

コンクリート構成則を用いた大規模有限要素解析のスケラビリティの観点からの実用性検証

本山 紘希¹・堀 宗朗²・秋葉 博³・田中 聖三⁴

¹正会員 東京大学特任研究員 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

E-mail:motoyama@eri.u-tokyo.ac.jp

²正会員 東京大学教授 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

³非会員 東京大学特任研究員 地震研究所 (〒113-0032 東京都文京区弥生 1-1-1)

⁴正会員 筑波大学助教 システム情報系 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

本論文は、コンクリート構成則について、その基本挙動を大規模有限要素法解析に適するよう再構築した研究を受けて、それを実際に大規模有限要素法ソフトウェアに実装し、解析が実用可能であることをスケラビリティの観点から示すものである。その際、破壊解析との併用を前提とした上記構成則を、引張により発生するクラックの影響を考慮できるように拡張する。まず、本拡張について実装上のアルゴリズムを整理した。次に、ソリッド要素をベースにモデル化した仮想的な原子炉建屋に対して地震応答解析を実施し、そのスケラビリティを示すことで、大規模 RC 構造での実用性を示した。

Key Words: large-scale numerical computation, scalability, constitutive relation of concrete, nuclear power plant building

1. はじめに

建物や土木における鉄筋コンクリート (RC) 構造物の地震応答解析では、構造要素を用いた質点系のモデル化を行うことが多い^{1),2),3),4)}など。本来、構造要素は単純な形状の領域をモデル化することを想定しているが、技術者の裁量や技術力により、かなり広範な対象に適用される現状がある。詳細な検討が必要な複雑・大規模な構造物を対象とする場合、構造要素が表現する物理モデルから乖離するため、解析の信頼性が損なわれる。また、非線形性を考慮する場合には、荷重条件に対する適用性も大きな問題となる。そのため、原子炉建屋のような複雑で大規模な構造物に対して、設計時と異なる荷重条件で耐震性を検討する場合には、特に非線形化する材料は、構造要素を主としたモデル化ではなく、ソリッド要素を主としたモデル化を行い、構造物を構成する各材料に適切な構成則を与え、解析を行うのが望ましい。

一方で、ソリッド要素を主とする解析には、数値計算上の問題がある。まず、自由度が大きくなることが挙げられるが、この点については、計算機の性能の向上や高速ソルバの開発により、ある程度解決されたと考えて良

い。これに対し、本研究で扱うコンクリートのように、弾塑性マトリクスに、ひずみが大きな領域では負の剛性が現れるような特殊な材料を対象にする場合には、高速かつ省メモリのソルバとして一般に用いられる CG 法⁵⁾ではパフォーマンスが出ない(多くの場合、解が得られない)という問題がある。これは、依然大きな問題であるが、文献 7) に示されるように構成則を再構築し、剛性マトリクスの正定値性を確保する手法も開発されている。大規模有限要素法解析で RC 構造物を扱うことに関する障壁は取り除かれつつある。

本論文では、文献 7) の研究を受けて、実際に大規模有限要素法ソフトウェアに再構築されたコンクリート構成則を実装することで、大規模有限要素法ソフトウェアでコンクリート構成則が扱えることを示す。さらに、数値解析上パフォーマンスが出辛いコンクリート構成則を用いた場合にも、数値解析のスケラビリティが十分に得られ、規模の大きな問題にも実用可能であることを示す。

ここで問題になるのは、再構築された構成則の適用性である。文献 7) の構成則は、前川らの提案する構成則⁸⁾を元に再構築を行ったものであるが、引張によるクラックの影響を考慮しない場合を対象としたものである。

これは、クラックの影響を、PDS-FEM¹⁰⁾のような破壊を直接表現できる解析手法により取り扱うことを念頭においたものであるが、構成則単体では、有意な解析を行えない問題がある。また、PDS-FEMのような破壊解析を常に扱うのは、解析コストの面から合理的でない。

そこで、本研究では、引続き前川らの提案する構成則^{8,9)}を元に、上記の構成則をクラックの影響を考慮できるように拡張する。さらに、作成したアルゴリズムを大規模有限要素法ソフトウェアに実装し、実際にCG法をベースとした高速ソルバを有するソフトウェアにおいて、コンクリート構成則を扱うことが可能であることを示す。なお、ここでは大規模有限要素法ソフトウェアとして、ADVENTURECluster（開発：アライドエンジニアリング）を用いる。本ソフトウェアは、大規模並列計算が可能な汎用有限要素法ソフトウェアであり、CGCG法¹¹⁾と呼ばれるCG法を用いた高速ソルバを有する。

本論文では、まず、構成則の再構築について概略を示す。次に、クラックの影響を考慮するための拡張について、主にその実装上のアルゴリズムの観点から示す。さらに、実際に大規模有限要素法ソフトウェアに構成則を実装し、高速ソルバを用いて解析を実施し、そのスケラビリティについて示す。なお、上記の目的に鑑み、モデル化の妥当性については、本論文では扱わない。

本論文では、標記を簡単にするため、ベクトルや2階・4階のテンソルは太字、1階と2階の縮約は \cdot と、テンソル積は \otimes を使って表す。テンソルを成分表示する際、総和規約が使われる。

2. 再構築されたコンクリート構成則の概要

本章では、使用する構成則の全体像を説明するため、大規模有限要素法に適用するために再構築されたコンクリート構成則について文献7)を元に概説する。文献7)の構成則は、前川らによって提案された構成則^{8,9)}を元に再構築したものであり、クラック発生前のコンクリートモデルを対象としたものである。

(1) 構成則の再構築のポイント

ここで扱うコンクリート構成則^{8,9)}は、以下の2つの関係式で表現される。

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon}^E. \quad (1)$$

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^P = l : d\boldsymbol{\varepsilon}^E \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{c} は弾性テンソル、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}^E$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}^P$ はそれぞれひずみテンソル、弾性ひずみテンソル、塑性ひずみテンソルを表す。 d は各テンソルの増分を表現している。 l は弾性ひずみ増分と塑性ひずみ増分の関係を与える4階のテンソルである。構成則としての

特徴は2つある。1つ目は、弾塑性破壊モデルを採用しており、弾性テンソル \mathbf{c} が、ひずみや強度に依存する破壊パラメータと呼ばれる変数の関数になっている点である。2つ目は、式(2)のように $d\boldsymbol{\varepsilon}^E - d\boldsymbol{\varepsilon}^P$ 関係が与えられていることである。つまり、関連流動則を仮定した弾塑性構成則のように結果として $d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^P$ 関係が与えられるものとなっていない。この結果、弾塑性テンソル \mathbf{c}^{EP} の表現に後述するような4階の逆テンソルが表れるものとなっている。

