

101. 都市内の移動経路と流動量密度・交差密度の空間分布

Spatial Distributions of Flow Density and Crossing Density and the Dependency on Routing System

鈴木 勉*・三浦 英俊**
Tsutomu Suzuki*, Hidetoshi Miura**

In this paper, we treat spatial distributions of flow density and crossing density in a unit square and circle with a uniform demand, and show their dependency on routing systems. First, we derive flow density and crossing density in a square with a rectangular grid transport system, comparing inner routing and outer routing systems, while both systems have same average travel length of internal journey. Outer routing brings about decentralized flow distribution and less amount of crossings. Second, we test flow density and crossing density in a circular city with a radial-arc transport system, comparing systems of radial routing, inner-ring routing, outer-ring routing, external-ring routing, and Kahlsruhe routing that gives minimum average travel length. We find out, for example, that Kahlsruhe routing brings about greater amount of crossings than inner- or outer-ring routing, but most of which concentrate at the center of the city.

Keywords: spatial distribution, traffic flow, crossing, density, routing

空間分布, 交通流動, 交差, 密度, 経路

1. はじめに

都市には様々な交通の流れが伴う。そして、その空間的不均一性が混雑や錯綜を生み、滞留、遅延や事故などの問題をもたらす。交通の流れを効率的に処理し、上述の問題を軽減することは、古くからの都市計画の課題であり、多くの理論的・実証的研究がなされてきた。

このような観点からは、都市内にどのような流動が発生し、それらがどのように交差するかを把握することが重要である。都市内の流動に関する理論的研究は、矩形や円形の都市を対象に多くの研究が行われている。例えば、境界を有する2次元平面の性質として、腰塚・西野¹⁾や大津・腰塚²⁾は、人口密度（交通需要発生集中密度）の空間分布が一様であっても、流動量は都市の中心部ほど多くなり、混雑しやすい性質を持っていることを明らかにしている。また、栗田³⁾や田中・栗田⁴⁾、鵜飼・栗田⁵⁾は、放射環状道路網を持つ円形・扇形都市の距離分布や流動量分布を解析的に導出している。他にも、ネットワーク上の流動量を分析した田村・腰塚⁶⁾や、高速交通網の影響を分析した三浦・腰塚⁷⁾や鈴木・腰塚⁸⁾の研究がある。海外においても、一様な人口分布を持つ円形都市（Smeed cityと呼ばれる）を主な対象として、1960年代以降、英国や豪州を中心に行われ、数多くの成果が挙げられており、これらの多くは Vaughan⁹⁾の著作にまとめられている。

一方、交差に関する既存研究はそれほど多いとは言えない。腰塚¹⁰⁾は道路交差点に着目し、その密度と道路延長密度との間に見られる一定の関係を示している。鈴木・佐藤¹¹⁾はこの関係を東京区部の道路網で検証している。また、腰塚・今井¹²⁾、腰塚¹³⁾、三浦・腰塚¹⁴⁾は移動時間やエネルギーとの関係や望ましい交差点密度の存在を示している。流動同士の交差そのものについては、Vaughan⁹⁾に Holroyd

らの研究が紹介されている。流動量密度や交差密度の空間分布は、経路の選択方法に依存すると考えられる。Holroyd and Miller¹⁵⁾は、Holroyd¹⁶⁾の経路毎の延長の分析と並行して、放射環状路におけるいくつかの典型的経路に対して、交差の総量を比較分析しており、Holroyd¹⁷⁾は最小の交差をもたらす経路にも言及している。しかし、ここで計算されているのは総量だけであり、交差密度の空間分布は対象としていない。

そこで本研究では、典型的で理論展開の容易な一様な人口分布と稠密な格子状交通網および放射環状交通網を持つ都市を対象として、これらの経路に対する流動量密度分布および交差密度分布を求める。そして、これによって、経路選択によって流動量及び交差密度の空間分布がどのように変化するかを捉えることを目的とする。特に、格子状交通網については、中心部を回避する外回り経路と中心部を選好する内回り経路（ともに経路長は同じ）の比較に、また、放射環状交通網については、平均経路長と交差総量とのトレードオフ関係に着目する。

2. 流動量密度分布と交差密度分布

本論文では、図1に示す格子状交通網都市と放射環状交通網都市を対象とし、その内部は人口が連続一様に分布し、任意の2点間に距離に依存しない一様な移動需要が発生すると仮定する。

格子状交通網も放射環状交通網も、後者の中心を除いて移動方向は直交する2方向に限られる。この場合、図2の左・中左に示すように、ある微小領域の各方向の流動量密度（単位長さの線を横切る本数）をそれぞれ f_1, f_2 とすると、これらの積 $f_1 \cdot f_2$ がその領域における交差密度 η （単位面積当たり交差数）となる。ただし、放射環状の場合は中心だ

* 正会員・筑波大学システム情報系(University of Tsukuba)

