空間的相互作用モデルとその展開

高　阪　宏　行

Ⅰ　空間的相互作用モデル族

都市を構成している諸活動は，その内部で，また，それらの間で数多くの関係を保有している．都市を分析するには，これらの中の主要な関係を解きほぐす必要がある．このような関係の中の重要なものの一つは，恐らく，需要－供給関係であろう．そこでは，多くの場合，需要者と供給者は空間的に隔たっており，空間的関係となって現われている．都市地理学においては，この空間的需要－供給関係を，空間的相互作用（spatial interaction）の概念の下で論じている[1]．本稿では，空間的需要－供給関係を分析するモデルとして，空間的相互作用モデル族を取りあげ考察するとともに，それらのモデルの展開をおこなうことを試みる．

発生＼吸収		ゾーン						合計
		1	2	3	---	j	---	n	
ゾーン	1								
	2								
	3								
	⋮								
	i					Tij			Oi
	⋮								
	n								
合計						Dj			

第1図　O-D 表
Figure 1.　Origin-destination table.

第1図に示されているように，研究地域が n 個のゾーンに分けられているものとしよう．相互作用の発生ゾーンを i，吸収ゾーンを j とし，その間の相互作用（interaction）量を T_{ij} で示すと，ゾーン i から発生する相互作用フローの総量（O_i）ならびにゾーン j に吸収される相互作用フローの総量（D_j）は，それぞれ，

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij}=O_i \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{ij}=D_j \qquad (2)$$

となる[2]．発生ゾーン i と吸収ゾーン j との吸引力（attractiveness）をそれぞれ $W_i^{(1)}$，$W_j^{(2)}$，また，それらのゾーン間の交通費を c_{ij} で示す．すると，空間的相互作用モデル（spatial interaction model）では，相互作用量 T_{ij} について，次の３つの仮定がなされている．

$$T_{ij}\propto O_i \qquad (3)$$

$$T_{ij} \propto D_j \tag{4}$$

$$T_{ij} \propto f(c_{ij}) \tag{5}$$

式（3），（4）では，T_{ij} がそれぞれ O_i と D_j とに比例していることを示し，式（5）では c_{ij} のある減少関数（距離抵抗関数 distance deterrence function）に比例していることを示している．均衡因子（balancing factor）K を導入すると，これらの関係は，

$$T_{ij} = KO_iD_jf(c_{ij}) \tag{6}$$

で表わされる．空間的相互作用モデルの最も基本的形式は本式であり，これをもとにして次に示すような様々な空間的相互作用モデル族（a family of spatial interaction models）が展開される（Wilson, 1974）[3]．

式（6）において，O_i と D_j（換言すると，需要量と供給量）が知られているか否かによって，次のような4つの場合が考えられる：

（1） O_i, D_j がともに知られていない．

（2） O_i が知られている．

（3） D_j が知られている．

（4） O_i, D_j がともに知られている．

（2）の場合では，O_i が知られているということから，ゾーン i から発生する相互作用フローの総量に式（1）で示される制約条件がつけられていることを意味している．同様に（3）の場合には，ゾーン j に吸収される相互作用フローの総量に式（2）で示されるような制約条件がつけられており，（4）の場合には，式（1），（2）と二重の制約条件がつけられているのである．従って，これら4つの状態に対し，4つのモデルが考えられる（Wilson, 1974）：

（1） 無制約モデル（unconstrained model）

（2） 発生制約モデル（production-constrained model）

（3） 吸収制約モデル（attraction-constrained model）

（4） 発生-吸収制約モデル（production-attraction-constrained model）

1） 無制約モデル

無制約モデルでは，発生・吸収の両相互作用フローに何ら制約条件がつけられておらず，O_i, D_j はともに知られていない．このことから，前記の式（6）において，O_i は吸引力 $W_i^{(1)}$ に，D_j は $W_j^{(2)}$ に置き換えられ，その結果，無制約モデルは，次のような式で示される．

$$T_{ij} = KW_i^{(1)}W_j^{(2)}f(c_{ij}) \tag{7}$$

この式は，ニュートンの引力式に相当するものであり，$f(c_{ij}) = d_{ij}^{-2}$ とするならば，

$$T_{ij} = KW_i^{(1)}W_j^{(2)}d_{ij}^{-2} \tag{8}$$

となり，いわゆる引力モデル（gravity model）が導かれる．

2)　発生制約モデル

発生制約モデルでは，O_i が知られており，式（1）のような発生制約条件がつけられている一方，D_j は知られていない．このことから，式（6）において，D_j は $W_j^{(2)}$ に置き換えられ，