大規模数値解析を考える時、構成則の表現に逆テンソルが含まれると、全積分点で逆テンソルの計算が行われることになり望ましくない。文献7)は、コンクリート構成則として示された関係式から適当な降伏関数を設定し、それに対してコンシステンシー条件を要求することで、 $d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^P$ 関係を導出することを試みたものである。結果として、逆テンソルの計算を行わない弾塑性テンソルの算定手法を提案している。つまり、式(3)で表現される弾塑性マトリクスを等価な式(4)で表現することを提案したものである。

$$\mathbf{c}^{EP} = (\mathbf{c} + \nabla \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon}^E)(\mathbf{I} + l)^{-1}. \quad (3)$$

$$\mathbf{c}^{EP} = (\mathbf{c} + \nabla \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon}^E)(\mathbf{I} - \mathbf{L}). \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{I} は単位テンソルである。 \mathbf{L} は次式により、 $d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}^P$ 関係を与えるものである。

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^P = \mathbf{L} : d\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (5)$$

式(5)の導出においては、塑性ひずみの不変量 J_2^P が弾性ひずみの不変量 J_2^E で与えられるという関係式⁹⁾ $(J_2^P = H(J_2^E))$ から降伏関数 f を次式で与えている。

$$f = J_2^P - H(J_2^E). \quad (6)$$

詳細な式展開は省略するが、コンシステンシー条件として、 $df(J_2^P, J_2^E) = 0$ を要求することで、塑性ひずみテンソルに関するこれまで着目されていなかった関係式が得られる点が肝となっている。

以上により、構成則の再構築では計算負荷の軽減が達成されている。

(2) 構成則の再定式化

ここで扱うコンクリート構成則は、ひずみが大きな領域では弾塑性テンソルが正定値性を失う。また、弾塑性マトリクスを使って作成した全体剛性マトリクスは、対称性を失う。これらは、特にCG法で扱うには大きな問題となり、計算負荷が大きくなるだけでなく、解が算定できないことも考えられる。

これに対して、弾塑性テンソルを使用せず、弾性テンソルのみを用いた支配方程式を用いて、上記の問題を解決しようとするのが、ここで言う再定式化である。ここでは、後述の拡張も考え、文献7)の再定式化を多少一般化して記述する。

通常の弾塑性解析での支配方程式は次式で表される。

$$\nabla \cdot (\mathbf{c}^{EP} : (\nabla \mathbf{d}\mathbf{u})) = \mathbf{0}. \quad (7)$$

これは、応力増分を次式で与える構成則に対応している。

$$\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c}^{EP} : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (8)$$

この構成則を以下のように再定式化する。

$$\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c} : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{d}\boldsymbol{\sigma}^*. \quad (9)$$

この時、

$$\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma}^* = \mathbf{c}^{EP} : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{c} : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (10)$$

これはコンクリート構成則に関係なく適用できる。再構築された上述の構成則については、式展開により、 $\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma}^*$ は次式で計算できる⁷⁾。

$$\mathbf{d}\boldsymbol{\sigma}^* = -\mathbf{c} : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon}^P + (\nabla \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon}^E) : \mathbf{d}\boldsymbol{\varepsilon}^E. \quad (11)$$

式(9)の再定式化された構成則に対する支配方程式は、次式となる。

$$\nabla \cdot (\mathbf{c} : (\nabla \mathbf{d}\mathbf{u})) + \nabla \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{\sigma}^* = \mathbf{0}. \quad (12)$$

本式の左辺第2項は、見かけの節点力として取り扱えば良い。これにより、変位増分の算定に、正定値かつ対称の弾性テンソルが使われることになるため、CG法の適用が可能となる。

以上で、文献7)に示されたコンクリート構成則の再構築・再定式化について概要を示した。なお、当該論文においては、実ソフトウェアへの実装が課題となっている。

3. 再構築された構成則の引張領域への拡張

本章では、前章で説明した構成則に対して、引張によるクラックの影響を考慮できるように拡張を行い、構成則単体でコンクリート材料を取り扱えるようにする。ここでも、導入する構成則は文献8),9)による。文献から挙動を整理し、実装において必要なアルゴリズムを示す。本章で示すのは文献8),9)におけるクラック発生後のコンクリートモデルに対応する。なお、本研究は、コンクリート構成則による負の剛性のスケーラビリティへの影響を検討することが主な目的であり、特に除荷時の履歴に関する挙動は簡略化している部分がある。1章で示したように妥当性は検討の対象外であるが、ここで実装した構成則の適用は、履歴の影響の小さいひずみレベルが比較的小さい領域に限られると考えられる。

(1) 引張領域の応力-ひずみ関係の概要

文献では、基本的なコンクリートの引張時の挙動として図-1に示すような一軸の引張応力-引張ひずみ関係 ($\varepsilon_t - \sigma_t$ 関係) が示されている。 σ_t が応力 f_t に達すると、応力が一定になる領域があり、さらにひずみが増加して ε_m を超えると、クラックが発生し、応力が関数 $f_t(\varepsilon_m / \varepsilon_t)^c$ に従って開放されていく挙動が基本となっ

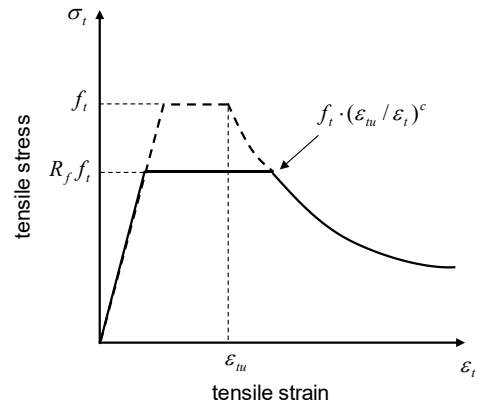


図-1 引張時の応力-ひずみ関係の概要

ている。係数 c は鉄筋コンクリートにおいては、配筋に依存して与えられる。本研究も鉄筋コンクリートが対象であり、文献で示された $c = 0.4$ を用いる⁸⁾⁹⁾。上記を基本とし、クラックの判定は、その時のコンクリートの損傷状態も考慮し、次式で与えられる。

