

# 電力用 pin ダイオードの構造最適化に関する研究

山下 侑佑

2018 年 2 月

筑波大学大学院博士課程

数理物質科学研究科博士論文

博士(工学)

電力用 pin ダイオードの構造最適化に関する研究

山下 侑佑

電子・物理工学専攻

## 目次

第 1 章	序論	2
1.1	研究背景	2
1.2	課題および目的	7
1.3	本論文の構成	7
第 2 章	pin ダイオード電気特性の数式モデル	8
2.1	pin ダイオードの概要	8
2.2	ダイオード構造モデル	9
2.3	導通状態のキャリア密度分布	11
2.4	ライフタイム	13
2.5	順方向特性	14
2.6	逆回復モデル導出の手法	15
2.7	電流密度、電圧、電荷量の時間変化式	16
2.8	電荷量と空乏層幅の関係式	20
2.9	電流密度と電圧と空乏層幅の関係式	22
2.10	逆回復特性値の算出	23
2.11	計算精度	31
2.11.1	順方向特性の比較	31
2.11.2	逆回復特性の比較	32
2.11.3	逆回復モデルの制約条件	37
2.12	第 2 章まとめ	38
第 3 章	pin ダイオードの最適化計算	39
3.1	計算方法	39
3.1.1	目的関数の設定	39
3.1.2	変数の設定	39
3.1.3	最適化問題の定式化	40
3.1.4	アルゴリズムの選択	40
3.2	最適化計算結果	42
3.2.1	スイッチング周波数依存性	42
3.2.2	$dJ/dt$ 依存性	43
3.3	最適化計算の効果確認	44
3.3.1	単変数設計との比較	44
3.3.2	曲面応答法との比較	45
3.4	第 3 章まとめ	47
第 4 章	考察	48
4.1	最適化計算結果に対する考察	48
4.1.1	ライフタイムの設計指針	48
4.1.2	トラップエネルギー準位の設計指針	50
4.2	電気特性マップを用いた考察	52
4.2.1	順方向電圧 $V_f$ の設計指針	52
4.2.2	逆回復電荷 $Q_{rr}$ の設計指針	54
4.2.3	サージ電圧 $V_s$ の設計指針	55
4.2.4	電力損失の設計指針	55
4.3	第 4 章まとめ	58
第 5 章	本論文の要約および結論	59

# 第1章 序論

## 1.1 研究背景

近年、化石燃料の消費量は増加を続けており<sup>[1]</sup>、それに伴って発生する温室効果ガスによる地球温暖化への対策は世界レベルでの喫緊の課題である。2015年12月にはパリ協定が採択され、本協定はすべての国が取り組むべき地球温暖化対策へ枠組みを規定している。日本では2030年までに温室効果ガスを2013年比26%減という目標を掲げており<sup>[1]</sup>、その施策の一つに省エネルギー分野として、パワーエレクトロニクスの高効率化がある<sup>[1]</sup>。図1.1のように家電や自動車、電車などにはインバータなどの電力変換装置があり、その構成要素であるパワーデバイスには導通時およびスイッチング時に電力損失が発生し、その低損失化は非常に重要といえる。パワーデバイスの中でもSi-pinダイオードは高電圧・大電流へ対応可能であることから<sup>[2]</sup>、世界中で広く用いられているため、その技術の波及効果は非常に大きい。

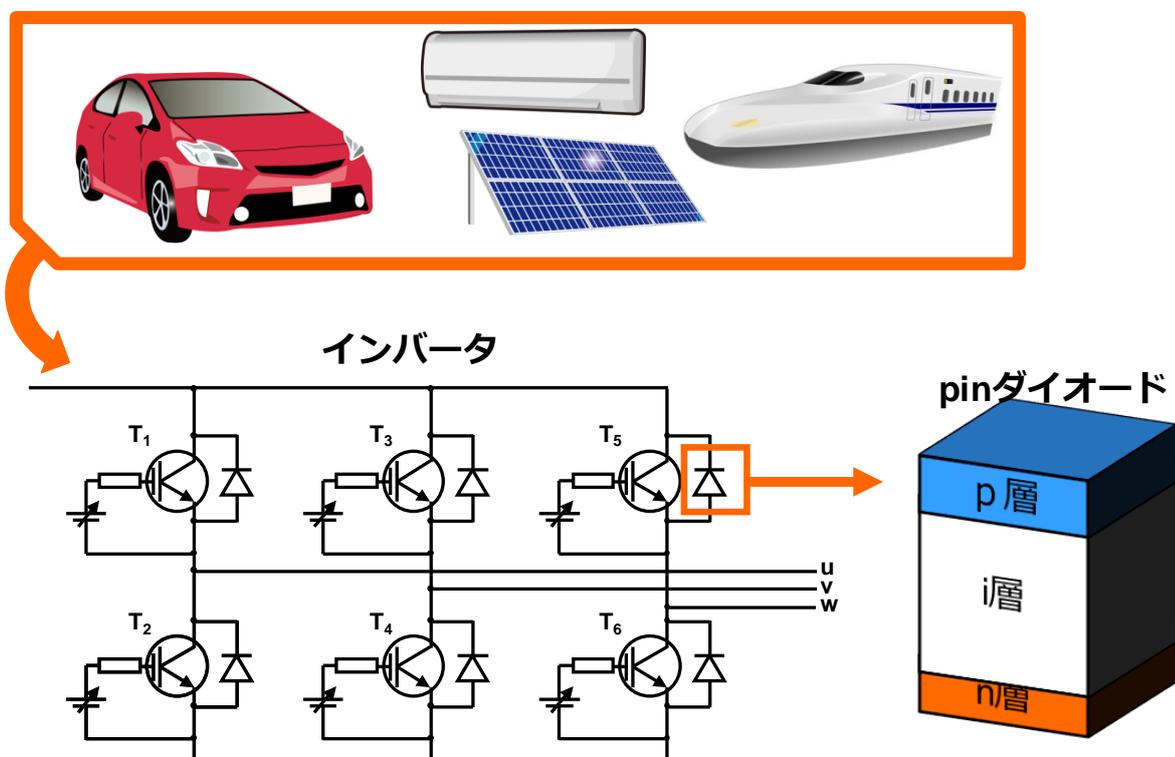


図 1.1 パワーエレクトロニクスにおける pin ダイオードの位置づけ

pin ダイオードの電力損失は導通損失とスイッチング損失に分けることができ、いずれも極力小さくすることが求められる。導通時には p 層から正孔が、n 層から電子が i 層に注入され、i 層では伝導度変調が発生し、その抵抗率が減少する。このとき図 1.2 のように順方向に流れた定格電流における電圧を順方向電圧  $V_f$  とよび、そのため注入される正孔および電子(過剰キャリア)が多いほど、順方向電圧が下がり、導通損失を低減できる<sup>[3]</sup>。一方、導通から遮断状態に移行する際、i 層内に注入されていた過剰キャリアが排出される現象(逆回復)が発生する<sup>[3]</sup>。このとき、図 1.2 のように排出された過剰キャリアが逆回復電流として流れ、逆回復電流の積分値である逆回復電荷  $Q_r$  がスイッチング損失となる。そのため i 層内に注入される過剰キャリアが少ないほど、スイッチング損失を低減できる。したがって導通損失とスイッチング損失はトレードオフ関係にある<sup>[3][4]</sup>。電力損失以外にも様々な電気特性がトレードオフの関係にあり、ダイオードの使用条件に応じて、適正な値になるように設計される。

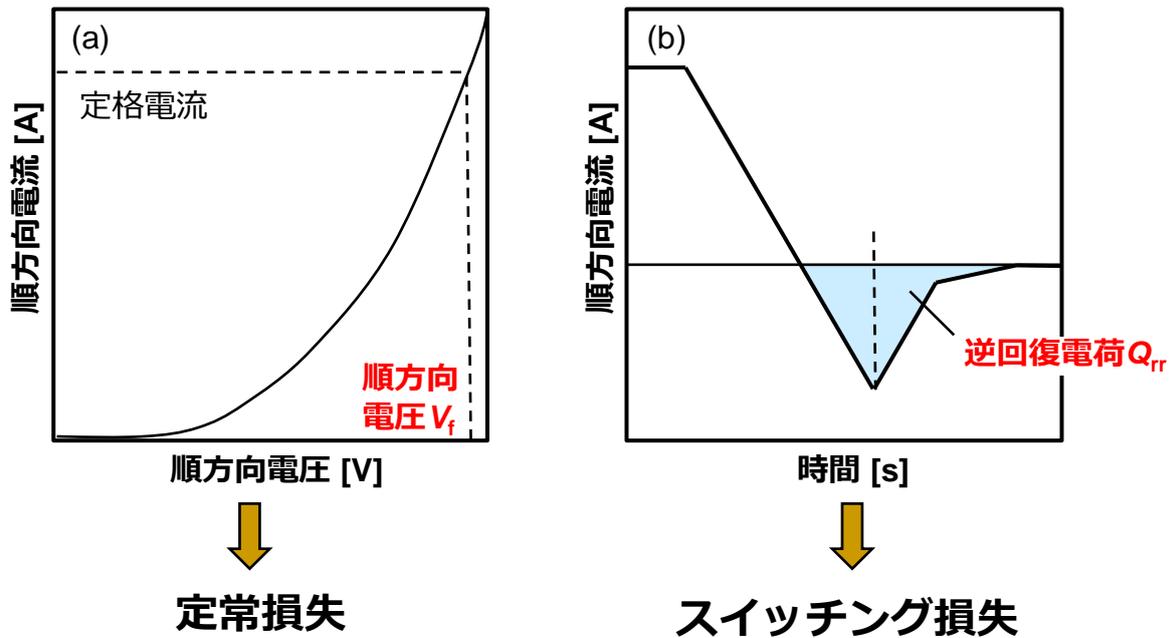


図 1.2 pin ダイオードにおける電力損失の概略  
 (a) 定常損失、(b) スwitchング損失

近年は計算機の発達に伴いシミュレーションを用いた電気特性予測技術が広く普及しており、試作とシミュレーションを併用したデバイス開発が進められている。特にデバイスシミュレーション(デバイス Sim)は Si デバイスに対する精度が高く、pin ダイオードの設計や解析に大きく貢献している。しかしデバイス Sim は構造パラメータに対して、計算に用いたパラメータのみの離散的な解しか得ることができない。そのため設計された構造パラメータが最適かどうか判断できない。例えば図 1.3 のように印加電圧に対する順方向電流は連続解として算出できるが、ドーピング濃度に対する様々な電気特性に対しては離散的な解になってしまう。一方、電気特性を数式化した数式モデルを用いれば、どのようなパラメータに対しても解を連続的に得ることが可能であり、構造パラメータによる変化の傾向を多変数かつ多元的に把握できる。そのため最適化計算を行うことが可能となり、設計値の最適性を判断できるようになる。デバイス Sim でも構造パラメータを細かく変化させて、近似的な連続解を得ることも可能であるが、計算コストが膨大となる。



図 1.3 デバイスシミュレーションの問題点

## 1.2 過去の研究

### 1.2.1 順方向特性

順方向特性は i 層内のキャリア密度分布を算出可能な数式がすでに提案されており<sup>[5]-[6]</sup>、さらに I-V 特性を算出可能なモデルも存在する<sup>[7]-[8]</sup>。これはまず図 1.4 のように i 層内のキャリアの拡散方程式と、p/i および i/n 層界面の境界条件から、微分方程式を解くことでキャリア密度分布  $C_i(x)$  を計算する。さらに上記キャリア密度分布を用いて、さらに図 1.5 のように i 層の抵抗率、p/i および i/n 層界面の電圧降下の和から順方向特性を算出する。しかし、キャリア再結合に影響するトラップエネルギー準位の効果が考慮されていないため、キャリアライフタイムは全電流密度において一定となってしまふ。実際のデバイスではトラップエネルギー準位の違いによりキャリアライフタイムに電流密度依存性が生じるため、実際のデバイスに即した順方向特性は計算できない。

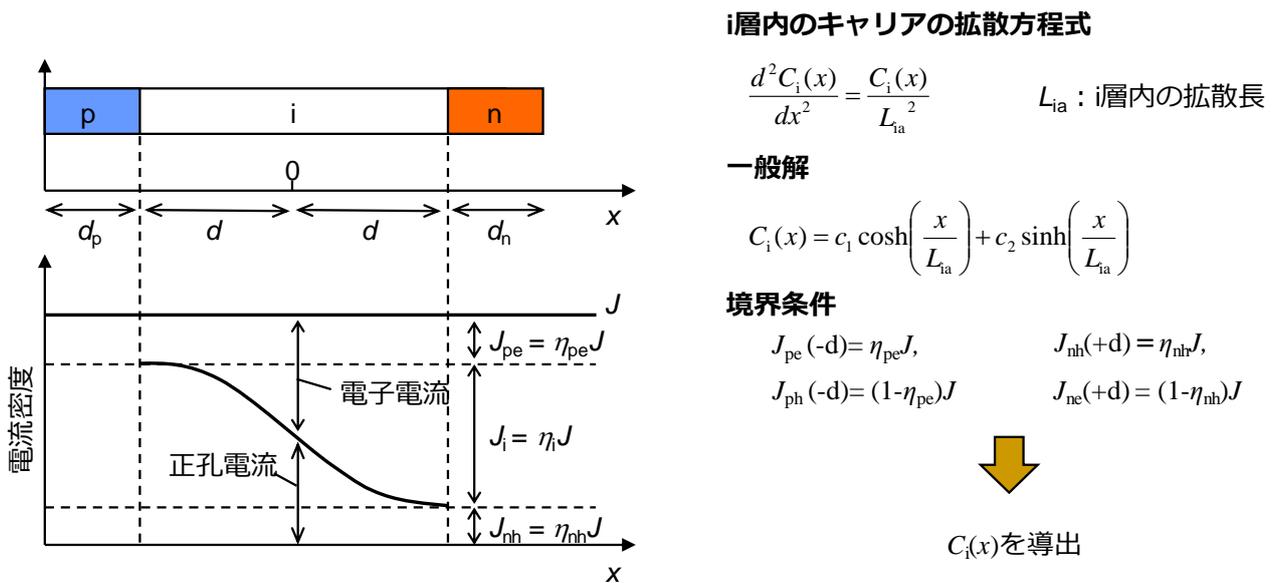


図 1.4 キャリア密度分布モデルの過去研究例<sup>[5]-[6]</sup>

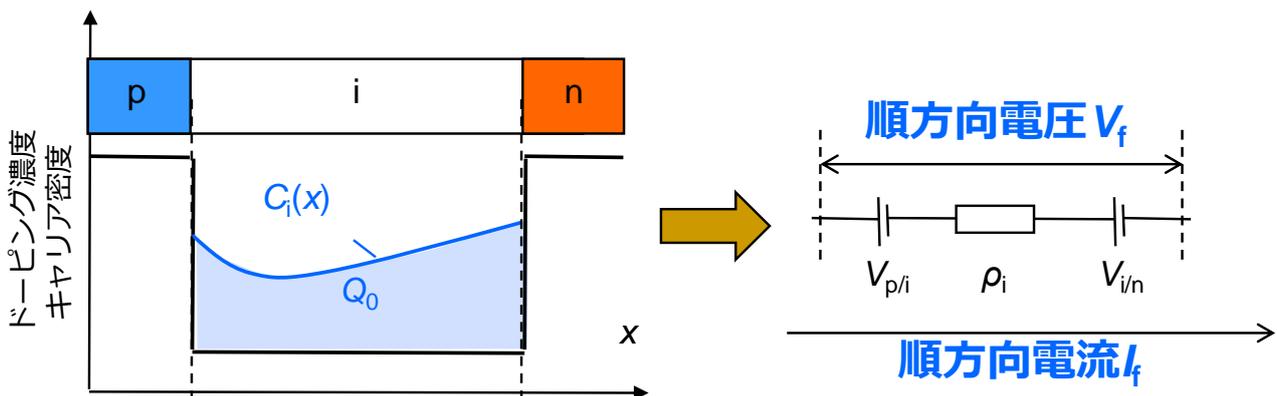


図 1.5 順方向特性モデルの過去研究例<sup>[7]-[8]</sup>

### 1.2.2 逆回復特性

逆回復モデルは逆回復中の  $i$  層内のキャリア密度分布の変化を表した数式モデルが存在する<sup>[9]-[10]</sup>。これは図 1.6 のように抵抗負荷回路を想定し、順方向バイアス時(導通時)のキャリア密度分布から、逆回復中のキャリア分布の変化式および逆回復電流の式を得るという手法である。近年ではさらに、本モデルを SiC-pin ダイオードに発展させた報告もある<sup>[11]-[12]</sup>。しかし、抵抗負荷を想定した回路モデルから導出されたモデルであるため、パワーエレクトロニクスで重要なモーターやトランスなど誘導負荷の使用に即した逆回復特性はできない。また回路の寄生インダクタンスも考慮されていないため、サージ電圧のようなノイズに影響する重要特性も計算できない。

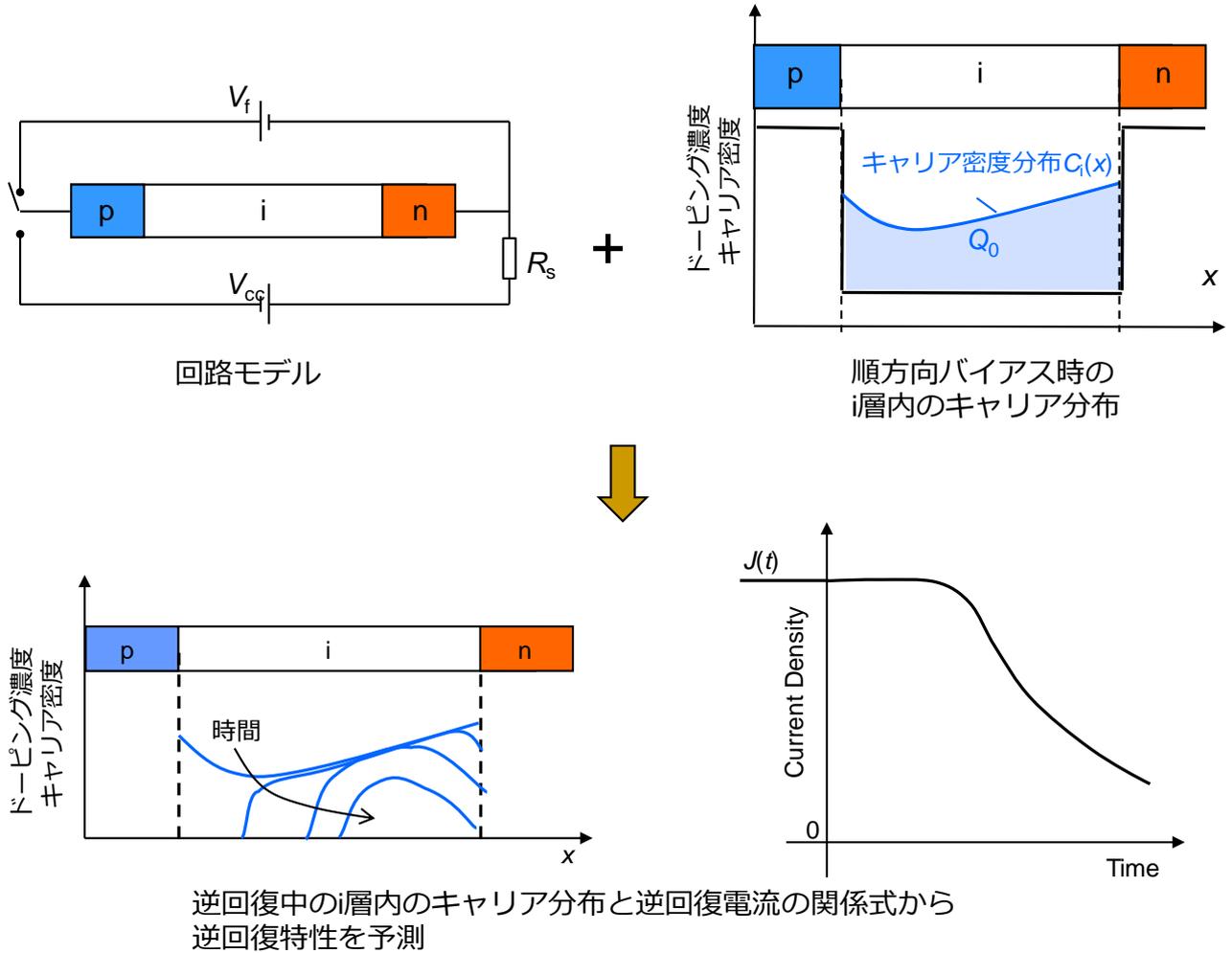
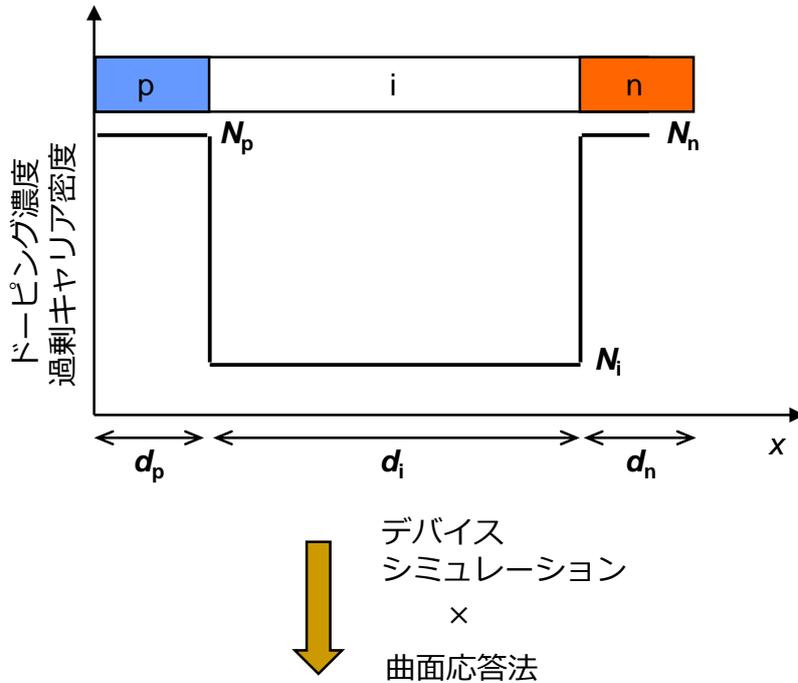


図 1.6 逆回復特性モデルの過去研究例<sup>[9]-[10]</sup>

### 1.2.3 pin ダイオードの最適化

実験計画法およびデバイス Sim を駆使し、電気特性の近似式を作成して、Si-pin ダイオードを最適化する研究もなされている<sup>[13]</sup>。これは図 1.7 のような pin ダイオードの構造パラメータを実験計画法の一つである曲面応答法に基づいて直交表を作成し、その直交表をもとにデバイス Sim を実施する。デバイス Sim から得られた結果をもとに統計処理を行い、各種電気特性に対する近似式を得るという手法である。しかしながら本手法における近似式に物理的な裏付けは存在せず、得られた解の最適性は保証できない。また回路パラメータなど新たなパラメータを追加する場合、一からデバイス Sim を実施する必要があり、効率が悪い。



順方向電圧  $V_f$  の近似式

$$\begin{aligned}
 V_f = & 13.37 + 0.00362d_p + 0.00131d_n + 0.000991d_i - 0.634\log_{10}(N_p) - 0.855\log_{10}(N_n) \\
 & + 0.00000160d_p^2 + 0.00000134d_p d_n + 1.72 \times 10^{-8}d_p d_i - 0.00020d_p \log_{10}(N_p) \\
 & + 0.00000315d_p \log_{10}(N_n) + 0.00000983d_n^2 - 7.77 \times 10^{-7}d_n d_i - 0.0000146d_n \log_{10}(N_p) \\
 & - 0.0000803d_n \log_{10}(N_n) + 2.94 \times 10^{-7}d_i^2 - 0.0000126d_i \log_{10}(N_p) - 0.0000731d_i \log_{10}(N_n) \\
 & + 0.00763\log_{10}(N_p) + 0.0226\log_{10}(N_p)\log_{10}(N_n) + 0.0147\log_{10}(N_n)
 \end{aligned}$$

逆回復時間  $t_{rr}$  の近似式

$$t_{rr} = 1 \times 10^{-8} \left[ \begin{aligned}
 & -14023.8 + 2.11d_p + 22.68d_n + 0.505d_i + 719.68\log_{10}(N_p) \\
 & + 662.58 \log_{10}(N_n) - 0.0184d_p^2 - 0.0000875d_p d_n - 0.00000301d_p d_i \\
 & - 0.00297d_p \log_{10}(N_p) - 0.000975d_p \log_{10}(N_n) + 0.0215d_n^2 - 0.0320d_n d_i \\
 & - 0.0145d_n \log_{10}(N_p) - 0.0381d_n \log_{10}(N_n) + 0.00288d_i^2 \\
 & - 0.000320d_i \log_{10}(N_p) - 0.0691d_i \log_{10}(N_n) - 17.29\log_{10}(N_p) \\
 & - 2.71\log_{10}(N_p)\log_{10}(N_n) - 17.58\log_{10}(N_n)
 \end{aligned} \right]$$

図 1.7 pin ダイオード最適化計算の過去研究例<sup>[13]</sup>

以上より pin ダイオードの最適化に適用可能な数式モデルは存在せず、ある特性値(損失など)に対して最適な構造パラメータを計算することはできない。

### 1.3 課題および目的

本研究は pin ダイオードの構造パラメータを数学的に最適化し、設計コストの低減に貢献することを目的とする。そのために必要な数式モデルは以下の点において不足している。

- ・順方向特性モデル: トラップエネルギー準位の効果が考慮されていない。
- ・逆回復特性モデル: 誘導負荷回路で計算できない。寄生インダクタンスが考慮されていない。

上記を踏まえ本研究は今までの数式モデルでは不足していた物理モデルの追加や修正を加え、新たな数式モデルを提案し、最適化計算を実施する。

### 1.4 本論文の構成

本論文は第 1 章「序論」から第 5 章「本論文の要約および結論」までの全 5 章で構成されている。以下に研究の本体である第 2 章から第 4 章までの概要について述べる。

第 2 章では本論文で用いるダイオードの構造および、その数式モデル導出方法について述べる。順方向特性は従来モデルをライフタイムのトラップエネルギー依存性を考慮し、かつ近似式で表されていた一部パラメータを厳密解で表現したモデルに修正する。逆回復モデルは誘導負荷を想定し、寄生インダクタンスを考慮したモデルを新たに作成する。

第 3 章では第 2 章で得られた数式モデルを用いて、pin ダイオードの構造最適化を行う。ここでは目的変数および制約条件の設定、定式化、最適化アルゴリズムの選定および最適化計算の結果について論じる。

第 4 章では最適化計算から得られた結果に対して考察を行い、数式モデルを用いて各電気特性の構造パラメータ依存性を解析し、Si-pin ダイオードの最適化設計指針を得る。

第 5 章では pin ダイオードの構造パラメータ最適化研究によって得られた結果についてまとめる。

## 第2章 pin ダイオード電気特性の数式モデル

### 2.1 pin ダイオードの概要

pin ダイオードはアクセプタ不純物をドーピングした p 層、ドナー不純物をドーピングした n 層、不純物元素をドーピングしない i 層からなる<sup>[14]</sup>。pin ダイオードの代表的な電気特性は以下の 3 つに分けることができる。

#### 順方向特性

p 層側を高電圧とすると、p 層から正孔が n 層から電子が注入され、i 層内に溜まり抵抗率が下がる。これを伝導度変調とよび、注入された正孔および電子を過剰キャリアと呼ぶ。抵抗率が下がったことにより、p 層から n 層へ電流を流すことができる<sup>[15]</sup>。このときの印加電圧に対して流れる電流の特性を順方向特性とよぶ。順方向特性において任意の電流を流すときに発生する順方向電圧が電力損失の重要な指標であり、極力小さくすることが求められる。この電力損失が導通損失に対応する。

#### 逆方向特性

i 層にはほとんどキャリアが存在せず、その抵抗率が高いため、n 層側に電圧を印加しても、微小な電流(リーク電流)しか流れない<sup>[15]</sup>。このときの特性を逆方向特性とよぶ。この時発生する電力損失を待機電力損失と呼ぶが、他の損失と比べ非常に小さいため、本研究では無視して考える。

#### 逆回復特性

順方向状態から逆方向状態に移行する際、i 層内に溜まっていた過剰キャリアが逆方向電流として排出される。このときの特性を逆回復特性と呼ぶ<sup>[16]</sup>。発生した逆方向電流の総量である逆回復電荷はスイッチング損失を発生させ、またその時間変化によって生じるサージ電圧は電圧ノイズを発生させる重要な指標であり、いずれも極力小さくすることが求められる。

