ラブ波をプローブとして用いる
基板上膜面の物性計測に関する研究

２０１８ 年 ３ 月

千 葉　裕 介

ラブ波をプローブとして用いる
基板上膜面の物性計測に関する研究

千 葉　裕 介

システム情報工学研究科

筑波大学

２０１８ 年 ３ 月

概　　要

境界のない固体中を伝搬する弾性波 (バルク波) や，境界が存在する媒質を伝搬する弾性波 (ガイド波) による材料の物性計測手法は，評価対象へ弾性波を伝搬させることで，非破壊的に対象の材料物性を計測できる手法である．これを応用することで，対象の表面や内部の構造を安全に知ることが出来できることから，工業分野だけでなく，医療分野でも広く利用されている．中でも，ガイド波の一種であるラブ波は，基板と呼ばれる厚い材料表面に，基板よりも薄い膜面を形成した，「基板上膜面」を伝搬する横波である．ラブ波を用いた物性計測手法を確立することが出来れば，例えば材料表面に塗布された塗料やめっき等のコーティング材料，異なる物性を有する材料を組み合わせた傾斜機能材料など，固体材料の剛性や粘弾性を把握することができると期待される．

ラブ波を用いる材料の物性計測を実現するためには，実環境で用いられている基板上膜面に対する計測手法を確立する必要がある．ラブ波を用いる物性計測の先行研究では，単一の圧電トランスデューサを用いて基板上膜面の供試体へラブ波を発生させ，端面からの反射波を計測することで供試体の材料物性を計測している．しかしながら，供試体端面からの反射波を利用するため，着目したい反射波以外の影響が計測誤差の要因となる．加えて，供試体端面からの反射波の利用は供試体の寸法を制限することに繋がるなど，これまでに実環境での利用を想定した，ラブ波を用いる材料物性の計測手法は確立していない．

本研究は，ラブ波を用いて基板上膜面の材料物性を計測することを目的とする．はじめに，基板上膜面の材料物性とラブ波の波動的性質の理論的関係を導出し，提案手法における理論を確立する．そして，ラブ波の伝搬を観測する方法としてレーザドップラ振動計を用いたラブ波計測手法を提案し，実際に実験によりラブ波を計測できること，およびラブ波の計測データから，最適化問題を解くことにより基板上膜面の材料物性を測定できることをそれぞれ示す．

本論文は全 5 章で構成される．第 1 章では，序論として，本研究の背景，および，目的を説明した．具体的には，物性計測に用いられるバルク波やガイド波の分類や特徴を整理するとともに，本研究の対象である基板上膜面におけるラブ波の波動的性質を整理した．

第 2 章では，バルク波やガイド波を用いる材料物性計測に関する関連研究について概説した．材料物性計測の分野では，対象となる材料の形状や性状に応じ，最適なバルク波やガイド波を適切に選択する必要がある．本研究の研究対象である基板上膜面の物性評価に関しても，ガイド波の一種である，層構造を伝搬するレイリー波を用いる方法や，本研究と同じくラブ波を用いる研究などが報告されている．本章では，既存手法の利点や欠点を整理するとともに，本研究が提案する手法が，既存，ないし，既設された基板上膜面の物性計測に最適であることを示した．

第 3 章では，本研究で提案する，ラブ波をプローブとして用いる材料の物性計測法の理論を説明した．はじめに順問題として，ラブ波の波動的性質を基板上膜面が弾性材料の場合と粘弾性材料の場合に分けて説明した．波動方程式と境界条件から得られるラブ波の特性方程式を無次元化し，独立な無次元化パラメータを変化させた時のラブ波の波動的性質を数値計算し，基板上膜面の材料物性とラブ波の波動的性質の関係を明らかにした．次に逆問題として，ラブ波の計測からその波動的性質を表す分散曲線を計測する方法，および実験により得られた分散曲線のデータから，材料の物性を推定する手法について説明した．

第 4 章では，レーザドップラ振動計を用いたラブ波の計測法を説明するとともに，第 3 章で説明した理論を用いて，材料の物性を計測する実験を行った．膜面に高分子材料 (アクリル樹脂およびポリスチレン)，基板にアルミニウム合金を用いた基板上膜面の供試体を作成し，レーザドップラ振動計を用いてラブ波の計測ができることを確認した．レーザドップラ振動計による観測されるラブ波の変位に対する時間応答から，ガイド波特有の速度分散性を有することが確認できた．また，得られた計測結果をフーリエ変換することで得られるラブ波の分散曲線は，ラブ波の特性方程式から計算される理論曲線とほぼ一致することを確認した．さらに，実験により得られた分散曲線のデータを用いて理論曲線との最適化問題を解くことで，膜面の材料物性を推定することができた．特に，膜面の横波速度と厚さは，別手法により予め膜面単体で測定した基準値に対して，約 6%程度の精度で推定できることを明らかにした．

最後に第 5 章で，本研究で得られた成果をまとめ，今後の課題と展望について述べた．

目　　次

第 1 章　序　　論　1

1.1　研究の背景 1

1.2　研究の目的・論文構成 3

第 2 章　バルク波およびガイド波を用いる材料物性計測の関連研究　5

2.1　関連研究の調査 5

2.2　関連研究の問題点および提案手法による解決方策 6

2.3　む す び 8

第 3 章　原　　理　9

3.1　順問題: 基板上膜面を伝搬するラブ波の伝搬特性 9

3.1.1　弾性基板上膜面を伝搬するラブ波 9

3.1.2　粘弾性基板上膜面を伝搬するラブ波 16

3.2　逆問題: 観測されたラブ波伝搬特性を用いる材料物性の推定 26

3.2.1　ラブ波伝搬特性の測定原理 26

3.2.2　逆問題の解法と目的関数の設定 27

3.3　む す び 28

第 4 章　ラブ波の計測による基板上膜面の材料物性計測　29

4.1　ラブ波変位の計測および伝搬特性の算出 29

4.1.1　ラブ波励起のための超音波実験系 29

4.1.2　単一レーザ光のレーザドップラ振動計を用いる面内振動計測 . . . 30

4.1.3　ラブ波計測のための光学実験系 32

4.2　レーザドップラ振動計を用いるラブ波変位の計測結果 33

4.3　逆問題による基板上膜面の材料物性計測 35

4.4　む す び 37

第 5 章　結　　論 **39**

5.1　本研究で得られた成果 39

5.2　残された課題と今後の展望 40

謝　　辞 **41**

参考文献 **43**

著者文献 **47**

図目次

1.1 Classification of elastic wave propagating along solid medium. 2
1.2 Scheme of this thesis. 3

3.1 Coordinate system of Love wave propagation in finite-thickness elastic surface layer and elastic half-space substrate. 9
3.2 Dimensionless dispersion curve of Love wave propagating along elastic film on elastic substrate (dimensionless parameters: $c^*_{S,1} = 0.4$, $\mu^*_1 = 0.1$) and displacement distributions of Love wave. Horizontal and vertical axes of the dispersion curve are dimensionless angular frequency calculating shear wave velocity of the substrate and thickness of the elastic film, $k^*_{\mathrm{S},0} = k_{\mathrm{S},0}H = \omega H/c_{\mathrm{S},0}$, and dimensionless wavenumber of Love wave, $k^* = kH$, where H denotes film thickness. In the displacement distributions, dimensionless depth, z/H, are used, and displacement in y-direction are normalized by maximum value of the displacement; (a) Fundamental (zeroth-order) mode [$(k^*_{S,0}, k^*) = (2, 4.76)$], (b) first-order higher mode [$(k^*_{S,0}, k^*) = (2, 2.40)$] and (c) second-order higher mode [$(k^*_{S,0}, k^*) = (3, 3.05)$]. 12
3.3 Graphical method for solving the characteristic equation of Love wave. Red and blue solid lines express right and left hand sides of eq. (3.14). Dimensionless parameters are $c^*_{S,1} = 0.4$ and $\mu^*_0 = 0.1$, respectively; (a) $k^* = 1$ and (b) $k^* = 2$. . 13
3.4 Effect of the dispersion curve by changing two parameters, $c^*_{S,1}$ and μ^*_1; (a) The parameter is ratio of shear wave velocity, $c^*_{\mathrm{S},1} = c_{\mathrm{S},1}/c_{\mathrm{S},0}$ and (b) The parameter is ratio of shear modulus, $\mu^*_1 = \mu_1/\mu_0$. 14
3.5 The simplest linear viscoelastic models; (a) Maxwell model and (b)Kelvin–Voigt model. Elastic and viscous components (μ and η) are expressed as a spring and a dashpot. 16

3.6 Strain behavior of linear viscoelastic models under constant stress; (a) Maxwell model and (b) Kelvin–Voigt model. In this case, stress, σ, of each model is constant ($\sigma = \sigma_1$) from $t = 0$ to $t = t_1$, and after $t = t_1$, the stress is zero ($\sigma = 0$). 17

3.7 Coordinate system of Love wave propagation finite-thickness viscoelastic film on viscoelastic half-space substrate. 19

3.8 Dispersion curves of wavenumber and attenuation coefficient of Love wave propagating along viscoelastic film on elastic substrate and effect of the dispersion curves changing three parameters, $c^*_{\mathrm{S},0} = c_{\mathrm{S},1}/c_{\mathrm{S},0}$, $\mu^*_0 = \mu_1/\mu_0$ and $\tan\delta_1 = \omega\eta_1/\mu_1$; (a)–(c) the dispersion curves of the wavenumber and (d)–(f) the dispersion curves of the attenuation coefficient of the Love wave, respectively. In these dispersion curves, horizontal axis express dimensionless angular frequency, $k^*_{\mathrm{S},0} = \omega H/c_{\mathrm{S},0}$, and vertical axes of (a)–(c) and (d)–(f) indicate dimensionless wavenumber, $\Re(\hat{k}^*) = k'H$, and attenuation coefficient, $\Im(\hat{k}^*) = \alpha H$, of the Love wave, respectively. Calculation parameters are below: the case of (a) and (d), values of a changed parameter, $c^*_{\mathrm{S},0}$, were 0.2, 0.4 and 0.8, and fixed parameters were $\mu^*_0 = 0.1$ and $\tan\delta_1 = 0.05$. The case of (b) and (e), values of a changed parameter, μ^*_0 were 0.05, 0.1 and 0.5, and fixed parameters were $c^*_{\mathrm{S},0} = 0.5$ and $\tan\delta_1 = 0.05$. The case of (c) and (f), values of a changed parameter, $\tan\delta_1$, were 0.005, 0.1 and 0.2, and fixed parameters were $c^*_{\mathrm{S},0} = 0.5$ and $\mu^*_0 = 0.5$. 24