$$\sigma_t / (R_f \cdot f_t) = 1.0. \quad (13)$$

σ_t は最大主応力、 R_f はコンクリートの挙動を制御する破壊パラメータ⁹⁾で表される引張強度の低減係数である。

クラックが発生するまでは、主応力を計算し、式(13)によりクラックの判定を行う。クラック発生後は、クラック面に垂直な方向（以下、クラック面方向と呼ぶ）の直応力成分に、図-1の引張応力-引張ひずみ関係を適用する。クラック面方向の単位ベクトルを \mathbf{n}'_1 とすると、制御する応力およびひずみは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= \varepsilon'_{11} = \mathbf{n}'_1{}^T \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{n}'_1 \\ \sigma_t &= \sigma'_{11} = \mathbf{n}'_1{}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}'_1. \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ および $\boldsymbol{\sigma}$ はそれぞれひずみテンソルおよび応力テンソルを示す。なお、以下で複数のクラックの発生について議論するが、2つ目のクラック面方向の単位ベクトルを \mathbf{n}'_2 、 \mathbf{n}'_1 と \mathbf{n}'_2 の両者に垂直な単位ベクトルを \mathbf{n}'_3 とすることで直交座標系を設定する。対応する基準となる座標系の直交単位ベクトルは、 \mathbf{n}_1 、 \mathbf{n}_2 、 \mathbf{n}_3 とする。

以下では、上述のようにクラック面方向の応力-ひずみ関係を制御するためのアルゴリズムを示す。

(2) 実装アルゴリズムの概要

前節の挙動を実現するためのアルゴリズムの概要を示す。クラックを考慮するには、2章で示した弾塑性テンソルに対して、下記の操作を付加する。

①クラック発生前のコンクリートモデル(2章)により弾塑性解析

②1つ目のクラックの判定およびクラック発生時の主応力方向からのクラック面の算定

③クラック発生後は、1つ目のクラック面方向の応力（クラック発生時は主応力）の正負より引張状態か圧縮状態か検査

④引張状態であれば、1つ目のクラック面方向以外の弾塑性テンソルの成分を保存し、クラック面の方向には、前節の応力-ひずみ関係の適用（弾塑性テンソルの更新）

⑤更新した弾塑性テンソルで解析

⑥2つ目のクラックの判定およびクラック発生時の主応力方向からのクラック面の算定

⑦クラック発生後は、2つ目のクラック面方向の応力（クラック発生時は主応力）の正負より引張状態か圧縮状態か検査

⑧1つ目および2つ目のクラックについて、引張状態であれば、クラック面方向以外の弾塑性テンソルの成分を保存し、クラック面の方向には、前節の応力-ひずみ関係の適用（弾塑性テンソルの更新）

⑨更新した弾塑性テンソルで解析

⑩3つ目のクラックの判定

(3) 弾塑性テンソル更新に関する詳細なアルゴリズム

前節で示したようにクラックが発生した場合、弾塑性テンソルを更新する（前節④⑧に対応）。これが、クラックを考慮した解析のポイントとなる。この時の応力-ひずみ関係は、塑性変形に依存するため、時々刻々の応力-ひずみ関係の更新が必要である。また、クラックが複数ある場合には、クラック面を考慮するための座標軸の設定が必要になる。本節では、応力-ひずみ関係の更新、複数クラック発生時の座標軸の設定、および、弾塑性テンソルの算定について詳細に示す。

a) 応力-ひずみ関係の更新

前節に示した応力-ひずみ関係は、ある一軸について、単純な引張を受けた場合のものとなっている。実際には、複雑な载荷パターンに対応する必要があり、図-1で示した応力-ひずみ関係のうち応力がゼロとなり、かつ、ひずみもゼロである開始点（以下、応力-ひずみ関係の原点と呼ぶ）が、クラック面方向の塑性ひずみによって移動する⁹⁾。

クラック面方向は、クラックの発生まで特定できないため、式(13)によりクラックの発生の判定がされて、初めてクラック面方向に設定すべき応力-ひずみ関係が決まる。つまり、実装上は、クラック発生時に、クラック面方向を算定するとともに、クラック面方向に関する塑性ひずみまたは弾性ひずみから、応力-ひずみ関係の原点を算定し、原点のひずみに応じて、図-1に示した応力-ひずみ関係を並行移動する。クラック発生後も、塑性ひずみに応じて、図-1に示した応力-ひずみ関係が

移動するため、圧縮状態から引張状態に変化する場合には、応力-ひずみ関係を更新するアルゴリズムが必要になる。

引張から圧縮への移行は、引張応力が除荷され、クラック面方向のひずみが同方向の塑性ひずみと一致することにより判定される。クラックが生じた際にも、引張応力がゼロになるまで除荷した時に残留のひずみが残るが、これは塑性ひずみとは異なると解釈される⁹⁾。

b) 複数クラック発生時の座標軸の設定

クラックが2つ発生した際には、2つのクラックが直交するという仮定がおかれる⁹⁾。クラック面の方向の応力成分が大きいクラックをアクティブクラックとし、もう一方のクラックはそれに直交するものとして再設定される。この仮定は、実際に発生するクラックがほぼ直交することも条件であると考えられるが、直交させない場合には、弾塑性マトリクスが陽に与えられないという問題もあるものと推察される。

まず、本論文で実装するアルゴリズムについて、2つ目のクラック発生の判定について示す。単純に主応力解析を用いると、1つ目のクラック面における応力が十分に開放されていない場合、主応力の方向が1つ目のクラック面方向の応力に引きずられる。そのため、まず、1つ目のクラック面方向の応力成分を除いた σ^{CI} を次式で算定する。

$$\sigma^{CI} = \sigma - \mathbf{n}'_1 \sigma \mathbf{n}'_1{}^T \quad (15)$$

ここでは、クラックの発生は、得られた応力 σ^{CI} から最大主応力を算定し、式(13)を用いて判定することとした。

上記で得られる2つのクラックは、一般には直交しないが、弾塑性マトリクスを算定する際には、上述の仮定により直交するものと考えて処理をする。アクティブクラックに対して、もう一方のクラック面の方向を再設定するには、アクティブクラック面の方向として \mathbf{n}'_1 が、もう一つのクラック面の方向として \mathbf{n}'_2 （ただし、 $\mathbf{n}'_1 \cdot \mathbf{n}'_2 \neq 0$ ）が得られている時、 \mathbf{n}'_2 を次式で \mathbf{n}'_2'' に補正すれば良い。

$$\mathbf{n}'_2'' = \frac{\mathbf{n}'_2 - (\mathbf{n}'_1 \cdot \mathbf{n}'_2) \mathbf{n}'_1}{|\mathbf{n}'_2 - (\mathbf{n}'_1 \cdot \mathbf{n}'_2) \mathbf{n}'_1|} \quad (16)$$