$$T_{ij}=KO_iW_j^{(2)}f(c_{ij}) \tag{9}$$

となる．ただし，この式は式（1）を満足しなければならないことから，式（1）に代入し K を求めると，

$$K=1/\sum_{j=1}^{n}W_j^{(2)}f(c_{ij}) \tag{10}$$

となる．なお，式 (10) の右辺はゾーン i についての均衡因子であることから，K の代りに A_i という一組の均衡因子を導入する．以上より，発生制約モデルは，次の式で表わされる：

$$T_{ij}=A_iO_iW_j^{(2)}f(c_{ij}) \tag{11}$$

ただし

$$A_i=1/\sum_{j=1}^{n}W_j^{(2)}f(c_{ij}) \tag{12}$$

式 (11) は，式（9）を変形したものであり，式 (12) は，式 (11) が式（1）を満足するように定めた一組の均衡因子を表わしている．

3)　吸収制約モデル

吸収制約モデルでは，D_j が知られており，式（2）のような吸収制約条件がつけられている一方，O_i は知られていない．式の導出は，発生制約モデルと同様であり，K の代りに B_j という一組の均衡因子が導入される．

$$T_{ij}=B_jW_i^{(1)}D_jf(c_{ij}) \tag{13}$$

ただし

$$B_j=1/\sum_{i=1}^{n}W_i^{(1)}f(c_{ij}) \tag{14}$$

式 (14) は，式 (13) が式（2）を満たすように定めた一組の均衡因子を示している．

発生制約，吸収制約両モデルは，いずれも一組の均衡因子に制約されていることから，両モデルは一重制約モデル (singly constrained model) ともよばれている．

4)　発生－吸収制約モデル

発生－吸収制約モデルでは，O_i と D_j がともに知られている場合であり，式（1），（2）の２つの条件が同時に成立しなければならない．そこで，式（6）において K は均衡因子の積 A_iB_j によって置き換えられる：

$$T_{ij}=A_iB_jO_iD_jf(c_{ij}) \tag{15}$$

均衡因子 A_i と B_j は，それぞれ式（1），（2）に式 (15) を代入・整理することによって得られる：

$$A_i=1/\sum_{j=1}^{n}B_jD_jf(c_{ij}) \tag{16}$$

$$B_j=1/\sum_{i=1}^{n} A_i O_i f(c_{ij}) \tag{17}$$

式 (16), (17) は，式 (15) がそれぞれ式 (1), (2) を満たすように定められた二組の均衡因子を表わしている．発生－吸収制約モデルは，式 (15)～(17) によって示され，二重制約モデル (doubly constrained model) ともよばれている．

以上のようにして，様々な状況に応用できる一組の空間的相互作用モデル族が導かれた．これは，物理学における引力式の構造をもっており，次のような一般式で示される (Wilson, 1974).

$$\text{相互作用}=\text{因子}\times\text{質量}\times\text{質量}\times\text{距離関数} \tag{18}$$

因子，質量，距離関数について，4種類の空間的相互作用モデルをまとめると，第1表のようになる．以下においては，発生制約，吸収制約，発生－吸収制約の各モデルについて様々な応用・展開をおこなうことを試みる．

第1表　空間的相互作用モデル族
Table 1. A family of spatial interaction models.

モデル	相互作用	因子	質量	質量	距離関数
無制約	T_{ij}	K	$W_i^{(1)}$	$W_j^{(2)}$	$f(c_{ij})$
発生制約	T_{ij}	A_i	O_i	$W_j^{(2)}$	$f(c_{ij})$
吸収制約	T_{ij}	B_j	$W_i^{(1)}$	D_j	$f(c_{ij})$
発生－吸収制約	T_{ij}	A_iB_j	O_i	D_j	$f(c_{ij})$

II　空間的相互作用モデルの応用

1)　買物行動モデル

発生制約モデルの応用例として，買物行動モデルを考察する (Lakshmanan and Hansen, 1965)[4]．買物行動モデルでは，ゾーン i 内の住民の総小売支出額 O_i は知られているが，ゾーン j 内の商店街の小売販売額 D_j は知られていない．従って，モデルは，発生制約タイプとなり，ゾーン i 内の住民によるゾーン j 内の商店街での小売支出額 S_{ij} は，次式で表わされる．

$$S_{ij}=A_i O_i W_j d_{ij}^{-\lambda} \tag{19}$$

ただし　$$A_i=1/\sum_{j=1}^{n} W_j d_{ij}^{-\lambda} \tag{20}$$

ここにおいて，

W_j：ゾーン j 内の商店街の規模

d_{ij}：ゾーン i, j 間の時間距離

λ　：距離変数に対するパラメータ[5]

