動・学年／学校行事・生徒会活動・部活動だけでなく教科授業も含めさまざまな「学び」を通じて「創り上げること，学ぶことは苦しいけれど，たのしいし必要なこと」という体験を重ね，その意味・意義を実感することを通して達成する課題ある。これは，そのまま「小中9カ年の後半の課題」になる。数学者の銀林浩が「小中の教育に違い」について次のように述べている。数教協のある研究会で小学校のⅠ先生の「比例のシェーマ図（右図）さえ描けば，かけ算であれ，わり算であれどんな問題でも解けてしまうので，どの子も喜んでやりました」というまとめに対して，隣に座っていた筆者（井上）が「それだけ小学校

比例のシェーマ図・かけわり図



でたっぷり指導されているなら，中学校の内包量でやることはないや」とつぶやいたらしい。私は忘れてしまったのだが，銀林はこの発言を引き取り，「本当にそうなのか？小学校は本当にそんなにうまくいっているのか」という疑念を持ったと言う。続けて，「たしかに『かけわり図』とか内包量と比例について，小学校高学年の実践は大きな成果を上げてきた」「中学校での実践が進まないのは，われわれの理論のどこかに見落としがあるのではないか」「小学校が，かけわり図でスイスイできるというのは，（物理学の武谷三男が唱えた認識の３段階論（現象論的→実体論的→本質論的）を紹介しながら）小学校高学年の子ども（の認識）がまさに現象論的で操作的だからではないか？」「中学校こそ，実体論的段階として，密度や速度，流量や勾配といった実体としての内包量概念を養うべきではないのか？」と語る。（銀林 1990）（武谷 1970）ここでいう現象論的とは，日常生活（生活知・経験知）として学んだことと学校で学ぶ学校知（数学知・科学知）を結びつけながら獲得していく認識の段階ととらえてよい。それに対して，中学・高校では実体論的，本質論的な概念・知識の把握が求められるとするのである。一例を挙げると「は・じ・き」公式を覚え，練習問題でトレーニングを積んで「できる」ことで「速度を理解」したと思わせない「実体論的」認識が，中学段階の課題であると銀林は言いたかったのではないか。

中学の授業で「ベキタイル」を使うことの意味・意義がここにある。具体的なイメージを伴わない文字式の計算，方程式の解法に，図式的イメージ（図式）が加わり「公式を覚えて，適用する」戦術とは異なる「納得いく」手応えが得られる。指導書に書かれた配当時間をオーバーするが，子どもにとって必要だと教師が判断すればその時間を確保すればよい。時間配分は，教師裁量の範囲内にある。「普通教育」としての算数・数学の授業には，こうした未解決の課題や積み残しの議論がたくさんある。

小中一貫・連携は全国で取り組まれているはずだが，聞こえてくるのは「中１ギャップ」「不登校・問題行動の急増」「滑らかな接続」「４-３-２制」「統廃合」「小中で取り組む総合学習」などで，個々の教科内容やその関連，系統，「関連教材・題材」を小中で「その意味や可能性」を共に探る実践や議論は聞こえてこない。

筆者は，附属中高で中学生から高校１，２年までの数年をかけて生徒が劇的に変化するケースをたくさん見てきた。中学１，２年生では，学級でも数学の時間でも

さんざん悪フザケ，はみ出しや反抗を繰り返し，世話を焼かせたＳ君，Ｔ君が，中３以降ヒトが変わった。Ｓ君は44期学年通信 NO９(1993/2/6)に，これまでの自分や学年の現状を振り返り「中３として，今考えていること，考えなきゃならないこと」という文章を寄稿してくれた。

おそらく，この学校では「普通教育」としての教科の授業，学級活動，自治活動を通して竹内が説いた「自分くずしと自分つくり」がそれなりに上手く展開していたのだと思う（井上1990)。何が効果的だったのかは分からないのだが，90年代に学校カリキュラム研究の田中統治研究室の協力を仰ぎながら取り組んだ「卒業生調査」の自由記述には「母校には，大学受験に向けて能力別・分野別・先取り等がなく，『自由・闊達』に考え・協同し，学び・行動できる空間・時間があった」「中高一貫校で語られる中３，高１の『中だるみ』は，決してムダな時間ではなく，私の成長にとって不可欠な『中だるみ』であった」等の回答，意見が多数寄せられた。