3つ目の単位ベクトル \mathbf{n}'_3 は、 \mathbf{n}'_1 および \mathbf{n}'_2'' に直行するものとして算定する。これにより、各要素において、クラックに対応した座標系が定義された。なお、3つ目のクラックは、 \mathbf{n}'_3 の方向の応力に対して判定をする。次節以降、ここで得られた \mathbf{n}'_2'' を \mathbf{n}'_2 として説明する。

c) 弾塑性テンソルの算定

クラックが発生し、かつ、引張を受けている場合、図-1に示した応力-ひずみ関係を満足するように、弾塑性テンソルを算定することになる。これには、2章により算定された弾塑性テンソルを前節で得られたクラック

面に対応した3つの単位ベクトルを用いて回転し、得られる弾塑性テンソルの成分を制御すれば良い。つまり、前節で示したように、回転した弾塑性テンソルに対して、クラック面方向以外の弾塑性テンソルの成分は保存し、クラック面方向の弾塑性テンソルの成分を引張応力-引張ひずみ関係に合わせて更新する。

実装するアルゴリズムとして、弾塑性テンソルのクラック面に対応した座標系への回転は次式による。

$$c'_{pqrs}{}^{EP} = c_{ijkl}{}^{EP} (\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}'_i) (\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{n}'_j) (\mathbf{n}_r \cdot \mathbf{n}'_k) (\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}'_l) \quad (17)$$

これに対して、考慮すべきクラックが1つの場合 $c'_{1111}{}^{EP}$ を、クラックが2つの場合はこれに加えて $c'_{2222}{}^{EP}$ を、次式で更新する。

$$\begin{aligned} c'_{1111}{}^{EP} &= E^{C1}, \\ c'_{2222}{}^{EP} &= E^{C2}. \end{aligned} \quad (18)$$

ここで E^{C1} および E^{C2} はそれぞれ各クラック面方向の応力-ひずみ関係から得られる接線剛性である。また、本検討では、これに対応して、例えば、1つ目のクラックに対するせん断剛性に関する成分を下記のように設定した。

$$c'_{1212}{}^{EP} = c'_{3131}{}^{EP} = \alpha G \quad (19)$$

ここに G は弾性状態におけるせん断剛性であり、 α は塑性状態およびクラックを考慮した際の剛性低下を与える係数として設定した。1つ目のクラックに関係しない成分（例えば、 $c'_{2323}{}^{EP}$ など）は更新せず、その他の成分はゼロにした。

以上のように成分の更新を行った弾塑性テンソルを改めて $c'_{ijkl}{}^{EP}$ とした時、元の座標系における弾塑性テンソルは次式で得られる。

$$c''_{pqrs}{}^{EP} = c'_{ijkl}{}^{EP} (\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{n}'_i) (\mathbf{n}_q \cdot \mathbf{n}'_j) (\mathbf{n}_r \cdot \mathbf{n}'_k) (\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{n}'_l) \quad (20)$$

以上で、再構築されたコンクリート構成則に対して、クラックの影響を考慮できるように拡張した。ここで示したアルゴリズムにおいては、テンソルの回転が最も計算コストが高いが、これも、再構築前の構成則に見られた逆テンソルの計算に比べると、十分に小さな計算コストである。

(4) 構成則の再定式化

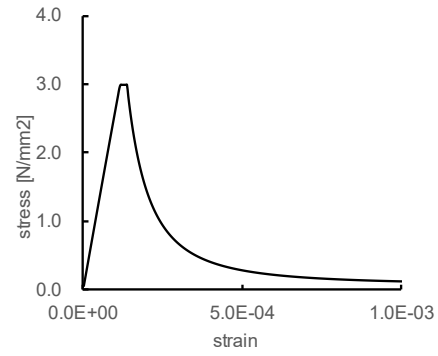
次に構成則の再定式化として、支配方程式を示す。前節で算定した弾塑性テンソルを使用すれば、2章で示したように、文献7)と同様の再定式化が可能である。

ここでは式(10)の記号と区別するため、クラックの影響も考慮した場合の弾塑性テンソル \mathbf{c}''^{EP} に対して、応力増分を $d\boldsymbol{\sigma}'$ 、応力増分の補正項を $d\boldsymbol{\sigma}''$ と記述する。構成則 $d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{c}''^{EP} : d\boldsymbol{\varepsilon}$ は次式で再定式化できる。

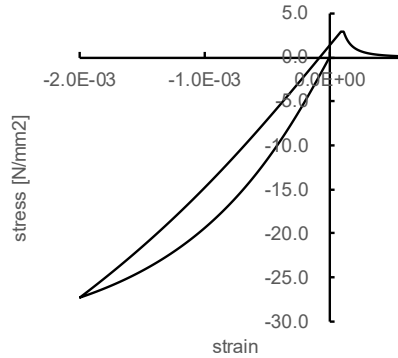
$$d\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{c} : d\boldsymbol{\varepsilon} + d\boldsymbol{\sigma}'' \quad (21)$$

ここで、

$$d\boldsymbol{\sigma}'' = \mathbf{c}''^{EP} : d\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{c} : d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (22)$$

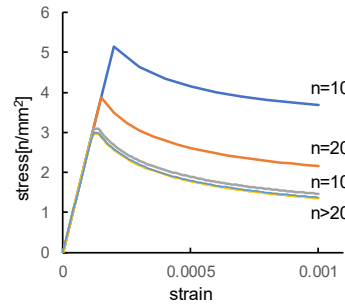


(a) 引張力のみをかけた場合

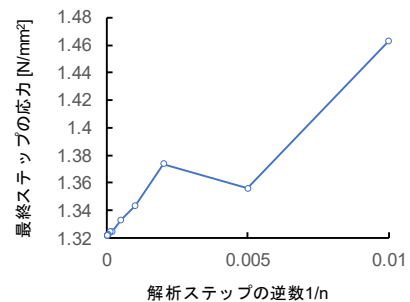


(b) 圧縮力をかけた後引張力かけた場合

図2 実装した構成則の動作確認



(a) 応力-ひずみ (n: 解析ステップ数)



(b) 最終ステップ応力と解析ステップ

図3 実装した構成則の収束性確認

少なくとも現段階では、式(11)で $\mathbf{c}^{EP} : d\boldsymbol{\varepsilon}$ から式展開により $\mathbf{c} : d\boldsymbol{\varepsilon}$ を分離したような手法は得られていないが、上述のように、2章と等価な再定式化である。