式 (20) で示される均衡因子は，ゾーン i で発生する小売支出額の総計が，その所与のものと一致するように定めているものである．買物行動モデルは，この総計がゾーン j にどのように配分される

かという買物行動を示すものであり，$\sum_i S_{ij}$ を求めることによって，ゾーン j 内の商店街の小売販売額が得られるのである[6]．

2)　通勤モデル

次に，発生－吸収モデルの応用例として通勤モデルを取りあげる[7]．いま，ゾーン i 内の住宅数を H_i，ゾーン j 内の職場数を E_j とすると，ゾーン i から発生する通勤者数は H_i[8]，ゾーン j に吸収される通勤者数は E_j で示される．すなわち，ゾーン i から発生し，ゾーン j に吸収される通勤者数を T_{ij} とすると，

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij}=H_i \tag{21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{ij}=E_j \tag{22}$$

という２つの条件をモデルは満たさなければならない．このように２つの条件をもったモデルは，明らかに発生－制約モデルであり，通勤者のフロー T_{ij} は，次のように表わされる．

$$T_{ij}=A_iB_jH_iE_jf(c_{ij}) \tag{23}$$

ただし

$$A_i=1/\sum_{j=1}^{n} B_jE_jf(c_{ij}) \tag{24}$$

$$B_j=1/\sum_{i=1}^{n} A_iH_if(c_{ij}) \tag{25}$$

式 (24), (25) は，それぞれ式 (21), (22) を満足するための均衡因子を示している．このように，通勤モデルは，住宅数と職場数とにより二重に制約されたモデルなのである．

3)　通勤モデル――混合モデル

研究地域 Z において，あるゾーンの集合 Z_2 では，職場数 E_j が規定されており，一重（吸収）制約モデルが働いているものとする．残りのゾーンの集合 Z_1 では，都市計画の政策により，さらにゾーン内の人口数 (P_i) にも制約があり，二重制約モデルが働いているものとする．従って，

$$Z=Z_1\cup Z_2 \tag{26}$$

であり，制約条件は，

$$\sum_{i=1}^{n} T_{ij}=E_j \qquad j\in Z \tag{27}$$

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij}=P_i \qquad i\in Z_1 \tag{28}$$

で示される．このように，研究地域の一部では一重に，他の一部では二重に制約されているモデルは，混合モデル (hybric model) とよばれ，各地区の通勤は次のように表わされる (Wilson, 1969)[9]．

$$T_{ij}=A_iB_jP_iE_jf(c_{ij}) \qquad i\in Z_1,\ j\in Z \tag{29}$$

$$T_{ij}=B_jW_iE_jf(c_{ij}) \qquad i\in Z_2,\ j\in Z \tag{30}$$

式 (29) は，Z_1 タイプの地区からの通勤を示し，式 (30) は，Z_2 タイプの地区からのものを示している．これらの式は，条件式 (27), (28) を満たさなければならないことから，まず，式 (29) を Z_1 ゾーンに対する発生制約式 (28) に代入し整理すると，

$$A_i = 1/\sum_{j=1}^{n} B_j E_j f(c_{ij}) \qquad i \in Z_1 \tag{31}$$

が得られる．次に，吸収制約式 (27) に対しては，2種類の地区からの通勤の合計，すなわち，式 (29), (30) の合計を代入・整理して，

$$B_j = 1/\{\sum_{i \in Z_1} A_i P_i f(c_{ii}) + \sum_{i \in Z_2} W_i f(c_{ij})\} \qquad j \in Z \tag{32}$$

が得られる．これらが，式 (29), (30) に付けられる均衡因子である．

III　交通モデル——エントロピー最大化モデル

次に，空間的相互作用モデルの考えに基づいて，モデルの展開をおこなってみよう．一つは，エントロピー最大化モデルであり，もう一つは，階層モデルである．

いま，ゾーン i からゾーン j に向かう交通量 T_{ij} に対し，次のような3つの制約条件が与えられているものとする．

$$\sum_j T_{ij} = O_i \tag{33}$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j \tag{34}$$

$$\sum_i \sum_j T_{ij} c_{ij} = C \tag{35}$$

ただし　　c_{ij}：ゾーン i, j 間の交通費

C　：総交通支出額

式 (35) は，研究地域内に発生する交通全体に総支出額 C が与えられているということを意味している．これらの条件の下では，様々な交通フローを考えることができるが，その中で確率的にみて最も出現頻度の高い状態を示すのがエントロピー最大化モデルである．交通現象一般について考えるならば，このように出現頻度の高いパターンが最も重要であるということから，このモデルは交通モデル (transport model) と考えることができる (Wilson, 1970)[10]．