3.9 Scheme of updating optimum solutions by down-hill simplex method. To minimize objective function, simplex (in this case, solid line triangle) is calculated with four scalar parameters; reflection, expansion, contraction and shrinkage. . 27

4.1 Schematic of experimental setup for measuring displacement of Love wave on surface of layer-structured specimen; (a) measuring system and (b) enlarging view of setup for piezoelectric vibrators. 30

4.2 Signal waveform; (a) Amplified input signal from function generator through power amplifier, and (b) normalized auto-correlation of the input signal. 32

4.3 Principle for measurement of in-plane vibrations using laser Doppler vibrometer (LDV) in y-z plane; (a) relationship between observed displacement by LDV, v_{L}, and in-plane and out-of-plane displacements, u_y and u_z, and (b) relationship between y-z plane and I-II coordinate system. 33

4.4 Experimental results of Love wave displacement and dispersion curves; materials of surface layer are (a) poly(methyl methacrylate) and (b) polystyrene. In these figures, observed and pulse compressed displacements of Love wave, and frequency-spatial frequency relations of Love wave calculated by using pulse-compressed displacement are shown as (1), (2) and (3), respectively. . . . 34

4.5 Typical estimated spatial frequency of Love wave (parameters: $c_{\mathrm{S},1}$ and H); (a) poly(methyl methacrylate) and (b) polystyrene. Blue circles denotes observed spatial frequency, and orange-solid and red-dashed lines indicate measured and estimated spatial frequency dispersion curves of Love wave, respectively. . . . 36

表目次

2.1 Comparison of previous and proposed methods for measurement of material properties of layered structure using Love wave. 7

4.1 Material parameters of the specimen. Variables ρ, μ and c_{S} denote density, shear modulus and shear wave velocity, respectively. 29

4.2 Experimental conditions for measuring displacement of Love wave. 31

4.3 Estimated material parameters of film. The estimated parameters are averages of 30 optimization trials. When the estimated parameters are ($c_{\mathrm{S},1}$, H) and (μ_1, H), the density ρ_1 is a known parameter obtained by measurement. In addition, when the estimated parameters are $c_{\mathrm{S},1}$ and μ_1, the density, ρ_1, and the thickness, H, of the film are known parameters. The relative error rate is the ratio of the estimated parameters to the measured values. 35

本論文で用いる記号一覧

全般:

$(x,\ y,\ z)$	直交座標
t	時刻
j	虚数単位 $(=\sqrt{-1})$
$A,\ B,\ C$	任意定数

基板上膜面に関する諸量:

下添数字 0 および 1 は各々，基板，膜面の変数である．

$\mu_0,\ \mu_1$	剛性率・せん断弾性率
$\eta_0,\ \eta_0$	粘性率
$\rho_0,\ \rho_1$	密度
$c_{\mathrm{S},0},\ c_{\mathrm{S},1}$	媒質の横波速度
H	膜面の厚さ
$u_{y,0},\ u_{y,1}$	y 方向変位

ラブ波に関する諸量:

下添数字 0 および 1 は各々，基板，膜面の変数である．

また，*付きの変数は無次元量，^付きの変数は複素変数を，それぞれ表す．

f	ラブ波の周波数
ω	ラブ波の角周波数
ω_{cutoff}	高次モードにおける遮断角周波数
n	ラブ波の伝搬モード次数
	($n = 0$ の時を基本モード, $n \geq 1$ の時を n 次の高次モードと呼ぶ)
c	ラブ波の位相速度
k	ラブ波の波数
ξ	ラブ波の空間周波数
$k_{\mathrm{S},0},\ k_{\mathrm{S},1}$	$c_{\mathrm{S},0},\ c_{\mathrm{S},1}$ から算出される波数
$c^*_{\mathrm{S},1}$	$c_{\mathrm{S},0}$ により無次元化された膜面の横波速度

μ_1^*	μ_0 により無次元化された，膜面の剛性率
k^*	H により無次元化された，ラブ波の波数
$\hat{k}$	ラブ波の複素波数
$\hat{k}^*$	H により無次元化された，ラブ波の複素波数
$\hat{c}$	ラブ波の複素位相速度
$\hat{G}_0$, $\hat{G}_1$	粘弾性媒質の複素剛性率
$\hat{G}_0{}^*$, $\hat{G}_1{}^*$	μ_0 により無次元化された複素剛性率
$c_{\hat{S},0}$, $c_{\hat{S},1}$	粘弾性媒質の複素横波速度
$c_{\hat{S},0}{}^*$, $c_{\hat{S},1}{}^*$	$c_{\mathrm{S},0}$ により無次元化された粘弾性媒質の複素横波速度
$k_{\hat{S},0}$, $k_{\hat{S},1}$	$c_{\hat{\mathrm{S}},0}$, $c_{\hat{\mathrm{S}},1}$ から算出される複素波数
$k_{\hat{S},0}{}^*$, $k_{\hat{S},1}{}^*$	H により無次元化された，$c_{\hat{\mathrm{S}},0}$, $c_{\hat{\mathrm{S}},1}$ から算出される複素波数
$\tan\delta_0$, $\tan\delta_1$	粘弾性媒質の損失正接
k'	粘弾性媒質を伝搬するラブ波の波数
k'^*	H により無次元化された，粘弾性媒質を伝搬するラブ波の波数
α	粘弾性媒質を伝搬するラブ波の減衰係数
α^*	H により無次元化された，粘弾性媒質を伝搬するラブ波の減衰係数
Z	媒質の音響インピーダンス

ラブ波の計測および推定に関する諸量

u_{I}, u_{II}	角度 (I) および (II) の時に計測されるラブ波変位
θ	レーザドップラ振動計のレーザ入射角度 (z 軸を 0° とする)
$U_y(x, f)$	$u_y(x,t)$ を時間領域でフーリエ変換したもの
$U_y(\xi, f)$	$U_y(x, f)$ を空間領域でフーリエ変換したもの
Q_k, Q_α	目的関数
N	計測したラブ波のデータ点数

第1章　序　　論

1.1　研究の背景

本論文は，ラブ波をプローブとして，基板と呼ばれる厚い材料表面に基板よりも薄い膜面と呼ばれる材料を形成した「基板上膜面」の物性を測定する手法に関するものである

Fig. 1.1 に，固体中を伝搬する弾性波の分類を示す．固体中を伝搬する弾性波 (以下，弾性波) は，無限媒質 (反射境界が存在しない十分大きな媒質) 中を伝搬する波動である．弾性波はバルク波 (または実体波) とも呼ばれ，体積変化を生じながら伝搬する波動を縦波 (または疎密波)，体積変化を伴わず等容積の剪断変形を生じながら伝搬する波動を横波 (または剪断波) と呼ばれる [1]．横波は，伝搬方向と剪断変形の方向の関係により 2 種類存在し，伝搬方向に対して法線方向かつ同一平面内で剪断する横波を SH[*1]波，伝搬方向に対して法線方向かつ面外で剪断する横波を SV[*2]波と区別している．均質な等方性材料において，縦波及び横波の速度 c_{L} および c_{S} は，ある媒質の体積弾性率 K，剛性率 μ，密度 ρ を用いて，

$$c_{\mathrm{L}} = \sqrt{\frac{K + 4/3\mu}{\rho}}, \tag{1.1}$$

$$c_{\mathrm{S}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \tag{1.2}$$

と表される．また，媒質の自由表面や異なる媒質が接合された境界など，境界条件が存在する媒質中を弾性波が伝搬するとき，バルク波とは異なる波動的性質を持つことが知られている．この時の弾性波はバルク波と区別して，ガイド波と呼ばれる．ガイド波は，その伝搬の姿態によって弾性表面波や板波，境界波などに細分される．弾性表面波はレイリー波 [2] や横波型弾性表面波 [3]，板波はラム波 [4]，境界波はラブ波 [5] やストンレー波 [6] などがよく知られている．

本研究では，ある厚い材料 (基板) の表面上に，基板とは異なる材料で，かつ基板よりも

[*1] Shear-horizontal より
[*2] Shear-vertical より

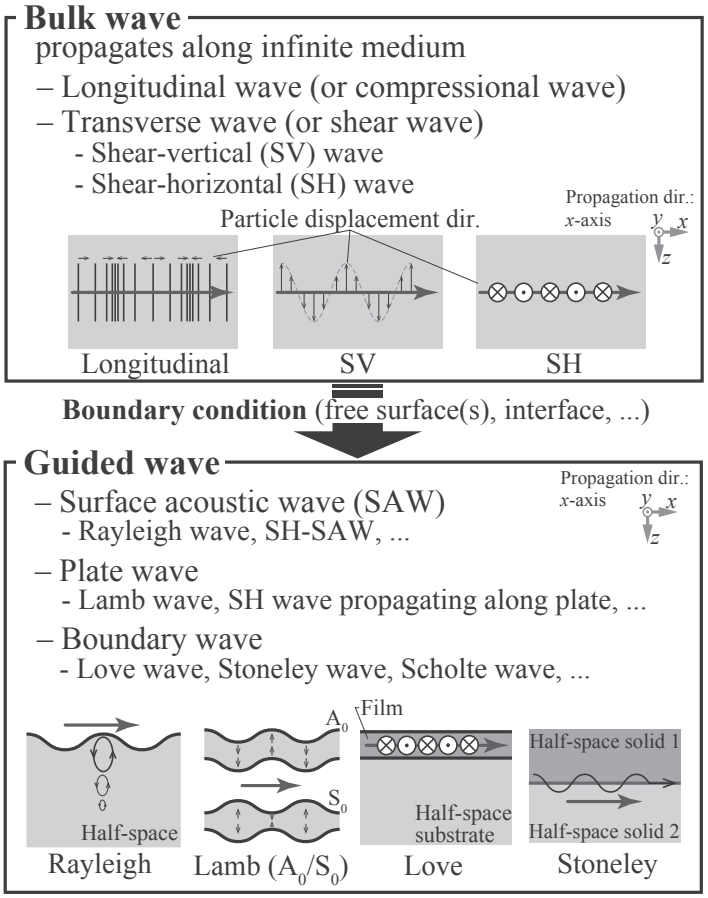


Fig. 1.1: Classification of elastic wave propagating along solid medium.