(5) ソフトウェアでの動作検証

上述の構成則を ADVCluster のユーザー関数として作成した。本節では、ソフトウェアにおける動作検証を行う。解析においては、ある時間ステップ内での剛性は固定している。つまり、時間ステップ内は線形として扱っている。解の収束は、時間刻みを細かくすることによってのみ得られる。

6 面体ソリッド要素 1 要素を用いて解析を行う。要素に対して、1 軸で引張力をかけた場合と、1 軸で圧縮力をかけた後引張力をかけた場合、の 2 ケースについて、荷重軸における応力-ひずみ関係を示す (図-2)。

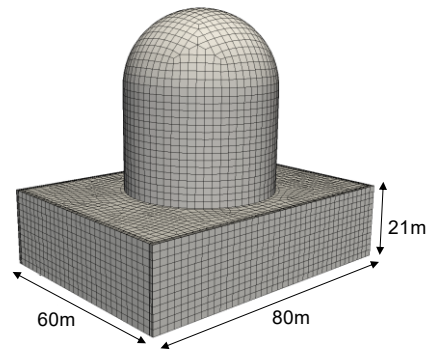
前節までに示したように、引張荷重時には、ある応力に達すると応力が頭打ちになり (クラック発生)、その後、応力が開放されていくという挙動となっている。また、圧縮力を受けて塑性ひずみが発生する場合は、応力-ひずみ関係の原点が塑性ひずみ分だけ移動して挙動することも確認できた。

次に、引張荷重を行った時の解の収束性を示す。文献 7) に倣い、応力-ひずみ関係により収束の傾向を示すとともに、荷重最終ステップの応力と解析ステップ数の関係により詳細な収束性も示す。図の見易さを考慮し、図-2 に示した解析より応力の解放の緩やかな条件を与えた。ひずみが 0.001 に至るまでの荷重ステップ数 n を 10 ~ 1000000 の間で 15 パターン設定した。結果を図-3 に示す。まず、応力-ひずみ関係より、荷重ステップ数が 100 以上であれば、収束したと判断できると考えられる。また、最終ステップの応力と荷重ステップ数 (の逆数) の関係から、荷重ステップ数の逆数 $1/n$ の減少に合わせて (荷重ステップ数 n の増加に合わせて)、応力が一定の値に近づく傾向が見られる。文献 7) と異なり、 $1/n$ - σ 関係に多少の上下があるが、特に $1/n$ が小さい領域ではこの関係は直線的であり、おおよそ収束の速さは $1/n$ に比例すると考えられる。なお、 $1/n$ - σ 関係に多少の上下が発生するのは、応力-ひずみ関係に上に凸の部分と下に凸の部分が表れるためであると考えられる。

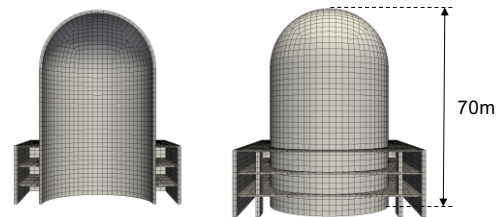
以上で、コンクリート構成則⁸⁾に示された圧縮・引張の基本的な挙動に関する、大規模有限要素法のソフトウェアへ実装について示した。

4. 原子炉建屋における動作検証

本章では、原子炉建屋の地表面より上の部分を模した解析モデルを作成し、地震応答解析を実施する。これにより、実際に CG 法を基本としたソルバを用い、大規模有限要素法を念頭に開発されたソフトウェアである ADVCluster において、文献 7) および上記で構築した構成則が動作することを検証する。また、その際のスケーラ



(a) 全体図



(b) 断面図

図4 解析モデルの概要

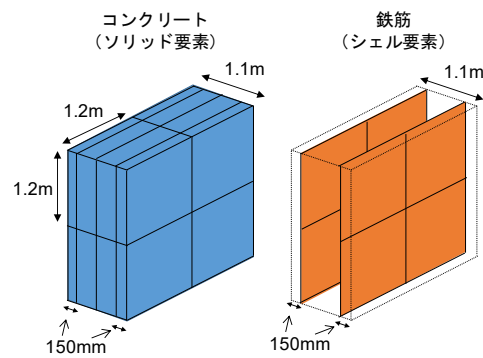


図5 壁のメッシュ分割の概要

表-1 材料特性

	ヤング係数 [N/mm ²]	ポアソン比	密度 [ton/m ³]	耐力 [N/mm ²]
コンクリート	26130	0.2	2.13	36.8
鉄筋	205000	-	-	-

表-2 解析規模

節点数	要素数	自由度数
41419	36608	164535

ビリティを示すこと、および、解析実行時間の観点からプログラムの実用可能性を検討することが目的である。剛性マトリクスの条件数の悪化やひび割れの発生により一部のプロセッサの計算量が多くなることが懸念される問題である。なお、解析モデルについては下記に示すが、1 章にも示したように、モデル化の検証等、解析の妥当性に関わる部分については、本論文では扱わない。

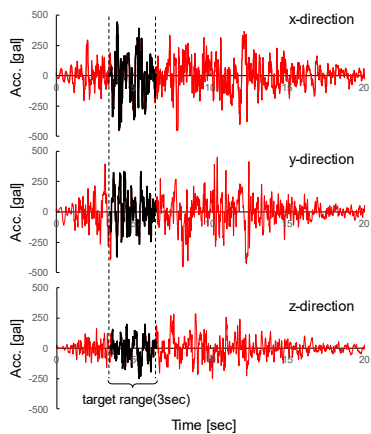
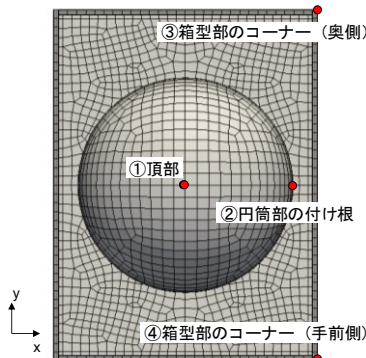
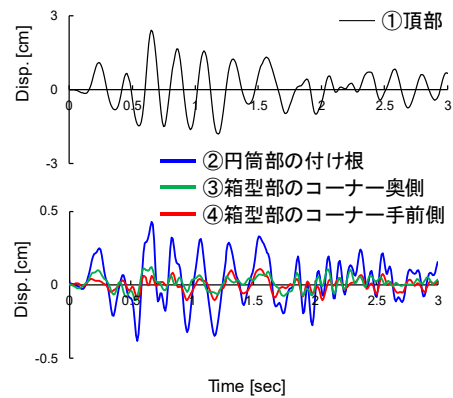