筆者は，教師の主たる仕事は「授業つくり」「学級つくり」であることを附属で教えられた。「部活指導」は確かに子どもを鍛える数少ない「場」であり，教員にとっても彼らの「自分くずし・自分つくり」の過程が見えやすい。しかし，学校生活の大半が授業であり学級活動であることを考えると，「授業つくり」「学級つくり」にもっと時間とエネルギーを注ぐべきである。教員志望の大学生には，「なぜ，数学の教師になりたいの？」「もっと，数学や教材研究に力を入れたら…」「自分が子どもたちに教えたいことを一つでも二つでも大学時代に獲得する」「『学ぶ』ことの意味をつきつめる」必要を語ってきた。

中学教員は，非常に忙しい。現在では，朝から晩まで13－14時間勤務が当たり前になってしまった。放課後の「部活指導」を終えて職員室に戻り，６時過ぎから明日の授業準備に取りかかる。合間を縫って非公式の会議や家庭訪問が入ることもある。「教材研究」に充てる時間が取れない。土曜・日曜も，長期休暇中も練習試合や公式試合が組まれ，試合がない日は練習日である。国や県のテストでは，常に点数が問題にされる。

筆者が経験してきた70～80年代の土曜日は午前授業で，月に１回の午後は民間研究会の月例研究会に参加し，長期休暇中には２泊３日の数教協や教育科学研究会の全国や地区の研究会に参加し，各地の先生方の実践報告を聞き，筆者も発表し，全国の先生方と交流してきた。現在は，こうした自主研修は認められないこ

とも多く過剰勤務状態が何十年も続く。政府，文科省もようやく検討を始めたが，放置できない問題である。

小学校の先生方の自作教具を使っての授業はたくさん見てきたし，タイルをはじめ「なるほどな」と感じ入ることも多かったのだが，中学・高校ではこうした授業や教具に出会うことは少なかった。私が使ってきた教具の大半は，数教協で学んできたものである。

５．まとめにかえて

タイル・キューブ等の教具を媒介・接着剤として，小中の算数・数学の接続を探りながら，その「授業改革」を考えてきた。「たかがタイル，されどタイル」である。数や文字(式)をタイルに置き換えて考える。「整数の10進構造」の理解や「文字式の展開」「因数分解」「方程式の解法」にタイルやベキタイルが威力を発揮する。

教育方法学の柴田義松が「教材とは，授業のなかで教師と子どもによる学習活動（知覚，思考，記憶，運動など）の直接の対象となるものである。教材の教授-学習を通して子どもはなんらかの知識や技能を習得する。それら知識・技能の系列化されたもの，つまり，なんらかの形においてそれらの体系化がはかられている知識（技能）分野が『教科』とよばれている」と述べ，算数では，「数の十進構造」が「物を数える」「四則計算」の不可欠な基礎的概念であり，これを理解させるために色紙，竹ひご，計算棒などの直観教材が使われてきた。…最近では，分解や合併の自由な『タイル』が，数の十進構造を直観的に把握させ，位取り記数法の理解に最も効果的な教材であると考えられるようになってきたと語る（柴田1977)。筆者が教具ととらえてきた「タイル」を，柴田は教材として扱う。篠原文陽児は，教具を「教授内容や学習内容を具体化をした教材を効果的に伝達し教師にとっては教授目標，児童生徒にとって学習目標を効果的に達成するために選択，利用される媒体，教育メディア」と定める（篠原 2002)。

現状では，小中高の算数・数学がそれぞれの校種６年・３年で閉じてしまっており，「教科内容」「普通教育」について学校種を超えて協議する場がない。教師は自分の学校での「授業つくり・学級つくり」で手一杯でそうした「授業つくり」に時間やエネルギーを割くことができない。結果，児童・生徒には算数・数学のつながりが見えない。専科教員が担当する中高でも見えにくいのだから，小中の