いま，地域内の全交通発生量を

$$T = \sum_i \sum_j T_{ij} \tag{36}$$

で表わすと，この全交通のフロー・パターンは，前記の第1図の O-D 表で示すように行列 $\{T_{ij}\}$ で示すことができる．いま，行列の出現頻度を $W(\{T_{ij}\})$ で表わすと，これは，T から T_{11} を選択する仕方の数 ${}^{T}C_{T_{11}}$, $T-T_{11}$ から T_{12} を選択する仕方の数 ${}^{T-T_{11}}C_{T_{12}}$ 等々を掛け続けることによって得られる．すなわち，

$$W(\{T_{ij}\}) = {}^{T}C_{T_{11}} \cdot {}^{T-T_{11}}C_{T_{12}} \cdot {}^{T-T_{11}-T_{12}}C_{T_{13}} \cdots \tag{37}$$

となり，これは，

$$W(\{T_{ij}\})=\frac{T!}{T_{11}!(T-T_{11})!}\cdot\frac{(T-T_{11})!}{T_{12}!(T-T_{11}-T_{12})!}\cdots\cdots=\frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \tag{38}$$

と表わすことができる．最も出現頻度の高い行列，換言すれば，最も発生しやすい交通パターンの状態は，条件式 (33), (34), (35) の下で式 (38) を最大化する時に発生する．いま，便宜上，$\ln W(\{T_{ij}\})$ を最大化することを試みる．

ラグランジュ乗数法を用いると

$$L=\ln W+\sum_i \lambda_i{}^{(1)}(O_i-\sum_j T_{ij})+\sum_j \lambda_j{}^{(2)}(D_j-\sum_i T_{ij})+\beta(C-\sum_i\sum_j T_{ij}c_{ij}) \tag{39}$$

とおき，

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}}=0 \qquad i=1,2,\cdots,l, \qquad j=1,2,\cdots,m, \tag{40}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda^{(k)}}=0 \qquad k=1,2,\cdots,n \tag{41}$$

で解くことによって，条件付の最大値を見いだすことができる．ただし，$\lambda_i{}^{(1)}$, $\lambda_j{}^{(2)}$, β はラグランジュ乗数である．式 (38) から，

$$\ln W=\ln(T!/\prod_{ij} T_{ij}!)=\ln T!-\ln(\prod_{ij} T_{ij}!) \tag{42}$$

となり，スターリング近似

$$\ln N!=N\ln N-N \tag{43}$$

を使用すると，

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}}=-\ln T_{ij}-\lambda_i{}^{(1)}-\lambda_j{}^{(2)}-\beta c_{ij} \tag{44}$$

となり，T_{ij} は，

$$T_{ij}=\exp(-\lambda_i{}^{(1)}-\lambda_j{}^{(2)}-\beta c_{ij}) \tag{45}$$

で示される．なお，式 (41) は，上記の条件式 (33), (34), (35) を示していることは明らかである．次に，$\lambda_i{}^{(1)}$ と $\lambda_j{}^{(2)}$ を得るため式 (45) を条件式 (33), (34) に代入すると，

$$\exp(-\lambda_i{}^{(1)})=O_i[\sum_j \exp(-\lambda_j{}^{(2)}-\beta c_{ij})]^{-1} \tag{46}$$

$$\exp(-\lambda_j{}^{(2)})=D_j[\sum_i \exp(-\lambda_i{}^{(1)}-\beta c_{ij})]^{-1} \tag{47}$$

となる．より一般的な式を得るため

$$A_i=\exp(-\lambda_i{}^{(1)})/O_i \tag{48}$$

$$B_j=\exp(-\lambda_j{}^{(2)})/D_j \tag{49}$$

と置き書き直すと，式 (45) は次のようになる．

$$T_{ij}=A_iB_jO_iD_j\exp(-\beta c_{ij}) \tag{50}$$

ただし，式 (46)～式 (49) を使用すると，

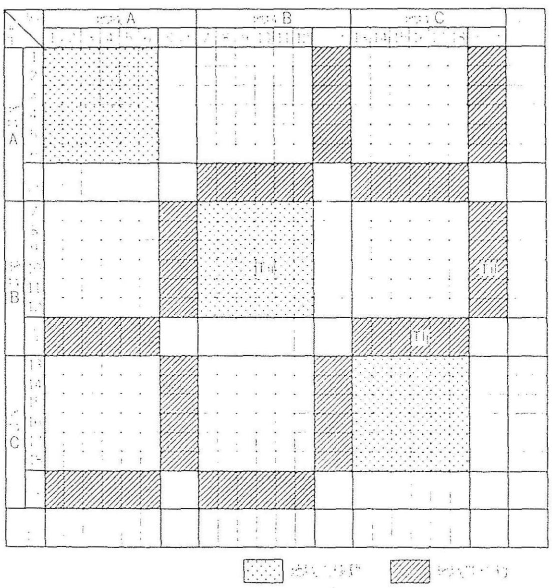
$$A_i=1/[\sum_j B_jD_j\exp(-\beta c_{ij})] \tag{51}$$