薄い材料 (膜面) を形成した，「基板上膜面」の材料物性に着目する．基板上膜面の例としては，材料に塗布された塗料やめっき等のコーティングや，異なる材料物性を有する材料を組み合わせた傾斜機能材料などが挙げられる．基板上膜面に横波を伝搬させると，基板および膜面の物性がある関係を満たすとき，横波はガイド波として伝搬する．このガイド波は，発見者の名前をとって特にラブ波[*3]と呼ばれる．第 3 章で後述するが，ラブ波は横波成分のみを有するガイド波であるため，その伝搬には媒質である基板上膜面の剛性が大きく影響する．従って，ラブ波と基板上膜面の物性の関係を理論的に明らかにするとともに，ラブ波の伝搬を観測する手法を確立することができれば，基板上膜面の物性，特に剛性を非破壊的に評価できる．そして，塗料など経時的に弾性が大きく変化する材料の，新しい物性計測法を確立することができる．

[*3] Augustus Edward Hough Love (1863–1940): 英国の地球物理学者，数学者．ラブは，地震波を解析することで，地球が密度の異なる同心円の層を成し，地殻とマントルの密度差によって地殻中に閉じ込められる地震波が存在することを理論的に予想した．

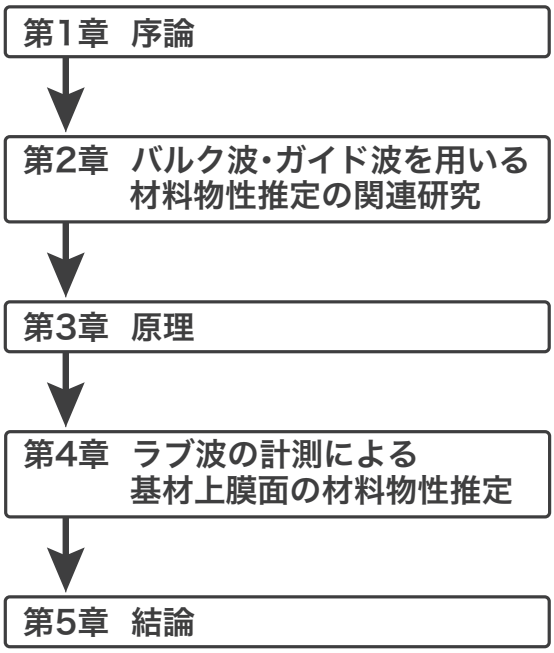


Fig. 1.2: Scheme of this thesis.

1.2　研究の目的・論文構成

本論文は，ラブ波をプローブとして用いる基板上膜面の新しい物性計測法の確立を目的とする．基板上膜面の物性計測を実現するため，はじめに，基板上膜面の材料物性とラブ波の波動的性質の理論的関係を導出し，提案手法における理論を確立する．そして，ラブ波の伝搬を観測する方法としてレーザドップラ振動計を用いたラブ波計測手法を提案し，実際に実験によりラブ波を計測できること，およびラブ波の計測データから，最適化問題を解くことにより基板上膜面の材料物性を測定できることをそれぞれ示す [7].

本論文の章構成を Fig. 1.2 に示す．第 2 章では，バルク波やガイド波を用いた非破壊評価や物性推定等の研究・アプリケーション例について説明する．また，提案手法とガイド波を用いる既存の物性評価手法を比較し，提案手法の有用性について述べる．第 3 章では，本研究で提案する，ラブ波をプローブとして用いる材料の物性計測法の理論を説明する．はじめに順問題として，ラブ波の波動的性質を基板上膜面が弾性材料の場合と粘弾性材料の場合に分けて説明する．次に逆問題として，ラブ波の計測からその波動的性質を表す分散曲線を計測する方法，および実験により得られた分散曲線のデータから，材料の物性を推定する手法についてそれぞれ説明する．第 4 章では，第 3 章で説明した理論を用いて，基板上膜面の物性を計測する手法を確立する．また，実験により得られたデータを用いて最適化問題を解き，基板上膜面の材料物性を推定する．最後に第 5 章では，全体を総

括して結論と今後の展望を述べる.

第2章　バルク波およびガイド波を用いる材料物性計測の関連研究

2.1　関連研究の調査

バルク波やガイド波は，あらゆる工業分野におけるアプリケーションに広く用いられている [8]．その中でも，材料の非破壊評価や物性計測は，評価対象を破壊することなく材料の表面あるいは内部の情報を得ることが出来る方法として注目され続けてきた．

例えば，バルク波を用いることで，材料中の欠陥や剥離を検出する超音波探傷 [9, 10]，空間内における温湿度の定量評価 [11] や生体組織内部の可視化 [12] 等に関する研究が行われている．またガイド波は，波動のエネルギーが媒質表面や境界に局在するため，バルク波と比べて長距離伝搬が可能であることから，鉄道用軌条や板材等の構造物における欠陥検出に関する研究が行われている [13–17]．いずれの手法においても，バルク波やガイド波の伝搬特性 (伝搬時間・位相や振幅・パワー) を計測し，それらと密接に結びつく物理的諸量を算出，あるいは信号処理を施すことによって，対象の性状を定量化あるいは可視化することができる [8].

また，ガイド波は，評価対象が固体以外の材料物性評価においても利用されている．例えば，微小液滴中の免疫/化学反応の検出センサや液体の粘性・粘弾性を評価するセンサの開発，およびそのセンシング手法が研究対象となっている．これは，圧電性を有する基板材料上に高周波のガイド波を伝搬させ，評価対象の化学反応等による微小な質量変化をガイド波の伝搬特性あるいは周波数変化を変化として検出している [18–22].

また本研究の評価対象である基板上膜面についても，ガイド波を用いてその物性を評価する研究が行われている．例えば，林らは基板上膜面の供試体 (膜面: 真鍮, 基板: アルミニウム合金) にレイリー波を伝搬させ，基板上膜面の材料物性を評価している [23]．この時，基板上膜面は層構造であるから，そのような構造を伝搬するレイリー波は，Fig. 1.1 に示した純粋なレイリー波とは異なり，周波数によって位相速度が異なる「速度分散性」を有することが知られている [24]．層構造を伝搬するレイリー波は，膜面のレイリー波速

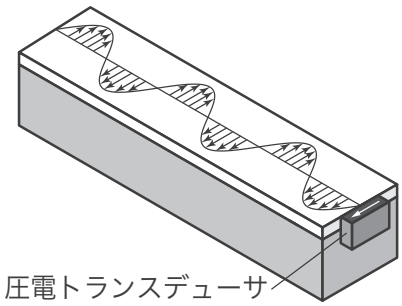
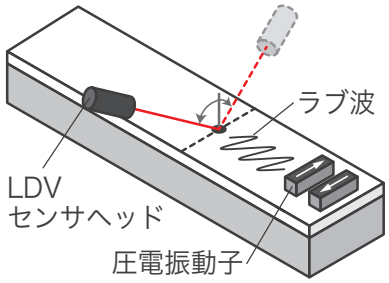
度が基板のレイリー波速度よりも遅い場合に存在する．林らの手法では，層構造を伝搬するレイリー波の群速度を周波数を変えながら測定し，実験結果に最もフィットする群速度分散曲線を理論式から計算し最適化問題を解くことで，層構造の縦波・横波速度，密度および膜面厚さを推定している．また，Kiełczyński らは，ラブ波を用いて金属基板上膜面 (基板: 鋼，膜面: 銅) の材料物性を評価する手法を提案している [25, 26]．この手法では，1 つの横波用振動子を供試体の基板と膜面の境界に設置して単一周波数でラブ波を伝搬させ，供試体の端面で多重反射したラブ波を同一の振動子で受信することで，単一周波数におけるラブ波の伝搬時間差を算出する．さらに，その伝搬時間差からパスするエコーオーバーラップ法により位相速度を算出し，基板上膜面の材料物性をパラメータとする最適化問題を解くことで，材料物性を推定している．

2.2　関連研究の問題点および提案手法による解決方策

なぜガイド波，特にラブ波を用いるのか　第 2.1 節で述べたように，基板上膜面の材料物性を測定するためには，ガイド波がプローブとして用いられる．ガイド波は，コーティング材料の材料物性評価など，広範囲に亘る膜面材料の物性やその経時変化の計測に適している．バルク波を用いて評価することも可能ではあるが，基板上膜面に対して膜面側からの点計測となるため，代表的な物性を計測することはできても，大局的な膜面の材料物性を評価することは，計測試行回数等の観点から容易でない．層構造を伝搬するレイリー波やラブ波は，膜面のレイリー波速度および横波速度が基板のそれよりも遅い場合に伝搬できる性質があるから，それを積極的に利用することで，一度の計測で大局的な膜面の物性計測が可能となる．

また，第 2.1 節の林らの報告では，レイリー波を用いて金属材料からなる基板上膜面の材料物性を計測している．レイリー波は，縦波 [L] と横波 [SV] の成分を併せ持つ [L+SV] のガイド波である．層構造を伝搬するレイリー波を用いて物性を計測するためには，基板上膜面の場合，膜面の密度，厚さ，縦波および横波速度，基板の密度，縦波および横波速度の，計 7 つのパラメータが必要となる．基板上膜面の物性や厚さだけに興味がある場合には，未知数は最大 4 つとなる．一方，ラブ波は横波 [SH] のみの成分を有するガイド波である．ラブ波を用いて基板上膜面の物性を推定する場合には，膜面の密度，厚さおよび横波速度，基板の密度および横波速度の 5 つのパラメータが必要となる．これも同様に基板の物性を既知とすれば，基板上膜面の未知数は最大 3 つとなる．基板上膜面の物性だけに着目すると，レイリー波は [L+SV] が結合したガイド波であるから，[SH] のみのラブ波

Table 2.1: Comparison of previous and proposed methods for measurement of material properties of layered structure using Love wave.