**正会員・南山大学理工学部(Nanzan University)

けは特別扱いが必要であり、図2の中右・右に示すように、中心経由の流動同士は、交差するケースと交差しないケースが存在する。

なお、流動量の総和は総移動量、すなわち移動経路延長の総和である。したがって、これを経路数（トリップ数）で除すと平均トリップ長（平均距離）と一致する。

3. 格子状交通網都市における移動経路と交差密度分布

2章で示したように、流動量密度を求めるには交差密度を求めることができる。そこで本章では、まず格子状交通網を持つ正方形都市を対象に、移動経路毎に流動量密度を求め、交差密度を算出し、その分布を求める。

3.1 左折1回経路での流動量分布と交差密度分布

格子状道路は右左折を許せば最短経路が無数に存在する。ここでは右左折には一定のコストがかかるために、右折または左折となるべくしないで済む経路のみを考えることにする。すると、都市内の任意の2点間の経路は、左折1回の経路か右折1回の経路に絞られる。そこでまず左折1回のみの経路を選択するとしよう。任意の2点間には往路復路ともに等量の移動が発生するので、右左折とも半分ずつ

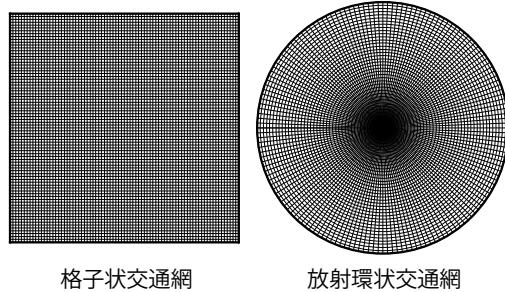


図1 格子状交通網都市と放射環状交通網都市

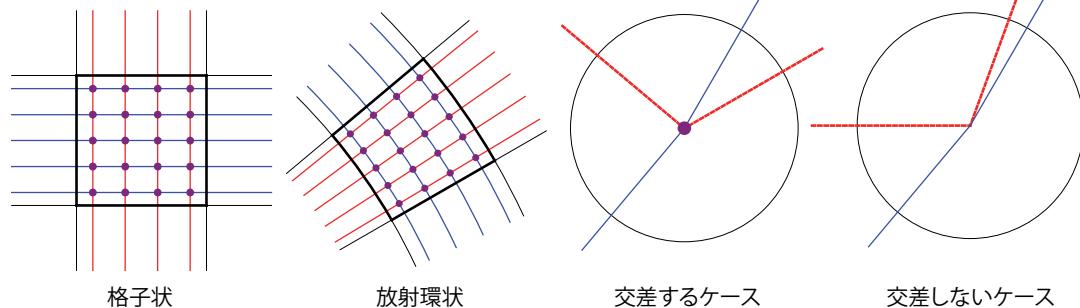


図2 流動量密度と交差密度（左：格子状、中左：放射環状、中右・右：放射環状中心）

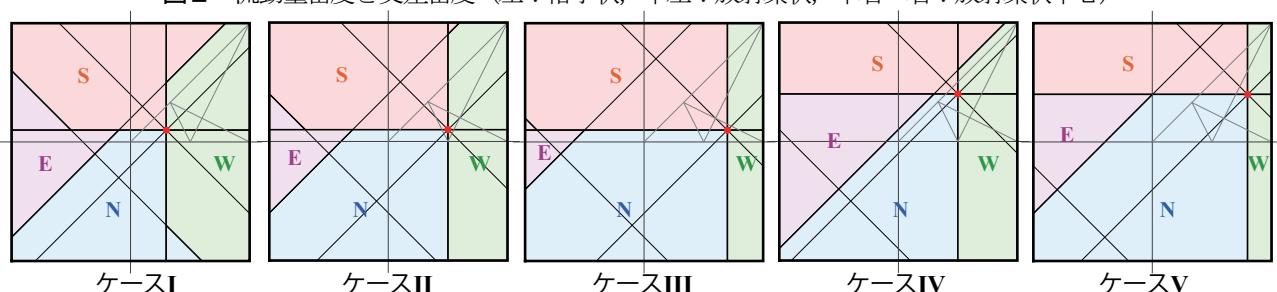


図4 (x,y)における微小線分を通過する方向別領域区分

発生するとした場合の結果もこれと同じになる。

正方形の一辺を2、中心を原点Oとし、対称性から第一象限の $0 \leq y \leq x \leq 1$ の領域のみについて考える。人口密度は1とする。 (x, y) におけるx方向の微小長さの線分を通過する北向き、南向きの流動量をそれぞれ f_N, f_S 、y方向の微小長さの線分を通過する東向き、西向きの流動量をそれぞれ f_E, f_W とする、腰塚・西野¹⁾で求められているように、

$$f_N(x, y) = 2(1+y)(1-y) \quad (1)$$

$$f_S(x, y) = 2(1+y)(1-y) \quad (2)$$

$$f_E(x, y) = 2(1+x)(1-x) \quad (3)$$

$$f_W(x, y) = 2(1+x)(1-x) \quad (4)$$

となり、対象領域の中心に近いほど多くなる。これらの合計を都市領域内で積分して総人口の平方16で除せば平均距離は $4/3$ となる。南北・東西方向 $f_{NS} = f_N + f_S, f_{EW} = f_E + f_W$ に集計すると、交差密度 η はこれらの積 $f_{NS} \cdot f_{EW}$ となる。これを領域内で積分した交差総量は、起終点ペアの組の総和の $2/9=0.222$ を占める。