$$B_i=1/[\sum_i A_iO_i\exp(-\beta c_{ij})] \tag{52}$$

が求められ，2つの均衡因子が設定される．式 (50)～式 (52) は，最も出現頻度の高い交通分布を示し，これが，エントロピー最大化モデルである．このモデルは明らかに，発生－吸収制約モデルであり，距離抵抗関数として負指数関数 $\exp(-\beta c_{ij})$ が与えられているところに特徴がある[11]．このように，出現頻度の最も高いトリップ分布は，空間的相互作用モデルによるものと同一の形をとることから，この統計的導出は，空間的相互モデルに対し新しい理論的基礎を構成するものである．

IV 人口移動モデル——階層モデル

次に，研究地域が2段階の地域システム (two level regional system) から成り立っている場合を考えてみる．第1段階は，ゾーンのレベルであり，第2段階は，それらの集まった地域のレベルである．人口移動の研究では，このような地域階層間の移動を，一般に，地域内移動 (intra-regional movement) と地域間移動 (inter-regional movement) に区別している．しかしながら，いままでの移動研究では，これらの移動は別々に分けて分析がおこなわれている．そこで本項では，これら2タイプの移動を同時に処理できる2段階収支システム (two level accounting system) を示し，それらを包括的に分析する階層モデル (hierarchical model) を考察してみよう (Broadbent, 1971)[12]．



第2図 2段階地域システムに対する O-D 表
Figure 2. Accounting framework for two-level regional system.

第2図は，2段階収支システムの一例を示している．研究地域は，3つの地域 A, B, C に分かれ，さらに各地域内は6つのゾーンに分割されている．従って，研究地域内は18ゾーン×18ゾーン＝324ゾーンから成り立っているのである．いま，地域内移動と地域間移動とに分けて考えてみると，地域内移動は，第2図の収支システムのうち対角小行列に相当する部分（点描部分）で示される．地域間移動は，非対角小行列の部分で示されるのであるが，地域内移動のように細かく分析される必要がないことから，特に，小計部分（斜線部分）のみが分析においては使用される[13]．このことから，考察される行列数は，324 から 180（すなわち，6×6×3 の地域内移動と，12×2×3 の地域間移動）へと減少するのである．

このような2段階収支システムに対し，二重制約型の階層モデルを考えてみる．まず，ゾーン $i\,(i\in Z_k)$ から地域 $Z_l\,(k\neq l)$ への地域間移動 T_{il} と，地域 $Z_l\,(k\neq l)$ からゾーン $j\,(j\in Z_k)$ への地域間移動 T_{lj} を，

$$T_{il}=\sum_{j\in Z_l}T_{ij},\quad i\in Z_k,\quad k\neq l \tag{53}$$

$$T_{lj}=\sum_{i\in Z_l}T_{ij},\quad j\in Z_k,\quad k\neq l \tag{54}$$

で示す．すると，2組の制約条件は，次のように表わされる：

$$\sum_{j\in Z_k}T_{ij}+\sum_{l}T_{il}=O_i,\quad i\in Z_k,\quad k\neq l \tag{55}$$

$$\sum_{i\in Z_k}T_{ij}+\sum_{l}T_{lj}=D_j,\quad j\in Z_k,\quad k\neq l \tag{56}$$

両式の左辺第1項は，地域内移動を，第2項は地域間移動を示しており，それらの合計が，それぞれ，発生あるいは吸収移動量を示している．

地域内移動を予測するための式は，通常の二重制約モデルと同じである．

$$T_{ij}=A_iB_jO_iD_j\exp(-\lambda c_{ij})\qquad i,j\in Z_k \tag{57}$$

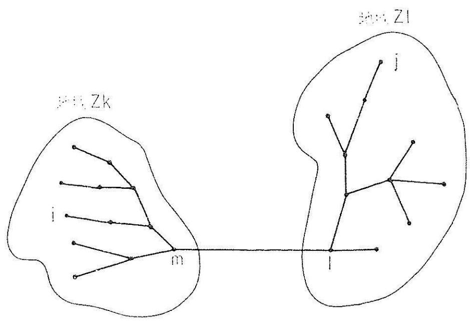
地域間移動に対しては，地域間の交通費 c_{ij} は2段階地域システムを反映して次のように3つの部分に分けられる（第3図）．

$$c_{ij}=c_{im}+c_{ml}+c_{lj}\quad i\in Z_k,\qquad j\in Z_l,\ k\neq l \tag{58}$$

ただし　c_{im}：ゾーン i と，そのゾーンを含む地域 Z_k 内の地域 Z_l 方向の端点 m との間の交通費

c_{lj}：ゾーン j と，そのゾーンを含む地域 Z_l 内の地域 Z_k 方向の端点 l との間の交通費

c_{ml}：2地域の端点 m, l 間の交通費



第3図　2段階地域システムにおける交通ネットワーク

Figure 3.　Transportation network in two-level regional system.