	従来手法(Kielczynskiら)	**提案手法**
		
ラブ波の励起/検出	単一圧電トランスデューサ	励起:一対の圧電振動子 検出:レーザドップラ振動計(LDV)
測定パラメータ	伝搬時間差 → 位相速度	変位 → 空間周波数
測定手法	供試体端面からの多重反射計測 →パルスエコーオーバーラップ法により伝搬時間差を計測 →周波数を変化させて計測，位相速度の分散曲線が算出	LDVを空間的に1次元スキャン →ラブ波進行波の変位を計測 →フーリエ変換によりラブ波の空間周波数曲線が算出
特徴	○ラブ波の励起/検出が小型・容易 △端面からの多重反射を利用 →反射波が受波されない環境での利用は困難 →計測は供試体寸法や端面の面精度に左右される	△ラブ波検出は大型の装置が必要 ○ラブ波の進行波だけを計測 →対象の形状寸法に制約されない計測手法

と比べれば考慮するパラメータが1つ多くなる．独立なパラメータが多ければ，より多くの材料物性を推定できる一方で，逆問題を解く際に誤差が大きくなる問題も発生するため，物性の評価対象に応じて適切なガイド波を選択する必要がある．本研究では，基板上膜面の剛性だけに着目して測定を行うため，ラブ波を用いて物性計測を行う．

なぜ LDV を用いるのか　本研究では，ラブ波を計測する手段として，LDV を用いて1次元のラブ波変位分布の時間応答を計測する．Table 2.1 にラブ波を用いる材料物性計測の先行手法と本研究での提案手法との比較を示す．Kiełczyński らの研究では，基板上膜面の供試体側面，基板と膜面の境界が重なるように単一の横波トランスデューサを設置し，単一周波数のパルス信号によりラブ波を発生させ，供試体端面で反射してきた反射波を計測している．反射波からラブ波の伝搬時間差を精度良く算出するためには，ラブ波の伝搬時間差算出の際に着目している面以外からの反射の影響が無視できるような供試体が必要である．一方，複数の反射波が干渉して観測されるなどの条件下では，ラブ波の位相速

度を算出し，そこから基板上膜面の材料物性を計測することが容易ではなくなる．提案手法では，LDV により供試体表面を伝搬するラブ波を空間的にスキャンしているため，ラブ波の進行波だけを計測することができる．供試体の端面による反射波の影響を含んでいたとしても，ラブ波の空間周波数[*1]として算出されるため分離が可能だと考える．また，ラブ波の変位–時間応答を時間および空間でそれぞれフーリエ変換するだけで，周波数–空間周波数の関係を得ることができる．従って，LDV を用いることでラブ波の進行波だけを計測することができ，供試体の寸法に制約されることのない，より実際的なラブ波計測手法を確立できると期待される．

2.3　む す び

第 2 章では，バルク波やガイド波を用いる材料物性計測について調査した．バルク波やガイド波の波動的性質により，それぞれ物性を評価できる対象の形状に違いがあることが分かった．本研究では物性計測の対象を層をなす構造，特に基板上膜面の物性を推定することを目的として，ガイド波の一種であるラブ波を用いる材料物性推定手法について検討を行う．

[*1]波数を 2π で除したもの．位相速度との関係は，(位相速度) = (周波数)/(空間周波数) である．

第3章　原　　理

3.1　順問題: 基板上膜面を伝搬するラブ波の伝搬特性

3.1.1　弾性基板上膜面を伝搬するラブ波

はじめに，本研究で扱うラブ波の波動的性質について説明する．Fig. 3.1 に，半無限の弾性基板上に形成された弾性膜面の材料パラメータおよび座標系を示す．Fig. 3.1 において x 軸方向に横波 (SH 波) が伝搬することを考えると，波動方程式は基板および膜面の材料パラメータを用いて，次式で表せる．

$$\mu_1 \left(\frac{\partial^2 u_{y,1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y,1}}{\partial z^2} \right) = \rho_1 \frac{\partial^2 u_{y,1}}{\partial t^2}, \tag{3.1}$$

$$\mu_0 \left(\frac{\partial^2 u_{y,0}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y,0}}{\partial z^2} \right) = \rho_0 \frac{\partial^2 u_{y,0}}{\partial t^2}, \tag{3.2}$$

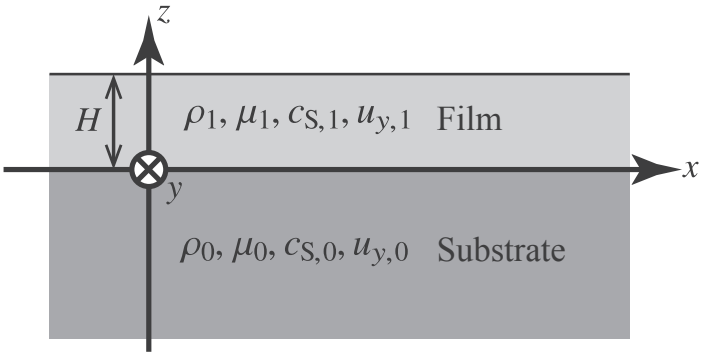


Fig. 3.1: Coordinate system of Love wave propagation in finite-thickness elastic surface layer and elastic half-space substrate.

また，基板および膜面の境界条件は，$z = 0$ において y 方向変位および応力は連続であるから，

$$\begin{cases} u_{y,1} = u_{y,0} \\ \mu_1 \dfrac{\partial u_{y,1}}{\partial z} = \mu_0 \dfrac{\partial u_{y,0}}{\partial z} \end{cases}, \tag{3.3}$$

また，$z = H$ において，応力は自由であるから，

$$\mu_1 \frac{\partial u_{y,1}}{\partial z} = 0, \tag{3.4}$$

である．さらに，基板は半無限媒質であるから，$z \to -\infty$ で $u_{y,0} \to 0$ となる必要がある．以上を満たす解として，

$$u_{y,1}(x, z, t) = C \cos\left(\sqrt{\frac{c^2}{c_{\mathrm{s},1}^2} - 1}\, k(z - H)\right) \cdot \exp(jkx - j\omega t) \tag{3.5}$$

$$u_{y,0}(x, z, t) = C \cos\left(\sqrt{\frac{c^2}{c_{\mathrm{s},1}^2} - 1}\, kH\right) \cdot \exp\left(\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_{\mathrm{S},0}^2}}\, kz\right) \cdot \exp(jkx - j\omega t) \tag{3.6}$$

が得られる．ただし，c および k はラブ波の位相速度および波数であり，C は任意定数である．ここで，c および k の関係は，

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}, \tag{3.7}$$

である．f および ω は，ラブ波の周波数および角周波数である．Eqs. (3.3)–(3.4) に示す境界条件に，Eqs. (3.5)–(3.6) に示す波動方程式の解を代入し，整理すると，

$$\tan\left(\sqrt{\frac{c^2}{c_{\mathrm{S},1}^2} - 1}\, kH\right) = \frac{\mu_0}{\mu_1} \frac{\sqrt{1 - c^2/c_{\mathrm{S},0}^2}}{\sqrt{c^2/c_{\mathrm{S},1}^2 - 1}}, \tag{3.8}$$

が得られる．ただし，ラブ波の位相速度 c は常に，

$$c_{\mathrm{S},1} < c < c_{\mathrm{S},0}, \tag{3.9}$$

を満たす必要がある．この式が，ラブ波の特性方程式である．

次に，このラブ波の特性方程式を無次元化する．膜面および基板の横波速度から算出さ

れる波数を $k_{\mathrm{S},1} = \omega/c_{\mathrm{S},1}$, $k_{\mathrm{S},0} = \omega/c_{\mathrm{S},0}$ とすると，Eq. (3.8) の特性方程式は，

$$\tan\left(\sqrt{k_{\mathrm{S},1}^2 - k^2}\,H\right) = \frac{\mu_0}{\mu_1}\frac{\sqrt{k^2 - k_{\mathrm{S},0}^2}}{\sqrt{k_{\mathrm{S},1}^2 - k^2}}, \tag{3.10}$$

である．この時，Eq. (3.9) から，ラブ波の波数 k は，

$$k_{\mathrm{S},0} < k < k_{\mathrm{S},1}, \tag{3.11}$$

を常に満たす必要がある．波数 $k_{\mathrm{S},1}$ および $k_{\mathrm{S},0}$ の関係は，

$$k_{\mathrm{S},1} = \frac{c_{\mathrm{S},0}}{c_{\mathrm{S},1}}k_{\mathrm{S},0}, \tag{3.12}$$