間ではもっと見えにくい。こうした観点から，「小中連携」「教科内容・系統」「教具の利用」「普通教育」を考え直す必要がある。小中高で学ぶ算数・数学のつながりを実感し，その広がり・奥深さ・おもしろさを伝えたい。「教科内容・系統」「教材・教具」だけでなく「授業方法・スタイル・形式」「教科書分析」の研究も欠かせない。九州では「学びの共同体」「学び合い」実践が拡がるが，筆者が見てきた限りでは，「教科書」を教えながら実は「教科内容へのコミット」が不十分である。私は，いつの頃からかハッキリしないが，宿題やテストがなければ子どもは「勉強しない」とは考えなくなった。教師が「一から十まで」教えなくても，「なぜ」「どうして」の疑問から，仲間や時に親まで巻き込んで議論し自分なりに納得できる結論を導き出した経験を何度か経験してきた子どもは，「親や教師の常識」を乗り越えていく。教師がその時間内で答えきれなかったり，解決できなかった質問や課題は，翌朝には複数の解答が筆者に届く。授業に手応えを感じ「オモシロイ」と考える生徒は，教師・親が予想する以上にたくましい。「児童・生徒同士の議論・刺激の交換」をもっと信頼・期待していい。そのために，学校や家庭は子どもの失敗やはみ出し・停滞を，子どもの成長のステップとして受け止め，見守り，サポートする「幅」や「溜め」を持たなくてはならない。

小論では，教具，それもタイル・ベキタイルを使った小中の算数・数学の「量と数・式」の重要性，小中接続を考えてきた。受験から少し距離を置いてみると，一人ひとりの「アイデンティティー形成につながる教科教育の改造」の処方箋や可能性が見えてくる。

具体（現実の世界）と抽象（数学の世界）や「量と数・文字をつなぐ教具（シェーマ・図式）」が果たす役割や小中高生の認識の形成・発達・変容とを絡めながら，これからの社会や歴史の担い手となる子どもたちに必要な「算数・数学」とは何か。また，それはいかなる方法で可能になるのか。しばらくは，この果てしない課題に取り組んでみる。

引用・参考文献

文部科学省（2005），ベネッセ「『義務教育』に関する調査」中間報告
井上正允，高橋晋（1980）『たのしくわかる中学数学の授業 1 数と量』あゆみ出版
黒木哲徳（2003）『入門算数学』日本評論社

河口希，井上正允（2012）「『内包量』に関する研究」佐賀大学教育実践研究 第28号』平成23年度 pp. 37－50
熊本日日新聞社政経部（1990）『大号令！「現役合格」高校教育を問う』社会思想社
井上正允（2013）「地方の『受験』『部活動』を軸とする『学校文化』に関する考察―『ナラティブアプローチによる附属学校卒業生の学びのヒストリー研究』から―」『筑波教育学研究』第11号 pp. 41－53
井上正允（2016）「小中高の学びを振り返りながら，附属のいま・これからを考える―「附属学校」を考える一つの手がかりとして―」平成25～27年度科研費「挑戦的萌芽研究」報告書『学校教育を問い直す学びのヒストリーの研究』（研究代表者佐長健司）
中内敏夫（1978）『教材・教具の理論』有斐閣。小論では，中内敏夫著作集『Ⅰ「教室」をひらく新・教育原論』1998 藤原書店を参照
竹内常一（1987）『子どもの自分くずしと自分つくり』東京大学出版会
銀林浩（1990）「総論中学校がおもしろくなる」『数学教室』1990年１月号 国土社 pp. 8－11
武谷三男（1970）「自然認識発展の三段階－現象論・実体論・本質論武谷三男著作集５『自然科学と社会科学』勁草書房 pp. 18－31に所収
Ｓ・Ｋ「中３として，今，考えていること，考えなきゃならないこと」筑波大学附属駒場中学校 44期卒業文集・別冊学年通信『Memories』pp. 122－124所収
井上正允（1990）「『筑駒』考」『筑波大学附属駒場中高等学校研究報告 第39集』pp. 3－25
柴田義松（1977）『何をどう教えるか』有斐閣 pp. 7－8
篠原文陽児（2002）安彦忠彦他編『新版現代学校教育大事典２』ぎょうせい pp. 353－354