上記の特性より、過剰キャリアが多いほど順方向電圧は小さく、逆回復電荷は大きくなるため、導通損失とスイッチング損失はトレードオフの関係にある<sup>[4]</sup>。またサージ電圧は i 層内の過剰キャリア密度分布に依存する<sup>[17]</sup>。この過剰キャリアの総量および分布は p 層および n 層からのキャリア注入量および i 層のキャリアライフタイムを用いて制御される。キャリア注入量制御技術には EMCON (Emitter controlled) のような p 層を低濃度化した構造や MPS (Merged pin Schottky) のように部分的に p 層を省いた構造などがあり p、n 層の濃度や厚さ、幅などで制御される<sup>[19]-[26]</sup>。ライフタイム制御技術には Au や Pt などの重金属拡散や電子線や He イオンなどを照射し、i 層内にキャリアの再結合を促進する再結合中心を意図的に生成することによって制御される<sup>[26]-[32]</sup>。しかし過剰キャリアの総量と分布の最適値はダイオードの使用状況に応じて大きく変動するため、適切なキャリア注入量およびライフタイムを選択することは設計において非常に重要であり、最適値を計算できることは設計コストの低減につながる。

pin ダイオードは各層の積層構造で構成されているため、1 次元モデルで基本構造を表現できる。再結合中心はトラップエネルギー準位およびその密度で単純化して表現できる。

以下、ダイオード構造モデルをもとに順方向特性、逆回復特性の 2 つの特性の算出方法について述べる。特に断らない限り「キャリア」は i 層内の過剰キャリアを、「ライフタイム」は i 層のキャリアライフタイムを指すものとする。

### 2.3 ダイオード構造モデル

図 2.1 に解析にもちいる pin ダイオードの模式図を示す。 $N_p$ 、 $N_i$ 、 $N_n$  はそれぞれ p 層、i 層、n 層のドーピング濃度、 $d_p$ 、 $2d$ 、 $d_n$  はそれぞれ p 層、i 層、n 層の厚さ、 $C_i$  はキャリア密度、 $J$  は全体の電流密度、 $J_{pe}$  は p/i 界面の電子拡散電流密度、 $J_i$  は i 層内の再結合電流密度、 $J_{nh}$  は i/n 界面の正孔拡散電流密度、 $\eta_{pe}$ 、 $\eta_i$ 、 $\eta_{nh}$  はそれぞれ  $J_{pe}$ 、 $J_i$ 、 $J_{nh}$  の電流密度比率である。本論文で使用する図および式中の記号の定義を表 1 に示す。

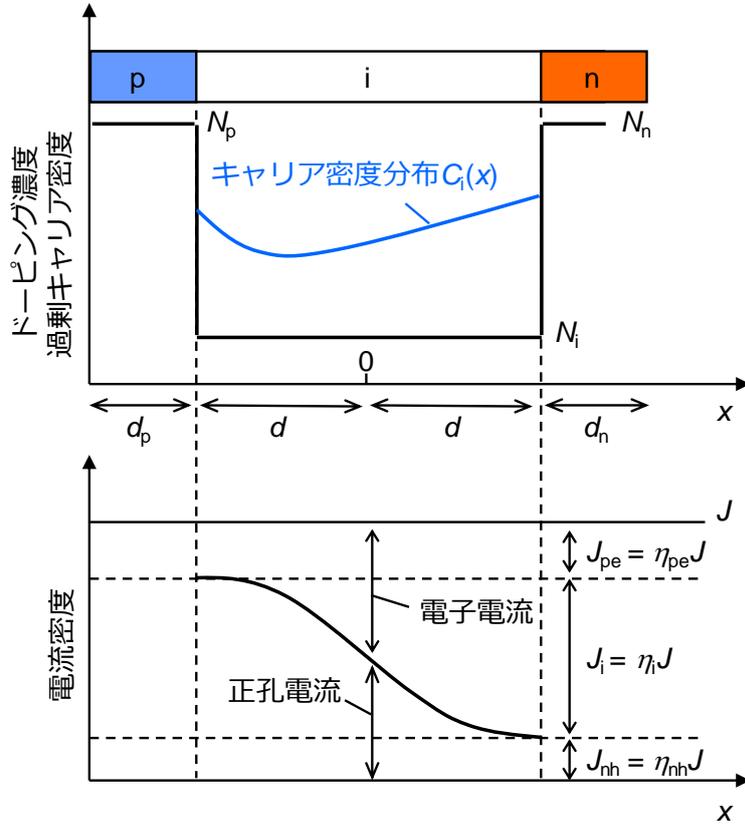


図 2.1 順方向バイアス時における pin ダイオードの模式図

表 1. 記号の定義

Symbol	Definition	Symbol	Definition
$N_p$	p層濃度	$L_{pe}$	p層における電子拡散長
$N_{po}$	最適p層濃度	$L_{ia}$	i層における両極性拡散長
$N_i$	i層濃度	$L_{nh}$	n層における正孔拡散長
$N_n$	n層濃度	$n_i$	真性キャリア密度
$N_{no}$	最適n層濃度	$\tau_i$	i層におけるライフタイム
$d_p$	p層厚さ	$\tau_{io}$	最適i層ライフタイム
$d$	i層厚さ÷2	$\tau_{ii}$	i層における真性ライフタイム
$d_n$	n層厚さ	$\mu_{ie}$	i層における電子移動度
$C_i$	キャリア密度	$\mu_{ih}$	i層における正孔移動度
$B'$	形状係数	$R_i$	i層における再結合率
$J$	全体の電流密度	$R_0$	i層における真性再結合率
$J_0$	導通時の電流密度	$R_t$	i層におけるトラップによる再結合率
$J_{pe}$	p/i界面における電子電流密度	$\sigma$	捕獲断面積
$J_i$	i層における再結合電流密度	$v_{th}$	熱速度
$J_{nh}$	i/n界面における正孔電流密度	$N_t$	トラップ密度
$\eta_{pe}$	p/i界面における電子電流密度比率	$N_{to}$	最適トラップ密度
$\eta_i$	i層における再結合電流密度比率	$E_t$	トラップエネルギー準位
$\eta_{nh}$	i/n界面における正孔電流密度比率	$E_i$	ミッドギャップ準位
$D_{pe}$	p層中の電子拡散係数	$k$	ボルツマン定数
$D_{ia}$	i層中の両極性拡散係数	$T$	温度
$D_{nh}$	n層中の正孔拡散係数	$q$	電子素量
$t$	時間	$dJ_f/dt$	逆回復中の電流密度下降率
$V$	印加電圧	$dJ_r/dt$	逆回復中の電流密度上昇率
$V_{cc}$	電源電圧	$dJ_t/dt$	逆回復中のテール電流密度上昇率
$V_s$	サージ電圧	$Q_{rr}$	逆回復電荷
$W$	逆回復中の空乏層幅	$J_{rr}$	最大逆方向電流密度
$\rho_w$	空乏層内の抵抗率	$E_{rr}$	逆回復損失
$\mu_{wh}$	空乏層内の正孔移動度	$D_u$	ダイオードのDuty比
$E_0$	逆回復中の最大電界強度	$f_s$	スイッチング周波数

## 2.4 導通状態のキャリア密度分布

導通時の i 層中の過剰キャリア密度分布  $C_i(x)$  は、以下の式で計算できる<sup>[6], [33]</sup>。

$$C_i(x) = \frac{J\eta_i\tau_i}{2qL_{ia}} \left[ \frac{\cosh(x/L_{ia})}{\sinh(d/L_{ia})} - B' \frac{\sinh(x/L_{ia})}{\cosh(d/L_{ia})} \right] \quad (2.3.1)$$

式(2.3.1)において、角括弧の外の項はキャリア密度の大きさを表し、角括弧の中の項はキャリア密度の分布形状を表す。キャリア密度の大きさは電流密度  $J$  と再結合電流密度比率  $\eta_i$  に比例するため再結合電流密度が大きいほど、キャリア密度が増加する。分布形状は双曲線関数  $\cosh$  と  $\sinh$  の組み合わせで表すことができ、角括弧の中の係数  $B'$  は、キャリア密度分布の偏りを表している。図 2.2(a)に角括弧の外の項を 1 とし、内側の項の i 層厚さの半値  $d$  を  $70\mu\text{m}$ 、ライフタイム  $\tau_i$  を  $10\mu\text{s}$  としたときに、 $B'$  を変化させたときのキャリア密度分布の形状を示す。図中の分布は全て最大値で 1 となるように規格化されている。 $B'$  が 0 の時は  $\cosh$  関数のみで表す事ができ、i 層中心部に最小値を持つ対象形の分布となる。 $B'$  の絶対値が大きいくほど、 $\sinh$  関数の影響を受け、正方向に増加すると p 層側のキャリア密度が上昇する。反対に  $B'$  の負方向に大きくなると  $\sinh$  関数は n 層側が上昇する。図 2.2 (b)には  $d$  を  $70\mu\text{m}$ 、 $B'$  を 0 としたときに、ライフタイムを変化させたときのキャリア密度分布の形状を示す。ライフタイムが小さいほどキャリア密度の凹部が小さくなる。

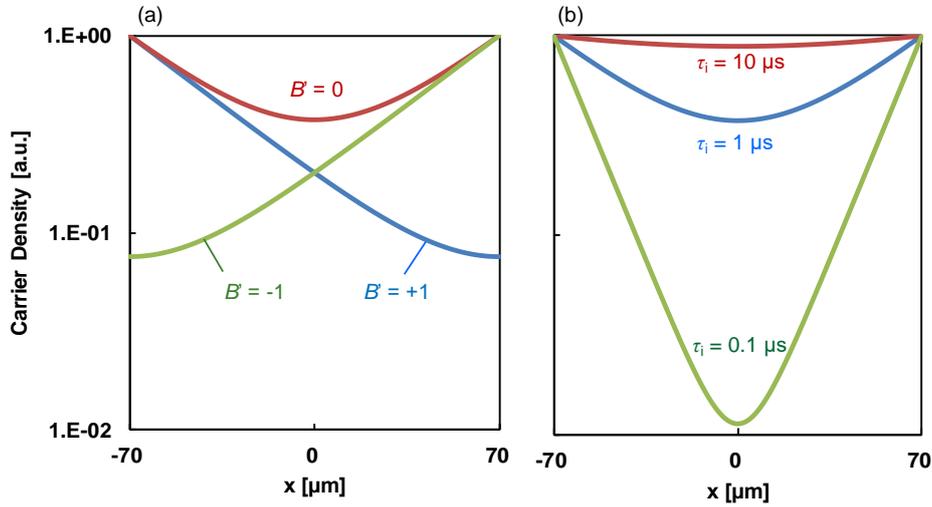


図 2.2 キャリア密度分布形状の(a)分布係数  $B'$  および(b)ライフタイム  $\tau_i$  依存性

$B'$  は再結合電流密度と拡散電流密度の比から計算できる。

$$B' = \frac{1}{\eta_i} (B + \eta_{nh} - \eta_{pe}) \quad (2.3.2)$$

式(2.3.2)の  $B$  は i 層中の電子移動度  $\mu_{ie}$ 、および正孔の移動度  $\mu_{ih}$  の比で表される。

$$B = \frac{\mu_{ie} / \mu_{ih} - 1}{\mu_{ie} / \mu_{ih} + 1} \quad (2.3.3)$$

さらに p/i 界面における電子電流密度  $J_{pe}$  および i/n 界面における正孔電流密度  $J_{nh}$  は以下の式で表される。

$$J_{pe} = J\eta_{pe} = q \frac{D_{pe}}{L_{pe}} \coth\left(\frac{d_p}{L_{pe}}\right) \frac{C_i(-d)^2}{N_p} \quad (2.3.4)$$

$$J_{\text{nh}} = J\eta_{\text{nh}} = q \frac{D_{\text{nh}}}{L_{\text{nh}}} \coth\left(\frac{d_{\text{n}}}{L_{\text{nh}}}\right) \frac{C_i(+d)^2}{N_{\text{n}}} \quad (2.3.5)$$

また図 2.1 より以下の式も成り立つ

$$\eta_{\text{pe}} + \eta_i + \eta_{\text{nh}} = 1 \quad (2.3.6)$$

よって  $B'$  は式(2.3.3)～(2.3.6)の連立方程式から得られる。文献では近似式のみが提示されているが<sup>[6]</sup>、より厳密に解くために、以下のような計算をおこなう。

まず式(2.3.1)に  $-d$  および  $+d$  を代入すると、

$$C_i(-d) = \frac{J\eta_i\tau_i}{2qL_{\text{ia}}M} (M^2 + B') \quad (2.3.7)$$

$$C_i(+d) = \frac{J\eta_i\tau_i}{2qL_{\text{ia}}M} (M^2 - B') \quad (2.3.8)$$

ここで

$$M = \frac{\cosh(d/L_{\text{ia}})}{\sinh(d/L_{\text{ia}})} \quad (2.3.9)$$

と置いている。

式(2.3.7)を式(2.3.4)に式(2.3.8)を式(2.3.5)に代入し、 $\eta_{\text{pe}}$  と  $\eta_{\text{nh}}$  で整理すると

$$\eta_{\text{pe}} = \frac{Ah_{\text{p}}}{M^2} \eta_i^2 (M^2 + B')^2 \quad (2.3.10)$$

$$\eta_{\text{nh}} = \frac{Ah_{\text{n}}}{M^2} \eta_i^2 (M^2 - B')^2 \quad (2.3.11)$$

ここで

$$h_{\text{p}} = \frac{D_{\text{pe}}}{L_{\text{pe}}N_{\text{p}}} \coth\left(\frac{d_{\text{p}}}{L_{\text{pe}}}\right) \quad (2.3.12)$$

$$h_{\text{n}} = \frac{D_{\text{nh}}}{L_{\text{nh}}N_{\text{n}}} \coth\left(\frac{d_{\text{n}}}{L_{\text{nh}}}\right) \quad (2.3.13)$$

$$A = \frac{J\tau_i}{4qD_{\text{ia}}} \quad (2.3.14)$$

と置いた。式(2.3.10)と式(2.3.11)を式(2.3.2)および式(2.3.6)にそれぞれ代入し、 $\eta_i$  で整理すると、

$$Ah_{\text{p}}\eta_i^2 (M^2 + B')^2 - Ah_{\text{n}}\eta_i^2 (M^2 - B')^2 + M^2\eta_i B' - M^2 B = 0 \quad (2.3.15)$$

$$Ah_{\text{p}}\eta_i^2 (M^2 + B')^2 + Ah_{\text{n}}\eta_i^2 (M^2 - B')^2 + M^2\eta_i - M^2 = 0 \quad (2.3.16)$$

式(2.3.15)と式(2.3.16)を辺々足すと、

$$2Ah_p(M^2 + B')^2\eta_i^2 + M^2(1 + B')\eta_i - M^2(1 + B) = 0 \quad (2.3.17)$$

式(2.3.15)と式(2.3.16)を辺々引くと、

$$2Ah_n(M^2 - B')^2\eta_i^2 + M^2(1 - B')\eta_i - M^2(1 - B) = 0 \quad (2.3.18)$$

2次方程式の解の公式を元に式(2.3.17)および式(2.3.18)を $\eta_i$ について解き、 $\eta_i$ を消去すると、

$$\frac{h_n(M^2 - B')^2}{h_p(M^2 + B')^2} = \frac{M(1 - B') - \sqrt{M^2(1 - B')^2 + 8Ah_n(M^2 - B')^2(1 - B)}}{M(1 + B') - \sqrt{M^2(1 + B')^2 + 8Ah_p(M^2 + B')^2(1 + B)}} \quad (2.3.19)$$

上式(2.3.19)を満たす $B'$ を解くことで、式(2.3.1)を算出できる。

## 2.5 ライフタイム

ここでは、意図的にダイオード中に再結合中心となるトラップを導入した場合について述べる。このとき、トラップ導入前の半導体結晶がもつ真性の再結合率を $R_0$ とし、トラップがもつ再結合率を $R_t$ とすると、 $i$ 層の再結合率 $R_i$ は式(2.4.1)のように $R_0$ と $R_t$ の和で表すことができる。

$$R_i = R_0 + R_t \quad (2.4.1)$$

$R_0$ は以下の式で表すことができる。

$$R_0 = \frac{C_i^2 - n_i^2}{2\tau_{ii}(C_i + n_i)} \quad (2.4.2)$$

$R_t$ は以下の式で表すことができる。

$$R_t = \frac{\sigma v_{th} N_t (C_i^2 - n_i^2)}{2 \left[ C_i + n_i \exp\left(\frac{E_c - E_t}{kT}\right) \right]} \quad (2.4.3)$$

式(2.4.1)に(2.4.2)、(2.4.3)を代入すると、

$$R_i = \frac{\sigma v_{th} N_t (C_i^2 - n_i^2)}{2 \left[ C_i + n_i \exp\left(\frac{E_c - E_t}{kT}\right) \right]} + \frac{C_i^2 - n_i^2}{2\tau_{ii}(C_i + n_i)} \quad (2.4.4)$$

$i$ 層内のキャリアが高注入状態であるため $C_i \gg n_i^2$ とすると、(2.4.4)は、以下のように近似できる。

$$R_i = \frac{\sigma v_{th} N_t C_i^2}{2 \left[ C_i + n_i \cosh\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right) \right]} + \frac{C_i}{\tau_{ii}} \quad (2.4.5)$$

$R_i = C_i/\tau_i$ とすると、

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\sigma v_{th} N_t C_i}{2 \left[ C_i + n_i \cosh\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right) \right]} + \frac{1}{\tau_{ii}} \quad (2.4.6)$$

式(2.4.6)よりトラップエネルギー準位を考慮したライフタイムを計算できる。

## 2.6 順方向特性

pin ダイオードに電流を通電すると、電流に応じた電圧(順方向電圧  $V_f$ )が発生する。この電圧は p 層および n 層の電圧降下を無視すれば、図 2.3 のように、p/i 界面の接合電圧、i 層抵抗  $\rho_i$  による電圧降下、i/n 界面の接合電圧の和となる。i 層抵抗はキャリア密度の逆数を積分することで算出できる<sup>[34][36]</sup>。i 層中の移動度が一定であるとする仮定すると、 $V_f$  は以下の式で計算できる。

$$V_f = J\rho_i + V_{p/i} + V_{i/n} \quad (2.5.1)$$

$$V_f = \frac{J}{q(\mu_{ie} + \mu_{ih})} \cdot \int \frac{1}{C_i(x)} dx + \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{C_i(-d) \cdot C_i(+d)}{n_i^2} \right) \quad (2.5.2)$$

式(2.5.2)の第 1 項は i 層中の電圧降下を、第 2 項は p/i 界面および i/n 界面における接合電圧を表す。式(2.5.2)において、キャリア密度の逆数の積分値は以下の式で算出することができる。

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{C_i(x)} dx &= \int \frac{1}{\frac{J\eta_i\tau_i}{2qL_{ia}} \left[ \frac{\cosh(x/L_{ia})}{\sinh(d/L_{ia})} - B' \frac{\sinh(x/L_{ia})}{\cosh(d/L_{ia})} \right]} dx \\ &= \frac{2qL_{ia}^2 \sinh(2d/L_{ia})}{J\eta_i\tau_i \sqrt{(-B' \sinh(d/L_{ia}) - \cosh(d/L_{ia})) (B' \sinh(d/L_{ia}) - \cosh(d/L_{ia}))}} \cdot \\ &\quad \tan^{-1} \left( \frac{\cosh(d/L_{ia}) \tanh(x/2L_{ia}) - B' \sinh(d/L_{ia})}{\sqrt{(-B' \sinh(d/L_{ia}) - \cosh(d/L_{ia})) (B' \sinh(d/L_{ia}) - \cosh(d/L_{ia}))}} \right) \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

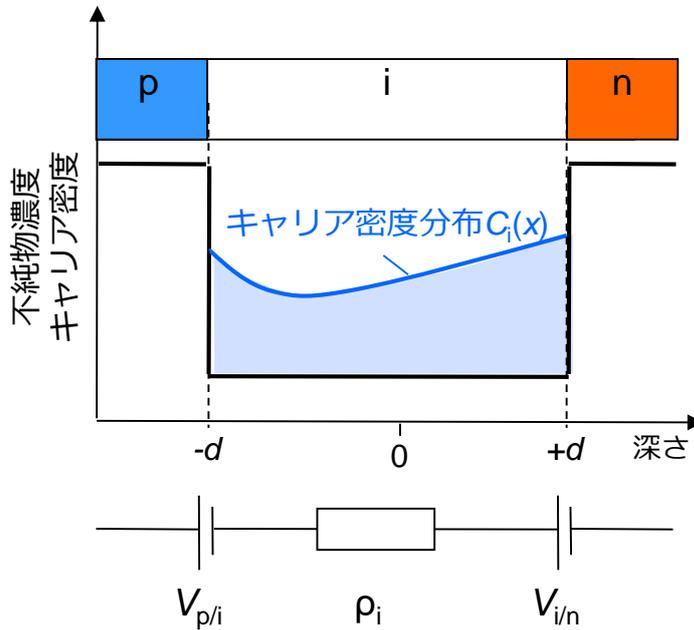


図 2.3 順方向 I-V 特性計算の模式図

## 2.7 逆回復モデル導出の手法<sup>[37]</sup>

このダイオードが図 2.4 のように回路中に配置されているとする。誘導負荷は電流源として表記し、サージ電圧も計算できるように寄生インダクタンス  $L_h$  も考慮する。ダイオードが導通している状態で回路内のスイッチがオフからオンに移行すると、図 2.5 のような逆回復波形が得られる。このとき波形を 6 つの Phase に分ける<sup>[38]</sup>。Phase ごとの時間変化式は表 2 に定義する。各時間における逆回復特性の値を表 3 に示す。本論文の数式モデルの特徴は  $t_1 \sim t_5$  の各点において、電流密度  $J$ 、電圧  $V$  を導出し、全体の波形を近似することにある。手順は以下のとおりである。

1. 各 Phase における  $J$ 、 $V$ 、 $Q$  の時間変化式を導出
2. 逆回復中の空乏層幅  $W(t)$  と  $Q(t)$  の関係式を導出
3.  $J(t)$ 、 $V(t)$ 、 $W(t)$  の関係式を導出
4.  $t_1 \sim t_5$  の各点において、2~4 の式を満たす  $J$  および  $V$  を算出

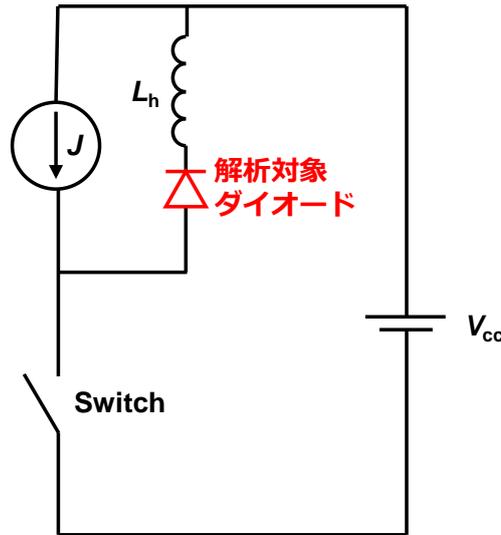


図 2.4 逆回復モデルの想定回路図

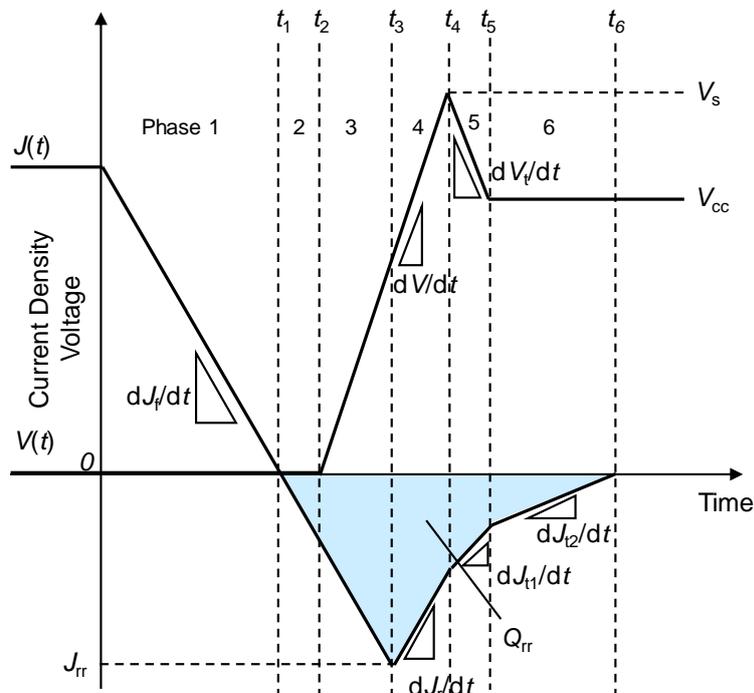


図 2.5 逆回復波形モデルの模式図

表 2. 各 Phase の電流密度、電圧、電荷量の時間変化式

Phase	$J(t)$	$V(t)$	$Q(t)$
1	$J_{ph1}(t)$	$V_{ph1}(t)$	$Q_{ph1}(t)$
2	$J_{ph2}(t)$	$V_{ph2}(t)$	$Q_{ph2}(t)$
3	$J_{ph3}(t)$	$V_{ph3}(t)$	$Q_{ph3}(t)$
4	$J_{ph4}(t)$	$V_{ph4}(t)$	$Q_{ph4}(t)$
5	$J_{ph5}(t)$	$V_{ph5}(t)$	$Q_{ph5}(t)$
6	$J_{ph6}(t)$	-	$Q_{ph6}(t)$

表 3. 各時間における電流密度、電圧、電荷量

$t$	$J(t)$	$V(t)$	$Q(t)$
0	$J_0$	$V_f$	$Q_0$
$t_1$	0	$\cong 0$	$Q_1$
$t_2$	$J_2$	$\cong 0$	$Q_2$
$t_3$	$J_{rr}$	$V_3$	$Q_3$
$t_4$	$J_4$	$V_s$	$Q_4$
$t_5$	$J_5$	$V_{cc}$	$Q_5$
$t_6$	0	$V_{cc}$	0

## 2.8 電流密度、電圧、電荷量の時間変化式

ここでは図 2.5 の各 Phase における電流密度  $J$ 、電圧  $V$  および電荷量  $Q$  の時間変化式を算出する。

### Phase 1 ( $0 \leq t \leq t_1$ )

逆回復が始まり電流密度が 0 まで到達する期間。通電時の電流密度を  $J_0$  とすると、 $dJ_f/dt$  にしたがって下降する。 $dJ_f/dt$  が負の値を持つとすると、この期間の電流密度は式(2.7.1)のように定義できる。またこの期間の電圧はほぼゼロとし、式(2.7.2)のように定義する。

電流密度の式

$$J_{ph1}(t) = J_0 + \frac{dJ_f}{dt}t \quad (2.7.1)$$

電圧の式

$$V_{ph1}(t) \cong 0 \quad (2.7.2)$$

### Phase 2 ( $t_1 < t \leq t_2$ )

電流が負方向に流れ始め、電圧が上昇始めるまでの期間。引き続き電流密度は  $dJ_f/dt$  にしたがって下降しつづける。電流密度および電圧は式(2.7.3)および式(2.7.4)のように定義できる。このとき  $i$  層内の電荷量は再結合および逆回復電流によって減少するため、式(2.7.5)のような微分方程式が成り立つ。このとき  $t_1$  における電荷量を  $Q_1$  とすると、式(2.7.6)のような解が成り立つ。

電流密度の式

$$J_{\text{ph2}}(t) = \frac{dJ_f}{dt}(t - t_1), \quad (2.7.3)$$

電圧の式

$$V_{\text{ph2}}(t) \cong 0, \quad (2.7.4)$$

電荷量の式

$$\frac{dQ_{\text{ph2}}(t)}{dt} = -\frac{Q_{\text{ph2}}(t)}{\tau_i} + \frac{dJ_f}{dt}t, \quad (2.7.5)$$

$$Q_{\text{ph2}}(t) = \tau_i^2 \frac{dJ_f}{dt} \left( e^{-(t-t_1)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_f}{dt} \tau_i (t - t_1) + Q_1 e^{-(t-t_1)/\tau_i} \quad (2.7.6)$$

### Phase 3 ( $t_2 < t \leq t_3$ )

電圧が上昇を開始し、電流密度が最大値  $J_n$  に達するまでの期間。Phase2 と同様に電流密度は  $dJ_f/dt$  にしたがって下降する。このとき電流密度は式(2.7.7)のように定義できる。また電圧は  $dV/dt$  に従って上昇を開始するため、式(2.7.8)のように定義できる。また  $i$  層内の電荷量は再結合および逆回復電流によって減少するため式(2.7.9)のような微分方程式が成り立つ。このとき  $t_2$  における電荷量を  $Q_2$  とすると、式(2.7.10)のような解が成り立つ。

電流密度の式

$$J_{\text{ph3}}(t) = \frac{dJ_f}{dt}(t - t_1) \quad (2.7.7)$$

電圧の式

$$V_{\text{ph3}}(t) = \frac{dV}{dt}(t - t_2) \quad (2.7.8)$$

電荷量の式

$$\frac{dQ_{\text{ph3}}(t)}{dt} = -\frac{Q_{\text{ph3}}(t)}{\tau_i} + \frac{dJ_f}{dt}t \quad (2.7.9)$$

$$Q_{\text{ph3}}(t) = \tau_i^2 \frac{dJ_f}{dt} \left( e^{-(t-t_2)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_f}{dt} \tau_i (t - t_2) + Q_2 e^{-(t-t_2)/\tau_i} \quad (2.7.10)$$