3.2 内回り経路と外回り経路

次に、中心部の混雑を避けるために、なるべく流動量との交差を少なくする経路を選択することを考える。ここで

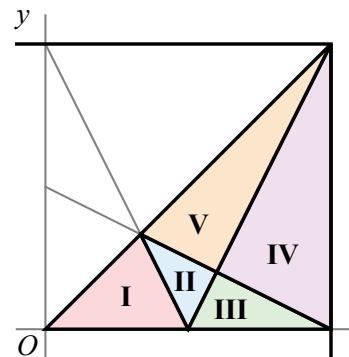
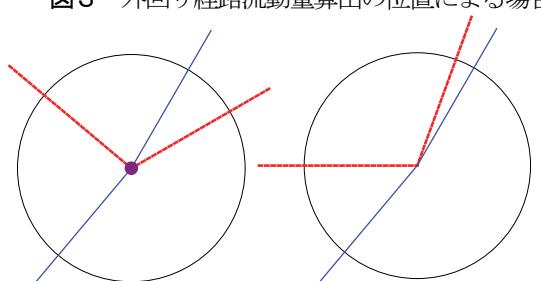


図3 外回り経路流動量算出の位置による場合分け



交差するケース 放射環状中心

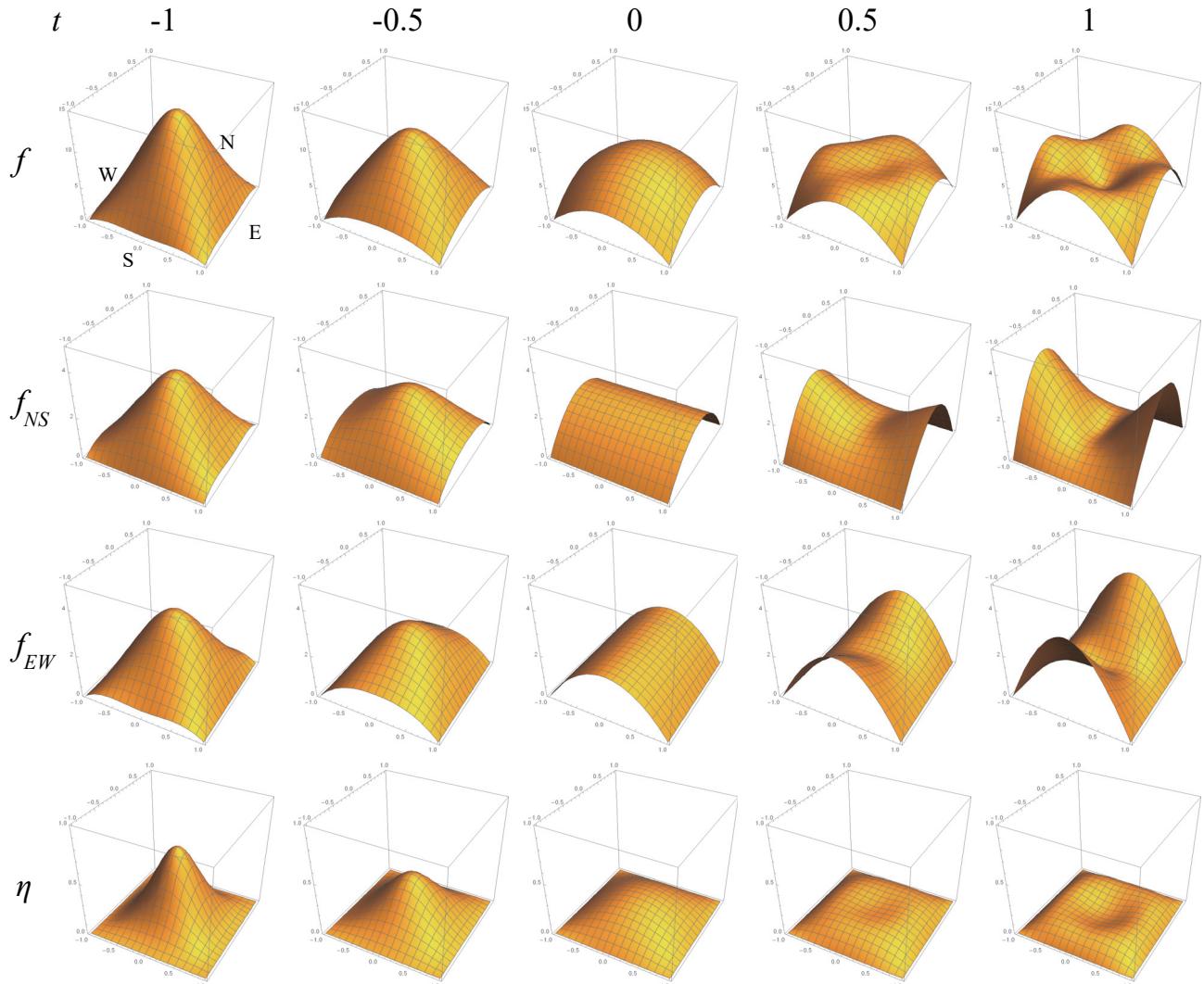


図5 格子状交通網での流動量密度分布と交差密度分布
(上:全流動量, 中上:南北方向流動量, 中下:東西方向流動量, 下:交差密度)

