氏名	松本 高興
学位の種類	博 士 (理学)
学位記番号	博 甲 第 8461 号
学位授与年月日	平成 30年 3月 23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	Brane Geometry from Matrix Models (行列模型におけるブレーンの幾何学)

主査	筑波大学教授	理学博士	金谷和至
副査	筑波大学教授	理学博士	石橋延幸
副査	筑波大学助教	博士(理学)	佐藤勇二
副査	筑波大学助教	博士(理学)	伊敷吾郎

論 文 の 要 旨

超弦理論は全ての素粒子の相互作用を統一的に記述できる理論の候補として期待されているが、現段階では摂動論的な定式化しか出来ておらず、宇宙の創成や量子ブラックホールのような興味深い研究対象に対して適用することが出来ない。論文題目にある行列模型とは、この状況を打開するために提唱された模型であり、超弦理論や、その強結合極限で得られると期待されているM理論の非摂動的な定式化を与えると予想されているものである。

この予想を完全に証明することは、超弦理論の完成に向けた素粒子理論分野における最も大きな目標の一つである。この予想の正しさを支持する証拠は先行研究により数多く見つかっているものの、予想の完全な証明はまだなされていない。その困難は主に、非可換幾何に基づいた行列模型の枠組みが、微分幾何に基づいた従来の超弦理論の摂動的定式化と大きく異なって見えることにある。両者の関係を明らかにするには、一見異なる両者の数学的な枠組みをまず関係づける必要がある。

本論文では、量子力学のコヒーレント状態を応用した手法を用いて、この一見捉えづらい行列模型と超弦理論の関係を明らかにしている。量子力学では、座標と運動量は演算子(無限次元の行列)となるが、対応する古典力学では、それらは単に相空間上の座標となる。この両者をつなぐのがコヒーレント状態である。すなわち、座標・運動量演算子が与えられたとき、対応するコヒーレント状態を構成すれば、それらの集合が古典的な相空間に一対一に対応するのである。この関係は、与えられた演算子から出発し、滑

らかな古典的空間を得る方法と見なすことができる。本論文では、この方法を行列模型における非可換幾何に対して適用している。すなわち、行列によって記述される非可換幾何に対してコヒーレント状態を定義し、それにより対応する古典的な空間を関連付けている。

このコヒーレント状態を用いた方法自体は別の先行研究により提唱された方法であったが、本論文ではそれがさらに発展させられている。弦や膜の世界面には、計量やシンプレクティック構造といった、幾何学的構造が存在している。本論文では、これらの幾何学量が、対応する非可換幾何においても存在することが示されている。これらは情報計量やベリー接続といった、主に情報理論において定義されるものによって与えられる。本論文では、具体例を交えてこの対応が明快に示されている。

また、2+1 次元の閉じた膜(M2-brane)の場合には、その世界体積上に Kähler 構造と呼ばれる幾何構造が自然に定義される。本論文ではこの場合に対応する行列の配位が議論されており、そこから得られる情報計量やベリー曲率といった幾何学量が、この Kähler 構造を成すということが証明されている。さらに、これらの幾何学量を行列の成分と陽に結びつける新たな公式も得られている。

審　査　の　要　旨

〔批評〕

本論文で取り扱われた、コヒーレント状態によって行列の配位と弦理論の幾何を結びつける方法は、行列模型における新しい幾何学(非可換幾何)を、従来のよく知られた微分幾何学の枠内で理解することを可能にしており、行列模型を理解するための新しい方法を与えると期待されているものである。特に本論文で提案されているベリー接続や情報計量といった幾何学量は、行列模型における弦やブレーンの幾何を特徴づけるために重要なものであると考えられる。先行研究においては、弦や D-brane の世界面がどのようにターゲット空間に埋め込まれているかという情報のみに注目していたが、本論文で提案されている幾何学量は、例えば D-brane 上に住むゲージ場の自由度のような、より詳細な幾何学的情報まで担っている。本論文の結果は、行列模型における行列の配位が、ブレーン上の場の自由度まで含めた広い意味での幾何学の情報を持っていることを示唆しており、このような対応を明確に見る方法を与えたという点で、本研究は大いに評価できる。

また、M 理論の文脈では、提案された幾何学量が M2-brane 上の Kähler 構造という基本的な幾何構造に対応することが証明されている。行列という自由度のみを用いて、このような基本的な構造が構成できるという本論文の結果は、行列正則化を理解する上でも重要であると考えられる。例えば、行列正則化の具体的構成法として幾何学的量子化や Toeplitz 量子化といった方法が知られているが、本論文の手法はその手続きの逆を与えている。従って、これらの量子化問題を理解する上でも本研究の結果は有用であると期待される。

本論文の内容は非常に独創的であり、得られた結果は行列模型に付随する幾何学的な問題に対する一つの解法として大変興味深いものである。本論文では数学的な構成に焦点があてられたが、幾つか物

理的な問題への応用も考えられる。例えば本論文の方法は、行列模型の古典解の分類などには有用であり、今後、行列模型のダイナミクスの理解に向けて、このような応用が期待されるところである。行列模型が弦理論やＭ理論といった量子重力理論を記述しているという元の予想に対しても、本論文の結果が寄与することが大いに期待される。

〔最終試験結果〕

平成30年2月13日、数理物質科学研究科学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。