**Phase 4 ( $t_3 < t \leq t_4$ )**

電流密度が反転して上昇を始め、電圧が最大値  $V_s$  に達するまでの期間。電流密度は  $J_{rr}$  を最大値として  $dJ_r/dt$  にしたがって上昇するため、式(2.7.11)のように定義できる。電圧は Phase3 と同様に  $dV/dt$  に従って上昇するため、式(2.7.12)のように定義できる。また電荷量は再結合および逆回復電流によって減少するため、式(2.7.13)のような微分方程式が成り立ち、 $t_3$  における電荷量を  $Q_3$  とすると、式(2.7.14)のような解が得られる。

電流密度の式

$$J_{ph4}(t) = J_{rr} + \frac{dJ_r}{dt}(t-t_3) \quad (2.7.11)$$

電圧の式

$$V_{ph4}(t) = \frac{dV}{dt}(t-t_2) \quad (2.7.12)$$

電荷量の式

$$\frac{dQ_{ph4}(t)}{dt} = -\frac{Q_{ph4}(t)}{\tau_i} - \left( -J_{rr} - \frac{dJ_r}{dt} t \right) \quad (2.7.13)$$

$$Q_{ph4}(t) = \left( \tau_i^2 \frac{dJ_r}{dt} - \tau_i J_{rr} \right) \left( e^{-(t-t_3)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_r}{dt} \tau_i (t-t_3) + Q_3 e^{-(t-t_3)/\tau_i} \quad (2.7.14)$$

**Phase 5 ( $t_4 < t \leq t_5$ )**

電圧が  $V_s$  に到達後、 $V_{cc}$  に至るまでの期間。このとき電流密度の傾き  $dJ_{ph5}/dt$  と電圧の傾き  $dV_t/dt$  は式(2.7.15)の関係が成り立つ。

$$L_h \frac{dJ_{ph5}(t)}{dt} = \frac{dV_t}{dt} t - V_{cc} \quad (2.7.15)$$

式(2.7.15)を  $dJ_{ph5}$  について解くと以下の式が成り立つ。

$$dJ_{ph5} = \frac{1}{L_h} \left( V_s - \frac{dV_t}{dt} t - V_{cc} \right) dt \quad (2.7.16)$$

この式を積分することで電流密度の式(2.7.17)が得られる。また電荷量は再結合および逆回復電流によって減少するため、式(2.7.19)のような微分方程式が成り立ち、 $t_4$  における電荷量を  $Q_4$  とすると、式(2.7.20)のような解が得られる。

電流密度の式

$$J_{ph5}(t) = \frac{1}{L_h} \left[ (V_s - V_{cc})t - \frac{1}{2} \frac{dV_t}{dt} t^2 \right] + J_4 \quad (2.7.17)$$

電圧の式

$$V_{ph5}(t) = V_s - \frac{dV_t}{dt}(t-t_4) \quad (2.7.18)$$

電荷量の式

$$\frac{dQ_{\text{ph5}}(t)}{dt} = -\frac{Q_{\text{ph5}}(t)}{\tau_i} - \frac{1}{L_h} \left( V_s t - \frac{1}{2} \frac{dV_t}{dt} t^2 - V_{\text{cc}} t \right) \quad (2.7.19)$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{ph5}}(t) &= \frac{1}{L_h} \left[ \frac{dV_t}{dt} \tau_i^3 + (V_s - V_{\text{cc}}) \tau_i^2 \right] (1 - e^{-t/\tau_i}) - \frac{1}{L_h} \frac{dV_t}{dt} \tau_i^2 t \\ &+ \frac{1}{2L_h} \frac{dV_t}{dt} \tau_i t^2 - \frac{1}{L_h} (V_s - V_{\text{cc}}) \tau_i t + Q_4 e^{-t/\tau_i} \end{aligned} \quad (2.7.20)$$

### Phase 6 ( $t_5 < t \leq t_6$ )

電圧が  $V_{\text{cc}}$  に到達後、電流密度が 0 になるまでの期間。電流密度は  $dJ_{t2}/dt$  にしたがって上昇する。この期間の電流密度は式(2.7.21)のとおりである。ここで  $J_4$  は  $t_4$  における電流密度である。また電荷量は再結合および逆回復電流によって減少するため、式(2.7.22)のような微分方程式が成り立ち、 $t_4$  における電荷量を  $Q_4$  とすると、式(2.7.23)のような解が得られる。

電流密度の式

$$J_{\text{ph6}}(t) = J_5 + \frac{dJ_{t2}}{dt} (t - t_5) \quad (2.7.21)$$

電荷量の式

$$\frac{dQ_{\text{ph6}}(t)}{dt} = -\frac{Q_{\text{ph6}}(t)}{\tau_i} - \left( -J_5 - \frac{dJ_{t2}}{dt} t \right) \quad (2.7.22)$$

$$Q_{\text{ph6}}(t) = \left( \tau_i^2 \frac{dJ_{t2}}{dt} - \tau_i J_5 \right) \left( e^{-(t-t_5)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_t}{dt} \tau_i (t - t_5) + Q_5 e^{-(t-t_5)/\tau_i} \quad (2.7.23)$$

## 2.9 電荷量と空乏層幅の関係式

空乏層幅  $W$  と電荷量  $Q$  の関係式を得るために、逆回復中のキャリア密度分布の変化を計算する。逆回復中の  $i$  層内のキャリアは拡散およびドリフトによって逆回復電流として排出され、再結合によって消滅する。まず拡散および再結合によるキャリア密度分布の変化を考える。ある深さ  $x_d$  の微小領域  $dx_d$  におけるキャリア密度分布密度  $C_i(x_d)$  に着目すると(図 2.6(a))、深さ  $x_d$  におけるキャリアの面積密度  $C_{id}(x_d)$  は

$$C_{id}(x_d) = C_i(x_d)dx_d \quad (2.8.1)$$

このときの図 2.6(b)のように拡散および再結合により、キャリア密度分布は変化する。このときの時間変化は以下の式で表すことができ<sup>[39]</sup>。

$$C_{id}(x, t) = \frac{C_i(x)dx_d}{\sqrt{4\pi D_{ia}t}} \exp\left\{-\frac{(x-x_d)^2}{4D_{ia}t} - \frac{t}{\tau_i}\right\} \quad (2.8.2)$$

このとき  $x_d$  を深さ  $-d$  から  $d$  まで積分することで、拡散および再結合におけるキャリア密度分布  $C_i(x, t)$  を以下の式(2.8.3)のように計算できる。

$$\begin{aligned} C_i(x, t) &= \int_{-d}^{+d} \frac{C_i(x_d)}{\sqrt{4\pi D_{ia}t}} \exp\left\{-\frac{(x-x_d)^2}{4D_{ia}t} - \frac{t}{\tau_i}\right\} dx_d \\ &= \frac{J\eta_i\tau_i}{2qL_{ia}} \exp\left(-\frac{x}{L_{ia}}\right) \left( B' \frac{1}{\cosh(d/L_{ia})} + \frac{1}{\sinh(d/L_{ia})} \right) \\ &\quad \cdot \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{(d-x)}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(-d-x)}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \right] \\ &\quad - \frac{J\eta_i\tau_i}{2qL_{ia}} \exp\left(\frac{x}{L_{ia}}\right) \left( \frac{1}{\sinh(d/L_{ia})} - B' \frac{1}{\cosh(d/L_{ia})} \right) \\ &\quad \cdot \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{(x+d)}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(x-d)}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.8.3)$$

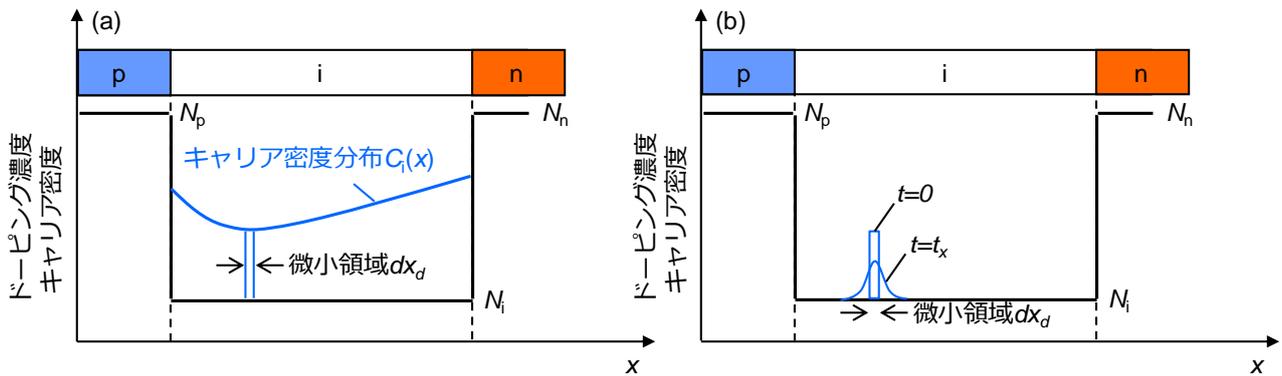


図 2.6 微小領域におけるキャリアの拡散および再結合による変化  
(a)微小領域の例、(b)微小領域における分布の変化

次に逆回復中に空乏層が伸びキャリアが排出される場合を考える。空乏層は p/i 界面から伸び、空乏層領域のキャリアがすべて排出されるとする。空乏層幅を  $W$  とすると、式を  $-d+W$  から  $+d$  まで積分することで、以下の式(2.8.4)のように逆回復期間中の電荷量を算出できる。この式(2.8.4)が  $W$  と  $Q$  の関係式に相当する。

$$\begin{aligned}
& \int_{-d+W}^{+d} C_i(x,t) dx \\
&= \frac{J\eta_i\tau_i}{2q} \left( B' \frac{1}{\cosh(d/L_{ia})} + \frac{1}{\sinh(d/L_{ia})} \right) \left[ -\exp\left(-\frac{d}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \right. \\
&+ \exp\left(-\frac{D_{ia}t-dL_{ia}}{L_{ia}^2}\right) \operatorname{erf}\left(-\frac{W}{2\sqrt{D_{ia}t}}\right) - \exp\left(\frac{d-W}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(-\frac{W}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \\
&- \exp\left(-\frac{D_{ia}t-dL_{ia}}{L_{ia}^2}\right) \operatorname{erf}\left(-\frac{d}{\sqrt{D_{ia}t}}\right) + \exp\left(-\frac{d}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(-\frac{d}{\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \\
&- \left. \exp\left(-\frac{D_{ia}t+dL_{ia}}{L_{ia}^2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{(2d-W)}{2\sqrt{D_{ia}t}}\right) + \exp\left(\frac{d-W}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{(2d-W)}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \right] \\
&+ \frac{J\eta_i\tau_i}{2q} \left( \frac{1}{\sinh(d/L_{ia})} - B' \frac{1}{\cosh(d/L_{ia})} \right) \left[ -\exp\left(\frac{d}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \right. \\
&+ \exp\left(-\frac{D_{ia}t+dL_{ia}}{L_{ia}^2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{W}{2\sqrt{D_{ia}t}}\right) - \exp\left(\frac{-d+W}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{W}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \\
&- \exp\left(-\frac{D_{ia}t+dL_{ia}}{L_{ia}^2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{d}{\sqrt{D_{ia}t}}\right) + \exp\left(\frac{d}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{d}{\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \\
&- \left. \exp\left(-\frac{D_{ia}t-dL_{ia}}{L_{ia}^2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{(-2d+W)}{2\sqrt{D_{ia}t}}\right) + \exp\left(\frac{-d+W}{L_{ia}}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{(-2d+W)}{2\sqrt{D_{ia}t}} + \sqrt{\frac{t}{\tau_i}}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.8.4}$$

## 2.10 電流密度と電圧と空乏層幅の関係式

図 2.7 のように逆回復期間中に空乏層が伸び、そのときに pin ダイオードに発生する電流密度および電圧の関係を考える。逆回復中は空乏層領域に全電圧が印加されていると仮定すると、

$$V = \frac{1}{2} E_0 W(t) \quad (2.9.1)$$

また空乏層領域に残留している少量の正孔密度を  $p$  とすると、ポアソン方程式より以下の式が成り立つ。

$$\frac{E_0}{W(t)} \cdot \frac{\varepsilon}{q} = p + N_i \quad (2.9.2)$$

式(2.9.1)に式(2.9.2)を代入し、電界  $E_0$  を消去すると、

$$\frac{2V}{W(t)^2} \cdot \frac{\varepsilon}{q} = p + N_i \quad (2.9.3)$$

このとき空乏層領域の正孔ドリフト電流密度が全体の電流密度と等しいと考えることができる。正孔移動度を  $\mu_{wp}$  とおくと

$$J(t) = q\mu_{wp} p \hat{E} \quad (2.9.4)$$

上式の電界は平均電界として下記の式で表すことができる。

$$\hat{E} = \frac{V(t)}{W(t)} \quad (2.9.5)$$

式(2.9.3)～(2.9.5)を用いて  $p$  と  $\rho_w$  を消去すると、以下の式のように逆回復中の電流密度、電圧、空乏層幅の関係式が得られる。

$$J(t) = \frac{V(t)\mu_{wh}(2\varepsilon V(t) - qN_i W(t)^2)}{W(t)^3} \quad (2.9.6)$$

式(2.8.4)および式(2.9.6)を満たす  $W$  をニュートン法などで解析的に得ることで、 $J$ 、 $V$ 、 $Q$  が満たすべき関係式を導出できる。

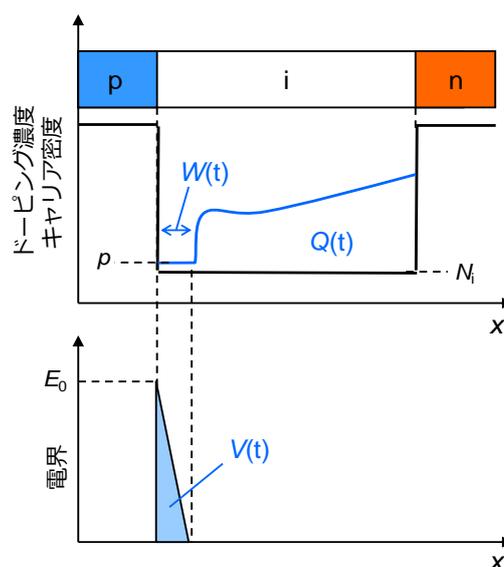


図 2.7 逆回復期間中の pin ダイオードのキャリア密度分布と電界分布の模式図

## 2.11 逆回復特性値の算出

2.8 節の  $J$ 、 $V$ 、 $Q$  の時間変化式、2.9 節の  $W$  と  $Q$  の関係式、2.10 節の  $J$  と  $V$  と  $W$  の関係式を用いることで、表 3 の  $J_1 \sim J_4$ 、 $V_3 \sim V_s$ 、 $Q_1 \sim Q_4$  を解として算出する。

### $dJ_f/dt$ の算出

図 2.4 のスイッチの電圧  $V_{sw}(t)$  が図 2.8(a) のように変化するとする。その傾き  $dV_{sw}/dt$  は以下の式で表すことができる。

$$\frac{dV_{sw}}{dt} = -\frac{V_{cc}}{t_{off}} \quad (2.10.1)$$

このとき図 2.8 (b) のカソード電圧  $V_k$  は式のように表すことができる。

$$V_k(t) = -L_h \frac{dJ(t)}{dt} + V_{cc} \quad (2.10.2)$$

またカソード-アノード間にはほとんど電圧が生じないため、

$$V_{sw}(t) \cong V_k(t) \quad (2.10.3)$$

したがって式(2.10.2)および(2.10.3)より、 $J(t)$  と  $V_{sw}(t)$  には以下の関係が成り立つ。

$$L_h \frac{dJ(t)}{dt} = V_{sw}(t) - V_{cc} \quad (2.10.4)$$

これを整理すると以下のように  $J(t)$  を表すことができる。

$$L_h \frac{dJ(t)}{dt} = \frac{dV_{sw}}{dt} t \quad (2.10.5)$$

$$dJ(t) = \frac{t}{L_h} \frac{dV_{sw}}{dt} dt \quad (2.10.6)$$

$$J(t) = J_0 - \frac{t^2}{2L_h} \frac{dV_{sw}}{dt} \quad (2.10.7)$$

$J(t)$  がゼロになる時の時間を  $t_{01}$  とすると、

$$t_{01} = \sqrt{2JL_h / \frac{dV_{sw}}{dt}} \quad (2.10.8)$$

式(2.10.5)および(2.10.8)より  $dJ_f/dt$  は

$$\frac{dJ_f}{dt} = \frac{dV_{sw}}{dt} \frac{t_{01}}{L_h} \quad (2.10.9)$$

と算出できる。

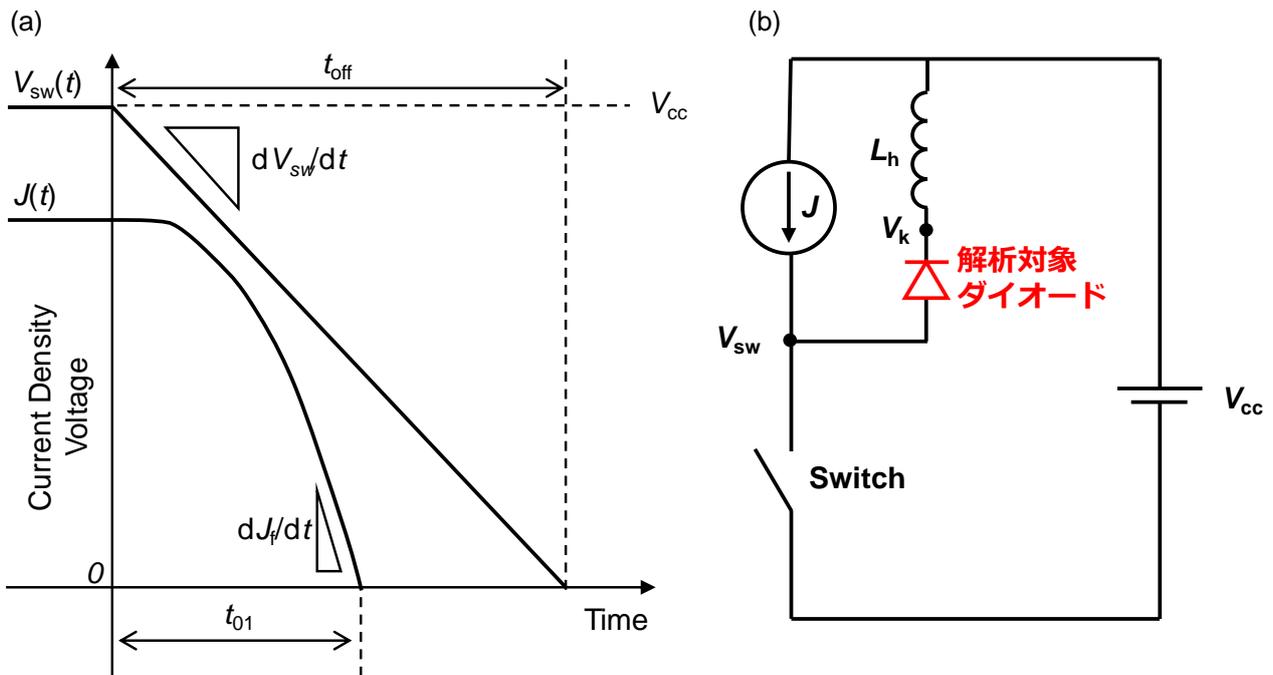


図 2.8  $dJ_f/dt$  導出用の模式図  
(a)電流・電圧波形、(b)回路図

$t=0$  のとき

$Q_0$  は以下の式から計算できる。

$$Q_0 = J\eta_i\tau_i \quad (2.10.10)$$

$t_1$  の算出

式(2.10.11)より  $t_1$  を算出できる。また式(2.8.4)において  $W=0$  とし、式(2.10.12)のように  $Q_1$  を導出できる。

$$t_1 = -J_0 / \frac{dJ_f}{dt} \quad (2.10.11)$$

$$Q_1 = \int_{-d}^{+d} C_i(x, t_1) dx \quad (2.10.12)$$

### $t_2$ の算出

図 2.9 のシーケンスに従って算出する。まず  $t_2$  の初期値を適当な値で仮決定する。式(2.7.3)、(2.7.4)および式(2.7.6)より以下のような式が成り立ち、 $J_2$ 、 $V_2$ 、 $Q_2$ を決定できる。

$$J_2 = \frac{dJ_f}{dt}(t_2 - t_1) \quad (2.10.13)$$

$$V_2 \cong 0 \quad (2.10.14)$$

$$Q_2 = \tau_i^2 \frac{dJ_f}{dt} \left( e^{-(t_2-t_1)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_f}{dt} \tau_i (t_2 - t_1) + Q_1 e^{-(t_2-t_1)/\tau_i} \quad (2.10.15)$$

次に式(2.8.4)および式(2.10.15)より以下の式が成り立ち、 $W_2$ を算出する。

$$\int_{-d+W_2}^{+d} C_i(x, t_2) dx = Q_2 \quad (2.10.16)$$

$W_2$ および $V_2$ を式(2.9.6)に代入し、 $J$ を得る。これを式(2.10.16)と比較し、 $J = J_2$ となるまで、ニュートン法や2分法などの数値解析手法を用いて解の探索を繰り返すことで、 $t_2$ を算出できる。

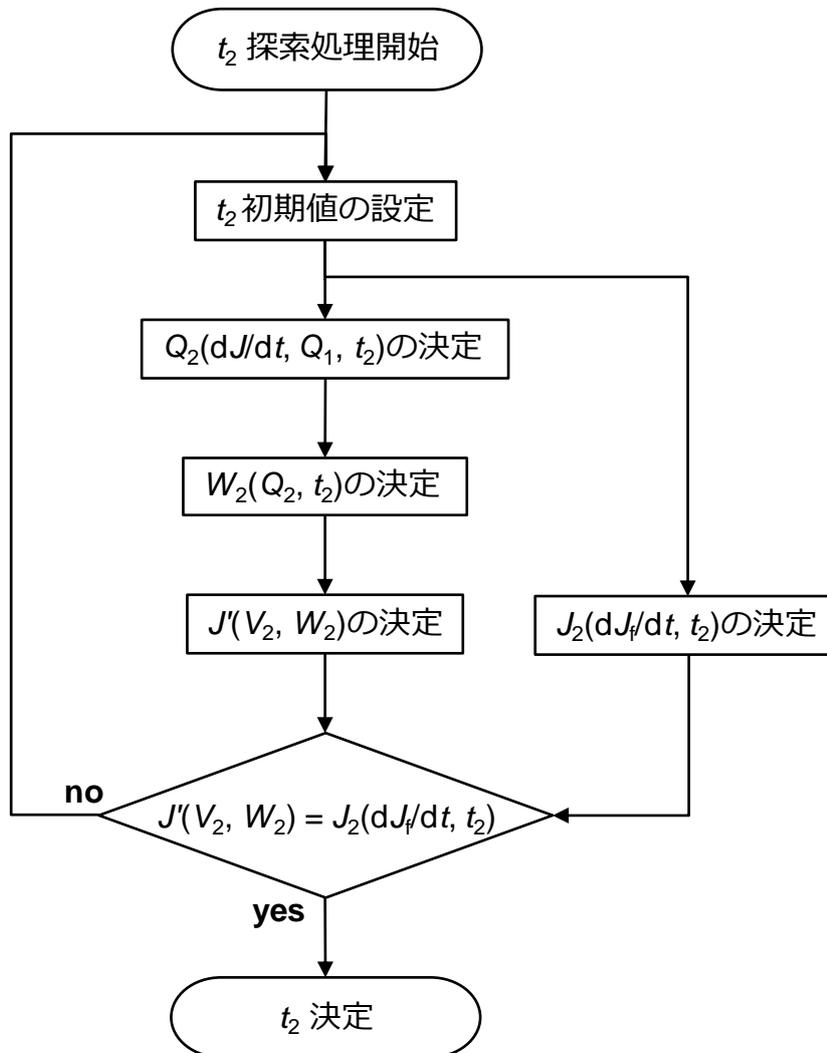


図 2.9  $t_2$ 算出シーケンス

### $t_3$ の算出

図 2.10 のシーケンスに従って算出する。まず  $t_3$  の初期値を適当な値で決定する。式(2.7.7)、(2.7.8)および(2.7.10)より、以下のように  $J_{\pi}$ 、 $Q_3$  を算出できる。

$$J_{\pi} = \frac{dJ_f}{dt}(t_3 - t_1) \quad (2.10.17)$$

$$Q_3 = \tau_i^2 \frac{dJ_f}{dt} \left( e^{-(t_3-t_2)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_f}{dt} \tau_i (t_3 - t_2) + Q_2 e^{-(t_3-t_2)/\tau_i} \quad (2.10.18)$$

$t_3$  のとき  $dJ/dt=0$  であるため、図 2.11 のように以下の式が成り立つ。

$$V(t) + V_{sw}(t) = V_{cc} \quad (2.10.19)$$

$$V_3 = V_{cc} - V_{sw}(t_3) \quad (2.10.20)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{V_3 - V_2}{t_3 - t_2} = \frac{V_{cc} - V_{sw}(t_3) - V_2}{t_3 - t_2} \quad (2.10.21)$$

ここで  $t_3 < t_{off}$  のとき

$$V_{sw}(t_3) = V_{cc} - \frac{dV_{sw}}{dt} t_3 \quad (2.10.22)$$

$t_3 > t_{off}$  のとき

$$V_{sw}(t_3) = 0 \quad (2.10.23)$$

である。式(2.10.21)より  $V_3$  を計算できる。

$$V_3 = \frac{dV}{dt}(t_3 - t_2) \quad (2.10.24)$$

次に式(2.8.4)および(2.10.18)より以下の式が成り立ち  $W_3$  を計算する。

$$\int_{-d+W_3}^{+d} C_i(x, t_3) dx = Q_3 \quad (2.10.25)$$

$W_3$  および  $V_3$  を式(2.9.6)に代入し、 $J$  を得る。これを式(2.10.17)と比較し、 $J = J_{\pi}$  となるまで、ニュートン法や 2 分法などの数値解析手法を用いて解の探索を繰り返すことで、 $t_3$  を算出できる。すなわち以下の式が成り立つ  $t_3$  を探索する。

$$-\frac{dJ_f}{dt}(t_3 - t_2) = \frac{2\varepsilon\mu_{ip}}{W_3^3} \left( \frac{dV}{dt}(t_3 - t_2) \right)^2 - \frac{q\mu_{ip}N_i}{W_3} \left( \frac{dV}{dt}(t_3 - t_2) \right) \quad (2.10.26)$$