c_{im}, c_{lj} は地域内の交通ネットワークに対するものであり，c_{ml} は地域間の交通ネットワークに対するものである．これらの交通費を用いると，地域間移動は，

$$\begin{aligned}T_{ij}&=A_iO_iB_jD_j\exp[-\lambda(c_{im}+c_{ml}+c_{lj})]\\&=A_iO_iB_jD_j\exp(-\lambda c_{im})\exp(-\lambda c_{ml})\exp(-\lambda c_{lj})\qquad i\in Z_k,\ j\in Z_l,\ k\neq l\end{aligned} \tag{59}$$

で示される．式 (59) を式 (53), (54) に代入すると，それぞれ，

$$T_{il}=A_iO_i\exp(-\lambda c_{im})\exp(-\lambda c_{ml})\sum_{j\in Z_l}B_jD_j\exp(-\lambda c_{lj})\qquad i\in Z_k,\ k\neq l \tag{60}$$

$$T_{lj}=B_jD_j\exp(-\lambda c_{ml})\exp(-\lambda c_{lj})\sum_{i\in Z_l}A_iO_i\exp(-\lambda c_{im})\qquad j\in Z_k,\ k\neq l \tag{61}$$

となる．式 (60) は，ゾーン $i\,(i\in Z_k)$ から地域 $Z_l\,(k\neq l)$ への地域間移動（第2図の縦欄の小計）を示

し，式 (61) は，地域 $Z_l (k \neq l)$ からゾーン $j (j \in Z_k)$ への地域間移動 (第2図の横欄の小計) を示している．また，均衡因子は，2組の制約条件式 (55), (56) に式 (57), (60), (61) を代入することによって得られる：

$$A_i = 1/[\sum_{j \in Z_k} B_j D_j \exp(-\lambda c_{ij}) + \sum_l \exp(-\lambda c_{im}) \exp(-\lambda c_{ml}) \sum_{j \in Z_l} B_j D_j \exp(-\lambda c_{lj})]$$

$$i \in Z_k, \quad k \neq l \qquad (62)$$

$$B_j = 1/[\sum_{i \in Z_k} A_i O_i \exp(-\lambda c_{ij}) + \sum_l \exp(-\lambda c_{ml}) \exp(-\lambda c_{lj}) \sum_{i \in Z_l} A_i O_i \exp(-\lambda c_{im})]$$

$$j \in Z_k, \quad k \neq l \qquad (63)$$

両式において，右辺分母の第1項は地域内移動に対し，また，残りの項は地域間移動に対し均衡を保つ成分である．以上から，2段階地域システムに対する階層モデルは，地域内移動を示す式 (57)，地域間移動を示す式 (60), (61)，均衡因子を示す式 (62), (63) によって表わされる．

V 結 語

都市モデリングの分野においては，都市モデルを都市活動を発生させるモデル (model for generating urban activities) と都市活動を分配するモデル (model for allocating urban activities) とに分けている (Batty, 1976)[14]．前者は，活動間の関係の分析に基づき，都市に必要な活動量を発生させるモデルであり，空間的な側面は考慮されていない．このようなモデルとしては，経済基盤モデルや地域投入－産出モデルが代表的であり，経済基盤モデルについては，すでに筆者によってまとめられている (高阪，1977)[15]．

後者の分配モデルは，活動を地区へと分配する一種の立地モデルであり，空間的側面が考慮されている．空間的相互作用モデルは，この分配モデルに相当するものである．空間的相互作用モデルが他の立地モデルと異なる点は，立地する活動が他活動との間に保有している強力な空間的相互作用 (需要－供給の相互作用) に注目している点であり，このモデルが立地モデルとなるのは，この相互作用量に基づき活動の立地の可能性が推定できるからである．従って，空間的相互作用モデルは，空間的相互作用と活動の立地，換言すれば，交通と土地利用，の間の関係を統一的に分析するモデルである．交通から土地利用を予測する研究としては，上記の買物行動モデルのような研究がある．逆に，土地利用から交通を予測する研究としては，本稿では言及しなかったが，1960年代を中心にアメリカ合衆国の大都市地域でおこなわれた大型の土地利用－交通研究 (land-use-transportation studies) があげられる[16]．