である．膜面の厚さ H を代表長さとすれば，無次元化された波数 $k^* = kH$, $k_{\mathrm{S},0}^* = k_{\mathrm{S},0}H$, $k_{\mathrm{S},1}^* = k_{\mathrm{S},1}H$ が定義できる．これにより，Eq. (3.12) は，

$$k_{\mathrm{S},1}^* = \frac{c_{\mathrm{S},0}}{c_{\mathrm{S},1}}k_{\mathrm{S},0}^* = \frac{k_{\mathrm{S},0}^*}{c_{\mathrm{S},1}^*}, \tag{3.13}$$

である．ただし，$c_{\mathrm{S},1}^* = c_{\mathrm{S},1}/c_{\mathrm{S},0}$ は，基板に対する膜面の横波速度の比である．従って，基板に対する膜面の剛性率の比を $\mu_1^* = \mu_1/\mu_0$ とすれば，Eq. (3.10) は，

$$\tan\left(\sqrt{\frac{k_{\mathrm{S},0}^{*2}}{c_{\mathrm{S},1}^{*2}} - k^{*2}}\right) = \frac{1}{\mu_1^*}\frac{\sqrt{k^{*2} - k_{\mathrm{S},0}^{*2}}}{\sqrt{k_{\mathrm{S},0}^{*2}/c_{\mathrm{S},1}^{*2} - k^{*2}}}, \tag{3.14}$$

となり，特性方程式の全てのパラメータが無次元化された．この時に残る，基板上膜面に関する独立なパラメータは，横波速度の比 $c_{\mathrm{S},1}^*$ および剛性率の比 μ_1^* である．

Equation (3.14) を満たす $(k_{\mathrm{S},0}^*, k^*)$ をプロットすると，Fig. 3.2 に示すラブ波の分散曲線，およびラブ波の深さ方向に対する振幅分布が得られる．Fig. 3.2 において，ラブ波の分散曲線の横軸は基板の横波速度 $c_{S,0}$ から算出される波数 $k_{S,0}$ と膜面厚さ H の積であり，$c_{S,0}$ および H を用いて無次元化された角周波数 ω を意味する．また縦軸はラブ波の波数 k と膜面厚さ H の積であり，これは無次元化されたラブ波の波数である．この時の分散曲線を計算した時の基板上膜面に関する無次元パラメータは $c_{S,1}^* = 0.4$, $\mu_1^* = 0.1$ である．また，Fig. 3.3 に，特性方程式 Eq. (3.14) の図式的解法を示す [27]．Fig. 3.3 において，青および赤の実線は，横軸を $k_{S,0}^*$ とした時に計算される Eq. 3.14 の左辺および右辺をプロッ

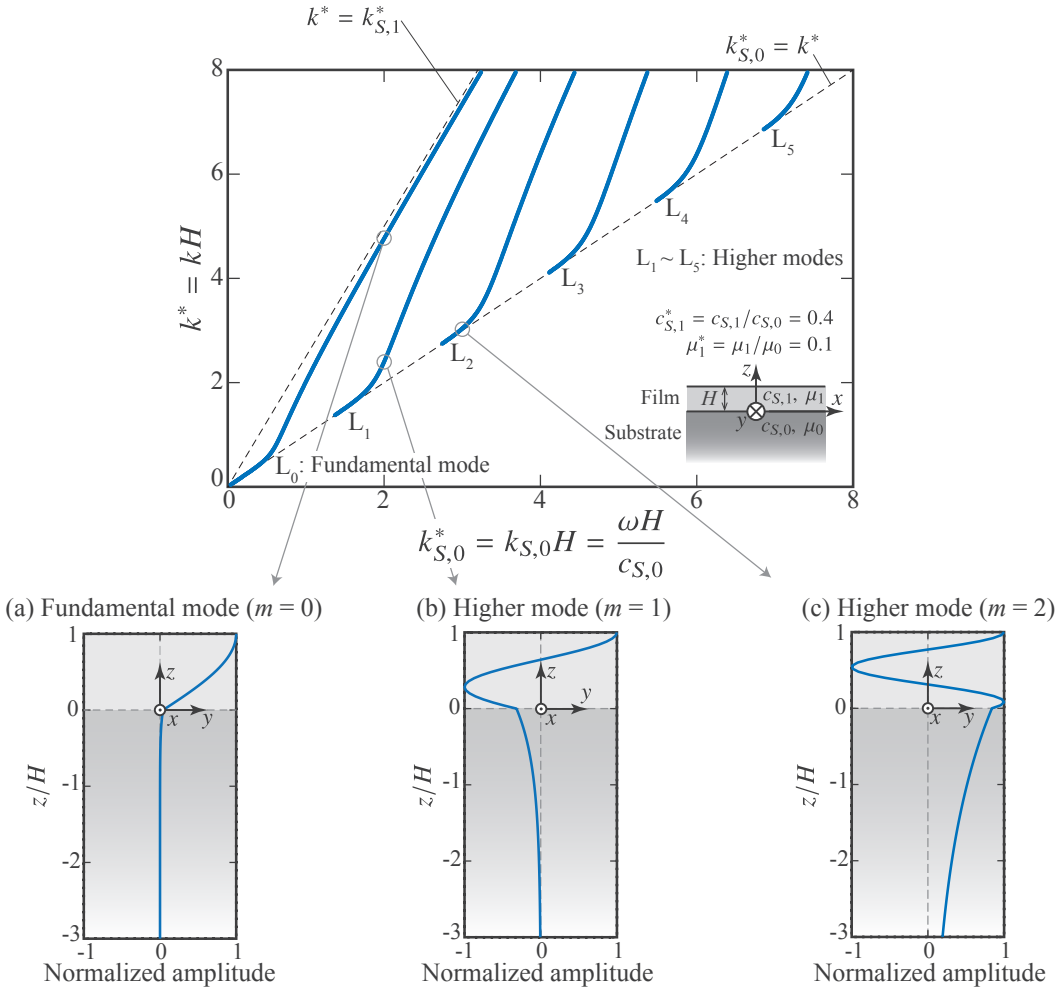


Fig. 3.2: Dimensionless dispersion curve of Love wave propagating along elastic film on elastic substrate (dimensionless parameters: $c^*_{S,1} = 0.4$, $\mu^*_1 = 0.1$) and displacement distributions of Love wave. Horizontal and vertical axes of the dispersion curve are dimensionless angular frequency calculating shear wave velocity of the substrate and thickness of the elastic film, $k^*_{S,0} = k_{S,0}H = \omega H/c_{S,0}$, and dimensionless wavenumber of Love wave, $k^* = kH$, where H denotes film thickness. In the displacement distributions, dimensionless depth, z/H, are used, and displacement in y-direction are normalized by maximum value of the displacement; (a) Fundamental (zeroth-order) mode [$(k^*_{S,0}, k^*) = (2, 4.76)$], (b) first-order higher mode [$(k^*_{S,0}, k^*) = (2, 2.40)$] and (c) second-order higher mode [$(k^*_{S,0}, k^*) = (3, 3.05)$].

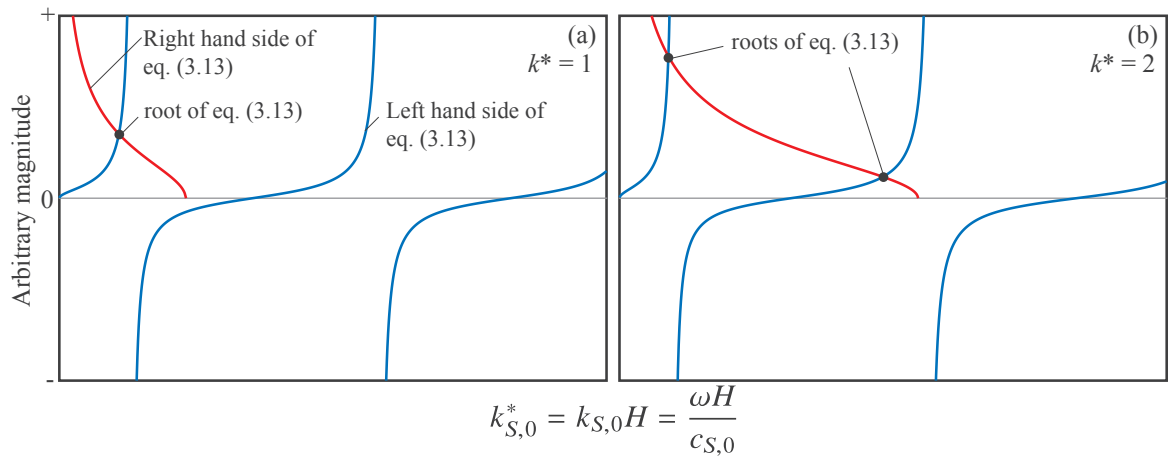


Fig. 3.3: Graphical method for solving the characteristic equation of Love wave. Red and blue solid lines express right and left hand sides of eq. (3.14). Dimensionless parameters are $c^*_{S,1} = 0.4$ and $\mu^*_0 = 0.1$, respectively; (a) $k^* = 1$ and (b) $k^* = 2$.