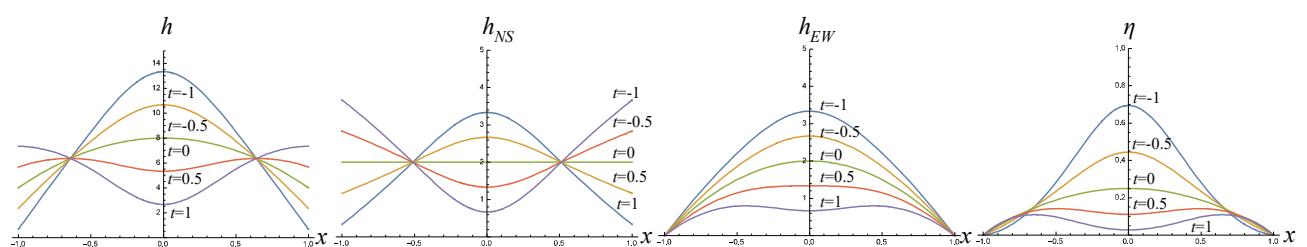


図6 内回り・外回り構成比と中央部の流動量密度分布と交差密度分布
(左:全流動量, 中左:南北方向流動量, 中右:東西方向流動量, 右:交差密度)

はこれを外回り経路と呼ぶことにしよう。移動の起点、終点をそれぞれ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とすれば、 (x_1, y_2) 経由と (x_2, y_1) 経由の2つの経路を横切る流動量を、式(1)～(4)を基準に求めることができる。ここでは、2つの経路のうち、横切る流動量の和が小さい方の経路を外回り経路とする。

3.3 外回り経路での流動量密度分布と交差密度分布

外回り経路による (x, y) における流動量を求めるには、位置によって図3に示すように5つの場合分けが必要とな

り、 (x, y) での微小線分を通過する方向別領域区分形状は図4のようにケース毎に異なる。それぞれのケースでの方向別流動量 g_N, g_S, g_E, g_W （添字は f についてのそれと同意）を求めるに以下のようなになる。

【ケース I】

$$g_N(x, y) = (2 + 24x^2 - 17x^3 - 6y + 3x^2y + 6y^2 - 27xy^2 + 7y^3)/6 \quad (5)$$

$$g_S(x, y) = (2 + 24x^2 - 17x^3 + 6y - 3x^2y + 6y^2 - 27xy^2 - 7y^3)/6 \quad (6)$$

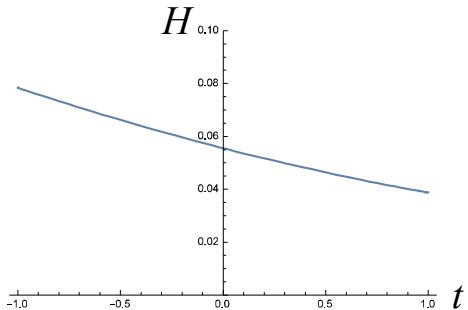


図7 内回りと外回りの構成比と交差総量の関係

$$g_E(x,y) = (1 - 3x + 3x^2 - x^3 + 12y^2 - 12xy^2 - 4y^3)/3 \quad (7)$$

$$g_W(x,y) = (1 + 3x + 3x^2 - 8x^3 + 12y^2 - 15xy^2 - 4y^3)/3 \quad (8)$$

【ケース II】

$$g_N(x,y) = (1 + 6x + 12x^2 - 9x^3 - 3y - 12xy + 15x^2y + 3y^2 - 21xy^2 + 8y^3)/6 \quad (9)$$

$$g_S(x,y) = (1 + 6x + 12x^2 - 9x^3 + 9y - 12xy + 9x^2y + 3y^2 - 21xy^2 - 6y^3)/6 \quad (10)$$

$$g_E(x,y) = (1 - 3x + 3x^2 - x^3 + 12y^2 - 12xy^2 - 4y^3)/3 \quad (11)$$

$$g_W(x,y) = (1 + 12x - 6x^2 - 8x^3 + 3y - 12xy + 12x^2y + 21y^2 - 24xy^2 - 7y^3)/6 \quad (12)$$