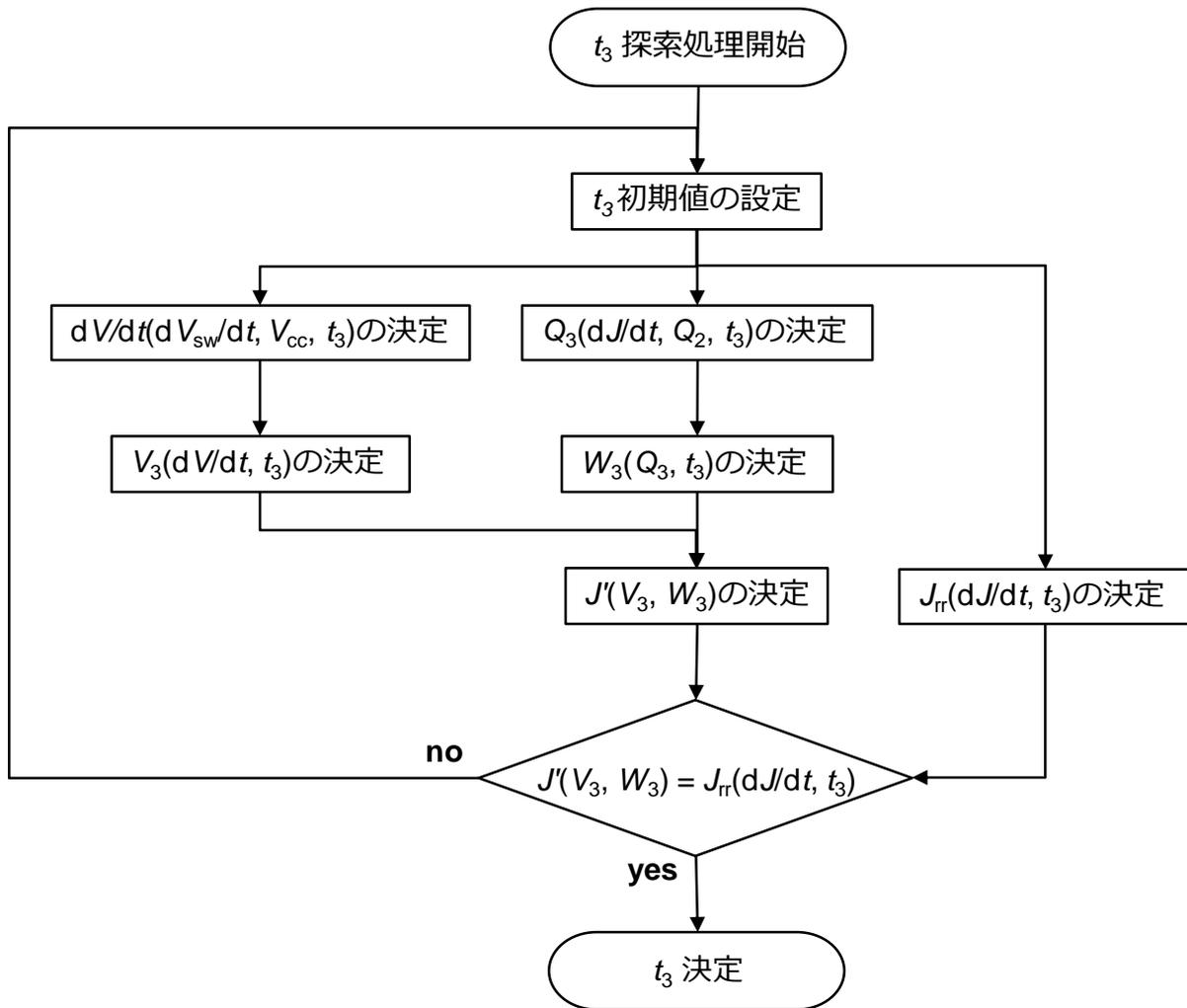


図 2.10  $t_3$  算出シーケンス

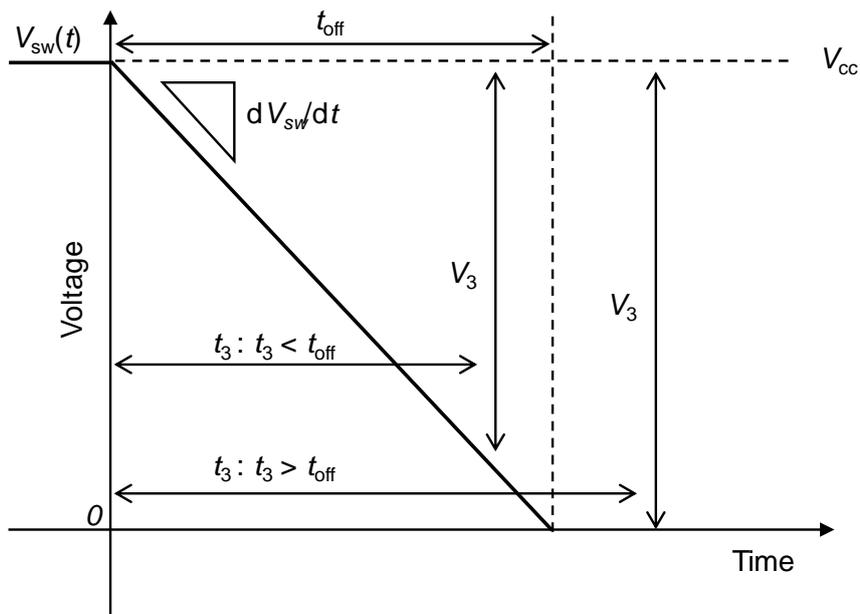


図 2.11  $dV/dt$  導出用の電圧波形

$t=t_4$ のとき

図 2.12 のシーケンスに従って算出する。まず  $t_4$  の初期値を適当な値で決定する。式(2.10.27)よりサージ電圧  $V_s$  を決定する。

$$V_s = \frac{dV}{dt}(t_4 - t_2) \quad (2.10.27)$$

次に以下の式を用いて寄生インダクタンス  $L_h$  より  $dJ_r/dt$  を決定する。

$$V_s - V_{cc} = L_h \frac{dJ_r}{dt} \quad (2.10.28)$$

$dJ_r/dt$  をから、 $J_4$  と  $Q_4$  を式(2.10.29)および(2.10.30)を用いて決定する。

$$J_4 = J_{rr} + \frac{dJ_r}{dt}(t_4 - t_3) \quad (2.10.29)$$

$$Q_4 = \left( \tau_i^2 \frac{dJ_r}{dt} - \tau_i J_{rr} \right) \left( e^{-(t_4 - t_3)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_r}{dt} \tau_i (t_4 - t_3) + Q_3 e^{-(t_4 - t_3)/\tau_i} \quad (2.10.30)$$

$Q_4$  を式(2.8.4)に代入し、下式から  $W_4$  を決定する。

$$\int_{-d+W_4}^{+d} C_1(x, t_4) dx = Q_4 \quad (2.10.31)$$

$W_4$  と  $V_s$  を式(2.9.6)に代入することで  $J$  を得ることができる。このとき得られた  $J$  が式と等しくなるまで、数値解析手法を用いて  $t_4$  を探索する。すなわち以下の式が成り立つ  $t_4$  を探索する。

$$-J_{rr} - \frac{dJ_r}{dt}(t_4 - t_3) = \frac{2\varepsilon\mu_{ip}}{W_4^3} \left( \frac{dV}{dt}(t_4 - t_2) \right)^2 - \frac{q\mu_{ip}N_i}{W_4} \left( \frac{dV}{dt}(t_4 - t_2) \right) \quad (2.10.32)$$

$t=t_5$ のとき

以下の手順で算出する。この Phase では空乏層が Phase4 よりも伸びず、空乏層によるキャリアの排出が起こらない。したがって、 $J_5$  は以下の式で決定できる。

$$J_5 = \frac{V_{cc}\mu_{wh}(2\varepsilon V_{cc} - qN_i W_4^2)}{W_4^3} \quad (2.10.33)$$

$J_5$  を式(2.7.17)に代入し  $t$  について解くことで、 $t_5$  は以下の式のように決定できる。

$$t_5 = \frac{2L_h(J_5 - J_4)}{V_s - V_{cc}} \quad (2.10.34)$$

さらに  $t_5$  を式(2.7.20)に代入することで  $Q_5$  を決定できる。

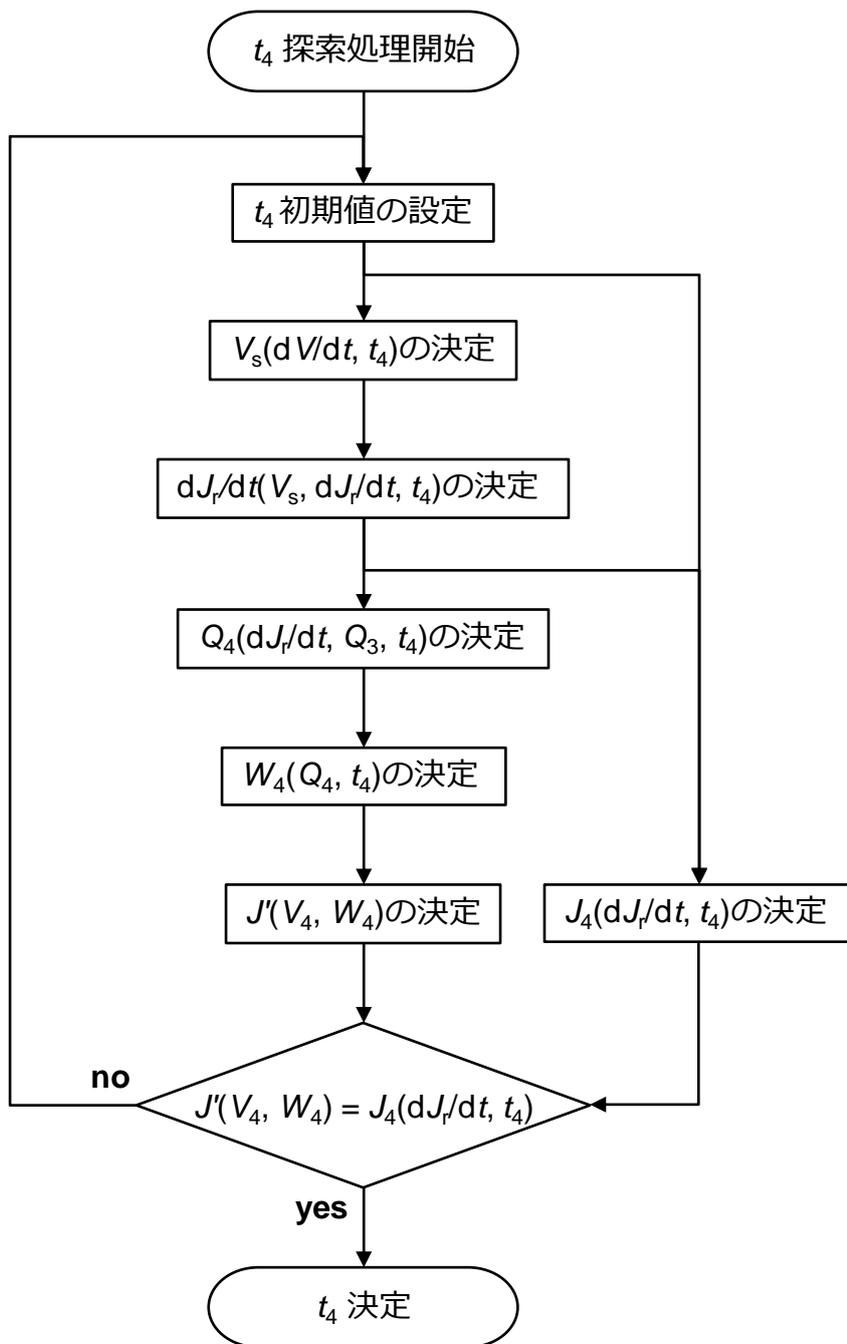


図 2.12  $t_4$  算出シーケンス

$t=t_6$ のとき

図 2.13 のシーケンスに従って算出する。まず  $t_6$  の初期値を適当な値で仮決定する。 $t_6$  では  $J$  および  $Q$  が同時に 0 になる。そのため式(2.7.21)より下式が成り立ち、 $dJ/dt$  を算出できる。

$$0 = -J_5 + \frac{dJ_t}{dt}(t_6 - t_5) \quad (2.10.35)$$

次に式(2.7.23)に  $dJ/dt$  および  $t_5$  を代入する。このとき左辺がゼロとなる  $t_6$  を探索する。すなわち以下の式を満たす  $t_6$  をニュートン法や2分法など数値解析法より決定する。

$$0 = \left( \tau_i^2 \frac{dJ_t}{dt} - \tau_i J_5 \right) \left( e^{-(t_6 - t_5)/\tau_i} - 1 \right) + \frac{dJ_t}{dt} \tau_i (t_6 - t_5) + Q_5 e^{-(t_6 - t_5)/\tau_i} \quad (2.10.36)$$

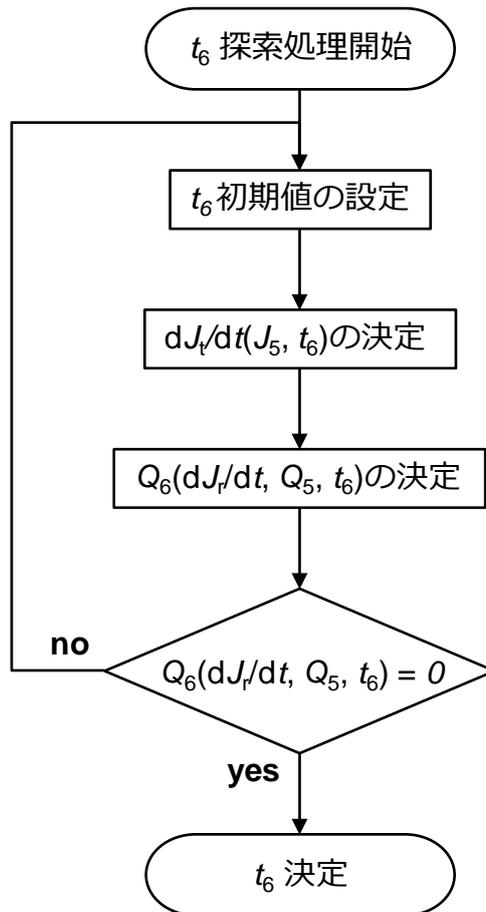


図 2.13  $t_6$  算出シーケンス

## 2.12 計算精度

得られたモデルの精度を確認するためにデバイス Sim との比較を行った。各構造パラメータは i 層厚さ  $2d=140\mu\text{m}$ 、p 層および n 層濃度 ( $N_p, N_n$ ) を  $10^{16}\text{ cm}^{-3}$ 、i 層濃度  $N_i=5\times 10^{13}\text{ cm}^{-3}$ 、温度  $T=25^\circ\text{C}$ 、ライフタイム  $\tau_i=10\mu\text{s}$  で計算した。回路パラメータは  $L_h=100\text{ nH}$ 、 $J=100\text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{ V}$ 、 $dJ/dt=2500\text{ A}\cdot\mu\text{s}^{-1}\cdot\text{cm}^{-2}$  で計算した。

デバイス Sim は CPU:Xeon、RAM:96GB、OS:Linux の計算サーバで Sentaurus を用いて計算し、1 条件当たり、計算時間は 60s ほどで結果が得られた。数式モデルは CPU:Core i5、RAM:8.00GB、OS:Windows 7(64bit)の PC で VBA (Visual Basic for Application)を用いて計算した。計算時間は順方向特性および逆回復特性含めて 1 条件当たり、0.05s ほどであった。

### 2.12.1 順方向特性の比較

図 2.14 にデバイス Sim:Simulation と本論文で導出した数式モデル:Equation から得られた順方向 I-V 特性の比較結果を示す。図 2.14 はそれぞれ p 層、n 層濃度を変更している。図 2.15 にはライフタイム変更時の比較結果を示す。いずれの図においても、数式モデルはデバイス Sim の結果をよく模擬できた。

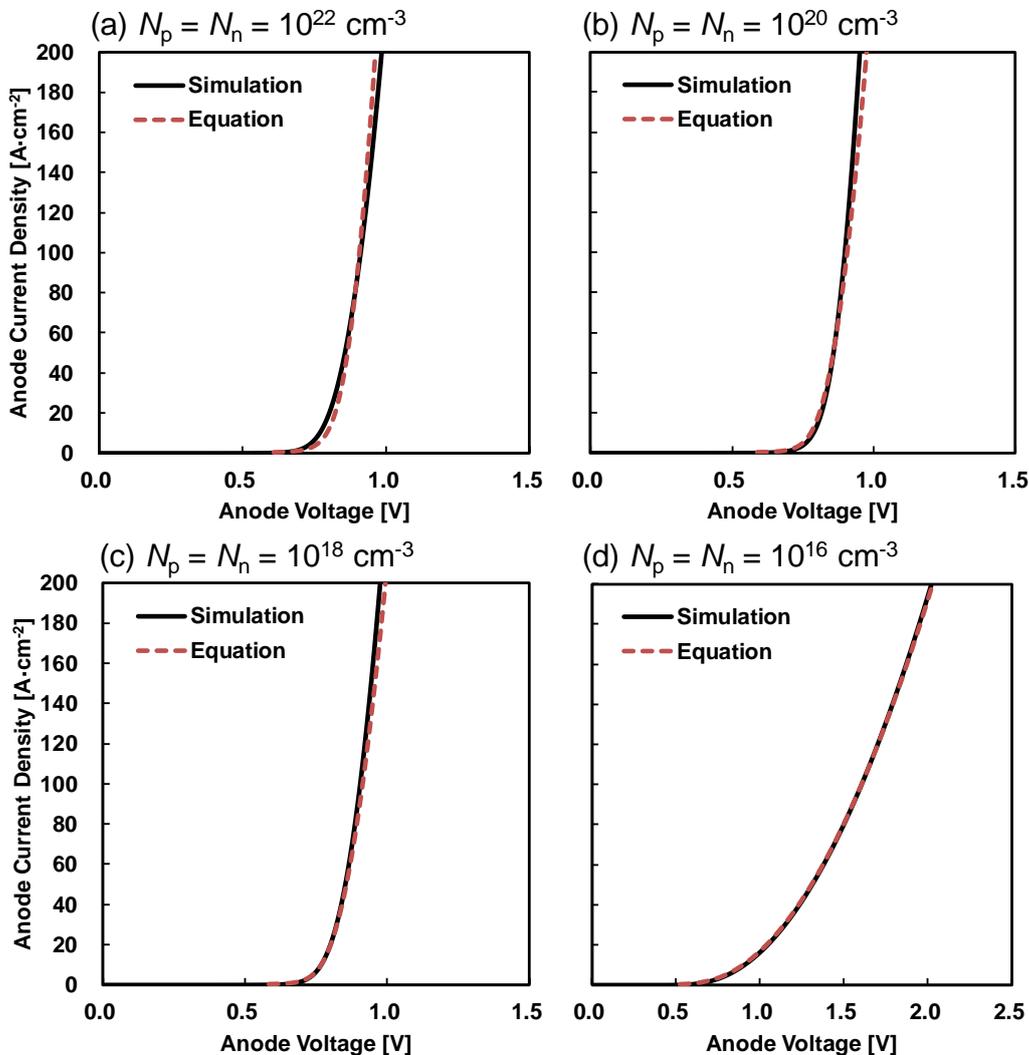


図 2.14 順方向 I-V 特性のデバイス Sim および数式モデルの比較 濃度依存

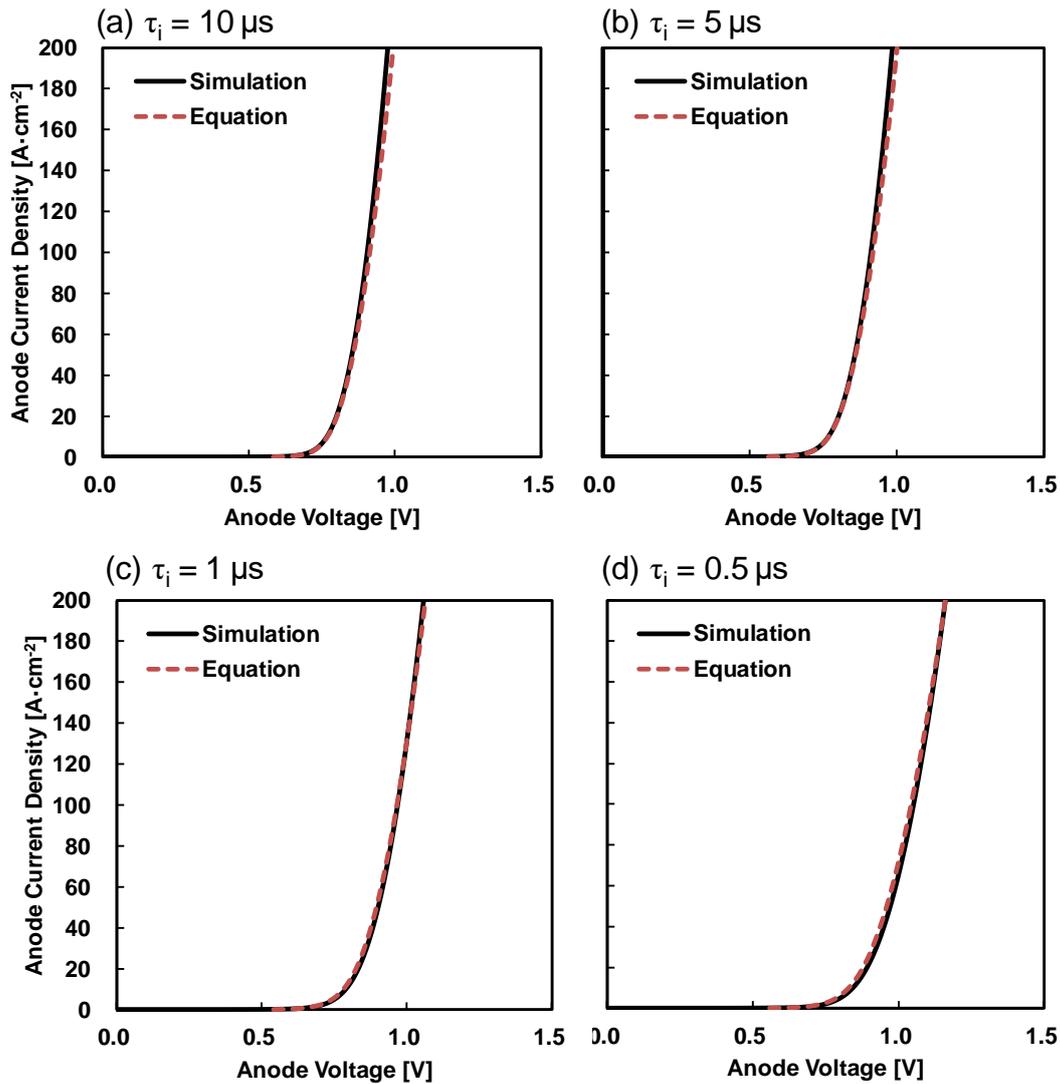


図 2.15 順方向 I-V 特性のデバイス Sim および数式モデルの比較 ライフタイム依存

### 2.12.2 逆回復特性の比較

デバイス Sim と数式モデルから得られた逆回復波形の比較の例を図 2.16～図 2.21 に示す。それぞれ、ドーピング濃度、ライフタイムを変更したものである。ほとんどの条件において、デバイス Sim に近い波形を再現できた。しかし図 2.18 の低ライフタイム条件( $\tau_i=0.2\mu\text{s}$ )において、電圧波形の差が大きい。この条件の場合、デバイス Sim では発振現象が起り、発振を想定していない数式モデルと大きく乖離した。発振現象は逆回復中に i 層内のキャリアが枯渇したことでダイオードの容量が低下し、寄生インダクタンスと共振することで発生する<sup>[13]</sup>。本モデルではキャリアが枯渇したときの挙動を計算していないため、誤差が拡大した。

次に回路パラメータを変更した場合、逆回復特性にどのような差が生じるのか確認した。図 2.22 および図 2.23 に最大逆電流密度  $J_{rr}$ 、逆回復電荷  $Q_{rr}$ 、およびサージ電圧  $V_s$  におけるデバイス Sim と数式モデルの電流密度依存性および電源電圧依存性をそれぞれ示す。この図においてもデバイス Sim と同様の傾向を再現できた。しかし図 2.23(c)の楕円で囲まれた点において乖離が大きい。これも図 2.18 と同様に電源電圧が増加した結果、逆回復中の空乏層の進展によりキャリアが枯渇し、発振現象が発生したためである。

以上より、本モデルはデバイス Sim に近い逆回復波形および特性値を計算可能であるが、発振現象が起こる条件においてはサージ電圧に差が生じる。

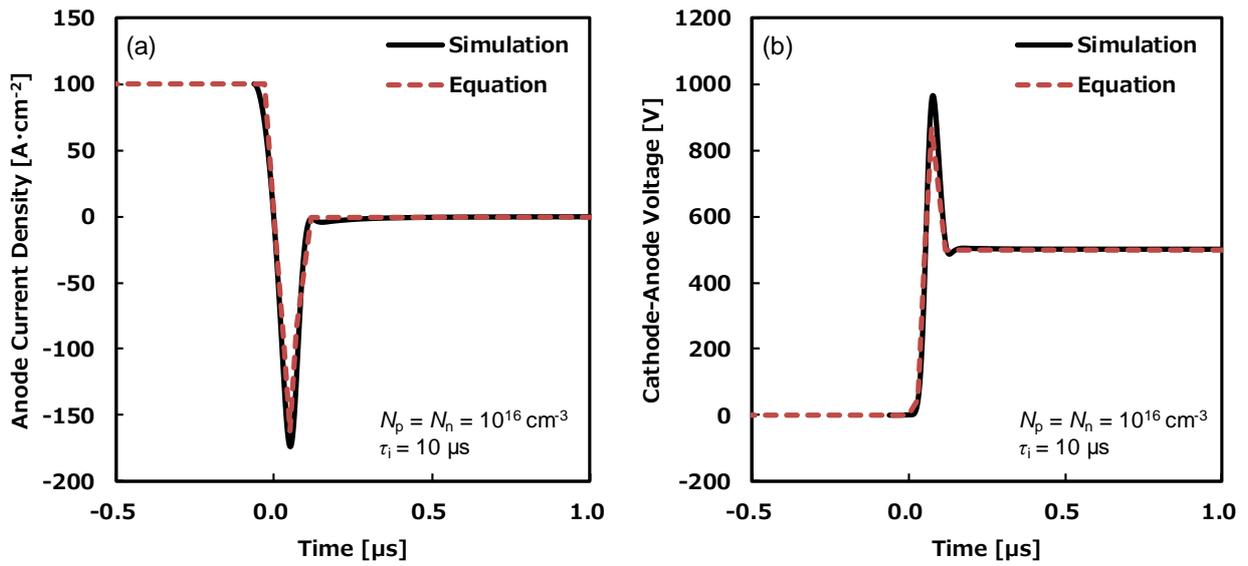


図 2.16 逆回復波形のデバイス Sim と数式モデルの比較  $N_p=N_n=10^{16}\text{cm}^{-3}$ 、 $\tau_1=10\mu\text{s}$   
 (a)電流密度波形、(b)電圧波形 ( $J=100\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{V}$ 、)

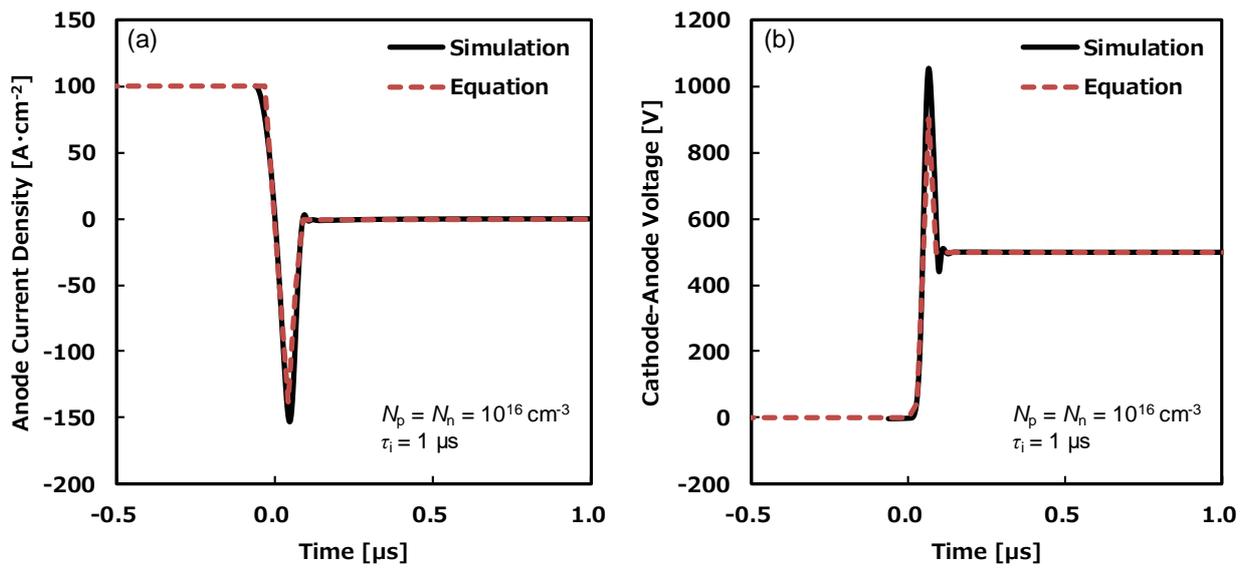


図 2.17 逆回復波形のデバイス Sim と数式モデルの比較  $N_p=N_n=10^{16}\text{cm}^{-3}$ 、 $\tau_1=1\mu\text{s}$   
 (a)電流密度波形、(b)電圧波形 ( $J=100\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{V}$ 、)

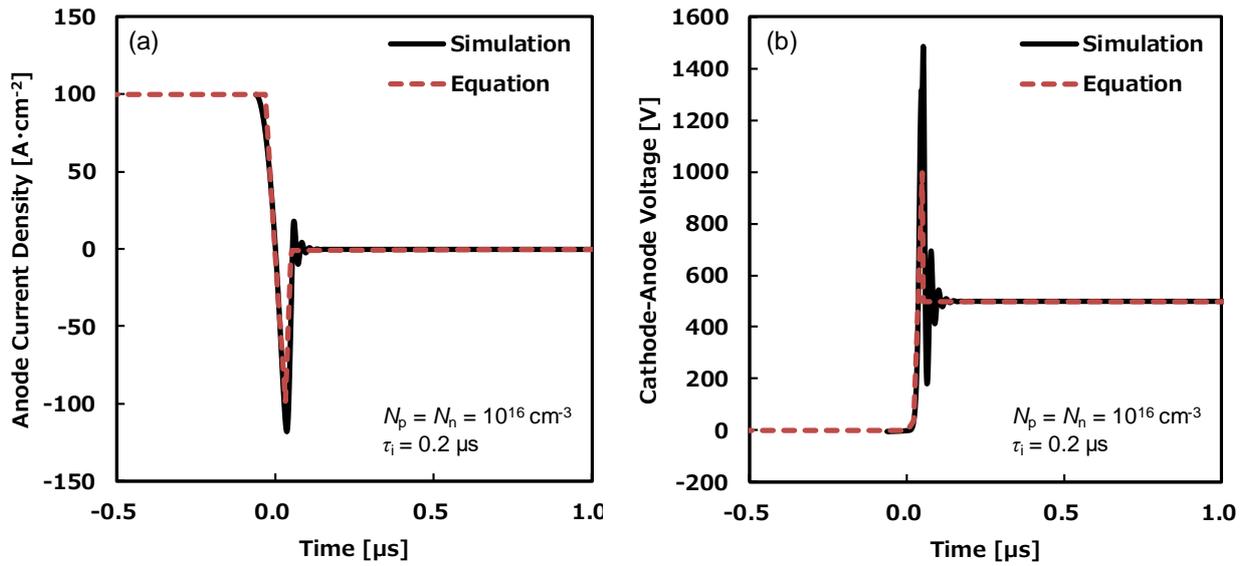


図 2.18 逆回復波形のデバイス Sim と数式モデルの比較  $N_p=N_n=10^{16}\text{cm}^{-3}$ 、 $\tau_i=0.2\mu\text{s}$   
 (a)電流密度波形、(b)電圧波形 ( $J=100 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{V}$ )