このように，空間的相互作用モデルは，計量地理学における基本的視点である空間的パターン (土地利用) と空間的プロセス[17] (交通) を統一的に処理できるモデルの一つとして重要な役割をはたしている．

最後に，空間的相互作用モデルを用いて都市の将来予測をおこなうには，さらに，キャリブレーション方法を使用してモデルのパラメータを推定する必要がある．このようなモデルの具体的応用事例については，筆者の別の論文を参照されたい (高阪，1978)[18]．

本論は，昭和53年度文部省科学研究費一般C「中央日本における交通ネットワーク発達のインパクトに関する地理学的研究」(代表者：奥野隆史，課題番号：358088）の一部を使用した．

註・参考文献

1）この空間的相互作用は，下記の各モデルからも明らかなように，地区内の住民や商店といった集団的に取りあつかわれた活動間のものであり，特定化された活動間の需要-供給といったものではない．

2）需要-供給関係で表わすならば，O_i, D_i は，それぞれ，ゾーン i の需要量，ゾーン j の供給量を示している．

3）Wilson, A.G. (1974): *Urban and Regional Models in Geography and Planning*. chapter 6, 63〜75.

4）Lakshmanan, T.R. and Hansen, W.G. (1965): A retail market potential model. *Journal of the American Institute of Planners*, 31, 131〜143.

5）買物行動モデルの距離抵抗関数は，時間距離の $-\lambda$ 乗で与えられていることが注目される．

6）Huff, D.L. (1963): A probabilistic analysis of shopping centre trade areas. *Land Economics*, 39, 81〜91. この論文による確率モデルは，この買物行動モデルを確率的に示したものである．すなわち，ゾーン i 内の住民がゾーン j で買物する確率 P_{ij} は，$P_{ij}=A_iW_jd_{ij}^{-\lambda}$ で示される．ただし，$A_i=1/\sum_{j=1}^{N} W_jd_{ij}^{-\lambda}$，$W_j$ はゾーン j 内の商店床面積，d_{ij} はゾーン i, j 間の時間距離，λ はパラメータであり，$\sum_{j=1}^{N} P_{ij}=1.0$ となる．これより，Huff の確率モデルは発生制約モデルの一種であることは明らかである．

7）Wilson, A.G. (1974): 前掲 3), 178〜180.

8）ここでは，住宅1戸当り，通勤者が1人発生すると仮定されている．

9）Wilson, A.G. (1969): Developments of some elementary residential location models. *Journal of Regional Science*, 9, 377〜385.

10）Wilson, A.G. (1970): *Entropy in Urban and Regional Modelling*. chapter 2, 15〜36.

11）エントロピー最大化モデルにおけるパラメータは β だけであり，総交通支出額 C は実際には知られていなくてもよい．

12）Broadbent, T.A. (1971): A hierarchical interaction allocation model for a two-level spatial system. *Regional Studies*, 5, 23〜27.

13）地域間移動を示す非対角小行列のうち，恐らく多くの部分は，ゼロか小さな数しか含まないものであることから，地域単位で集計されてのみ分析に耐えうるものとなるであろう．

14）Batty, M. (1976): *Urban Modelling*. Cambridge University Press, chapter 2, 20〜48.

15）高阪宏行（1977）：経済基盤理論と都市モデル．人文地理学研究，1, 73〜86.

16）Brown, H.J. et al. (1972): *Empirical Models of Urban Land Use: Suggestions on Research Objectives and Organization*. Columbia University Press, chapter 1, 6〜16.

17）高阪宏行（1975）：計量地理学の方法論的諸問題——空間的パターンから空間的プロセスへ——．地理評，48, 531〜542.

18）高阪宏行（1979）：地方都市への大型店の進出と消費者買物行動の予測．『現代日本の都市化』古今書院．（出版予定）

Spatial Interaction Models and their Development

Hiroyuki KOHSAKA

Urban system is organized by various types of relations within and between urban activities. In order to make clear the urban system, it is necessary to analyze important one of these relations, and it is perhaps a demand-supply relation. In many cases, this relation is spatial one, because the supplier is spatially separated from the demander. In urban geography, the spatial demand-supply relation is called the spatial interaction. This paper attempts to develop various kinds of spatial interaction models as models of analyzing the spatial demand-supply relation.

1) A shopping behaviour model

A shopping behaviour model is considered as a production-constrained case in the family of spatial interaction models. The volume of shopping behaviour from zone i to zone j is given:

$$S_{ij}=A_iO_iW_jd_{ij}^{-\lambda}.$$

where

$$A_i=1/\sum_j W_id_{ij}^{-\lambda}.$$

W_j is the size of shopping centre in zone j. d_{ij} is distance from zone i to zone j. The total shopping flow to zone j is calculated from $\sum_i S_{ij}$.