【ケース III】

$$g_N(x,y) = (12x - x^3 - 6y + 3x^2y - 15xy^2 + 7y^3)/6 \quad (13)$$

$$g_S(x,y) = (12x - x^3 + 6y - 3x^2y - 15xy^2 - 7y^3)/6 \quad (14)$$

$$g_E(x,y) = (1 - 3x + 3x^2 - x^3 + 12y^2 - 12xy^2 - 4y^3)/3 \quad (15)$$

$$g_W(x,y) = (9x - 9x^2 + 9y^2 - 9xy^2 - 4y^3)/3 \quad (16)$$

【ケース IV】

$$g_N(x,y) = (12x - x^3 - 6y + 3x^2y - 15xy^2 + 7y^3)/6 \quad (17)$$

$$g_S(x,y) = (-1 + y)(1 - 15x + 3x^2 - 11y - 3xy + y^2)/6 \quad (18)$$

$$g_E(x,y) = (1 - x)(1 - 2x + x^2 + 6y - 6xy + 12y^2)/6 \quad (19)$$

$$g_W(x,y) = (x - 1)(1 - 20x + x^2 - 6y + 6xy - 6y^2)/6 \quad (20)$$

【ケース V】

$$g_N(x,y) = (1 + 6x + 12x^2 - 9x^3 - 3y - 12xy + 15x^2y + 3y^2 - 21xy^2 + 8y^3)/6 \quad (21)$$

$$g_S(x,y) = (9x + 9x^2 - 8x^3 + 15y - 24xy + 15x^2y - 9y^2 - 9xy^2 + 2y^3)/6 \quad (22)$$

$$g_E(x,y) = (1 - x)(1 - 2x + x^2 + 6y - 6xy + 12y^2)/6 \quad (23)$$

$$g_W(x,y) = (15x - 9x^2 - 7x^3 + 9y - 24xy + 18x^2y + 9y^2 - 12xy^2 + y^3)/6 \quad (24)$$

このように場合分けが必要となるが、同様に南北・東西方向の流動量 $g_{NS} = g_N + g_S$, $g_{EW} = g_E + g_W$ に集計すると、交差密度 η はこれらの積 $g_{NS} \cdot g_{EW}$ で求められる。これを領域内で積分した交差総量は、起終点ペアの組の総和の

$$1171/7560=0.155$$

を占めることとなり、左折1回経路の場合よりも少ない。

3.4 内回り経路での流動量密度分布と交差密度分布

外回り経路でないもう一方の経路（横切る流動量の和が大きい方の経路）を内回り経路と呼ぶと、内回り経路の場合の流動量は、左折1回のみの経路の場合を挟んで外回りの場合と対極をなす。したがって、このときの流動量密度分布は $f - (g - f) = 2f - g$ となる。

3.5 混合型経路での交差密度分布と交差量

内回り経路と外回り経路の混合型経路を考えると、 $t(-1 \leq t \leq 1)$ をパラメータとして、

$$h = f + t(g - f) = (1 - t)f + tg \quad (25)$$

と表せる。 $t = -1$ のときは内回り経路のみ、 $t = 1$ のときは外回り経路のみであり、 $t = 0$ のとき両者半々を意味する。交差密度 η はこれまで同様、南北・東西方向の流動量

h_{NS}, h_{EW} に対して、これらの積 $h_{NS} \cdot h_{EW}$ で求められる。

図5に流動量密度分布と交差密度分布を、図6にその中央部の断面形状を示す。また、図7は、交差密度 η を積分して交差総量を求めたものである。経路長の平均には差がないため、 t を変化させても流動総量に差はないが、流動量や交差密度の空間分布は大きく変化する。内回りが多いほど、流動量や交差は中心部に集中し、交差総量は非常に多い。しかし、外回りの構成比が大きくなると、流動量は中心部では逆に少なく、郊外部で多くなってピークが出現とともに、交差の総量は少なくなる。したがって、外回りへと誘導することにより、移動距離の増加を伴わずに、全体の交差によるロスを減少させることができる。

4. 放射環状交通網における移動経路と交差密度分布

本章では、放射環状交通網を持つ円形都市を対象に、移動経路毎に流動量密度を求める、交差密度を算出する。経路は、放射経路、内側環状経路、外側環状経路、外周経路、Kahlsruhe 経路（最短経路）の5種類を考える（図8）。

4.1 放射経路での流動量密度分布と交差密度分布

半径 R の円形都市の中心を原点Oとする。人口密度は1とする。移動の起点、終点を極座標でそれぞれ $(r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2)$ とする。任意の2点間を放射方向のみを利用して中心経由で移動する放射経路では、放射方向の流動量 f_r は

$$f_r(r) = \pi R^2(R^2 - r^2)/r \quad (26)$$

となり、都市領域内で積分して総人口の平方 $\pi^2 R^4$ で除せば平均距離 $(4/3)R \cong 1.333R$ と一致する（Vaughan⁹⁾）。

交差は都心Oのみで発生し、図8の放射経路・環状方向の図で、原点Oから起点・終点方向の半直線が切り取る2つの扇形の面積の積で求めることができる。これを全ての起終点の組で積分すれば、交差の総量は

$$\int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} (\pi R^2)^2 \frac{|\theta_1 - \theta_2|}{2\pi} \frac{2\pi - |\theta_1 - \theta_2|}{2\pi} r_2 d\theta_2 dr_2 r_1 d\theta_1 dr_1 = \frac{(\pi R^2)^4}{6}$$

となり、起終点ペアの組の総和 $(\pi R^2)^4 / 2$ の $1/3$ ($\cong 0.333$) を占めることがわかる。

4.2 内側環状経路での流動量密度分布と交差密度分布

起点または終点のうち、都心に近い方の点を通過する環状路を利用する右左折1回の内側環状経路では、放射方向、環状方向の流動量 f_r, f_a はそれぞれ以下のようになる。

$$f_r(r) = \pi r(R^2 - r^2) \quad (27)$$

$$f_a(r) = \pi^2 r(R^2 - r^2) \quad (28)$$

両者の和を都市領域内で積分して総人口の平方 $\pi^2 R^4$ で除せば、平均距離 $(4(1 + \pi)/15)R \cong 1.104R$ と一致する。