図-6 入力波（加藤波の一部）



(a) 変位抽出点（構造を上から見た図）



(b) 各点の変位波形

図-7 構造物の変位応答

(1) 解析モデル

図-4 に解析モデルの概要を示す。図に示したように、全体として、円筒形の構造（頂部はドーム状）の下部周辺を箱型の構造が囲むような構造をしている。箱型部分は $60\text{m} \times 80\text{m}$ で高さが 21m となっており、内部も RC の壁および床・天井で構成されている。これは、実際の原子炉建屋の主要構造部をデフォルメして作成したものである。モデル化に際して、短辺側を X 方向、長辺側を Y 方向、高さ方向を Z 方向とした。要素は六面体ソリッド要素を基本としている。

図-5 に円筒形の構造から RC 壁の一部を取り出し、モデル化について示す。壁の厚さは 1.1m で、鉄筋はかぶり 150mm の位置に縦・横に格子状に配筋されている。壁の厚さ方向には、4 要素でメッシュを分割しており、外側から鉄筋までを 1 要素、鉄筋から壁の中心部までを 1 要素で分割している。幅および高さ方向には 12m の要素サイズとした。本研究では、鉄筋はシェル要素でモデル化し、縦・横の引張・圧縮に対してのみ剛性を有する（せん断・曲げには剛性を持たない）ものとして解析を行う。剛性は、鉄筋比が整合する断面積を設定することで表現する。その他の壁・床についても、同様に厚さ方向は 4 要素で分割し、幅および高さ方向には $1.0\text{m} \sim 1.5\text{m}$ の要素サイズでメッシュ分割を行った。コンクリートおよび鉄筋に設定した材料特性を表-1 に示した。鉄筋の材料非線形性は設定していないが、本解析では鉄筋が降伏応力に達していないことを解析後に確認している。コンクリートの引張強度（図-1 の f_t ）は圧縮強度の $1/10$ とした。引張強度の低減係数 R_t は簡易に 0.8 と設定した。せん断剛性の剛性低下を与える係数（式(19)の α ）は、クラック後の剛性を考慮しない設定とするため 0.001 とした。

解析モデルの規模について、表-2 に示した。大規模な解析モデルとはなっていないが、CG 法のような高速ソルバやソルバの並列化が使用できることが望ましい規

模の解析モデルである。目的とするスケーラビリティの検討には使用できるものと考えた。

本モデルの解析において計算効率を議論する際、場合によっては自由度以上に問題になる点が、シェル要素による CG 法の効率の低下である¹²⁾¹³⁾。これには、例えば文献 14) に示すような検討や工夫が別途必要になり、実際、本モデルでもこのような工夫を行うことで、数倍程度、解析速度が向上することを確認している。本研究では、単純にコンクリート材料が CG 法を用いたソルバで解析可能か、スケーラビリティが得られるか、ということに着目することとする。

(2) 解析条件

境界条件として、モデル底面に地表面における地震波を設定する。地震波は図-6 に示すものであり、加藤波¹⁵⁾ から X 方向の応答が比較的大きくなる 3 秒間（黒線部）を用いる。3 秒間の入力波のうち、最初と最後の 0.2 秒間はテーパを設定している。入力は 3 方向とした。時間刻みは $5/100000$ とし、6 万ステップの解析となっている。

上記の解析ステップは、参照解として、非常に細かく設定している。コンクリート構成則では、負の剛性に達した瞬間、ひずみ増分が急激に大きくなる。さらに、ひずみが発生すればするほど残差力も増えるため、収束計算も困難な問題だと考えられる。実際に、文献 8) で見ても分かるように、コンクリート材料を使用する場合には、収束計算に関する様々な工夫が行われている。上記は、参照解を得るための解析として、そもそも発生する残差力を可能な限り小さく設定したものである。なお、今回の計算では、参照解について 6 万ステップの解析を実行するのに、16 コアの並列計算を行い、約 63 時間要した。なお、使用した計算機の CPU は、Intel (R) Xeon (R) X5680 (2xHexa-Core, 3.33GHz) である。

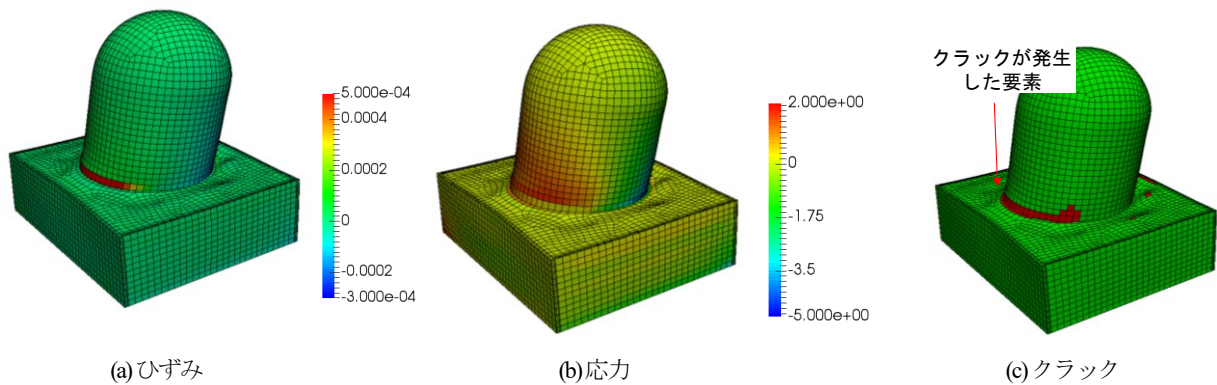


図-8 応力・ひずみおよびクラックの発生した要素の可視化

(3) 解析結果

ここでは、解析結果を示すとともに、主に、有限要素法を使用することの有効性を中心に示す。

図-7 に時刻歴の変位応答波形を示す。図-7(a)に抽出箇所を示した。頂部以外は、構造物において同じ高さの点である。抽出箇所の X 軸方向について、底面からの相対変位を示すが、頂部以外の同じ高さの3点は同一グラフ上にプロットする。