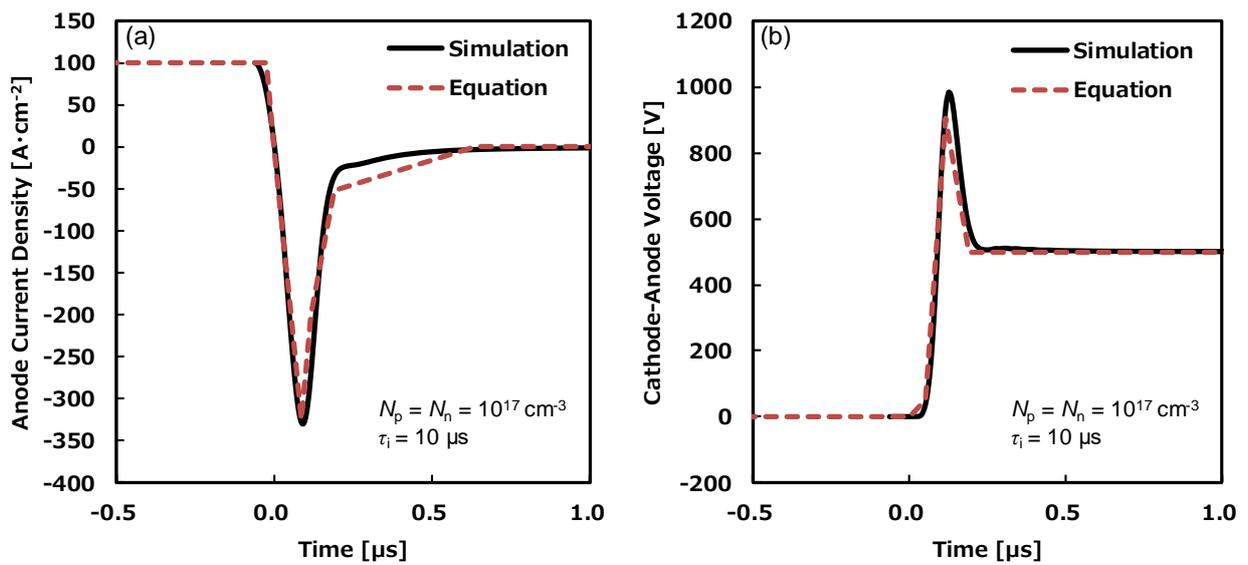


図 2.19 逆回復波形のデバイス Sim と数式モデルの比較  $N_p=N_n=10^{17}\text{cm}^{-3}$ 、 $\tau_i=10\mu\text{s}$   
 (a)電流密度波形、(b)電圧波形 ( $J=100 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{V}$ )

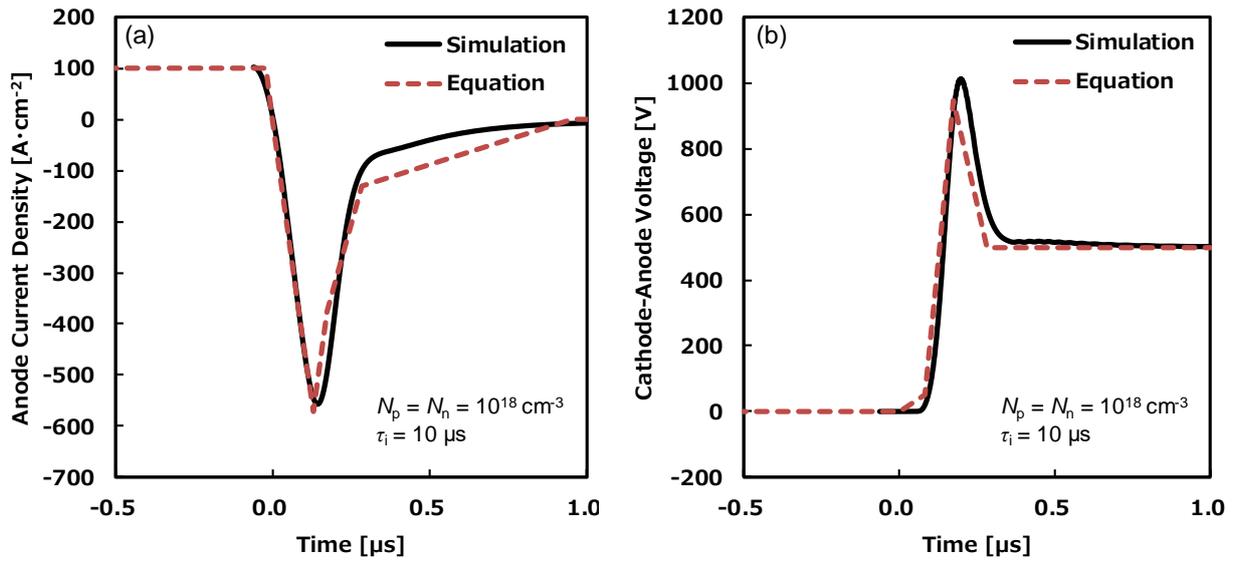


図 2.20 逆回復波形のデバイス Sim と数式モデルの比較  $N_p=N_n=10^{18}\text{cm}^{-3}$ 、 $\tau_i=10\mu\text{s}$   
 (a)電流密度波形、(b)電圧波形 ( $J=100\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{V}$ )

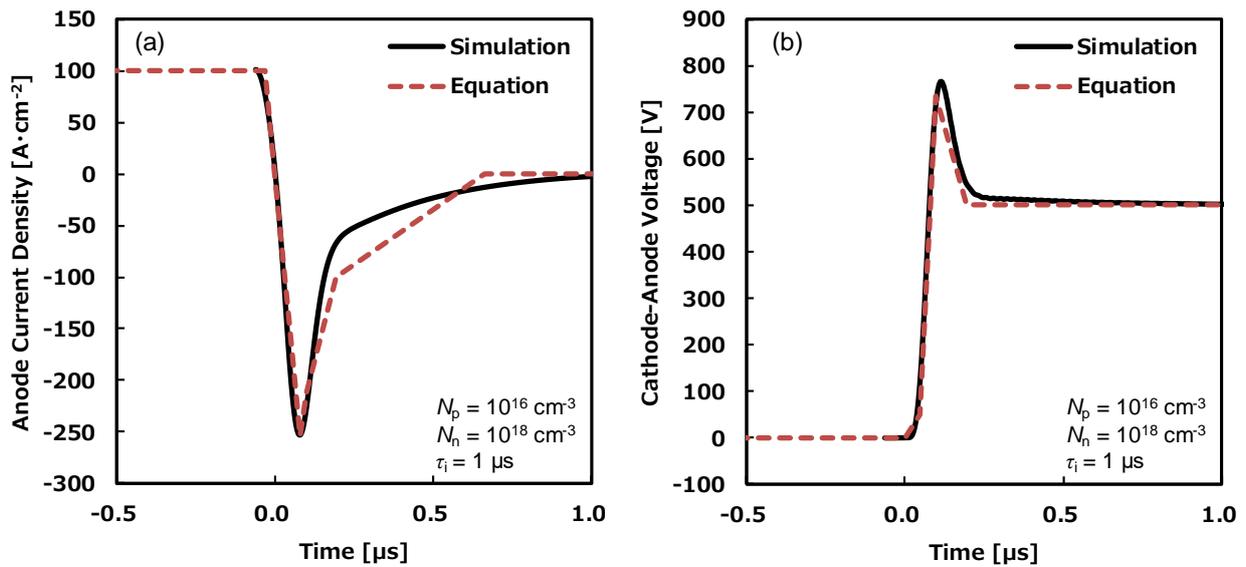


図 2.21 逆回復波形のデバイス Sim と数式モデルの比較  $N_p=10^{16}\text{cm}^{-3}$ 、 $N_n=10^{18}\text{cm}^{-3}$ 、 $\tau_i=10\mu\text{s}$   
 (a)電流密度波形、(b)電圧波形 ( $J=100\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $V_{cc}=500\text{V}$ )

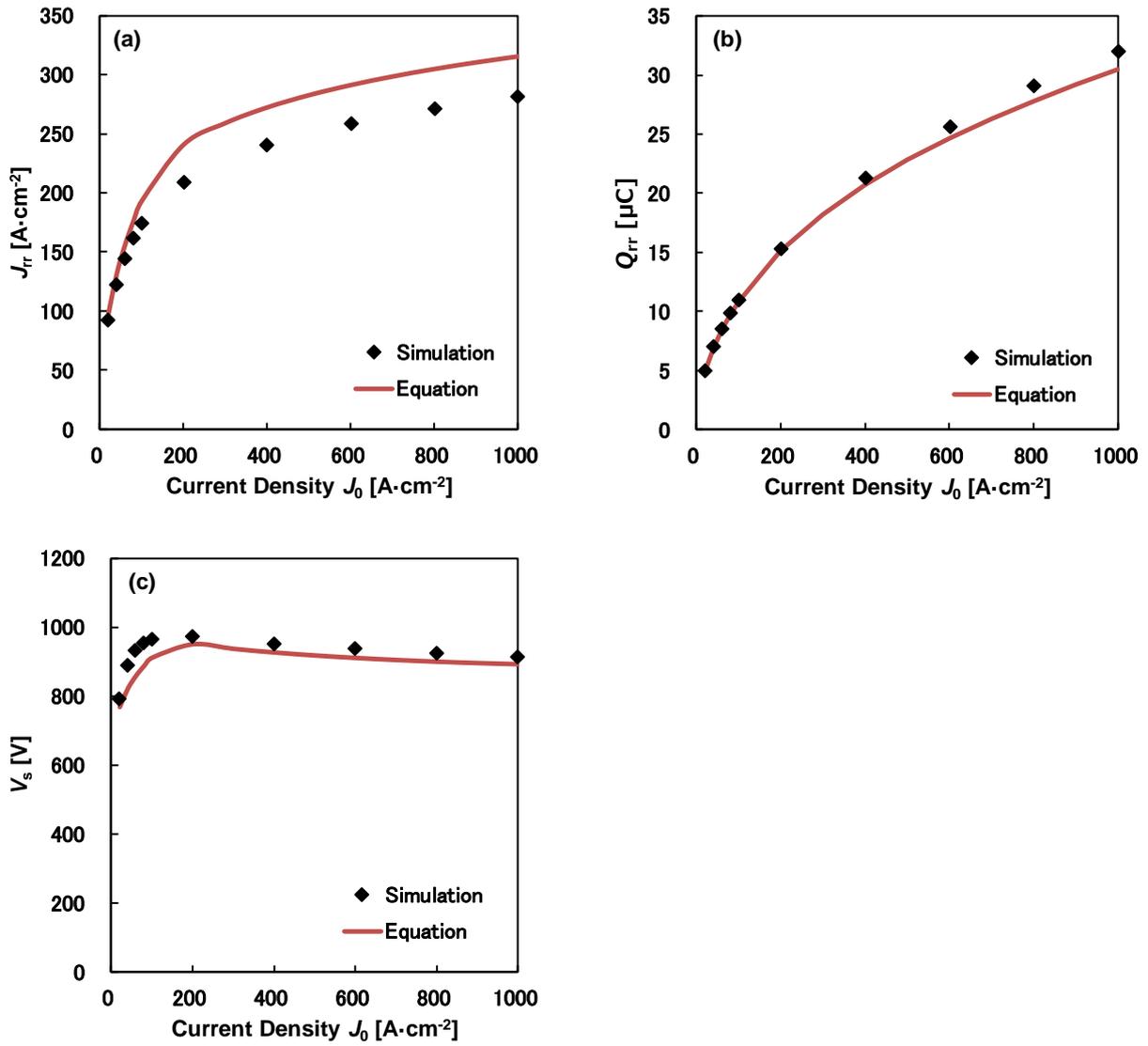


図 2.22 逆回復特性の電流密度依存性 (a)最大逆電流密度  $J_{rr}$ 、(b)逆回復電荷  $Q_{rr}$ 、(c)サージ電圧  $V_s$

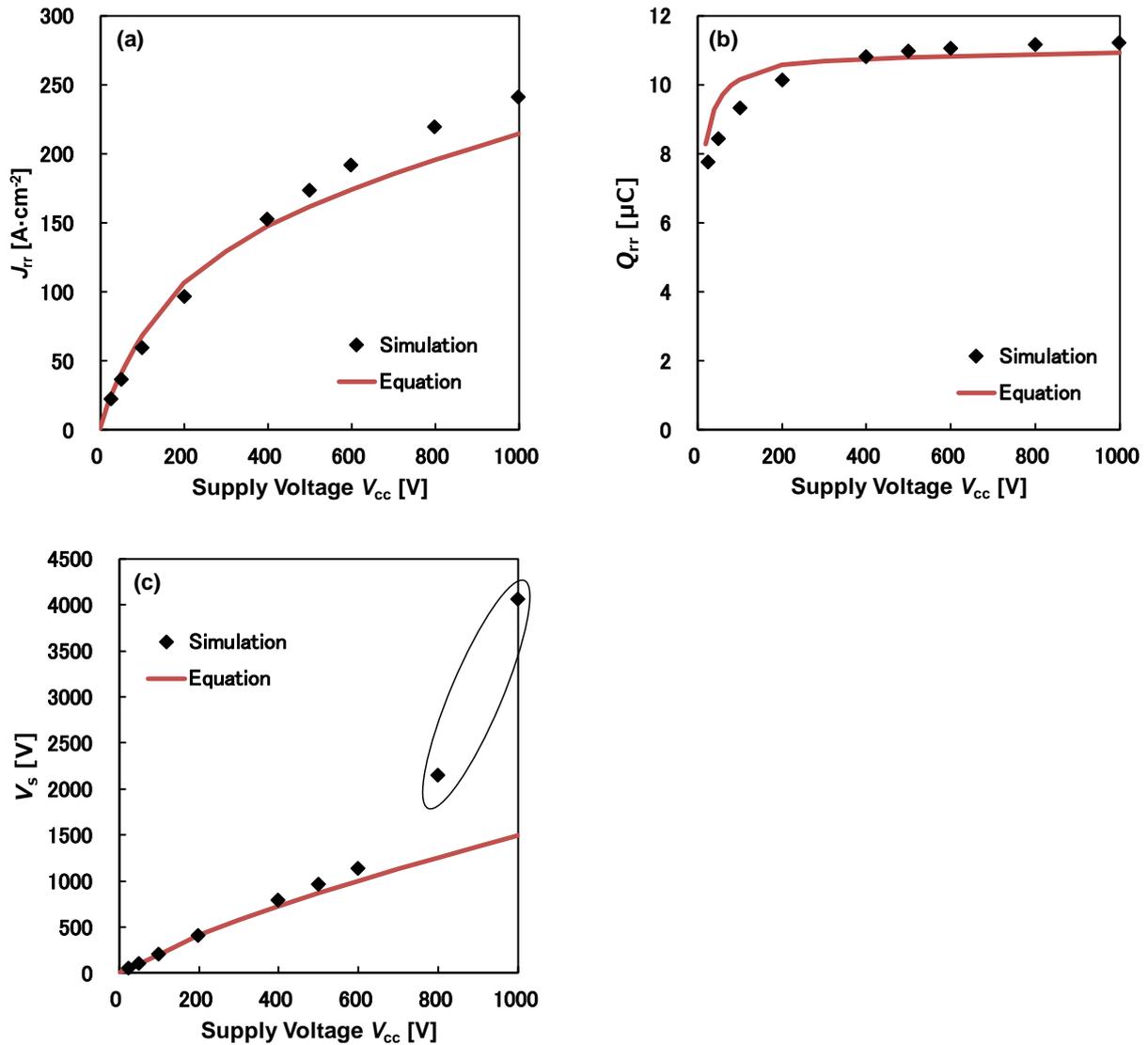


図 2.23 逆回復特性の電源電圧依存性 (a)最大逆電流密度  $J_{rr}$ 、(b)逆回復電荷  $Q_{rr}$ 、(c)サージ電圧  $V_s$

### 2.12.3 逆回復モデルの制約条件

本研究の逆回復モデルは発振現象を考慮していない、さらに逆回復中にアバランシェ現象が起きるダイナミックアバランシェも誤差を拡大させる可能性があるが、こちらも考慮していない。発振現象はサージ電圧に、ダイナミックアバランシェ現象はサージ電圧および逆回復電荷の誤差が大きくなる。そのため、本モデルの計算では以下の式を満たす必要がある<sup>[38]</sup>。

$$\zeta \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_D}{L_h}} < 0.1 \quad (2.11.1)$$

$$J_4 < J_{SOA} = 10^7 \times qN_i \left[ \frac{V_{bd}}{V(t_4)} - 1 \right] \quad (2.11.2)$$

ここで  $C_D$  は  $i$  層の容量であり、 $V_{bd}$  はダイオードの耐圧である。

$$C_D = \frac{dQ}{dV} = \frac{\Delta Q_4}{\Delta V_4} \quad (2.11.3)$$

$$\Delta Q_4 = \int_{-d+W_4'}^{+d} C_i(x, t_4) dx - \int_{-d+W_4}^{+d} C_i(x, t_4) dx \quad (2.11.4)$$

$$\Delta V_4 = V_4' - V_4 \quad (2.11.5)$$

$W_4'$  と  $V_4'$  は以下の式(2.11.6)を満たす値をニュートン法で探索する。

$$J_4 = \frac{V_4' \mu_{wh} (2\epsilon V_4' - qN_i W_4'^2)}{W_4'^3} \quad (2.11.6)$$

数式モデルでは式(2.11.1)および(2.11.2)を同時に計算し、これらの式(2.11.1)を満たさない場合、発振現象が起き、サージ電圧など電圧に依存する特性値は誤差が大きいと考えられ解析に使用できない。また式(2.11.2)を満たさない場合、ダイナミックアバランシェが起き、逆回復電荷も誤差が大きいと考えられ、これも解析に使用できない。

### 2.13 第 2 章まとめ

本章では順方向特性および逆回復特性を計算可能な数式モデルを作成し、さらにデバイス Sim 結果と比較して精度を確認した。

順方向特性モデルは従来モデルにライフタイムのトラップエネルギー準位およびトラップ密度依存性を追加した、さらに形状係数の厳密解を算出可能な式を作成した。

逆回復特性モデルは誘導負荷および寄生インダクタンスを考慮した新モデルを作成した。このモデルは逆回復期間を6つのPhaseに分割し、Phaseごとに電流密度、電圧、電荷量の時間変化式を作成した。さらに逆回復中のキャリア密度分布の積分値から空乏層幅と電荷量の関係式を算出した。最後に電流密度・電圧・空乏層幅の関係式から解を得た。解を得るためにはニュートン法や2分法を用いた数値解析を用いた。

数式モデルの精度はSiデバイス Simと比較して確認した。順方向特性はp層およびn層濃度を変化させた結果およびライフタイムを変化させた結果を比較したところ、デバイス Sim結果とよく一致した。逆回復特性はp層およびn層濃度を変化させた結果およびライフタイムを変化させた結果を、逆回復電流波形および電圧波形で比較したところ、デバイス Sim結果と概ね一致したが、低ライフタイム条件の電圧波形に差が見られた。また逆回復電荷、サージ電圧、逆回復電流の電流密度、電源電圧依存性をデバイス Simと比較したところ、高電源電圧においてサージ電圧に差が見られた。これらは逆回復中の発振現象に起因するものであり、制約条件を満たす場合は発生しない。

以上より数式モデルはデバイス Simに近い精度で計算可能である。ただし、逆回復特性の電気特性値は制約条件式を満たす場合のみ、解析に使用可能である。

### 第3章 pin ダイオードの最適化計算

第 2 章で作成した数式モデルを用いて、最適化計算を行う。本論文では電力損失の最小化を最適化とする。まず目的関数、変数、最適化問題の定式化および最適化アルゴリズムの選択を行い、次に最適化計算の結果を、最後に最適化計算結果と他の手法との比較について記述する。

#### 3.1 計算方法

##### 3.1.1 目的関数の設定

図 3.1 に pin ダイオードで得られる電気特性と電力損失の関係を示す。図 3.1 の電力損失のうちリーク電流に依存する待機電力損失は非常に小さいため無視し、導通損失およびスイッチング損失のみ考慮する。さらにノイズに影響を及ぼす重要な特性であるサージ電圧を考慮する。導通損失は順方向電圧から算出する。スイッチング損失は逆回復電荷をもとに逆回復損失から算出する。

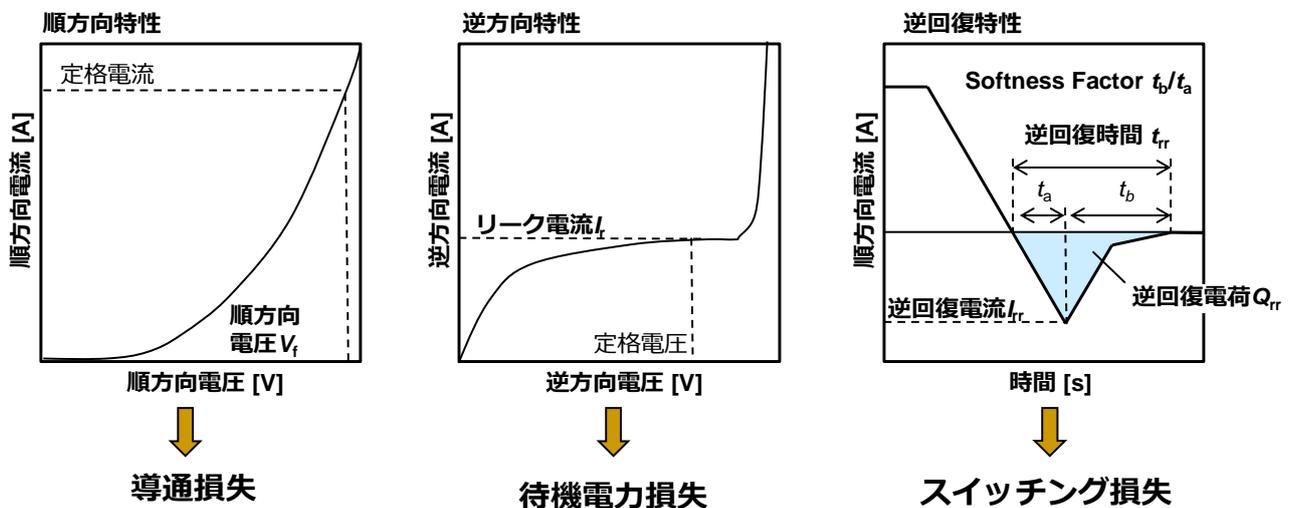


図 3.1 pin ダイオードにおける電力損失の模式図

##### 3.1.2 変数の設定

最適化計算を行うにあたり、変数となる構造パラメータを選定する。作成した数式モデルにおいて、構造パラメータは p 層、i 層、n 層の濃度である不純物  $N_p$ 、 $N_i$ 、 $N_n$ 、および p 層、i 層、n 層の厚さである  $d_p$ 、 $d$ 、 $d_n$ 、さらに p 層、i 層、n 層のライフタイムである  $\tau_p$ 、 $\tau_i$ 、 $\tau_n$ 、さらに i 層内のトラップエネルギー準位  $E_t$  およびトラップ密度  $N_t$  の計 11 個である。このうち  $N_i$  および  $d$  は耐圧に依存するため、耐圧が一定であれば固定することができ、上記の目的関数に影響しない。加えて  $\tau_i$  は  $E_t$  と  $N_t$  の関数であるため、 $E_t$  と  $N_t$  のみ考慮すれば良い。さらに式(2.3.12)および(2.3.13)より  $N_p$ 、 $d_p$ 、 $\tau_p$  は  $h_p$  の、 $N_n$ 、 $d_n$ 、 $\tau_n$  は  $h_n$  の変数である。そのため  $N_p$  および  $N_n$  のみを変数とし  $d_p$ 、 $\tau_p$ 、 $d_n$ 、 $\tau_n$  を固定すれば、 $h_p$  と  $h_n$  を一意に変化させることが可能である。以上より  $N_p$ 、 $N_n$ 、 $E_t$ 、 $N_t$  の 4 つを変数として解析する。

### 3.1.3 最適化問題の定式化

今回の最適化問題を以下のように定式化する。 $f_s$  はスイッチング周波数、 $D_u$  はダイオードの導通時間の割合(Duty比)、 $J_0$ は導通時の電流密度である。最適化条件はダイオードの電流密度を20~200A・cm<sup>-2</sup>まで10 A・cm<sup>-2</sup>ごと増加させたときの導通損失とスイッチング損失の和が最小になる値とする。

$$\text{最小化: } \sum_{J_0=20}^{200} [f_s E_{rr}(J_0, N_p, N_n, E_t) + D_u J_0 V_f(J_0, N_p, N_n, E_t)] \quad [\text{J}]$$

$$\text{条件: } V_s(J_0, N_p, N_n, E_t) < V_{sx} \quad [\text{V}]$$

$$10^{12} \leq N_t \leq 10^{15} \quad [\text{cm}^{-3}]$$

$$0 \leq E_t - E_i \leq 0.5 \quad [\text{eV}]$$

$$10^{15} \leq N_p \leq 10^{20} \quad [\text{cm}^{-3}]$$

$$10^{15} \leq N_n \leq 10^{20} \quad [\text{cm}^{-3}]$$

### 3.1.4 アルゴリズムの選択

最適化問題には連続的最適化、離散的最適化があり、さらに連続的最適化問題は線形計画問題と非線形計画問題に分けることができる<sup>[40]</sup>。今回は連続的非線形最適化問題であり、このときの最適化アルゴリズムは、局所解の導出に適した勾配法と、大域解の導出に適した遺伝的アルゴリズムが代表的な手法である<sup>[41]</sup>。勾配法は目的関数の勾配を計算し、解空間を下る方向へ進み、最終的に解空間の谷を探索するアルゴリズムであり、その解へ至る過程に応じて多くの派生的な手法が存在する。勾配法は計算時間が短いものの、図 3.2(a)のような単峰性を有する解空間の最適化に適している。しかし図 3.2(b)のように解空間が多峰性を有する場合、初期値によっては最適解へ至らない可能性がある<sup>[41]</sup>。そのため、マルチスタート法など、複数の初期値を用いて計算を開始し、上記のデメリットを回避する方法もあるが、計算時間とのトレードオフ関係にある。一方、遺伝的アルゴリズムは、初期世代を解空間に広く生成し、適合度の高い解を親世代として、親世代を基本にした突然変異の子世代を生成する。これを繰り返して解空間の谷を探索するアルゴリズムであり、解空間が多峰性であっても最適解を得られるというメリットを持つものの、計算時間が長い<sup>[41]</sup>。