トしたものである．k^* が小さい時 (ここでは $k^* = 1$)，特性方程式の根である右辺および左辺の交点，すなわち特性方程式の根は一つだけである [Fig. 3.3(a)]．これを基本モードの根と呼ぶ．k^* を大きくすると (ここでは $k^* = 2$)，上述の基本モードの根とは別の根が現れる．この時の根を 1 次の高次モードと呼ぶ [Fig. 3.3(b)]．以降，k^* を変化させた時の各モードの根に対応する $(k^*_{S,0}, k^*)$ の組み合わせを繰り返し求めていく．なお，基本モードおよび高次モードについては後述する．

ここで，Fig. 3.2 を用いてラブ波の基本的な性質について述べる．得られた分散曲線から，ラブ波の分散曲線は $k^*_{S,0} = k^*$ の点線と $k^*_{S,0} = k^*_{S,1}$ の点線に囲まれた範囲にのみ存在する．これはすなわち，ラブ波の位相速度 c が $c_{S,1} < c < c_{S,0}$ の範囲にのみ存在することを示している．膜面の横波速度 $c_{S,1}$ が基板の横波速度 $c_{S,0}$ よりも速い基板上膜面には，ラブ波は伝搬しない．また，L_0 のように全ての $k^*_{S,0}$ に亘って存在している伝搬モードと，$\mathrm{L}_1, \ldots, \mathrm{L}_5$ のようにある $k^*_{S,0}$ を超えた時に現れる伝搬モードの 2 種類が存在していることが分かる．すなわち，ラブ波はある周波数において複数の伝搬速度を有する波動が存在し，速度分散性を有している．一般に，L_0 を基本モード，L_1 以降を高次モードと呼ぶ．Fig. 3.2(a)–(c) に，ある $(k^*_{S,0}, k^*)$ の時のラブ波の深さ方向に対する y 方向変位の振幅分布を示す［それぞれ，(a) $(k^*_{S,0}, k^*) = (2, 4.76)$, (b) $(k^*_{S,0}, k^*) = (2, 2.40)$, (c) $(k^*_{S,0}, k^*) = (3, 3.05)$］の時の計算結果である．高次モードは，$k^*_{S,0}$ すなわち角周波数 ω の増加により無数に存在する．高次モードは，ラブ波の振幅分布における節の数を取り，Fig. 3.2(b) を 1 次の高次

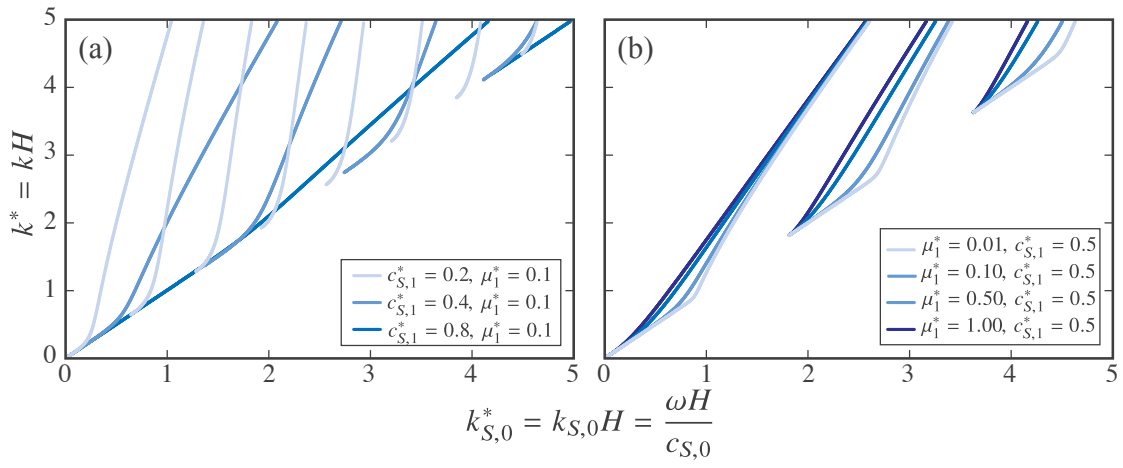


Fig. 3.4: Effect of the dispersion curve by changing two parameters, $c^*_{S,1}$ and μ^*_1; (a) The parameter is ratio of shear wave velocity, $c^*_{S,1} = c_{S,1}/c_{S,0}$ and (b) The parameter is ratio of shear modulus, $\mu^*_1 = \mu_1/\mu_0$.

モード，Fig. 3.2(c) を 2 次の高次モードと呼ぶ[*1]．Fig. 3.2(a) は節が無いため 0 次モードとも呼ばれる．それぞれの高次モードが現れる角周波数 ω_{cutoff} は遮断角周波数と呼ばれ，

$$\omega_{\mathrm{cutoff}} = \frac{n\pi c_{S,1}}{H\sqrt{1 - c^2_{S,1}/c^2_{S,0}}}, \tag{3.15}$$

または，無次元パラメータを用いて

$$k^*_{S,0;\mathrm{cutoff}} = \frac{n\pi c^*_{S,1}}{\sqrt{1 - c^{*2}_{S,1}}}, \tag{3.16}$$

と表すことができる．

ここで，特性方程式 Eq. (3.14) のうち，独立な無次元パラメータである $c^*_{S,1}$ および μ^*_1 のうち一方を固定し，もう一方を変化させた時の分散曲線形状に与える影響を考察する．Fig. 3.4 に，(a) 横波速度の比 $c^*_{S,1}$ を変化させたとき，(b) 剛性率の比 μ^*_1 をそれぞれ変化させた時の，ラブ波分散曲線を示している．Fig. 3.4(a) は，剛性率の比 μ^*_1 を 0.1 で一定とし，横波速度の比 $c^*_{S,1}$ を 0.2, 0.4, 0.8 と変化させたときの計算結果，Fig. 3.4(b) は横波速度の比 $c^*_{S,1}$ を 0.5 で一定とし，剛性率の比 μ^*_1 を 0.01, 0.1, 0.5, 1 と変化させた時の計算結果である．

[*1] あるいは伝搬モードの次数 n を用いて，単に n 次モードと呼ぶ (基本モード: $n = 0$，高次モード: $n \geq 1$).

横波速度の比 $c^*_{S,1}$ を変化させたとき　Fig. 3.4(a) において，剛性率の比 μ^*_1 を一定とし横波速度の比 $c^*_{S,1}$ だけを増加させると，高次モードの分散曲線の数が減り，分散曲線の各伝搬モードの傾きも緩やかになっていることが分かる．前者は各高次モードの遮断周波数が Eq. (3.16) に示した通り $c^*_{S,1}$ と伝搬モード次数 n だけで決定できることから，$c^*_{S,1}$ が増加すると各高次モードの遮断周波数も増大する．後者は分散曲線の各伝搬モードが，$k^*_{S,0}$ の増加により膜面の横波速度 $c_{S,1}$ から計算される波数 $k^*_{S,1} = \omega H/c_{S,1}$ へ向かって縮退していく性質を有するためである．そのため，$c^*_{S,1}$ の増大によって $k^*_{S,0} = k^*_{S,1}$ の傾きが小さくなり，分散曲線の各伝搬モードの傾きも緩やかになる．

剛性率の比 μ^*_1 を変化させたとき　Fig. 3.4(b) において, 横波速度の比 $c^*_{S,1}$ を一定とし剛性率の比 μ^*_1 だけを増加させると, 各伝搬モードの変曲点が左側 (すなわち低周波側) へシフトし, 形状がより直線的になる．また横波速度の比 $c^*_{S,1}$ は一定であるため, 各分散曲線の出発点はいずれの場合においても変化しない．横波速度の比 $c^*_{S,1}$ を一定に保ったまま剛性率の比 μ^*_0 を増加させると, 膜面の横波速度から算出される音響インピーダンス $Z_{S,1} = \rho_1 c_{S,1} = \mu_1/c_{S,1}$ と基板の横波速度から算出される音響インピーダンス $Z_{S,0} = \rho_0 c_{S,0} = \mu_0/c_{S,0}$ が整合する．すなわち,

$$Z_{S,1} = Z_{S,0}, \tag{3.17}$$

より,

$$\mu^*_1 = c^*_{S,1}, \tag{3.18}$$

となる．Fig. 3.4(b) において，$(\mu^*_1, c^*_{S,1}) = (0.5, 0.5)$ である．音響インピーダンスが整合した状態からさらに剛性率の比 μ^*_1 だけを大きくすると，膜面の剛性率および密度は基板の剛性率および密度よりも大きくなり，基板上膜面を伝搬するラブ波は，音響的には膜面だけの影響を受けることになる．これにより，$(\mu^*_1, c^*_{S,1}) = (1, 0.5)$ の時のようにラブ波の基本モードは直線的，すなわち速度分散性を有しない伝搬モードになる．これは，膜面の材料パラメータ及び厚さを有する板中を伝搬する SH 波の分散曲線の基本モードと，同様の傾向である．

以上より，基板上膜面の膜面に関するパラメータを変化させると，ラブ波分散曲線の形状は大きく変化することが明らかになった．上記の計算範囲において，横波速度の比 $c^*_{S,1}$ の変化に対して曲線形状は大きく変化したが，剛性率の比 μ^*_1 の変化に対しては，$c^*_{S,1}$ を変化させた場合と比べて曲線形状変化に与える影響は小さかった．ここから，計測によりラブ波分散曲線の形状を知ることができれば，基板上膜面の膜面に関する材料パラメータ

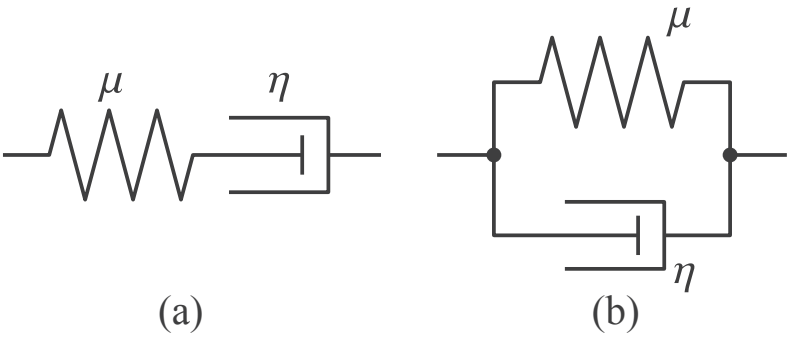


Fig. 3.5: The simplest linear viscoelastic models; (a) Maxwell model and (b)Kelvin–Voigt model. Elastic and viscous components (μ and η) are expressed as a spring and a dashpot.