2) A work trip model

If T_{ij} is the number of people who live in zone i and work in zone j, a work trip model should satisfy the following conditions:

$$\sum_j T_{ij}=H_i$$

$$\sum_i T_{ij}=E_j .$$

H_i is the number of workers living in zone i. E_j is the number of jobs in zone j. The work trip model, therefore, is a production-attraction-constrained case as follows:

$$T_{ij}=A_iB_jH_iE_jf(c_{ij})$$

where

$$A_i=1/\sum_j B_jE_jf(c_{ij})$$

$$B_j=1/\sum_i A_iH_if(c_{ij}) .$$

3) A transport model——A entropy maximizing model——

Suppose there are the following three constraint equations on T_{ij}:

$$\sum_j T_{ij}=O_i$$

$$\sum_i T_{ij}=D_j$$

$$\sum_i \sum_j T_{ij}c_{ij}=C$$

where, let T_{ij} be the number of trip and c_{ji} the travel cost between zones i and j; let C be the total expenditure on travel. Then, the entropy maximizing model shows the most probable distribution of trips between zones, and it can be written :

$$T_{ij}=A_iB_jO_iD_j\exp(-\beta c_{ij})$$
$$A_i=1/[\sum_j B_jD_j\exp(-\beta c_{ij})]$$
$$B_j=1/[\sum_j A_iO_i\exp(-\beta c_{ij})]$$

This model is known as a transport model which is the production-attraction constrained case with negative exponential function.

4) A hierarchical migration model

Next, we will consider a two-level regional system which is constructed by zonal and regional levels. In migration studies, for example, these levels correspond to intra-regional and inter-regional movements, respectively (Figure 2). Figure 3 shows a transportation network in the two level system. The travel cost from zone i in region Z_k to zone j in region Z_l is splitted into three parts:

$$c_{ij}=c_{im}+c_{ml}+c_{lj}, \quad i\in Z_k, j\in Z_l, k\neq l.$$

If this three part distance term is substituted into a conventional doubly constrained model, we can get a hierarchical migration model.

$$T_{ij}=A_iO_iB_jD_j\exp(-\lambda c_{im})\exp(-\lambda c_{ml})\exp(-\lambda c_{lj}), \quad i\in Z_k, j\in Z_l, k\neq l$$
$$T_{il}=A_iO_i\exp(-\lambda c_{im})\exp(-\lambda c_{ml})\sum_{j\in Z_l} B_jD_j\exp(-\lambda c_{lj}), \quad i\in Z_k, k\neq l$$
$$T_{lj}=B_jD_j\exp(-\lambda c_{ml})\exp(-\lambda c_{lj})\sum_{i\in Z_l} A_iO_i\exp(-\lambda c_{im}), \quad j\in Z_k, k\neq l$$
$$A_i=1/[\sum_{j\in Z_l} B_jD_j\exp(-\lambda c_{ij})+\sum_l \exp(-\lambda c_{im})\exp(-\lambda c_{ml})\sum_{j\in Z_l} B_jD_j\exp(-\lambda c_{lj})],$$
$$i\in Z_k, k\neq l$$
$$B_j=1/[\sum_{i\in Z_l} A_iO_i\exp(-\lambda c_{ij})+\sum_l \exp(-\lambda c_{ml})\exp(-\lambda c_{lj})\sum_{i\in Z_l} A_iO_i\exp(-\lambda c_{im})],$$
$$j\in Z_k, k\neq l.$$

The first equation presents the intra-regional flow and the second and third are for the inter-regional flow.

In the field of urban modelling, urban models are classified into models for generating urban activities and for allocating them. The former is the model to generate necessary activities for a city and the spatial dimension is not handled. For example, the regional input output model or the economic base model is included in this type of model. The latter is the model to allocate or distribute urban activities and spatial dimension is explicit. The spatial interaction model is one of the allocation models.

The point in which the spatial interaction model is different from the other location model is that the spatial interaction model deals with the location of urban activities with spatial interaction. Then, the spatial interaction model can analyze synthetically the relationship between spatial interaction and location of activities, in other words, between transportation and land use. The study to forecast land use from transportation is performed by using such a model as the shopping behaviour model above mentiond. To the contrary, the land use-transportation studies conducted in U.S. metropolitan areas have forecasted urban transportation from urban land use. The spatial interaction model, therefore, plays important roles as one of models which can analyze spatial pattern (land use) and spatial process (transportation) synthetically.