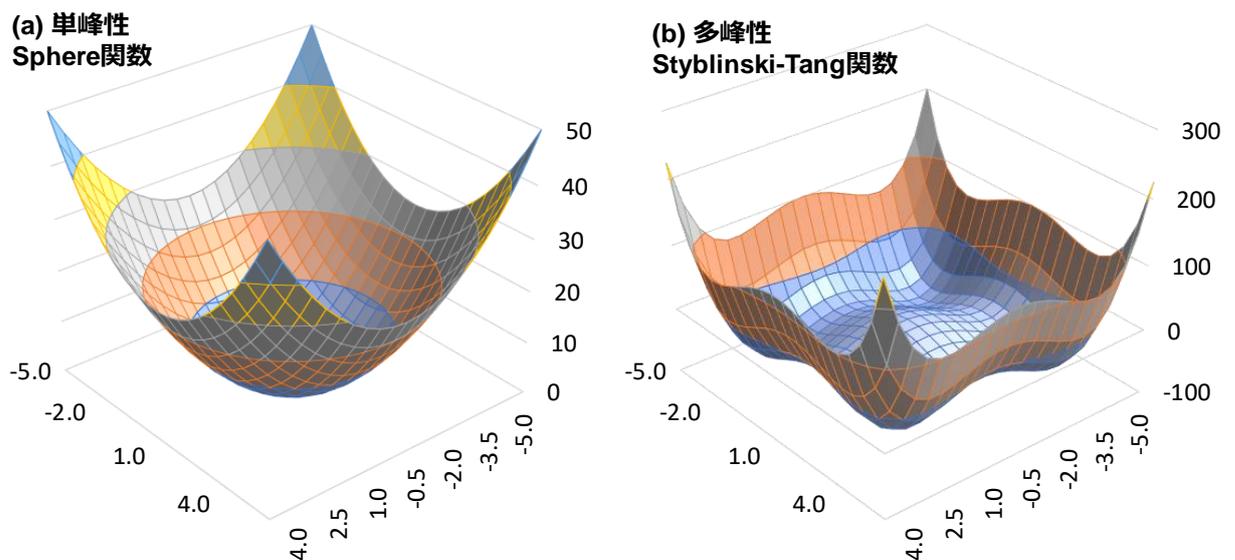


図 3.2 解空間関数の例 (a)単峰性、(b)多峰性

図 3.3 にライフタイムを一定とし、ドーピング濃度  $N_p$  と  $N_n$  を個別に変化させたときの結果を、図 3.4 は  $N_p=N_n$  として、ドーピング濃度とライフタイムを変化させたときの結果を示す。z 軸が電力損失、サージ電圧どちらであっても単峰性の解空間である。これらのパラメータを同時に変化させたとしても単峰性である可能性が高い。さらに VBA(Visual Basic for Applications)内のソルバーに搭載されている GRG (Generalized Reduced Gradient)非線形勾配法および GRG 勾配法+マルチスタート法、遺伝的アルゴリズムの3つをもちいて最適化計算を実施したところ、すべて同じ結果が得られた。勾配法は初期値を大きく変化させても同じ結果が得られているため、本問題は単峰性と考えられ、勾配法が適している。

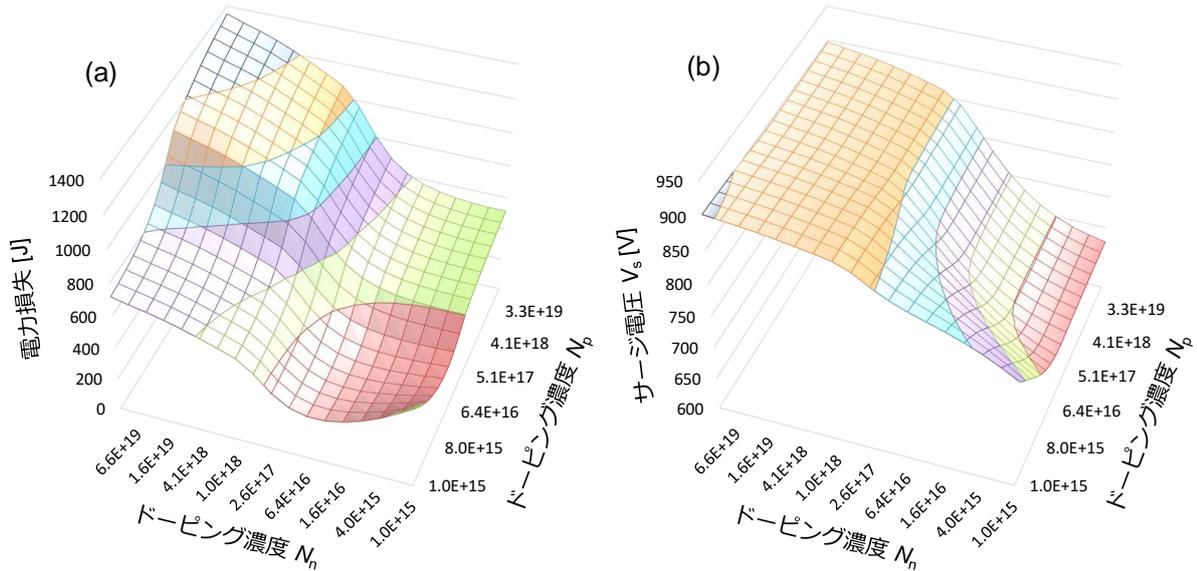


図 3.3 ドーピング濃度  $N_p$  および  $N_n$  による解空間の例  
(a)電力損失(10kHz、Duty=0.5)、(b)サージ電圧  $V_s$

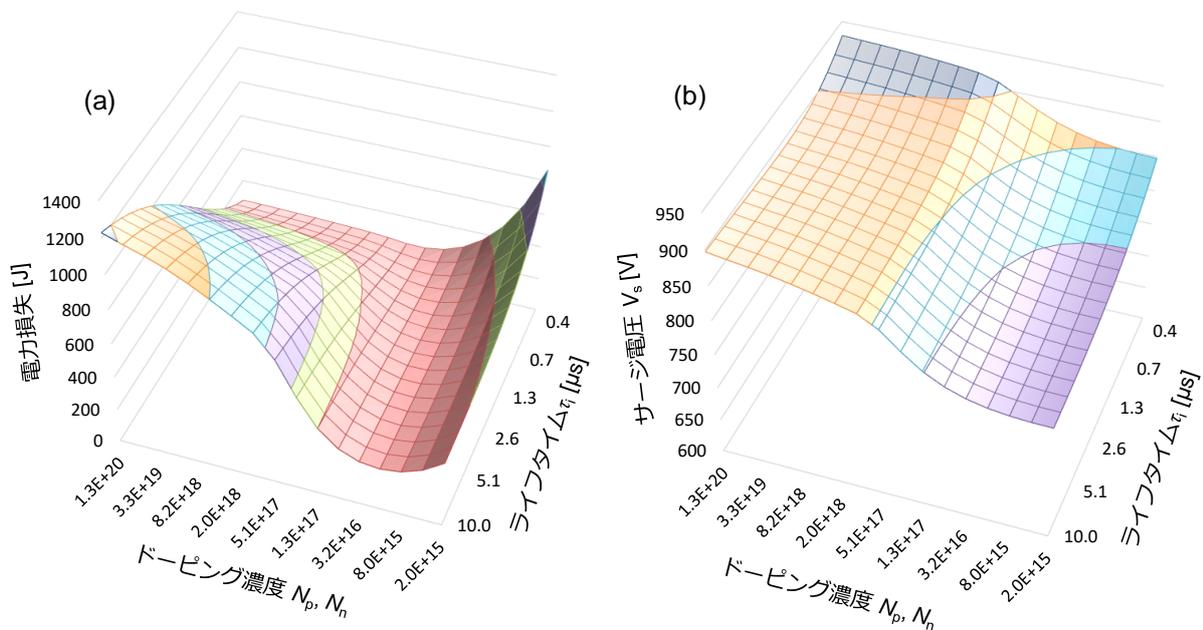


図 3.4 ドーピング濃度  $N_p=N_n$  およびライフタイム  $\tau$  による解空間の例  
(a)電力損失(10kHz、Duty=0.5)、(b)サージ電圧  $V_s$

## 3.2 最適化計算結果

### 3.2.1 スイッチング周波数依存性

各スイッチング周波数における最適化計算を実施した。回路パラメータは電源電圧  $V_{cc}=600V$ 、寄生インダクタンス  $L_h=100nH$ 、スイッチのターンオフ時間は  $4\mu s$  に設定した。変数以外の構造パラメータとして、耐圧は  $1400V$  を想定し、 $d=70\mu m$ 、 $N_i=10^{14}/cm^3$ 、 $d_p=d_n=2\mu m$ 、 $\tau_p=\tau_n=10\mu s$  に固定とした。

図 3.5(a)に最適化計算後の構造パラメータ(最適 p 層濃度  $N_{po}$ 、最適 n 層濃度  $N_{no}$ 、最適トラップ密度  $N_{to}$ )のスイッチング周波数依存性を示す。いずれの周波数においても、 $E_t-E_i$  は  $0.0 eV$  すなわちミッドギャップが最適として計算された。図 3.5(a)より周波数が大きくなるほど、p 層濃度および n 層濃度は減少し、トラップ密度は増加する構造が最適と算出された。ただし  $10kHz$  以上において、最適トラップ密度は飽和傾向が見られた。

図 3.5(b)に各周波数における  $200A\cdot cm^{-2}$  導通時の最適キャリア密度分布の周波数による変化を示す。周波数が増加するとキャリア密度分布形状を保ちつつ、i 層内全域でキャリア密度が低減する分布が最適であると計算された。

図 3.6 に最適化後の各電気特性のスイッチング周波数依存性を示す。図 3.6(a)に示すように周波数の増加に伴い、順方向電圧は増加し逆回復電荷は低減した。これは周波数が増加するほど、 $V_f-Q_{rr}$  トレードオフ曲線が低  $Q_{rr}$  側に調整されたことを意味する。図 3.6(b)に導通損失とスイッチング損失の周波数依存性を示す。構造パラメータに変化がない場合、スイッチング損失は周波数に比例して増加するが、 $V_f-Q_{rr}$  トレードオフが低  $Q_{rr}$  側に調整されたため、スイッチング損失の増加が抑制されている。よってこの最適化計算結果は周波数の増加とともに全体の電力損失における導通損失とスイッチング損失のバランスを調整した結果である。一方、サージ電圧はキャリア密度分布形状で決まるため、分布形状を一定に保つことで、サージ電圧を保持していると考えられる。

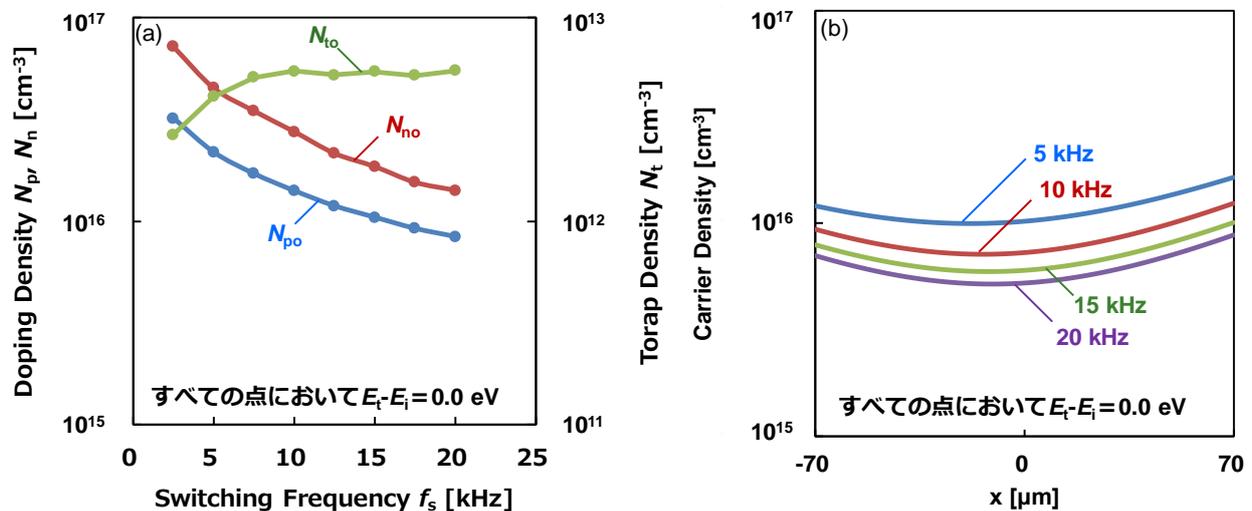


図 3.5 最適化計算結果のスイッチング周波数依存性  
(a)最適構造パラメータの周波数依存性 (b)最適キャリア密度分布の周波数依存性

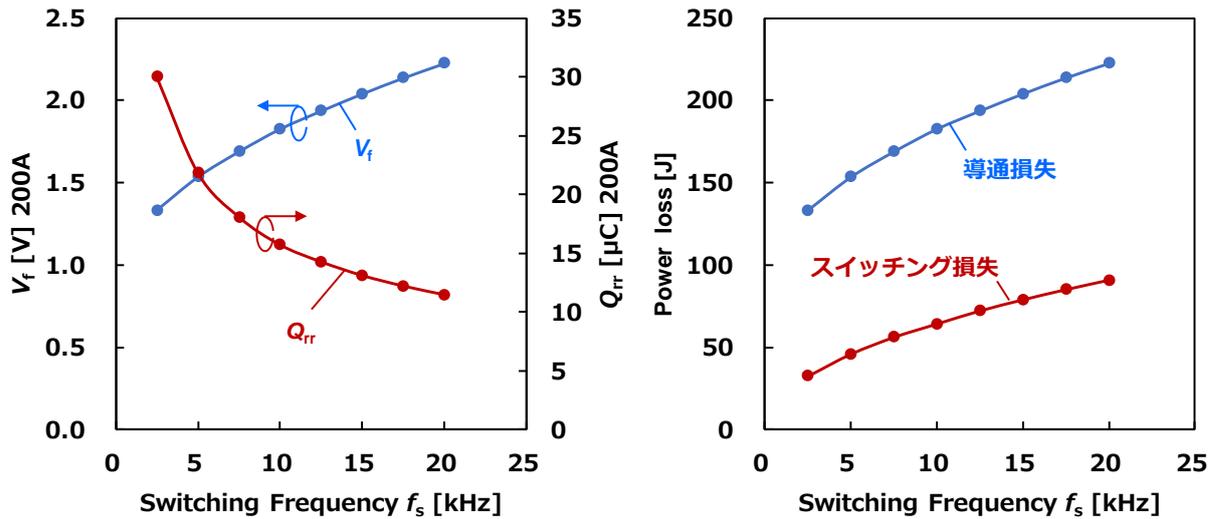


図 3.6 最適化後の電気特性のスイッチング損失依存性  
(a)順方向電圧  $V_f$  および逆回復電荷  $Q_{rr}$ 、(b)導通損失およびスイッチング損失

### 3.2.2 $dJ_f/dt$ 依存性

次に各  $dJ_f/dt$  における最適化計算を実施した。回路パラメータは 3.2.1 節と同様とし、スイッチング周波数は 10kHz とする。また  $dJ_f/dt$  が増加するほど、サージ電圧による制約条件が厳しくなるため、サージ電圧の制約条件は以下の式のように変更し、 $dJ_f/dt = dJ_f/dt$  を満たすサージ電圧となるように変更した。

$$V_s < L_h \frac{dJ_f}{dt} + V_{cc} \quad (3.2.1)$$

図 3.7(a)に最適化計算後の構造パラメータ(最適 p 層濃度  $N_{po}$ 、最適 n 層濃度  $N_{no}$ 、最適トラップ密度  $N_{to}$ )の  $dJ_f/dt$  依存性を示す。周波数依存性の最適化計算結果と同様に  $E_t-E_i$  は 0.0 eV が最適として計算された。図 3.7(a)より  $dJ_f/dt$  が増加するほど、最適 p 層濃度、最適 n 層濃度および最適トラップ密度が低下する構造が最適と計算された。特に最適トラップ密度は依存性が大きい。図 3.7 (b)に各  $dJ_f/dt$  における  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$  導通時の最適キャリア密度分布の  $dJ_f/dt$  による変化を示す。 $dJ_f/dt$  が増加すると i/n 界面付近のキャリア密度が減少することがわかる。

図 3.8 に最適化後の各電気特性の  $dJ_f/dt$  依存性を示す。図 3.6(a)の周波数依存性と同様に  $dJ_f/dt$  の増加に伴い、順方向電圧は増加し逆回復電荷は低減した(図 3.8(a))。これは  $V_f-Q_{rr}$  トレードオフ曲線が低  $Q_{rr}$  側に調整されたことを意味する。ただしその変化幅は  $dJ_f/dt$  の方が小さい。図 3.8 (b)に導通損失とスイッチング損失の  $dJ_f/dt$  依存性を示す。こちらも周波数依存性と同様に導通損失・スイッチング損失ともに増加するが、その増加幅は  $dJ_f/dt$  依存性の方が小さい。これはスイッチング周波数と比べ  $dJ_f/dt$  はスイッチング損失を増加させる効果が小さいため、 $V_f-Q_{rr}$  トレードオフの調整幅も縮小されたと考えられる。

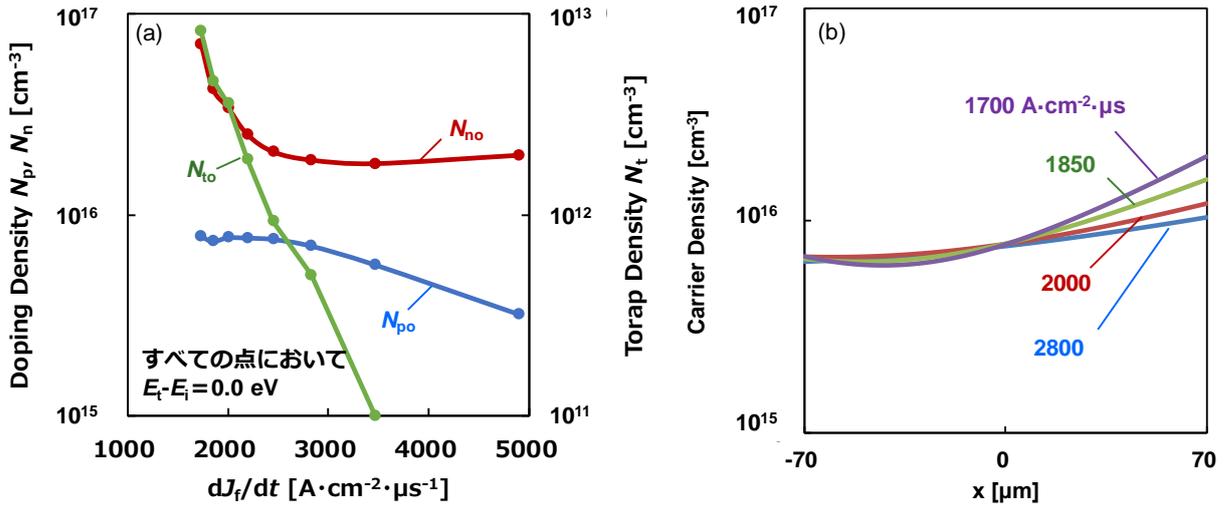


図 3.7 最適化計算の  $dJ_f/dt$  依存性  
 (a)最適構造パラメータの  $dJ_f/dt$  依存性、(b)最適キャリア密度分布  $dJ_f/dt$  依存性

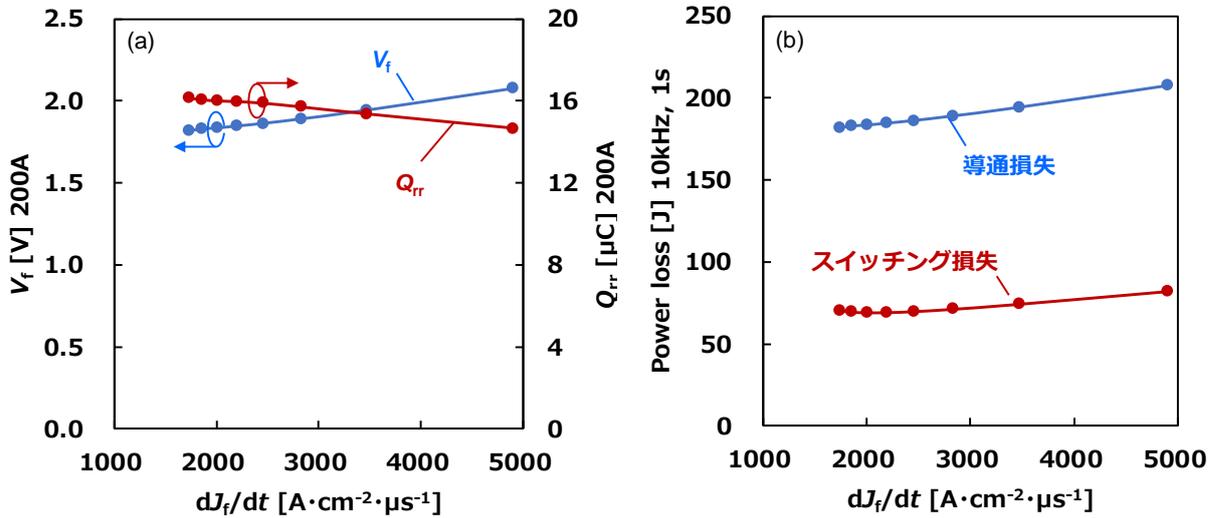


図 3.8 最適化後の電気特性の  $dJ_f/dt$  損失依存性  
 (a)順方向電圧  $V_f$  および逆回復電荷  $Q_{rr}$ 、(b)導通損失およびスイッチング損失

### 3.3 最適化計算の効果確認

#### 3.3.1 単変数設計との比較

ここでは今回の最適化の損失低減効果を確認する。まず  $V_f$ - $Q_{rr}$ トレードオフ曲線を基準とし、比較対象として単変数で設計した場合の曲線と比較する。単変数設計では p 層濃度  $N_p=10^{16} cm^{-3}$  および n 層濃度  $N_n=10^{23} /cm^{-3}$  で固定し、 $E_t-E_i=0.32$  eV(Pt 拡散想定)のエネルギー準位をもつトラップの密度  $N_t$  で  $V_f$ - $Q_{rr}$ トレードオフを調整した。図 3.9(a)に単変数設計と今回の最適化(数式モデルによる最適化)の  $V_f$ - $Q_{rr}$ トレードオフ曲線の比較を示す。いずれの点においても今回の最適化計算結果が良好なトレードオフを示した。このとき 20kHz の最適点と同一の順方向電圧をもつ単変数設計の電力損失の電流密度依存性を図 3.9(b)に示す。導通損失はほぼ同等であるが、スイッチング損失は今回の最適化のほうが全電流密度域で低く、導通損失を考慮しても、導通・スイッチング損失合計で約 13%低減できた。

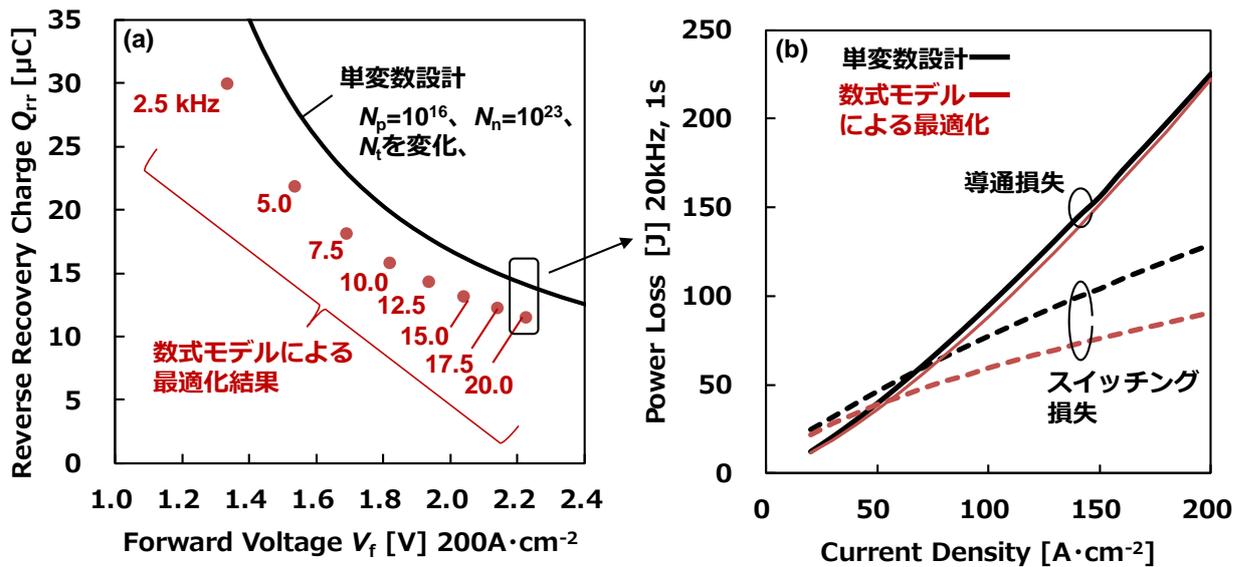


図 3.9 単変数設計と最適化計算の比較

(a)  $V_f$ - $Q_{rr}$ トレードオフ比較( $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ )、(b)電力損失の電流密度依存性比較 ( $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $20\text{kHz}$ 、 $1\text{s}$ )

### 3.3.2 曲面応答法との比較

次に曲面応答法を利用した最適化計算結果と比較する。この手法は数式モデルが得られていない場合に使用される最適化手法であり、実験計画法の1種である曲面応答法に基づいた直交表を作成し、得られた実験結果をもとに回帰分析を行い、構造パラメータに対する近似式を得る。この近似式を用いて最適化を行う手法である<sup>[42]</sup>。今回の比較に使用した曲面応答法の直交表を表4に示す。これは4変数3水準における中心複合計画である。この表をもとにデバイス Sim で順方向電圧、逆回復損失、サージ電圧を算出し、回帰分析より近似式を作成し、勾配法を用いて最適化した。定式化条件は3.1.3節と同様である。さらに得られた最適解を中心条件とし、水準値を10倍値、得られた最適値、1/10値の3水準で同様の最適化を行い、そこからさらに2倍値、得られた最適値、1/2値の3水準で水準の範囲を狭めながら繰り返し最適化を実施した。

図3.10に曲面応答法による最適化をおこなった結果と数式モデルを用いた最適化計算結果の比較を示す。数式モデルによる最適化のほうが、導通損失が大きいものの、スイッチング損失が小さく、曲面応答法と比較し電力損失を約8%低減できた。単変数設計では数式モデルによる最適化計算と同じ順方向電圧で比較したため、同様の導通損失を示したが、曲面応答法による最適化では  $V_f$ - $Q_{rr}$  トレードオフ曲線上の調整にも差が生じ、導通損失を重視した最適化がなされたが、トータル損失は数式による最適化の方が優位であった。

表 4. 曲面応答法による直交表

	$N_p$ $\text{cm}^{-3}$	$N_n$ $\text{cm}^{-3}$	$E_t-E_i$ eV	$N_t$ $\text{cm}^{-3}$
1	$3.16 \times 10^{17}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.25	$3.16 \text{E}+12$
2	$3.16 \times 10^{17}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.25	$1.00 \text{E}+11$
3	$3.16 \times 10^{17}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.25	$1.00 \text{E}+14$
4	$3.16 \times 10^{17}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.00	$3.16 \text{E}+12$
5	$3.16 \times 10^{17}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.50	$3.16 \text{E}+12$
6	$3.16 \times 10^{17}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.25	$3.16 \text{E}+12$
7	$3.16 \times 10^{17}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.25	$3.16 \text{E}+12$
8	$1.00 \times 10^{15}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.25	$3.16 \text{E}+12$
9	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.00	$1.00 \text{E}+11$
10	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.00	$1.00 \text{E}+14$
11	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.50	$1.00 \text{E}+11$
12	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.50	$1.00 \text{E}+14$
13	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.00	$1.00 \text{E}+11$
14	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.00	$1.00 \text{E}+14$
15	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.50	$1.00 \text{E}+11$
16	$1.00 \times 10^{15}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.50	$1.00 \text{E}+14$
17	$1.00 \times 10^{20}$	$3.16 \times 10^{17}$	0.25	$3.16 \text{E}+12$
18	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.00	$1.00 \text{E}+11$
19	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.00	$1.00 \text{E}+14$
20	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.50	$1.00 \text{E}+11$
21	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{15}$	0.50	$1.00 \text{E}+14$
22	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.00	$1.00 \text{E}+11$
23	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.00	$1.00 \text{E}+14$
24	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.50	$1.00 \text{E}+11$
25	$1.00 \times 10^{20}$	$1.00 \times 10^{20}$	0.50	$1.00 \text{E}+14$

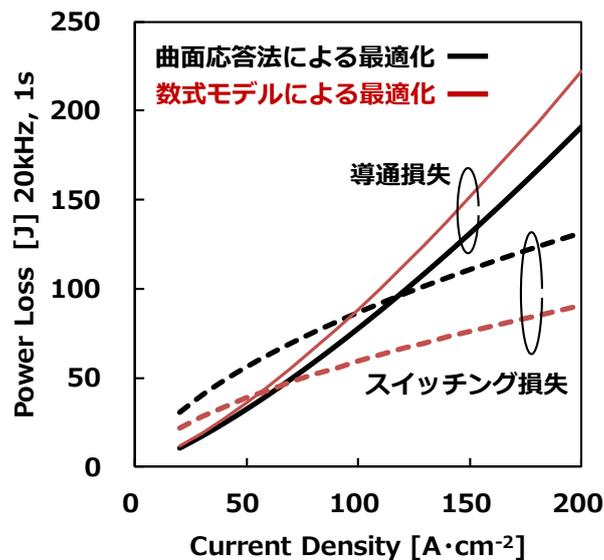


図 3.10 曲面応答法による最適化と数式モデルによる最適化計算の電力損失の電流密度依存性比較 (200A·cm<sup>-2</sup>、20kHz、1s)