ここで示した結果は、3秒間の解析であるが、後述のようにコンクリート材料にクラックも発生し、負の剛性も発生していることが確認されている。CG法にとって悪条件の問題ではあるが、本解析条件においては、解析可能であることを示すことができた。結果を見ると、高さ70mの頂部においては、地表面から最大241cmの変形がある。また、残りの3点の応答から、同じ高さであっても、地震応答が異なることが分かる。円筒状の構造と相互作用が強い領域（円筒部の付け根付近）から、各コーナーに向けて、地震応答が複雑に変化しているものと考えられる。床の地震応答は、設置する機器の地震安全性の検討に利用できるが、有限要素法を用いることで、質点系の解析とは異なり、限られた数点による検討ではなく、面的な検討が可能であることが示唆される。

図-8には頂部の変位が最大となる時刻における変形およびひずみコンター・応力コンターを示した。コンターはそれぞれコンクリートに働く上下方向の直応力（ZZ方向）を描いている。また、本論文で拡張したクラックの影響を見るため、クラックが発生したと判定された要素も可視化した。クラックが発生した円筒部の付け根を見ると、ひずみが大きくなっているとともに、応力は解放されることで小さくなっている様子が分かる。また、非線形の程度の指標となるため、図-9に構造内部のクラックの分布を示した。構造内部においてもスラブと壁の接合部付近を中心にクラックが発生している。クラックが発生した要素数は921であった。

クラックが発生した要素について、応力-ひずみ関係

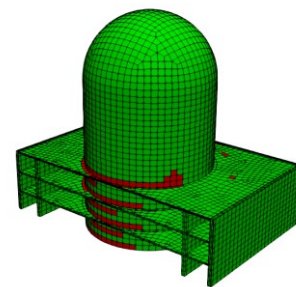


図-9 建屋内部のクラック

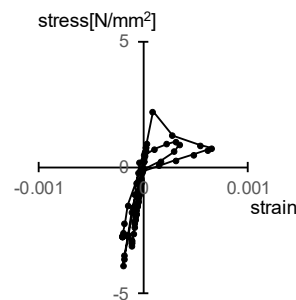


図-10 クラックが発生した要素の応力-ひずみ関係

を図-10に示した。コンター図と同様、応力のZZ方向成分についてプロットしている。また、図を見やすくするため、クラック発生前後の1秒間を可視化した。ソフトウェアでは出力を0.01秒間隔で行っているため、プロット点が少ないように見えるが、実際には、図の200倍の時間刻みで計算されている。本要素については、応力-ひずみ関係が設定通りに計算されていると判断される。

鉄筋コンクリートの耐震壁は、一般にせん断力に抗するものであるが、上記のように引張も働いている。設計計算においては、質点系モデルにおいて軸力の変動も考慮されていると考えられるが、一般にはモデル化が難しく、適用性も厳しいものと推察される。積層シェル要素等を使用することも考えられるが、その際も、ある段階で、このような詳細なモデルの解析により壁の内部における応力分布がシェル要素の適用性の範囲内にあるか、

確認しておく必要があるものと考えられる。

以上により、実装した構成則について、比較的大きな解析モデルを対象に、大規模有限要素法ソフトウェアでの解析可能性を示すとともに、大規模有限要素法を適用することによる有効性を示した。

(4) 解の収束性

次に解の時間ステップに依存する収束性を示す。時間刻みを、1/1000 秒、5/10000 秒、2/10000 秒、1/10000 秒、5/100000 秒（参照解）とし、上記の解析の初めの 1 秒について計算を行った。

まず、構造頂部における変位波形の比較を図-11 に示す。時間刻みを 1/1000 秒とした場合、今回の計算では解の収束を得られなかった。時間刻みが 1/1000 秒の場合、解析が止まる前の段階でも、その他の結果と乖離が見られる結果となった。時間刻みが 5/10000 秒以下の場合には、構造頂部の変位応答は収束しており、目視では、全てのプロットが重なっているように見える。

次に、クラックが発生した要素について取り出し、その応力とひずみの ZZ 成分について、応力-ひずみ関係を比較した（図-12）。ここでは、2/10000 秒以下の場合に結果の収束が見られる、5/10000 秒では、解析結果は得られるものの、若干の誤差が見られる結果となった。

ここで、全体系での収束が局所的な収束よりも、粗い時間刻みで得られるのは興味深い特徴である。局所的な材料の非線形性に合わせて、全体系の時間刻みを決めることが非合理となる可能性もある。また、テクニカルな問題としては、各構造計算の目標とする精度に合わせて、時間刻みを設定できる可能性がある。

本問題では、全体系での収束が得られる範囲なら時間刻みを 5/10000 秒、各要素での収束が必要であれば時間刻みを 2/10000 秒としておけば良いことが分かった。参照解に比べて、前者であれば 10 倍、後者であれば 4 倍程度、時間刻みを粗く設定できる。時間刻みが 5/10000 秒であれば、1 秒間 2000 ステップの解析を同様の計算機 16 並列で、2 時間 30 分程度で実施可能である。

(5) スケーラビリティ

解析のスケラビリティを示す。一般のスケラビリティの検討と異なり、ある程度の非線形領域での計算も考慮する必要があるため、上記と同様、クラックの発生を含む 1 秒間での解析を行った。時間刻みを 5/10000 秒とし、2000 ステップの解析について検討している。解析時間は、非線形化の程度によって変わることが考えられるが、本検討では、上述のように、全体の要素数に対して数%の要素にクラックが発生した条件での検討である。

結果を図-13 に示す。並列数が 16 までは、ほぼ線形に

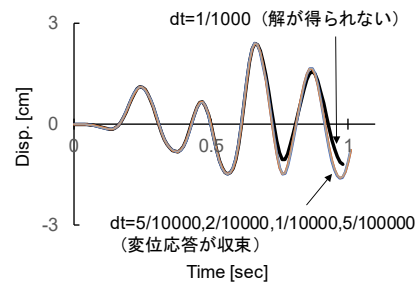


図-11 構造頂部の変位応答の収束性

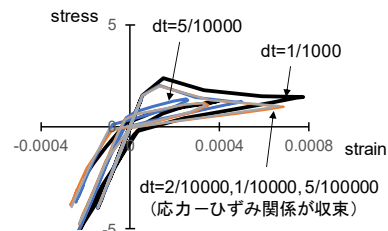


図-12 クラックが発生した要素における応力-ひずみ関係の収束性

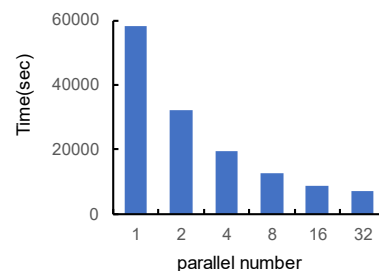


図-13 解析のスケラビリティ

スケールする。並列数が倍になると 4 割程度解析時間が短縮される。また、並列数が 32 から、頭打ちの傾向が見られた。これより、今回の環境においては、1 並列あたり 5000~10000 自由度程度まではスケールすると考えられる。