を推定できると考えられる．特に，材料パラメータの変化に対する分散曲線形状の変化が大きい膜面の横波速度は，膜面の剛性率よりも精度良く推定できると期待される．

3.1.2 粘弾性基板上膜面を伝搬するラブ波

次に，半無限基板および基板上膜面が粘弾性材料である場合のラブ波の波動的性質について述べる．粘弾性材料からなる構造を伝搬するラブ波の波動的性質に関する検討は，Sezawa らによって報告されている [28].

はじめに，Fig. 3.5 に最も単純な線形粘弾性モデルを示す．Fig. 3.5(a) に示すマクスウェルモデルは，弾性成分を表すばね要素と粘性成分を表すダッシュポット要素が直列に接続されたものである．マクスウェルモデルに対してある応力 σ を与えたとき，ばね要素とダッシュポット要素でそれぞれ応力は等しく，全体のひずみ ε は，ばね要素でのひずみ ε_e とダッシュポット要素でのひずみ ε_v の和，すなわち $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v$ である．ばね要素の応力とひずみの関係は，フックの法則より，

$$\varepsilon_e = \frac{1}{\mu}\sigma, \tag{3.19}$$

である．同様に，ダッシュポット要素での応力とひずみの関係は，ニュートンの粘性法則より，

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon_e}{\mathrm{d}t} = \frac{\eta}{\sigma}, \tag{3.20}$$

である．よって，マクスウェルモデルの応力とひずみの関係を記述する支配方程式は，

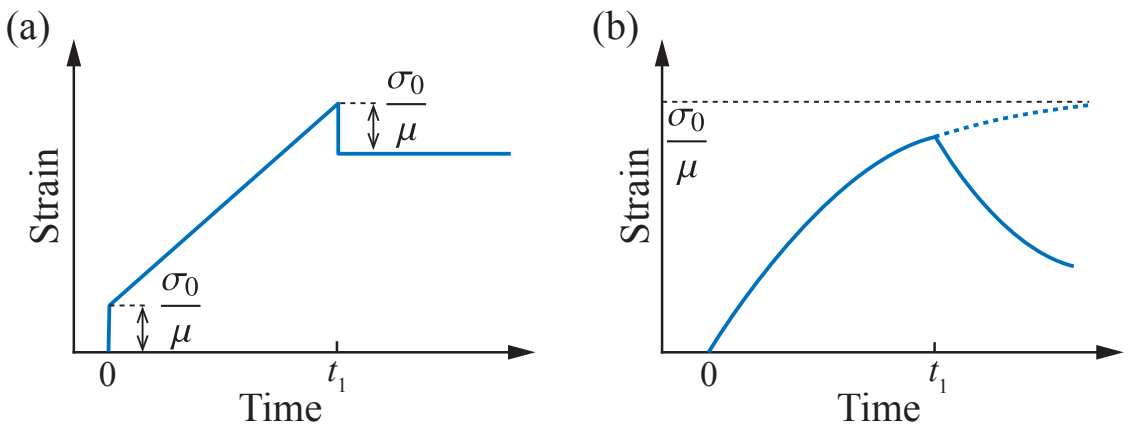


Fig. 3.6: Strain behavior of linear viscoelastic models under constant stress; (a) Maxwell model and (b) Kelvin–Voigt model. In this case, stress, σ, of each model is constant ($\sigma = \sigma_1$) from $t = 0$ to $t = t_1$, and after $t = t_1$, the stress is zero ($\sigma = 0$).

$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v$ の両辺を時間 t で微分することで,

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mu}\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} + \frac{\eta}{\sigma}, \tag{3.21}$$

となる [29].

マクスウェルモデルの粘弾性材料に対して時間的に一定の応力 σ_0 を加えたとき，ひずみ $\varepsilon(t)$ の経時変化は,

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\mu} + \frac{\sigma_0}{\eta}t, \tag{3.22}$$

と表される．この時のひずみの経時変化をに Fig. 3.6(a) 示した．Eq. (3.22) より，時刻 $t = 0$ で瞬間的に弾性によるひずみ σ_0/μ が発生し，時間 t の経過に従って粘性によるひずみ $\sigma_0/\eta t$ が発生する．応力を取り除くと，弾性によるひずみは瞬間的に回復する一方，粘性による歪みは永久的に残る．このことは，マクスウェルモデルに対して一定のひずみを与えたときに応力が経時的に減少する，応力緩和を表現できる粘弾性モデルであることを示している．マクスウェルモデルは，流動すると形を保持できない，非ニュートン流体などの液体的な粘弾性挙動を近似的に表現する場合に用いられる [30].

また，マクスウェルモデルに対して時間的に正弦的に変化するひずみを入力した際の応力との関係は，マクスウェルモデルの複素弾性率 (または動的弾性率)$\hat{E_{\mathrm{M}}}(\omega)$ により,

$$\hat{E_{\mathrm{M}}}(\omega) = \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{j\omega\eta}\right)^{-1}, \tag{3.23}$$

と関係づけられる.

次に，Fig. 3.5(b) に示すケルビン・フォークトモデルは，弾性成分を表すばね要素と粘性成分を表すダッシュポット要素が並列接続されたものである．ケルビン・フォークトモデルに対してあるひずみ ε を与えたとき，ばね要素とダッシュポット要素でそれぞれひずみは等しく，全体の応力 σ は，ばね要素での応力 σ_e とダッシュポット要素での応力 σ_v の和，すなわち $\sigma = \sigma_e + \sigma_v$ である．マクスウェルモデルと同様，ばね要素での応力とひずみの関係は，

$$\sigma_e = \mu\varepsilon, \tag{3.24}$$

であり，ダッシュポット要素での応力とひずみの関係は，

$$\sigma_v = \eta\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}, \tag{3.25}$$

である．よって，ケルビン・フォークトモデルの応力とひずみの関係を記述する支配方程式は，

$$\sigma = \mu\varepsilon + \eta\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t}, \tag{3.26}$$

となる [29].

同様に，ケルビン・フォークトモデルは粘弾性材料に対して時間的に一定の応力 σ_0 を加えたとき，ひずみ $\varepsilon(t)$ の経時変化は，

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{\mu}\left\{1 - \exp(-\frac{\mu t}{\eta})\right\}, \tag{3.27}$$

と書ける．この時のひずみの経時変化を Fig. 3.6(b) に示した．Eq. (3.27) より，ひずみは応力に対して遅れを伴いながら作用し，これを遅延弾性と呼ぶ．また，一定のひずみを与えた状態で応力を取り除くと，ひずみは徐々に回復していく，すなわちクリープ回復を表現できる粘弾性モデルである．ケルビン・フォークトモデルは，流動しても形を保持できるプラスチック材料や地球の地殻構造などの固体的な粘弾性挙動を近似的に表現できる粘弾性モデルと言える [30].

また，ケルビン・フォークトモデルの複素弾性率 $\hat{E_{\mathrm{KV}}}$ は，

$$\hat{E_{\mathrm{KV}}}(\omega) = \mu + j\omega\eta, \tag{3.28}$$

となる．実際には，マクスウェルモデル，またはケルビン・フォークトモデルだけを用いて実際の材料の粘弾性を正確に把握することは難しい．特に，マクスウェルモデルではク

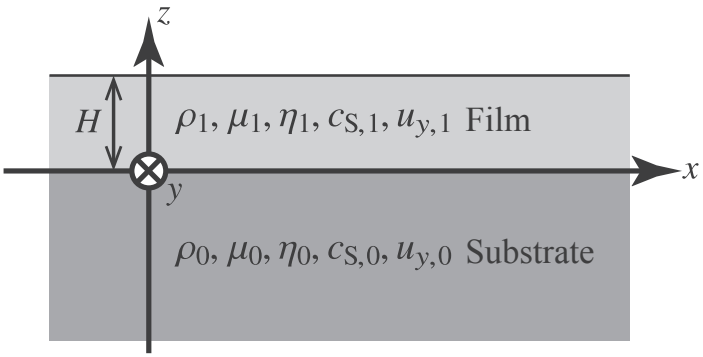


Fig. 3.7: Coordinate system of Love wave propagation finite-thickness viscoelastic film on viscoelastic half-space substrate.

リープを，ケルビン・フォークトモデルでは応力緩和をそれぞれ表現することは出来ないため，マクスウェルモデルと並列にばね要素を接続した標準線形固体モデルなど，複数のばね要素やダッシュポット要素を並列・直列に組み合わせた粘弾性モデルを用いて，実際の材料の粘弾性挙動に近くなるようにモデル化している．

以降，基板上膜面を構成する材料の粘弾性は，すべてケルビン・フォークトモデルを仮定する．これは第 4 章において，固体的粘弾性を示すプラスチック材料の膜面を用いているためである．本章では示さないが，液体的粘弾性を示す材料を膜面として用いる場合にはマクスウェルモデルの複素弾性率を用いて特性方程式を算出することで，ラブ波の波動的性質を知ることが出来る [31,32].