### 3.4 第 3 章まとめ

第 2 章で作成した数式モデルを用いて、最適化計算(電力損失最小化)を行った。変数は p 層濃度  $N_p$ 、n 層濃度  $N_n$ 、トラップエネルギー準位  $E_t$ 、トラップ密度  $N_t$  の 4 つを用いた。最適化アルゴリズムは勾配法、勾配法+マルチスタート法、遺伝的アルゴリズムの 3 つで同じ解が得られたため、もっとも計算速度の速い勾配法を採用した。最適化計算はスイッチング周波数依存性および  $dJ/dt$  依存性に対して実施した。周波数、 $dJ/dt$  ともに増加するほど、スイッチング損失が悪化するため、前記パラメータの増加に伴い、順方向電圧を増加させ、逆回復電荷を低減する最適化がなされた。この最適化計算結果を従来手法として、単変数による設計および曲面応答法による最適化計算結果と比較した。いずれの結果においても本数式モデルによる最適化のほうが 10% 近く電力損失を低減できた。以上より数式モデルを用いて多変数で最適化する今回の手法の有効性を実証した。

## 第4章 考察

本章では第 3 章で得られた最適化計算結果に対する考察を行い、最適化計算の設計指針を物理的な側面から明確化し、さらに数式モデルを用いて各電気特性を解析することで pin ダイオードの構造最適化設計指針を得る。

### 4.1 最適化計算結果に対する考察

#### 4.1.1 ライフタイムの設計指針

最適化計算結果のスイッチング周波数依存性(3.2.1 節)と  $dJ_f/dt$  依存性(3.2.2 節)において、周波数・ $dJ_f/dt$  どちらも増加するほどスイッチング損失が増加するため、 $V_f$ - $Q_{rr}$ トレードオフが低  $Q_{rr}$ となるように調整された。しかしそのとき最適とされたライフタイムの傾向は大きく異なる。図 4.1 に最適ライフタイムのスイッチング周波数依存性、 $dJ_f/dt$  依存性の比較を示す。スイッチング周波数が増加するほど、最適ライフタイムは減少するが、反対に  $dJ_f/dt$  が増加するほど、最適ライフタイムは増加した。これは  $V_f$ - $Q_{rr}$ トレードオフ改善の指針がスイッチング周波数と  $dJ_f/dt$  で異なることを意味する。

図 4.2 にスイッチング周波数依存性の最適化計算結果において、最適ライフタイムのみを一定(2.5kHz の最適ライフタイムで固定)としたときの電気特性の周波数依存性を示す。最適化された場合はサージ電圧が限界値である 750V で一定であり、最適ライフタイムが一定の場合は、750V より低電圧側にシフトした。逆回復電荷はサージ電圧が高いほど低減できるため、図 4.2 (b)のように最適ライフタイムが一定の場合は、最適化された結果と比べ逆回復電荷が増大する。そのため、スイッチング周波数依存性の最適化計算においては、サージ電圧が限界値を保つことができるように最適ライフタイムが調整されたと考えられる。

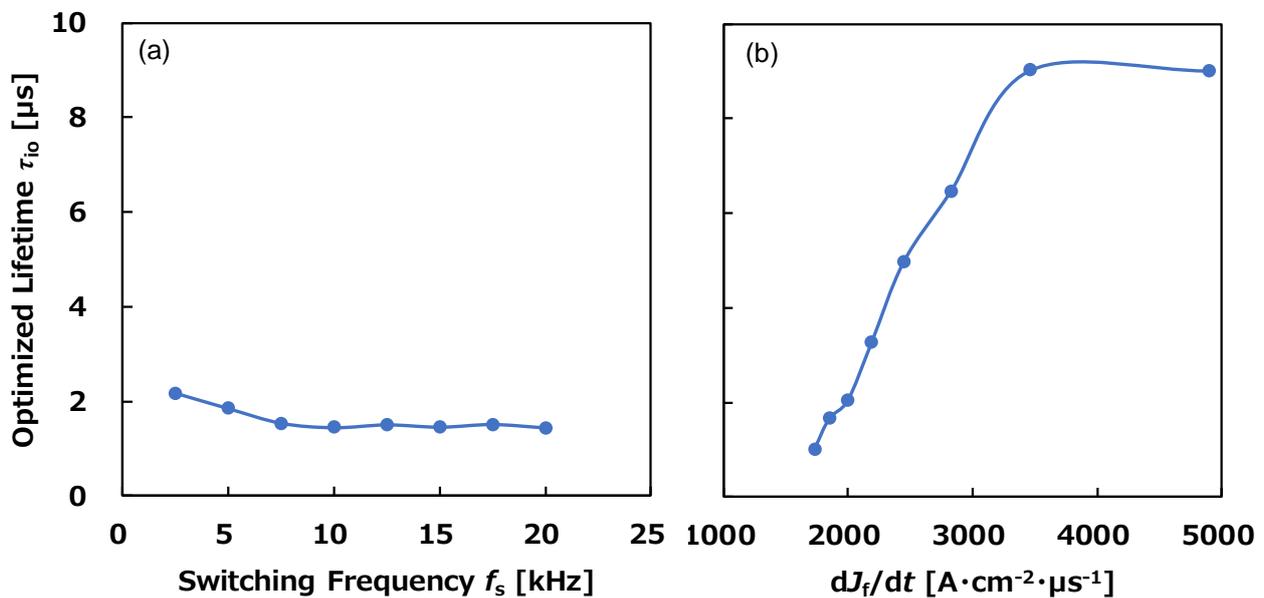


図 4.1 最適ライフタイム  $\tau_{10}$  の変化  
(a)スイッチング周波数依存性、(b)  $dJ_f/dt$  依存性

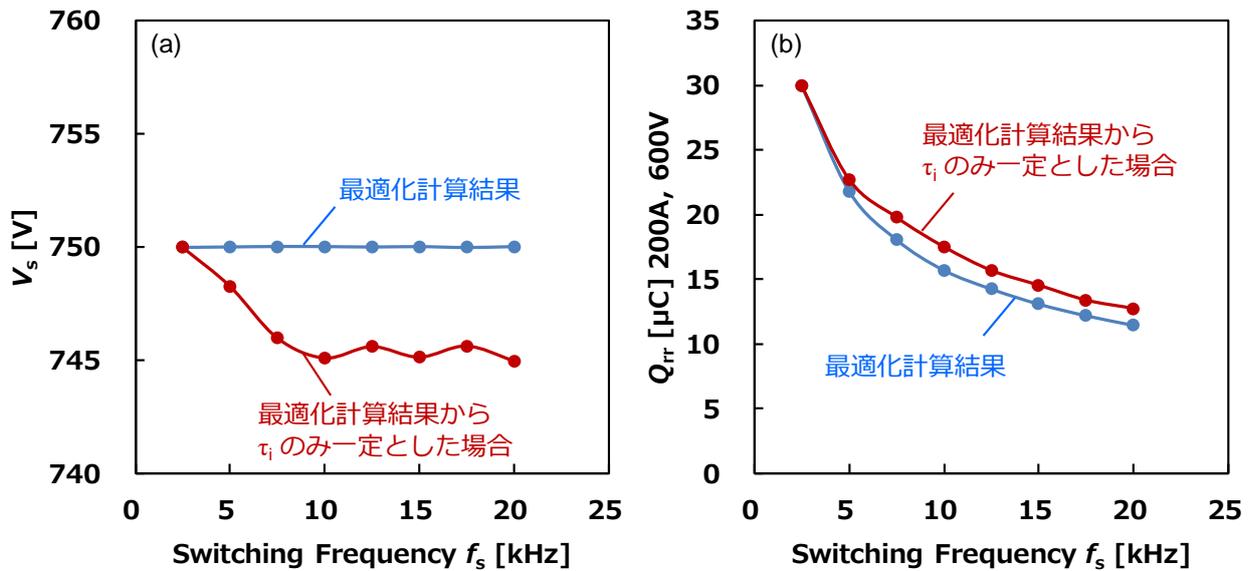


図 4.2 最適化計算結果および最適値からライフタイム  $\tau_i$  のみ一定とした場合の電気特性比較  
(a)サージ電圧  $V_s$ 、(b)逆回復電荷  $Q_{rr}$

一方、最適ライフタイムの  $dJ_F/dt$  依存性については、逆回復電荷と順方向電圧へのライフタイムの影響をもとに説明できる。図 4.3 (a)に導通時の初期電荷量  $Q_0$  を  $20\mu\text{C}$  に揃えた場合の逆回復電荷の  $dJ_F/dt$  依存性を示す。図にはライフタイムが異なる3条件の傾向を示している。図 4.3 (a)より  $dJ_F/dt$  が大きくなるほど逆回復電荷は増大した。また初期電荷量からの差分はライフタイムが小さくなるほど拡大した。これは逆回復中に逆回復電流として排出される前に、再結合によって消滅した電荷量の差に起因する。図 4.3(b)に逆回復電荷の逆回復時間依存性を示す。逆回復時間が長いほど、かつライフタイムが小さいほど逆回復中に再結合可能な電荷量が増加するため、逆回復時間の増加とともに逆回復電荷が減少した。 $dJ_F/dt$  が大きいほど逆回復時間は小さくなるため、図 4.3 (a)のような傾向が得られたと考えられる。したがって初期電荷量が同じであれば、ライフタイムは小さいほうがスイッチング損失を低減できる。そしてその低減量は  $dJ_F/dt$  が小さいほど効果大きい。

次に順方向電圧へのライフタイムの影響を考える。図 4.4(a)に  $Q_0=20\mu\text{C}$  における順方向電圧のライフタイム依存性を示す。順方向電圧はライフタイムが大きいほど低減できることがわかる。これは図 4.4(b)のように、低ライフタイム( $\tau_i=0.2\mu\text{s}$ )のキャリア密度分布は高ライフタイム( $\tau_i=10.0\mu\text{s}$ )のキャリア密度分布と比べ、i 層中央部のキャリアが減少し、高抵抗領域が発生してしまうためである。したがって、初期電荷量が同じであれば、導通損失はライフタイムが大きいほど低減できる。

最適ライフタイムの  $dJ_F/dt$  依存性において、 $dJ_F/dt$  が小さい場合は低ライフタイムによるスイッチング損失低減効果が重視され、 $dJ_F/dt$  が大きい場合は高ライフタイムによる導通損失低減効果が重視された結果、図 4.1(b)のような傾向が得られたと考えられる。 $dJ_F/dt$  増大時に  $V_F-Q_{rr}$  トレードオフが低  $Q_{rr}$  となるように調整されていたが、これは p 層および n 層濃度を下げて、初期電荷量を低減することで低  $Q_{rr}$  化したものである。

以上より  $dJ_F/dt$  が大きい高速スイッチングデバイスの場合は高ライフタイムなダイオードが適しており、 $dJ_F/dt$  が小さい低速スイッチングデバイスの場合は低ライフタイムなダイオードが適していると言える。

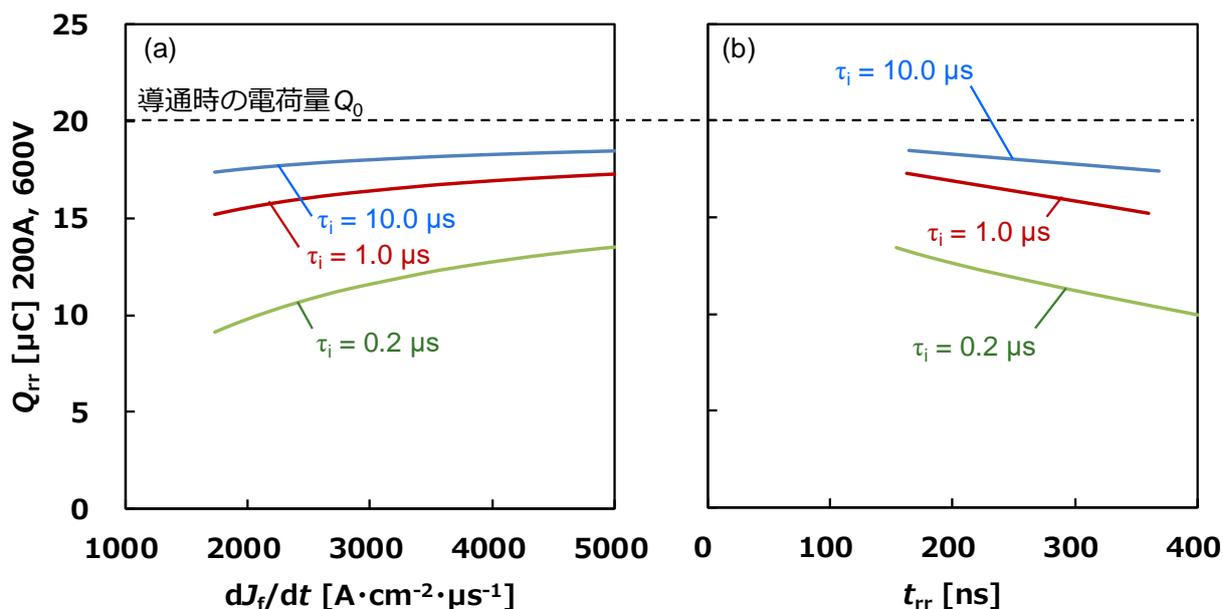


図 4.3 初期電荷量  $Q_0=20\mu\text{C}$  における逆回復電荷  $Q_{rr}$  の変化  
 (a)  $dJ_f/dt$  依存性、(b)逆回復時間  $t_{rr}$  依存性

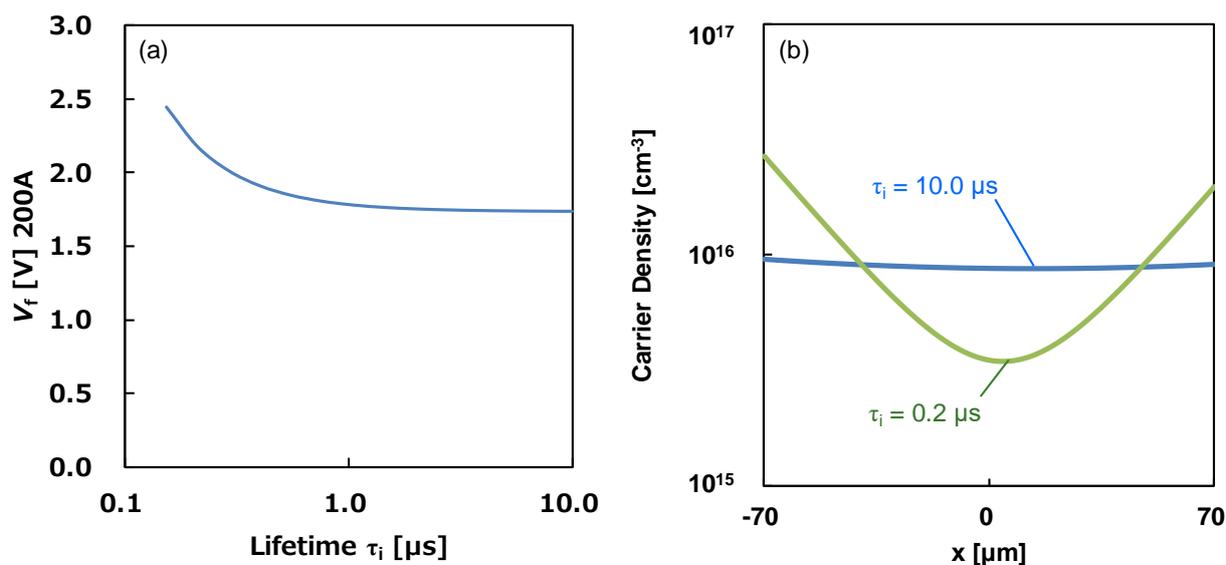


図 4.4 初期電荷量  $Q_0=20\mu\text{C}$  における順方向電圧  $V_f$  およびキャリア密度分布のライフタイム  $\tau_i$  依存性  
 (a)順方向電圧  $V_f$ 、(b)キャリア密度分布

#### 4.1.2 トラップエネルギー準位の設計指針

第3章の最適化計算ではいずれの結果においてもトラップエネルギー準位  $E_t - E_i = 0.0\text{eV}$  が最適とされた。この理由について考察する。第3章では全電流密度領域に対して一括に最適化計算を行った。そこで各電流密度に対して個別に最適化計算を行った結果を図4.5に示す。最適化条件は電流密度値以外、第3章と同じである。図4.5より電流密度が増加するほど、最適ライフタイムは増加することがわかる。これは4.1.1節で示したとおり、電流密度が増加すると  $dJ_f/dt$  も増加するため、より大きなライフタイムが最適値となったことによるものである。実際のデバイスでは電流密度ごとに適したライフタイムを設定することができない。そこで低電流密度側の低ライフタイム条件、高電流密度側の高ライフタイム条件に固定した

場合の電力損失を比較した結果を図 4.6 に示す。仮に全電流密度域で最適ライフタイムを選択できた場合の電力損失も同時に示す。図 4.6 より高電流密度側の高ライフタイム条件に揃えたほうが、トータルの電力損失は低減できることがわかる。これは高電流密度域の損失の方がトータル電力損失に占める割合が大きいためである。

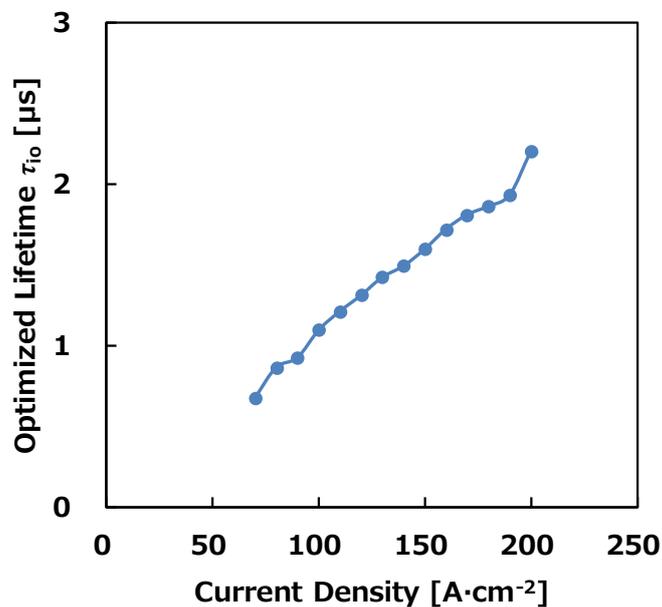


図 4.5 各電流密度において個別最適化したときの最適ライフタイム

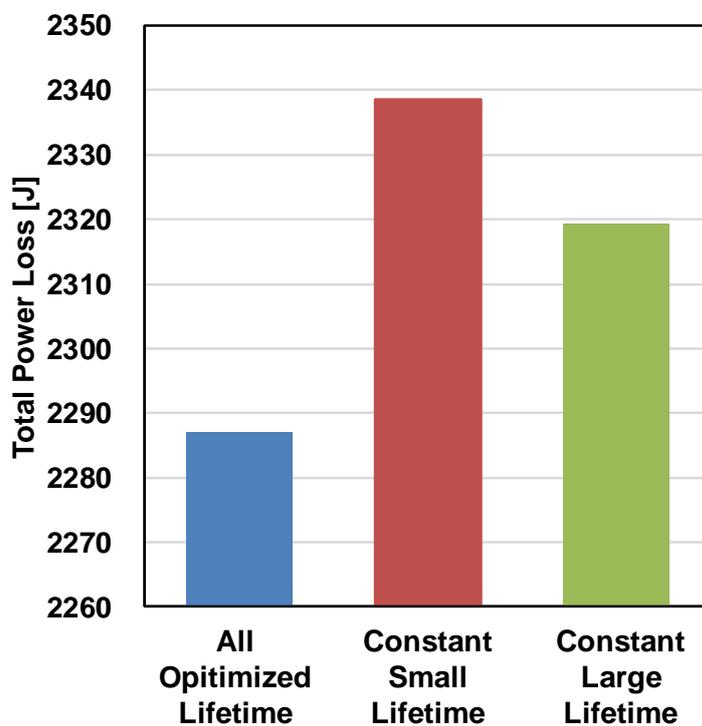


図 4.6 最適ライフタイムを一定としたときの電力損失比較

図 4.7 に各トラップエネルギー準位におけるライフタイムの電流密度依存性を示す。ライフタイムは  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$  で最適ライフタイムと一致するようにトラップ密度を調整した。図 4.7 よりトラップエネルギー準位が増加し、ミッドギャップから離れるほど、低電流密度領域のライフタイムは増加することがわかる。これは式(2.4.6)より  $E_t-E_i$  が大きいほどキャリア密度による影響が大きくなり、キャリア密度が減少するほどライフタイムが増加するためである。一方、 $E_t-E_i$  がゼロであれば、キャリア密度による影響もゼロとなり、全電流密度域においてライフタイムが一定となる。図 4.5 より低電流密度域では低ライフタイムが最適であるため、 $E_t-E_i$  が大きいトラップエネルギー準位は最適値から乖離してしまう。そのため、 $E_t-E_i=0$  が最適となる。

以上より、トラップエネルギー準位は低電流密度でもライフタイムを低く保持できる  $E_t-E_i=0.0\text{eV}$  が最適となる。ただし、電力損失で重視する電流密度に重み付けがなされる場合、別のエネルギー準位が最適となる可能性がある。

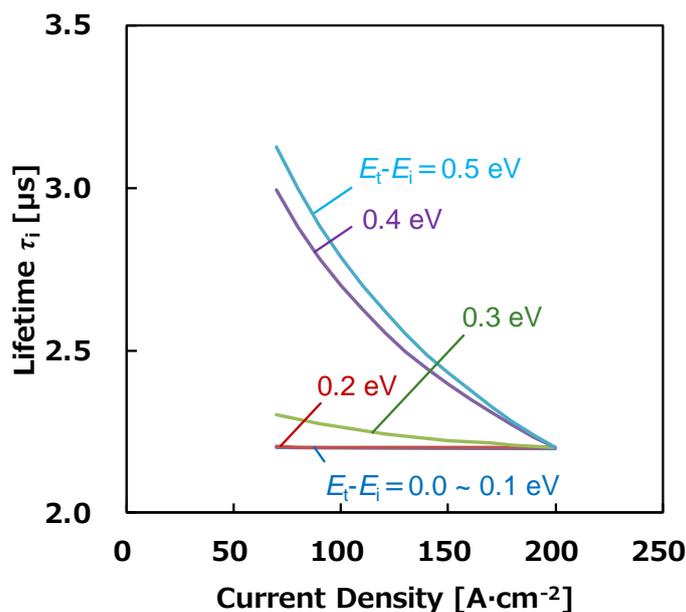


図 4.7 各トラップエネルギー準位におけるライフタイムの電流密度依存性  
( $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$  で最適ライフタイムと一致するように調整)

## 4.2 電気特性マップを用いた考察

第3章の最適化は順バイアス時のキャリア密度分布  $C_i(x)$  の最適化と考えることができる。式(2.3.1)において、構造パラメータの影響を受ける  $C_i(x)$  のパラメータは分布係数  $B'$ 、拡散係数  $L_{ia}$ 、再結合電流密度比率  $\eta_i$  およびライフタイム  $\tau_i$  の4つである。このうち  $L_{ia}$  は  $\tau_i$  の関数であるため、変数を  $B'$ 、 $L_{ia}$ 、 $\tau_i$  の3つと考えることができる。 $B'$  はドーピング濃度比  $N_n/N_p$  で変化させることができる。さらに導通時の初期電荷量を固定することで、変数をさらに1つ減らすことができ、所望の電気特性を2変数の「面」で捉えられるマップの作成が可能となる。このマップから pin ダイオードの構造最適化設計指針を探索する。以下のマップはすべて  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$  を想定した。

### 4.2.1 順方向電圧 $V_f$ の設計指針

順方向電圧と導通時の初期電荷量  $Q_0$  はトレードオフの関係にあり、初期電荷が逆回復時に排出されて逆回復電荷となる。そのため同じ初期電荷量であれば順方向電圧は低いほうが望ましい。図 4.8(a)に  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $Q_0=20\mu\text{C}$  のときの、ドーピング濃度比およびライフタイムの2変数における順方向電圧  $V_f$  マップを示す。図 4.8(b)に図 4.8(a)の  $a_1\sim c_2$  各点におけるキャリア密度分布を示す。ライフタイムが小さいとき、濃度比が1から離れるほど、順方向電圧は増加した。これはキャリア密度分布が p 層側もしくは n 層

側に偏った結果、p/i 界面もしくは i/n 界面にキャリア密度が減少した領域が生じ、この領域の抵抗率が増加したためである。一方、ライフタイムが大きくなるとキャリア密度の減少が緩和され、分布は直線に近くなる。このとき、キャリア密度分布はフラットすなわち  $b_2$  点において、順方向電圧は最小となる。したがって順方向電圧はライフタイムが大きく、p 層および n 層の濃度差が小さいとき最適となる。

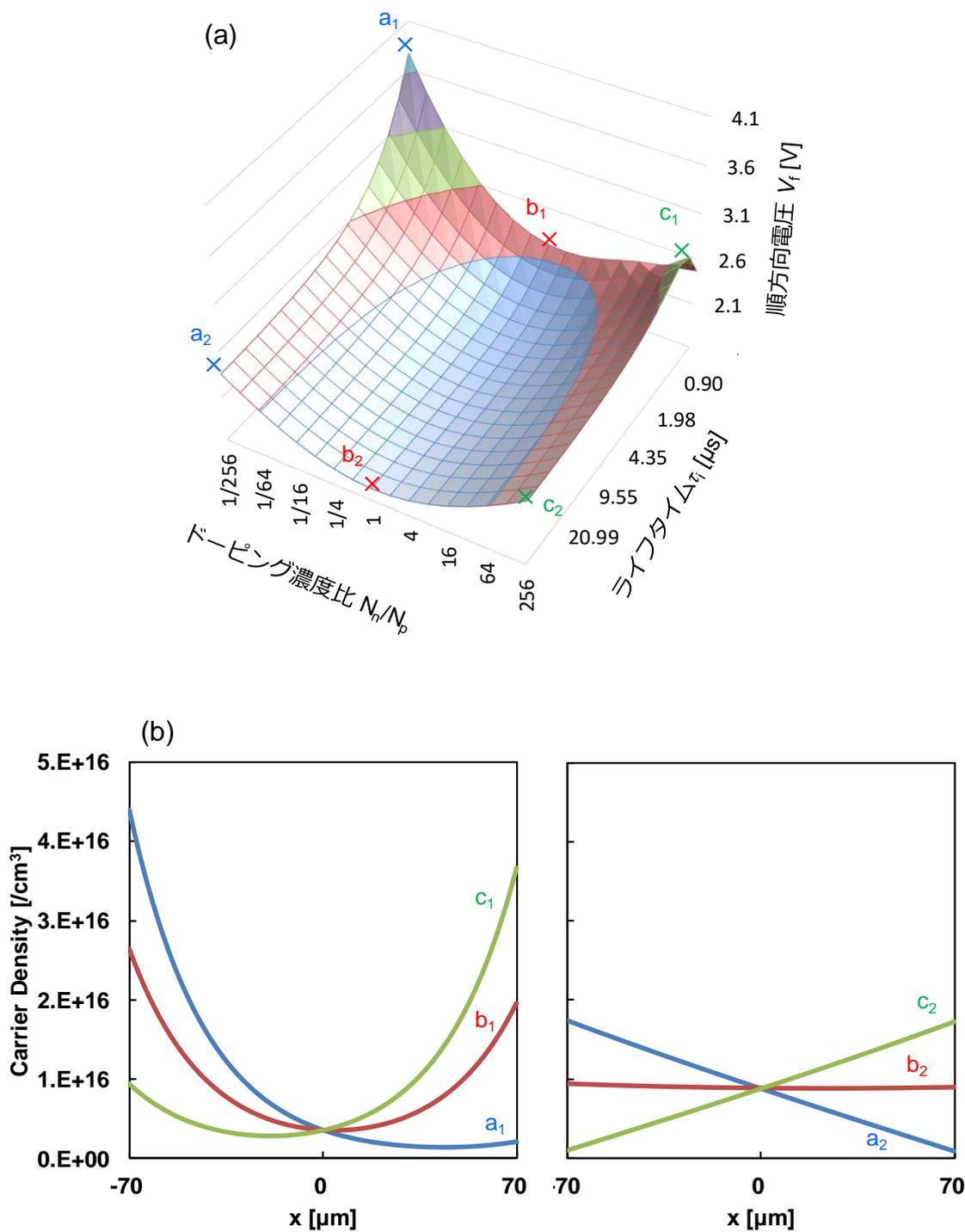


図 4.8 順方向電圧  $V_f$  のマップおよびマップ内の各点におけるキャリア密度分布  
 (a) 順方向電圧  $V_f$  のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイム  $\tau_1$  依存性マップ  
 (b) マップの各点におけるキャリア密度分布 ( $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ ,  $Q_0=20\mu\text{C}$ )