時間刻みを 5/10000 秒とした場合、2 日程度で今回の解析が可能であり、2/10000 秒とした場合でも 1 週間あれば解析可能であることが分かる。また、自由度が大きくなる場合は、並列数を増やして、1 並列あたりの自由度を 5000~10000 程度とすれば、1 ステップの計算は、本検討とそれほど大きく乖離しないと考えられる。以上により、大規模 RC 構造物の詳細なモデルによる有限要素法解析について、実用の可能性を示すことができた。

5. おわりに

本論文では、コンクリート構成則の再構築・再定式化を行った研究⁷⁾を受け、それを実際に大規模有限要素法ソフトウェアに実装し、実際にある程度の規模の解析に

適用し、その実用可能性を収束性と解析のスケーラビリティから示したものである。大規模有限要素法ソフトウェアに実装するにあたっては、コンクリート構成則を引張によるクラックの表現が可能であるように拡張した。クラックの影響を考慮することで、構成則としては、高速ソルバとの併用がより困難な状態になったと考えられるが、基本的な挙動が表現できるとともに、原子炉建屋を模した解析モデルにおいても、計算可能であることを示した。また、解析例から、ソリッド要素による有限要素法解析の有効性についても議論した。

収束解を得るために、今回の解析モデルおよび地震荷重に対しては、時間刻みを 5/10000 秒ないしは 2/10000 秒程度とすれば良いことが分かった。これは、比較的細かい時間刻みであると考えられる。これに対して、コンクリート構成則を用いるような、数値解析にとって悪い条件であっても、並列計算のスケーラビリティは得られることを示した。本検討では、非線形化する要素数は全体の数%に留まっているが、コンクリート構成則に起因する負剛性が発生しても、ただちにスケーラビリティが失われる訳ではないことは示すことができた。本プログラムでより非線形化の大きな場合の検討も行っているが、CG法の収束が極端に悪くなるような現象は発生していないことは確認している。一方、スケーラビリティの検討としては、厳密には、非線形化の度合いが大きな場合も本論文と同等の議論が必要があるが、解析時間を長く取る必要がある等、作業上の困難があることから、今後の課題としたい。

以上により、大規模な RC の構造物について、ソリッド要素を基本とした詳細なモデル化により、構造計算が実用的な時間内で可能であることを示すことができたと考えている。

今後は、周辺地盤も考慮し、大規模な数値解析モデルを作成して、原子炉建屋の地震応答解析を行っていくことを予定している。

謝辞： 論文の作成にあたり、前川宏一東京大学教授より数々の貴重な知見の提供を受けた。ここに記して感謝の意を表す。本研究は、経済産業省資源エネルギー庁 発電用原子炉等安全対策高度化技術基盤整備事業（原子力発電所のリスク評価、研究に係る基盤整備）として実施したものである。

参考文献

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造建物の耐震性能評価指針（案）・同解説，2004.
- 2) 日本建築学会：原子力施設鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説，2013.
- 3) 土木学会：コンクリート標準示方書[設計編] 2012 年制定.
- 4) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編，2012.
- 5) Hestenes, M. R. and Stiefel, E.: Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 49, No. 6, pp.409-436, 1952.
- 6) Krizek, M., Neittaanmaki, P., Glowinski, R., Korotov, S. (Editors): *Conjugate Gradient Algorithms and Finite Element Methods (Scientific Computation)*, Springer, 2004.
- 7) 山下拓三, 堀宗朗, 小国健二, 岡澤重信, 牧剛史, 高橋良和：大規模有限要素法解析のためのコンクリートの非線形構成則の再定式化, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 67, No.1, pp.145-154, 2011.
- 8) Okamura, H and Maekawa, K: *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*, Giho-Do, 1991.
- 9) Maekawa, K., Okamura, H. and Pimanmas, A.: *Non-Linear Mechanics of Reinforced Concrete*, Taylor & Francis, 2003.
- 10) Hori, M., Oguni, K., and Sakaguchi H.: Proposal of FEM implemented with particle discretization scheme for analysis of failure phenomena, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol.53, pp.681-703, 2005.
- 11) 鈴木正文, 大山知信, 秋葉博, 野口裕久, 吉村忍：大規模有限要素法のための高速頑健な並列ソルバ CGCG 法の開発, 日本機械学会論文集 A, Vol. 68, No.671, pp.12-19, 2002.
- 12) Ovtchinnikov, E. and Xanthis, L.: Effective dimensional reduction algorithm for eigenvalue problems for thin elastic structures: A paradigm in three dimensions, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 97(3), pp.967-971, 2000.
- 13) 堀内祥平, 野口裕久：CGCG 法による大規模シェル構造物解析, 日本計算工学会論文集, No.20050004, 2005 年.
- 14) 本山紘希, 秋葉博, 堀宗朗：ソリッド要素と構造要素からなるハイブリッド FEM モデルの解法についての基礎的検討, 日本地震工学会・大会-2016 梗概集, P1-5.
- 15) 加藤研一, 宮腰勝義, 武村雅之, 井上大榮, 上田圭一, 壇一男：震源を事前に特定できない内陸地殻内地震による地震動レベル-地質学的調査による地震の分類と強震観測記録に基づく上限レベルの検討-, 日本地震工学会論文集, 第 4 巻, 第 4 号, 2004.

(2017.6.23 受付)

PRACTICALITY VERIFICATION OF LARGE-SCALE FINITE ELEMENT METHOD ANALYSIS USING CONSTITUTIVE RELATIONS OF CONCRETE CONSIDERING SCALABILITY

Hiroki MOTOYAMA, Muneo HORI, Hiroshi AKIBA and Seizo TANAKA

This paper tries to verificate the practicality of large-scale finite element method analysis using constitutive relations of concrete, which is reformed by a previous study considering calculation cost, with the objective of scalability. Since in the previous study they aimed to use the constitutive relation model with fracture analysis,we needt to extend the constitutive relation model to consider the effect of tension crack. This paper first shows the implemented algorithm. In the next step, seismic response analysis of a virtual nuclear power plant building is tried. At last, the practicality of large-sale finite element method analysis of RC structures is shown by the study on scalability of calculation.