交差密度 η はこれらの積 $f_r \cdot f_a$ となり、その総量 H はこれを都市領域内で積分して $(\pi R^2)^4 / 12$ となり、起終点ペアの組の総和の $1/6$ ($\cong 0.167$) を占めることがわかる。

4.3 外側環状経路での流動量密度分布と交差密度分布

起点または終点のうち、都心から遠い方の点を通過する環状路を利用する右左折1回の外側環状経路では、放射方向、環状方向の流動量 f_r, f_a はそれぞれ以下のようになる。

$$f_r(r) = \pi r(R^2 - r^2) \quad (29)$$

$$f_a(r) = \pi^2 r^3 \quad (30)$$

両者の和を都市領域内で積分して総人口の平方 $\pi^2 R^4$ で除せば、平均距離 $(2(2 + 3\pi)/15)R \cong 1.523R$ と一致する。

交差密度 η はこれらの積 $f_r \cdot f_a$ で、その総量はこれを都市領域内で積分して、内側環状と同じく $(\pi R^2)^4 / 12$ となり、起終点ペアの組の総和の $1/6 (\cong 0.167)$ を占める。

4.4 外周経路での流動量密度分布と交差密度分布

起点終点から放射路で外周の環状道路を必ず経由する外周経路では、放射方向の流動量 f_r と外周環状路の流動量 f_a はそれぞれ以下のようになる。

$$f_r(r) = \pi r R^2 \quad (31)$$

$$f_a = \pi^2 R^4 / 2 \quad (32)$$

f_r を都市領域内で、 f_a を外周上で積分して総人口の平方 $\pi^2 R^4$ で除せば平均距離 $(2/3 + \pi)R \cong 3.808R$ と一致する。

交差は外周のみで発生するがその総量は放射経路と同じになり、起終点ペアの組の総和の $1/3 (\cong 0.333)$ を占める。

4.5 Kahlsruhe 経路での流動量密度分布と交差密度分布

任意の2点間の最短経路は、放射経路と内側環状経路のうち短い方となる。これをKahlsruhe経路と呼ぶ。放射方向、環状方向の流動量 f_r, f_a はそれぞれ以下になる。

$$f_r(r) = (R^2 - r^2)\{(\pi - 2)R^2 + 2r^2\}/r \quad (33)$$

$$f_a(r) = 4r(R^2 - r^2) \quad (34)$$

両者の和を都市領域内で積分して総人口の平方 $\pi^2 R^4$ で除せば、平均距離 $(4/3 - 16/(15\pi))R \cong 0.994R$ と一致する。

都心O以外での交差密度は $f_r \cdot f_a$ で、その総量はこれを都市領域内で積分して $(4\pi^2/3 - 2\pi)R^8$ となり、起終点ペアの組の総和の $4(2\pi - 3)/(3\pi^3) (\cong 0.141)$ を占める。交差はさらに都心Oでも発生する。その量は、Oから見て起終点のなす角 ϕ が2ラジアン以上の、放射経路が最短となる移動を横切る移動の割合は $(2\pi\phi - \phi^2 - 4)/(2\pi^2)$ となるので、全移動 $(\pi R^2)^2$ に乘じて起終点のペアについて積分して

$$\int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^R \int_0^{\pi} (\pi R^2)^2 \frac{2\pi\phi - \phi^2 - 4}{2\pi^2} r_2 d\phi dr_2 r_1 d\theta_1 dr_1 = \frac{\pi(\pi+4)(\pi-2)^2}{6} R^8$$

と、起終点ペアの組の総和の $(\pi+4)(\pi-2)^2/(3\pi^3) (\cong 0.100)$ を占めることがわかる。従って、交差の総量は、起終点ペアの組の総和の $(\pi^3 - 4\pi + 4)/(3\pi^3) (\cong 0.241)$ を占めることになる。