### 4.2.2 逆回復電荷 $Q_{rr}$ の設計指針

図 4.9 に  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $Q_0=20\ \mu\text{C}$  のときの逆回復電荷のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイムの 2 変数におけるマップを示す。濃度比よりもライフタイムの影響が非常に大きく、ライフタイムが小さいほど逆回復電荷を低減できることがわかる。これは初期電荷量が逆回復終了までの間に、再結合によって多くのキャリアが消滅するためである。ライフタイムが小さいほど再結合率が上がり、キャリアが効率よく消滅した。図 4.10 に  $\tau_r=1\mu\text{s}$  のときの逆回復電荷のドーピング濃度比依存性を示す。僅かに濃度比が大きいほど、すなわち n 層側にキャリアが偏るほど、逆回復電荷は低減した。これは逆回復中に n 層側に残留しているキャリアが再結合によって消滅することができるためである。しかしその影響は非常に小さい。

以上より逆回復電荷はキャリア密度分布の偏りにはほとんど影響されず、ライフタイムが小さいほど最適となる。

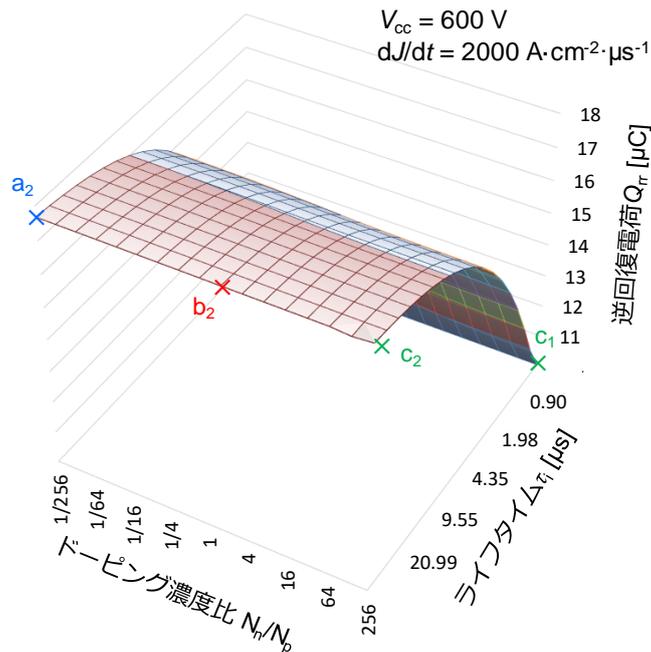


図 4.9. 逆回復電荷  $Q_{rr}$  のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイム  $\tau_r$  依存性マップ

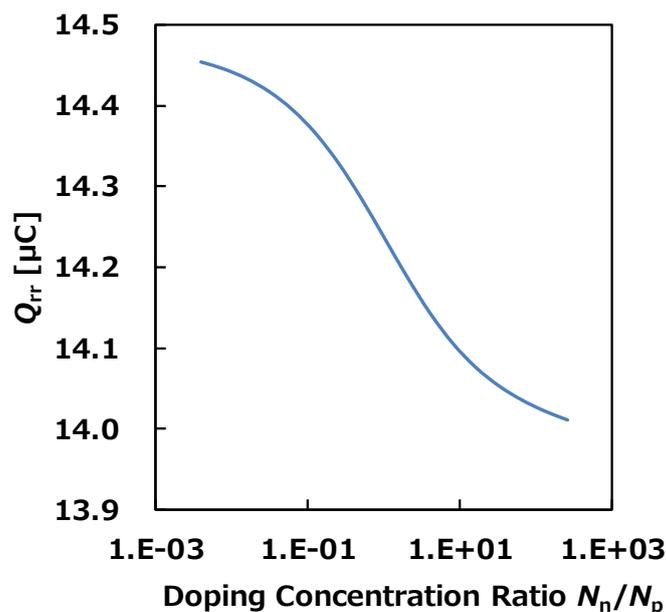


図 4.10 逆回復電荷  $Q_{rr}$  のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  依存性 ( $\tau_r=1\mu\text{s}$ )

### 4.2.3 サージ電圧 $V_s$ の設計指針

図 4.11 に  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $Q_0=20\ \mu\text{C}$  のときのサージ電圧のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイムの 2 変数におけるマップを示す。ドーピング濃度比が大きい、すなわちキャリアが n 層側に偏るほど、サージ電圧を低減できる。さらにライフタイムが大きい時、サージ電圧は最小となる。反対にキャリアが p 層側に偏っておりライフタイムが小さい時、サージ電圧は最大となる。また逆回復電荷と異なり、ライフタイムによる影響は小さく、ドーピング濃度比による影響が大きい。

以上よりサージ電圧はライフタイムが大きくキャリアが n 層側に偏っているとき最適となる。

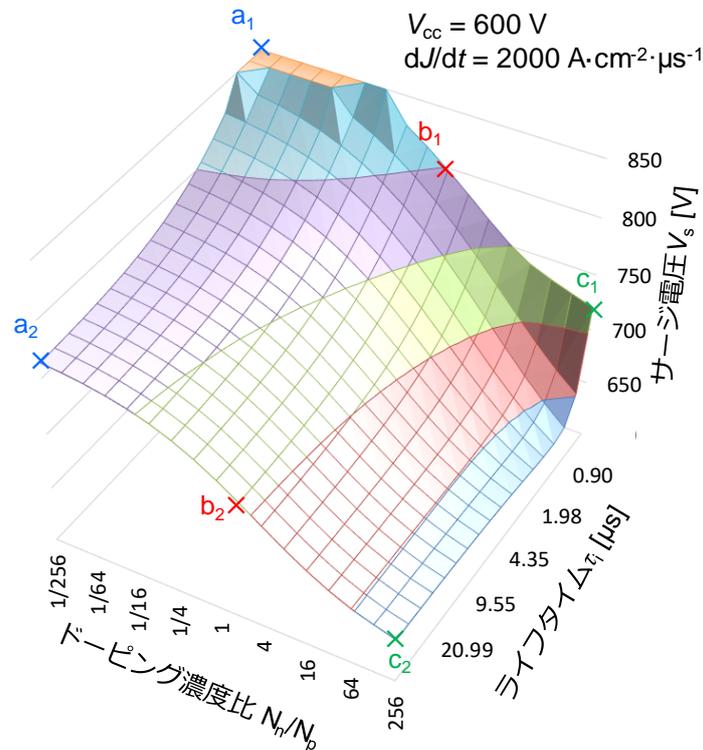


図 4.11. サージ電圧  $V_s$  のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイム  $\tau$  依存性マップ

### 4.2.4 電力損失の設計指針

図 4.12 に  $200\text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$ 、 $Q_0=20\ \mu\text{C}$  のときの電力損失のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイムの 2 変数におけるマップを示す。電力損失はスイッチング周波数  $10\text{kHz}$ 、Duty 50% で計算した。図 4.12 のように電力損失にはドーピング濃度比  $N_n/N_p=1$  かつ  $\tau=1\ \mu\text{s}$  近傍で最小値を有することがわかる。ここにさらに図 4.11 のサージ電圧による制約条件が入ることで、ダイオードの最適条件が定まる。

図 4.13 に図 4.12 の電力損失マップ上でサージ電圧が一定となるときの電力損失のライフタイム依存性を示す。サージ電圧の制約条件が  $750\text{V}$  のときは  $1\ \mu\text{s}$  近傍に最適値が存在するが、サージ電圧の制約条件が  $700\text{V}$  になると、最適値は  $10\ \mu\text{s}$  近傍に移動し、電力損失は約 5% 増加した。

図 4.14 に最適キャリア密度分布のサージ電圧による違いを示す。サージ電圧条件が  $750\text{V}$  のときは最適点が  $\tau=1\ \mu\text{s}$  かつ  $N_n/N_p=1$  に近いいため、i 層中央部に凹部が生じる分布となる。サージ電圧条件が  $700\text{V}$  のとき、最適ライフタイムは  $10\ \mu\text{s}$  に近く  $N_n/N_p$  が大きいため p 層から n 層へ直線的にキャリア密度が増加する分布が最適となる。図 4.15 に最適構造パラメータのサージ電圧依存性を示す。サージ電圧が大きくなるほど、最適 p 層濃度は大きく、最適ライフタイムは小さくなる。

以上より、サージ電圧の条件が厳しい(ソフトリカバリ)ほど、高ライフタイムなダイオードが最適となり、サージ電圧の条件が緩い(ハードリカバリ)ほど、低ライフタイムなダイオードが最適となることがわかる。

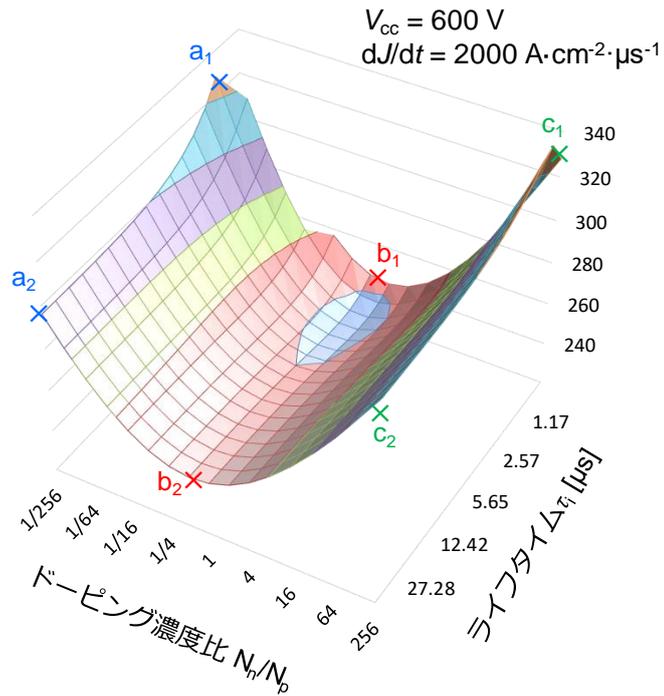


図 4.12 電力損失のドーピング濃度比  $N_n/N_p$  およびライフタイム  $\tau_i$  依存性マップ

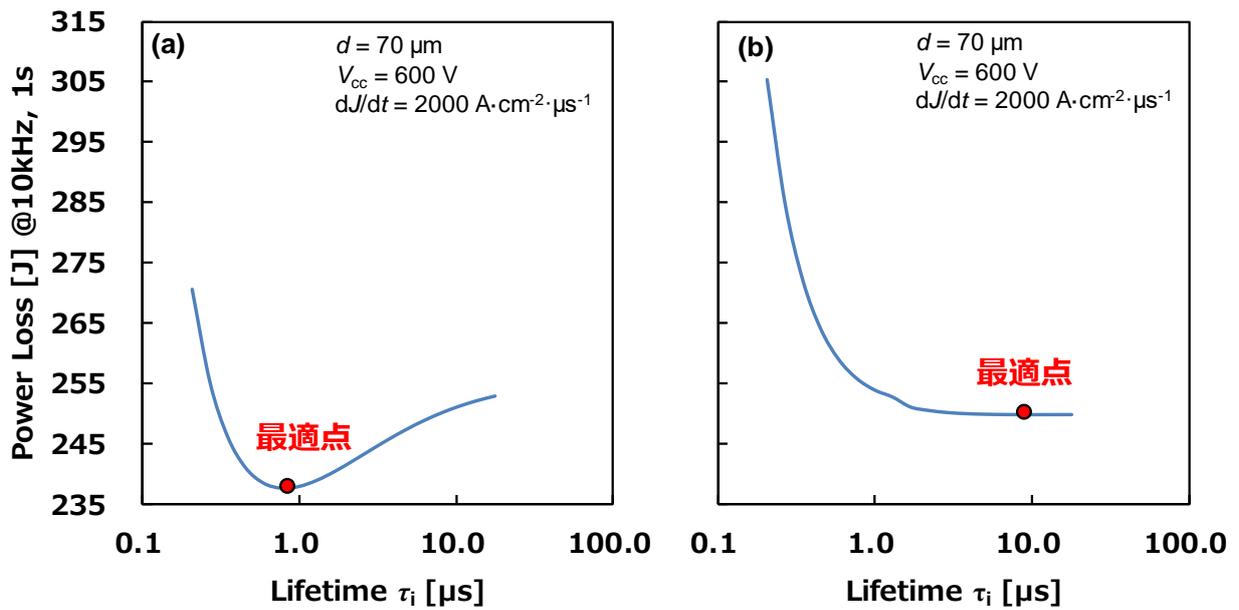


図 4.13 電力損失マップにおけるサージ電圧一定のときのライフタイム  $\tau_i$  依存性  
(a)  $V_s=750V$ 、(b)  $V_s=700V$

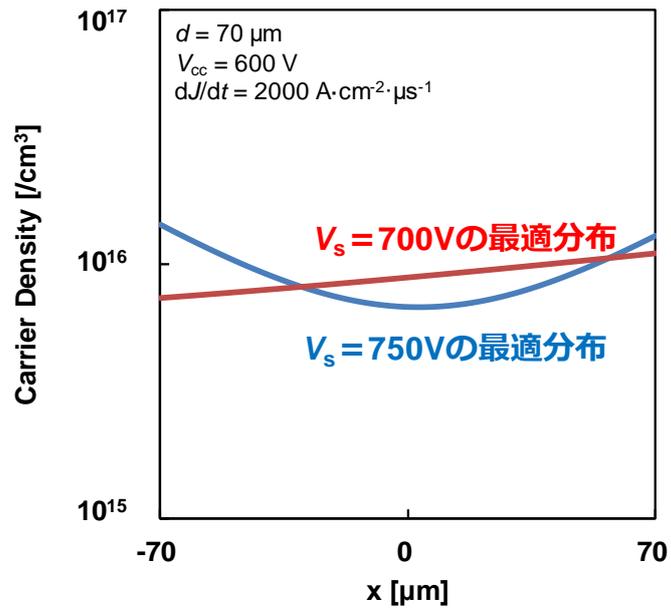


図 4.14 最適キャリア密度分布のサージ電圧による違い

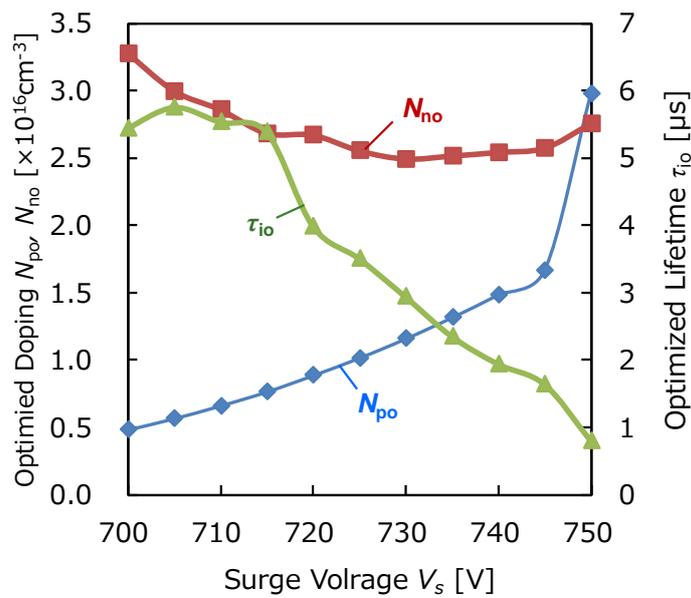


図 4.15 最適構造パラメータのサージ電圧依存性

### 4.3 第 4 章まとめ

第 3 章で得られた最適化計算結果に対して考察を行い、各構造パラメータの設計指針を得た。 $J_f/dt$  が大きい高速スイッチングダイオードは高ライフタイムが適していることがわかった。反対に、 $dJ_f/dt$  が小さい低速スイッチングダイオードは低ライフタイムが適していることが明らかになった。さらに  $dJ_f/dt$  は電流密度に依存するため、最適ライフタイムは電流密度に対して相関を持つ。このとき電流密度が小さいほど低ライフタイムが最適となる。トラップエネルギー準位はミッドギャップ準位から離れるほど、低電流密度におけるライフタイムが増加してしまうため、全電流密度域でライフタイムが一定となる  $E_t-E_i=0.0eV$ (ミッドギャップ準位)が最適であることが明らかになった。

さらに電気特性に対する設計指針としてそれぞれ、順方向電圧はライフタイムが大きく、p 層および n 層の濃度差が小さいとき最適であり、逆回復電荷はライフタイムが小さいほど、サージ電圧はライフタイムが大きくキャリアが n 層側に偏っているとき最適であることが明らかになった。

上記の電気特性設計指針を踏まえて電力損失を最適化した場合、サージ電圧を低く抑える必要があると(ソフトリカバリ)、高ライフタイムで n 層側にキャリアが偏るダイオード構造が最適となり、高いサージ電圧を許容できる場合(ハードリカバリ)は、低ライフタイムで p および n 層のキャリアが同等となるダイオード構造が最適となることがわかった。

本研究は上記のような最適設計指針を多変数に最適化計算が可能である。電力用 pin ダイオードは使用目的によって求められる特性が大きく異なるため使用条件に応じた複雑な設計が必要であるため、本研究の最適化計算は設計コストの低減に貢献できる。

## 第5章 本論文の要約および結論

電力用 Si-pin ダイオードの構造を最適化するために、特に逆回復特性に着目した pin ダイオードの数式モデルを作成し、最適化計算を実施した。本研究で得られた数式モデルを用いた pin ダイオードの構造最適化計算は、構造最適化のための計算コストが低減でき、産業応用上有用な手法である。

また本研究では順方向特性および逆回復特性を算出可能な数式モデルを作成した。この数式モデルはデバイスシミュレーションと異なり、複数の構造条件に対して多変数かつ多次元に解析が実施可能であり、電気特性の構造パラメータ依存性を「面」で捉えることができる。さらに勾配法を用いた最適化計算を行うことができ、他の設計手法よりも優れた構造最適化が可能であることを確認し、本手法の有効性を実証した。

以上より本研究の手法は電力用 Si-pin ダイオードの構造最適化に貢献可能な手法であると考えられる。

以下に第 2 章から第 4 章で得られた結果をまとめる。

### 第 2 章

順方向特性および逆回復特性を計算可能な数式モデルを作成し、デバイスシミュレーションを用いて精度を確認した。

#### 順方向特性モデル:

従来モデルにライフタイムのトラップエネルギー準位およびトラップ密度依存性を追加した、さらに形状係数の厳密解を算出可能な式を追加した。

#### 逆回復特性モデル:

誘導負荷および寄生インダクタンスを考慮した新モデルを作成した。このモデルは逆回復期間を 6 つの Phase に分割し、Phase ごとに電流密度、電圧、電荷量の時間変化式を作成した。さらに逆回復中のキャリア密度分布の積分値から空乏層幅と電荷量の関係式を算出した。最後に電流密度・電圧・空乏層幅の関係式から解を得た。解を得るためにはニュートン法や 2 分法を用いた数値解析を用いた。

#### 精度確認:

順方向特性は p 層および n 層濃度を変化させた結果およびライフタイムを変化させた結果を比較したところ、デバイス Sim 結果とよく一致した。逆回復特性は p 層および n 層濃度を変化させた結果およびライフタイムを変化させた結果を、逆回復電流波形および電圧波形で比較したところ、デバイス Sim 結果と概ね一致したが、低ライフタイム条件の電圧波形に差が見られた。また逆回復電荷、サージ電圧、逆回復電流の電流密度、電源電圧依存性をデバイス Sim と比較したところ、高電源電圧においてサージ電圧に差が見られた。これらは逆回復中の発振現象に起因するものであり、制約条件を満たす場合は発生しない。

## 第 3 章

第 2 章で作成した数式モデルを用いて、最適化計算(電力損失最小化)を行った。さらに他の最適化手法と比較を行った。

### 最適化計算の方法:

変数は p 層濃度  $N_p$ 、n 層濃度  $N_n$ 、トラップエネルギー準位  $E_t$ 、トラップ密度  $N_t$  の 4 つを用いた。最適化アルゴリズムは勾配法、勾配法+マルチスタート法、遺伝的アルゴリズムの 3 つので同じ解が得られたため、もっとも計算速度の速い勾配法を用いた。

### 計算結果:

最適化計算はスイッチング周波数依存性および  $dJ_f/dt$  依存性に対して実施した。周波数、 $dJ_f/dt$  ともに増加するほど、スイッチング損失が悪化するため、前記パラメータの増加に伴い、順方向電圧を増加させ、逆回復電荷を低減する最適化がなされた。

### 他の最適化手法との比較:

他の最適化手法として、単変数による設計および曲面応答法による最適化計算結果と比較した。いずれの結果において本数式モデルによる最適化のほうが約 10% 程度の電力損失を低減できた。

## 第 4 章

第 3 章で得られた最適化計算結果に対して考察を行い、各構造パラメータの設計指針を得た。

### $dJ_f/dt$ 依存性:

$dJ_f/dt$  が大きい高速スイッチングダイオードは高ライフタイムが適しており、反対に  $dJ_f/dt$  が小さい低速スイッチングダイオードは低ライフタイムが適していることが明らかになった。

### 電流密度依存性:

電流密度が小さいほど低ライフタイムが最適となる。トラップエネルギー準位はミッドギャップ準位から離れるほど、低電流密度におけるライフタイムが増加してしまうため、全電流域でライフタイムが一定となる  $E_t - E_i = 0.0\text{eV}$  (ミッドギャップ準位) が最適であることが明らかになった。

### 順方向電圧、逆回復電荷、サージ電圧:

電気特性に対する設計指針としてそれぞれ、順方向電圧はライフタイムが大きく、p 層および n 層の濃度差が小さいとき最適であり、逆回復電荷はライフタイムが小さいほど、サージ電圧はライフタイムが大きくキャリアが n 層側に偏っているとき最適であることが明らかになった。

上記の電気特性設計指針を踏まえて電力損失を最適化した場合、サージ電圧を低く抑える必要があると(ソフトリカバリ)、高ライフタイムで n 層側にキャリアが偏るダイオードが最適となり、高いサージ電圧を許容できる場合(ハードリカバリ)は、低ライフタイムで p および n 層のキャリアが同等となるダイオードが最適となることがわかった。

## 参考文献

- [1] 平成 29 年版 環境・循環型社会・生物多様性白書
- [2] 関康和、児玉浩憲、"世界を動かすパワー半導体" (電気学会、2008) p. 16
- [3] B. J. Baliga, Power Semiconductor Devices (PWS Publishing, Pacific Grove, CA, 1995) p. 153.
- [4] J. Lutz, Semiconductor Power Devices (Springer, Heidelberg, 2011) p. 184.
- [5] R. N. Hall, Proc. I.R.E., 1952, p. 1512.
- [6] Herlet, Solid-State Electron. 11, 717 (1968).
- [7] B. J. Baliga, Power Semiconductor Devices (PWS Publishing Company, 1995) p. 153.
- [8] J. Lutz, Semiconductor Power Devices (Springer, 2011) p. 184.
- [9] H. Benda, A. Hoffmann and E. Spenke, Solid-State Electron., 8, 887 (1965)
- [10] H. Benda and E. Spenke, Proc. IEEE, 55, 1331 (1967).
- [11] S. Bellone, L. D. Benedetto, IEEE Trans. Power Electronics., 27, 1641 (2012)
- [12] W. Wei, J. Li and S. Zhao, Appl. Phys. A, 118, 1387 (2015).
- [13] G. Huang, IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 47, (2007)
- [14] S. M. Sze, Physics of Semiconductor Devices (Wiley, New York, 1981) 3rd ed., p. 123.
- [15] J. Lutz, Semiconductor Power Devices (Springer, Heidelberg, 2011) p. 160.
- [16] J. Lutz, Semiconductor Power Devices (Springer, Heidelberg, 2011) p. 188.
- [17] Y. Yamashita and S. Machida, Jpn. J. Appl. Phys. 53, 04EP14 (2014).
- [18] J. Electrochem. Soc. 157, H711 (2010).
- [19] Porst, F. Auerbach, H. Brunner, G. Deboy, and F. Hille, Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD), 1997, p. 213.
- [20] F. Hille, M. Bassler, H. Schulze, E. Falck, H. P. Felsl, A. Schieber, and A. Mauder, Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD), 2007, p. 109.
- [21] M. Chen, J. Lutz, M. Domeij, H. P. Felsl, and H. Schulze, Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD), 2006, p. 9.
- [22] M. Pfaffenlehner, H.-P. Felsl, F.-J. Niedernostheide, F. P. Firsich, H.-J. Schulze, R. Baburske, and J. Lutz, Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD), 2011, p. 108.
- [23] J. Baliga, IEEE Electron Device Lett. 8, 407 (1987).
- [24] F. Cappelluti, F. Bonani, M. Furno, G. Ghione, R. Carta, L. Bellemo, C. Bocchiola, and L. Merlin, Microelectron. J. 37, 190 (2006).
- [25] Tornblad, M. Domeij, B. Breitholtz, J. Linnros, and M. Ostling, Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD), 1995, p. 380.
- [26] H. Schlangenotto, J. Serafini, F. Sawitzki, and H. Maeder, IEEE Electron Device Lett. 10, 322 (1989).
- [27] J. Vobecký and P. Hazdra, IEEE Electron Device Lett. 26, 873 (2005).
- [28] J. Vobecký and P. Hazdra, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B 253, 162 (2006).
- [29] P. Hazdra and V. Komarnitsky, Microelectron. J. 37, 197 (2006).
- [30] M. Nemoto, T. Naito, A. Nishiura, and K. Ueno, Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD), 2004, p. 433.

- [31] P. Hazdra, J. Vobecký, H. Dorschner, and K. Brand, *Microelectron. J.* 35, 249 (2004).
- [32] Y. Onozawa, K. Takahashi, H. Nakano, M. Nemoto, M. Otsuki, O. Ikawa, and T. Miyasaka, *Proc. Int. Symp. Power Semiconductor Devices and ICs (ISPSD)*, 2008, p. 80.
- [33] X. Perpiñà, X. Jordà, M. Vellvehi, J. Vobecky, and N. Mestres,
- [34] B. J. Baliga, *Power Semiconductor Devices* (PWS Publishing, Pacific Grove, CA, 1995) p. 155.
- [35] J. Lutz, *Semiconductor Power Devices* (Springer, Heidelberg, 2011) p. 167.
- [36] Y. Yamashita and S. Machida, *Jpn. J. Appl. Phys.* 54, 04DP01 (2015).
- [37] Y. Yamshita, H. Tadano, "Numerical model of reverse recovery characteristic in silicon pin diodes", *Solid State Electronics*, 145, p. 8-18 (2018)
- [38] M. T. Rahimo, *IEEE Trans. Industry Application*, 37, 661 (2001).
- [39] S. M. Sze: *Physics of Semiconductor Devices* (Wiley, New York, 1981) 3rd ed., p. 66.
- [40] 福島雅夫、茨木俊秀、"最適化の手法" (共立出版、1993)、p.2
- [41] *Mechanical CAE News*, Vol. 17, <http://www.cybernet.co.jp/mcae/>
- [42] Myers, R.H., Montgomery, D.C. & Anderson-Cook, C.M. (2009) "Response Surface Methodology," Third Edition.

## 関連業績

### 学協会受賞

1. 平成 26 年 電子・情報・システム部門 技術委員会奨励賞 2015/1/30
2. 電気学会 電子・情報・システム部門研究会奨励賞 2015/8/27

### 査読付き論文(主著)

1. Y. Yamashita, S. Machida, T. Sugiyama, "Suppression of reverse recovery surge voltage of silicon power diode by adjusting trap energy levels through local lifetime control", Japanese Journal of Applied Physics, 53, 04EP14 (2014)
2. Y. Yamashita, S. Machida, " Theoretical analysis of forward voltage and reverse recovery charge of silicon p-i-n diodes", Japanese Journal of Applied Physics, 54, 04DP01 (2015)
3. Y. Yamashita, S. Machida, " Minimization of reverse recovery charge and forward voltage of silicon p-i-n diodes ", Japanese Journal of Applied Physics, 55, 04ER01 (2016)
4. Y. Yamashita, H. Tadano, "Numerical model of reverse recovery characteristic in silicon pin diodes", Solid State Electronics, 145, p. 8-18 (2018)

### 査読付き論文(共著)

1. S. Machida, Y. Yamashita, T. Misumi, T. Sugiyama, "Effects of Trap Levels on Reverse Recovery Surge of Silicon Power Diode", Japanese Journal of Applied Physics, 52, 04CP01 (2013)

### 国際学会口頭発表 (主著)

1. 2013 International Conference on Solid State Devices and Materials(SSDM2013) Yusuke Yamashita\*, Satoru Machida, and Takahide Sugiyama "Suppression of Reverse Recovery Surge Voltage of Silicon Power Diode by Adjusting Trap Energy Levels through Local Lifetime Control"

## 謝辞

本研究は、筑波大学大学院 数理物質科学研究科 電子・物理工学専攻にて実施したものである。  
本研究および本博士論文に関して、終始懇切なご指導を賜りました

筑波大学数理物質系 物理工学域 教授 只野博 博士に深く感謝いたします。

また、本論文をご査読頂いた、筑波大学数理物質系 物理工学域 教授 岩室 憲幸 博士、筑波  
大学数理物質系 物理工学域 教授 末益 崇 博士、国立研究開発法人 産業技術総合研究所  
先進パワーエレクトロニクス研究センター 総括研究主幹 田中 保宣 博士に感謝いたします。

最後に、暖かく見守ってくれた妻 郁美、息子 景人・陸人に感謝いたします。

2018 年 4 月

山下 侑佑