4.6 流動量密度分布と交差密度分布の比較

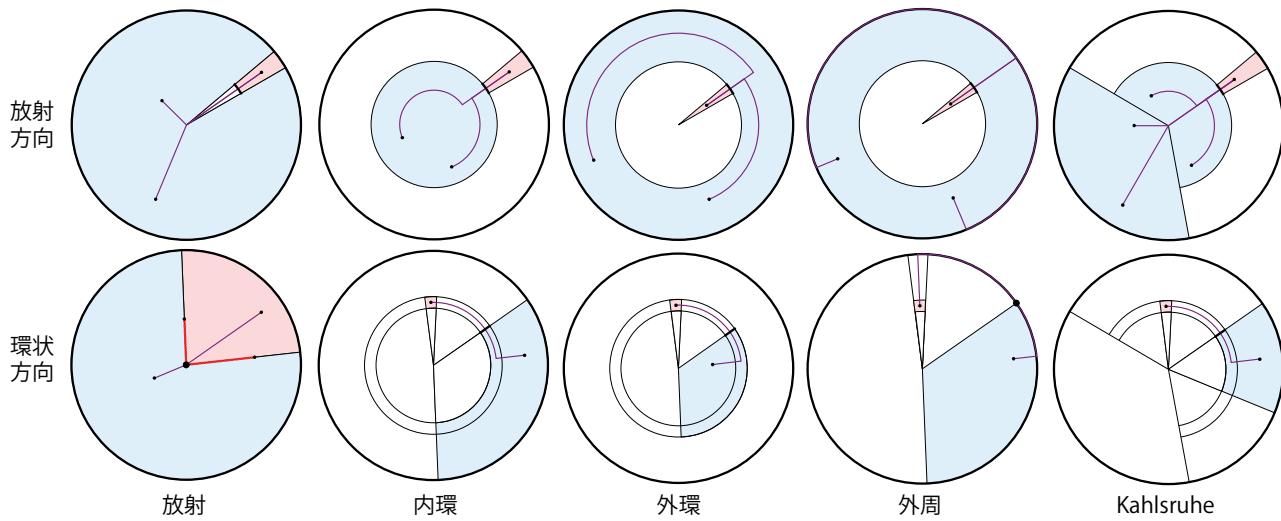


図8 各経路による放射方向・環状方向の流動量の算出

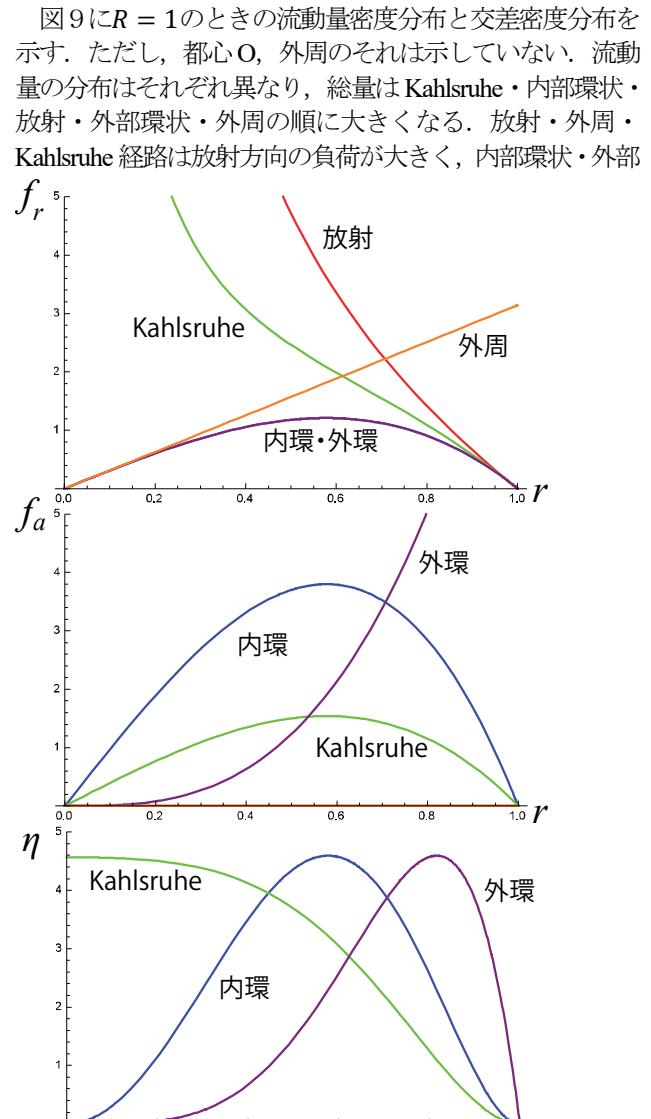


図9 放射環状交通網での流動量密度分布（上：放射方向、中：環状方向）と交差密度分布（下）

環状経路は環状方向の負荷が大きい。

交差密度は、Kahlsruhe 経路では中心部ほど高く、内部環状では中間部、外部環状ではさらにその外側において高くなる（放射経路は中心、外周経路は外周に集中する）が、これらのピークの密度は同じである。

交差総量は、放射・外周の2経路は全体のODペアの組の1/3（約33%）と多く、内部環状・外部環状の2経路は全体の1/6（約17%）と少ない。Kahlsruhe 経路ではこれらの中間のおよそ24%となり、平均距離が最短であるが、逆に交差によるロスが内部環状などよりも大きくなる。ただし、24%のうち10%は中心部での交差であり、中心以外での交差は14%と、内部環状・外部環状の17%に比して低い。

5. 結論と今後の課題

本研究では、人口密度が一様に分布し、稠密な交通網を持つ格子型交通網正方形都市及び放射環状型交通網円形都市を考え、流動量密度および交差密度の空間分布を導出するとともに、経路選択の違いによるそれらの差違を分析した。その結果、以下のことが明らかとなった。

- (1) 格子状交通網では、内回り経路・外回り経路・混合型経路をはじめ、無数の最短経路を考えられる。それらの間で流動総量には差がないが、流動量や交差密度の空間分布は大きく異なる。
- (2) 格子状交通網では、内回り経路と外回り経路の混合型を考えると、内回りが多いほど、流動量や交差は中心部に集中し、交差総量は非常に多い。しかし、外回りの構成比が大きくなると、流動量は中心部では逆に少なく、郊外部で多くなってピークが出現するとともに、交差の総量は少なくなる。したがって、外回りへの誘導することが移動距離の増加を伴わずに交差によるロスを減少させることができる。
- (3) 放射環状交通網では、放射・内部環状・外部環状・外周・Kahlsruhe（最短）の5経路について比較したところ、流動量の分布はそれぞれ異なり、総量は Kahlsruhe・内部環状・放射・外部環状・外周の順に大きくなる。放射・外周・Kahlsruhe 経路は放射方向の負荷が大きく、内部環状・外部環状経路は環状方向の負荷が大きい。
- (4) 放射環状交通網の交差密度は、Kahlsruhe 経路では中心部ほど高く、内部環状では中間部、外部環状ではさらにその外側において高くなる（放射経路は中心、外周経路は外周に集中する）が、これらのピークの密度は同じである。
- (5) 放射環状交通網の交差総量は、放射・外周の2経路は全体のODペアの組の約33%と多く、内部環状・外部環状の2経路は全体の約17%と少ない。Kahlsruhe 経路ではこれらの中間の約24%となり、平均距離が最短であるが、逆に交差によるロスが内部環状などよりも大きくなる。ただし、24%のうち10%は中心部での交差であり、中心以外での交差は14%と、内部環状・外部環状の17%に比して低い。

本研究で取り上げた格子状交通網や放射環状交通網では、後者の中心を除いて、交通流の方向が互いに直交する2方

向に限定されている。しかし、現実の交通流をマクロに見た場合、交通流は様々な方向に向かって流れ、交差も直交するとは限らない。今後の課題としては、こうした多方向の交通流に対する流動量と交差の関係を明らかにする必要がある。また、本研究の理論的関係と現実の交通流と時間軸を考慮した交差現象、物理的な交差点との対応関係を明らかにし、交通総量（あるいは移動距離）と交差量（あるいは交差によるロス）とのトレードオフ関係を調べることによって、適切な経路誘導方法や交差点を考慮した交通網設計を考察することも今後の課題である。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 26560162, 26289170, 25242029 による助成を受けた。また、小樽商科大学大津晶准教授には貴重なコメントを戴いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 腰塚武志・西野嘉彦 (1994) 道路走行パターンと混雑現象、日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 37-38.
- 2) 大津 晶・腰塚武志 (1998) 都市内流動量分布に関する基礎的研究、都市計画論文集, 33, 319-324.
- 3) 栗田 治 (2001) 円盤都市における道路パターンの理論—直線距離、直交距離ならびに放射・環状距離の分布—、都市計画論文集, 36, 859-864.
- 4) 田中健一・栗田 治 (2001) 放射・環状道路網を有する扇形都市平面上の通過交通量の分布—渋滞のない都市設計のための道路面積の適正割り当て分析—、都市計画論文集, 36, 865-870.
- 5) 鵜飼孝盛・栗田 治 (2002) 放射・環状道路網を有する扇形都市における移動距離の分布、都市計画論文集, 37, 43-48.
- 6) 田村一軌・腰塚武志 (2000) 道路網上の距離分布と流動量分布に関する基礎的研究、都市計画論文集, 35, 1021-1026.
- 7) 三浦英俊・腰塚武志 (1993) 2種類の交通手段を持つ領域の移動時間について、都市計画論文集, 28(3), 397-402.
- 8) 鈴木勉・腰塚武志 (2004) 交通路の存在する都市空間における距離・時間分布、日本応用数理学会論文誌, 14(2), 99-116.
- 9) Vaughan, R. (1987) *Urban Spatial Traffic Patterns*, Pion.
- 10) 腰塚武志 (1979) 道路網と交差点、都市計画, 103, 36-41.
- 11) 鈴木 勉・佐藤洋路 (2015) 道路延長密度と交差点密度、日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, 84-85.
- 12) 腰塚武志・今井和敏 (1991) 平均走行速度と信号密度、日本都市計画学会学術研究論文集, 26, 547-552.
- 13) 腰塚武志 (1994) 走行時間や走行エネルギーを最小にする道路密度、日本都市計画学会学術研究論文集, 29, 319-324.
- 14) 三浦英俊・腰塚武志 (1996) 幹線道路の交差点数と停止時間について、日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, 186-187.
- 15) Holroyd, E. M. and Miller, A. J. (1966) Route crossings in urban areas, Proceedings of 3rd Conference ARRB, 394-419, Australian Road Research Board, Sydney.
- 16) Holroyd, E.M. (1966) Theoretical average journey lengths in circular towns with various routeing systems. Road Research Laboratory Report, 43 (Ministry of Transport, UK, 1966).
- 17) Holroyd, E.M. (1968) Routing traffic in a square town to minimize route-crossings. Beiträge zur Theorie des Verkehrsflusses, *Strassenbau und Strassenverkehrstechnik*, 86, 175-183.