Figure 3.7 に，粘弾性基板上に形成された粘弾性膜面の座標系およびパラメータを示す．Fig. 3.7 は，Fig. 3.1 同様，厚さが半無限の粘弾性基板の上に厚さ H の粘弾性膜面が形成されている．また，μ および η はそれぞれ，粘弾性材料の弾性成分および粘性成分を表す．Fig. 3.7 において，ケルビン・フォークトモデルの粘弾性材料からなる基板上膜面を伝搬する SH 波の波動方程式は，

$$\left(\mu_1 + \eta_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 u_{y,1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y,1}}{\partial z^2}\right) = \rho_1 \frac{\partial^2 u_{y,1}}{\partial t^2}, \tag{3.29}$$

$$\left(\mu_0 + \eta_0 \frac{\partial}{\partial t}\right) \cdot \left(\frac{\partial^2 u_{y,0}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_{y,0}}{\partial z^2}\right) = \rho_0 \frac{\partial^2 u_{y,0}}{\partial t^2}, \tag{3.30}$$

と表せる．これら波動方程式の解は，

$$u_{y,1} = (A\cos s_1 z + jB\sin s_1 z)\cdot\exp(j\omega t - j\hat{k}x), \tag{3.31}$$

$$u_{y,0} = C\exp(s_0 z)\cdot\exp(j\omega t - j\hat{k}x), \tag{3.32}$$

として与えられる．$u_{y,0}$ は，半無限基材であるから $z \to -\infty$ で $u_{y,0} \to 0$ を満たす必要がある．ただし，

$$s_1^2 = \frac{\rho_1\omega^2}{\mu_1 + j\omega\eta_1} - \hat{k}^2, \tag{3.33}$$

$$s_0^2 = \hat{k}^2 - \frac{\rho_0\omega^2}{\mu_0 + j\omega\eta_0}, \tag{3.34}$$

である．ここで，$\hat{k}$ は粘弾性基板上膜面中を伝搬するラブ波の複素波数を表す．また，ラブ波の複素位相速度 $\hat{c}$ との関係は，$\hat{k} = \omega/\hat{c}$ である．

$z = 0$ で変位および応力は連続となる境界条件を考慮すると，

$$\begin{cases} u_{y,1} = u_{y,0} \\ \left(\mu_1 + \eta_1\dfrac{\partial}{\partial t}\right)\dfrac{\partial u_{u,1}}{\partial z} = \left(\mu_0 + \eta_0\dfrac{\partial}{\partial t}\right)\dfrac{\partial u_{y,0}}{\partial z} \end{cases}, \tag{3.35}$$

また，$z = H$ において，応力は自由であるから，

$$\left(\mu_1 + \eta_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial u_{y,1}}{\partial z} = 0, \tag{3.36}$$

が成立する．Eqs. (3.35)-(3.36) の境界条件を Eqs. (3.31)-(3.32) へ代入して整理すると，

$$\tan s_1 H = \frac{(\mu_0 + j\omega\eta_0)s_0}{(\mu_1 + j\omega\eta_1)s_1}, \tag{3.37}$$

が得られる．この式が，粘弾性基板上に形成された粘弾性膜面を伝搬するラブ波の特性方程式である．

ここで，Eq. 3.37 を満たす $(\hat{k}, \omega)$ の組み合わせを解析的に解いた時，複素波数 $\hat{k}$ の実部は，粘弾性媒質中を伝搬するラブ波の実際の波数 k' を表す．すなわち，

$$k' = \Re(\hat{k}), \tag{3.38}$$

と表現できる．また，$\hat{k}$ の虚部は粘弾性材料中を伝搬するラブ波の減衰係数 α を表す．すなわち，

$$\alpha = -\Im(\hat{k}) \tag{3.39}$$

である．したがって，ラブ波の複素波数 $\hat{k}$ は，k' および α を用いて，

$$\hat{k} = k' - j\alpha \tag{3.40}$$

と表現できる．

ここでも同様に，粘弾性媒質中を伝搬するラブ波の特性方程式を無次元化する．粘弾性材料である膜面および基板の複素剛性率 $\hat{G}_1$, $\hat{G}_0$ を，

$$\hat{G}_1 = \mu_1 + j\omega\eta_1, \tag{3.41}$$

$$\hat{G}_0 = \mu_0 + j\omega\eta_0, \tag{3.42}$$

とする．基板の剛性率 μ_0 を代表値として Eqs. (3.41) および (3.42) を無次元化すると，無次元化された複素剛性率 $\hat{G}_1{}^* = \hat{G}_1/\mu_0$, $\hat{G}_0{}^* = \hat{G}_0/\mu_0$ は，

$$\begin{aligned}\hat{G}_1{}^* &= \frac{\mu_1}{\mu_0} + j\frac{\omega\eta_1}{\mu_1}\frac{\mu_1}{\mu_0} \\ &= \mu_1^*(1 + j\tan\delta_1),\end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\begin{aligned}\hat{G}_0{}^* &= 1 + j\frac{\omega\eta_0}{\mu_0} \\ &= 1 + j\tan\delta_0\end{aligned} \tag{3.44}$$

となる．また，$\tan\delta = \omega\eta/\mu$ は粘弾性媒質の損失正接であり，粘弾性媒質における粘性の寄与の度合いを表す無次元量である．

また，膜面および基板の複素横波速度 $c_{\hat{\mathrm{S}},1}$, $c_{\hat{\mathrm{S}},0}$ を

$$
\begin{aligned}
{c_{\hat{\mathrm{S}},1}}^2 &= \frac{\mu_1 + j\omega\eta_1}{\rho_1} \\
&= \frac{\mu_1}{\rho_1} + j\frac{\omega\eta_1}{\mu_1}\frac{\mu_1}{\rho_1} \\
&= c_{\mathrm{S},1}^2(1 + j\tan\delta_1), \qquad (3.45)\\
{c_{\hat{\mathrm{S}},0}}^2 &= \frac{\mu_0 + j\omega\eta_0}{\rho_0}, \\
&= \frac{\mu_0}{\rho_0} + j\frac{\omega\eta_0}{\mu_0}\frac{\mu_0}{\rho_0} \\
&= c_{\mathrm{S},1}^2(1 + j\tan\delta_0) \qquad (3.46)
\end{aligned}
$$

とすれば，同様に基板の横波速度 $c_{\mathrm{S},0}$ を代表値として Eqs. (3.45) および (3.46) を無次元化すると，無次元化された複素横波速度 ${c_{\hat{\mathrm{S}},1}}^* = c_{\hat{\mathrm{S}},1}/c_{\mathrm{S},0}$, ${c_{\hat{\mathrm{S}},0}}^* = c_{\hat{\mathrm{S}},0}/c_{\mathrm{S},0}$ は，

$$
{c_{\hat{\mathrm{S}},1}}^{*2} = c_{\mathrm{S},1}^{*2}(1 + j\tan\delta_1), \qquad (3.47)
$$

$$
{c_{\hat{\mathrm{S}},0}}^{*2} = 1 + j\tan\delta_0, \qquad (3.48)
$$

と表せる．

複素横波速度 $c_{\hat{\mathrm{S}},1}$, $c_{\hat{\mathrm{S}},0}$ から計算される複素波数は，$k_{\hat{\mathrm{S}},1} = \omega/c_{\hat{\mathrm{S}},1}$, $k_{\hat{\mathrm{S}},1} = \omega/c_{\hat{\mathrm{S}},1}$ と書ける．また，複素波数 $k_{\hat{\mathrm{S}},1}$ および $k_{\hat{\mathrm{S}},0}$ の関係は，

$$
\begin{aligned}
{k_{\hat{\mathrm{S}},1}}^2 &= \frac{{c_{\hat{\mathrm{S}},0}}^2}{{c_{\hat{\mathrm{S}},1}}^2}{k_{\hat{\mathrm{S}},0}}^2 \\
&= \frac{1 + j\tan\delta_0}{c_{\mathrm{S},0}^{*2}(1 + j\tan\delta_1)}{k_{\hat{\mathrm{S}},0}}^2, \qquad (3.49)
\end{aligned}
$$

である．膜面の厚さ H を代表長さとすれば，無次元化された複素横波速度 $\hat{k}^* = \hat{k}H$, ${k_{\hat{\mathrm{S}},0}}^* = k_{\hat{\mathrm{S}},0}H$, ${k_{\hat{\mathrm{S}},1}}^* = k_{\hat{\mathrm{S}},1}H$ が定義できる．これにより，Eq. (3.49) は，

$$
{k_{\hat{\mathrm{S}},1}}^{*2} = \frac{1 + j\tan\delta_0}{c_{\mathrm{S},1}^{*2}(1 + j\tan\delta_1)}{k_{\hat{\mathrm{S}},0}}^{*2}, \qquad (3.50)
$$

と表せる．無次元化された複素波を用いると，Eqs. (3.33) および (3.34) は，

$$
\begin{aligned}
s_1^{*2} &= \hat{k_{\mathrm{S},1}}^{*2} - \hat{k}^{*2}, \\
&= \frac{1 + j\tan\delta_0}{c_{\mathrm{S},1}^{*2}(1 + j\tan\delta_1)}\hat{k_{\mathrm{S},0}}^{*2} - \hat{k}^{*2}, \qquad (3.51)
\end{aligned}
$$

$$
s_0^{*2} = \hat{k}^{*2} - \hat{k_{\mathrm{S},0}}^{*2}, \qquad (3.52)
$$

となり，

$$
\tan s_1^* = \frac{1 + j\tan\delta_0}{\mu_0 1 * (1 + j\tan\delta_1)}\frac{s_0^*}{s_1^*}, \qquad (3.53)
$$

と表せる．以上より，粘弾性基板上膜面を伝搬するラブ波の特性方程式のパラメータが全て無次元化された．この時に残る，粘弾性基板上膜面に関する独立なパラメータは，横波速度の比 $c_{\mathrm{S},1}^*$，剛性率の比 μ_1^* に加え，膜面および基板の損失正接 $\tan\delta_1$ および $\tan\delta_0$ である．

ここで，特性方程式 Eq. (3.53) のうち，独立なパラメータである $c_{\mathrm{S},1}^*$, μ_1^*, $\tan\delta_1$ および $\tan\delta_0$ のある一つだけを変化させた時の，分散曲線の形状に与える影響について考察する．以降，膜面は粘弾性体，基板は弾性体として計算を行う．すなわち，$\tan\delta_1 \neq 0$ および $\tan\delta_0 = 0$ であり，基板上膜面に関する独立なパラメータは 3 つになる．

Figure 3.8 に，粘弾性膜面と弾性基板からなる基板上膜面を伝搬するラブ波の分散曲線を示す．基板上膜面が弾性材料のみで構成される場合にはラブ波の波数に関する分散曲線のみが得られるが，基板上膜面に粘弾性材料が含まれると，ラブ波の減衰係数に関する分散曲線も得られる．これは，Eq. (3.40) に示した通り，粘弾性基板上膜面を伝搬するラブ波の見掛け上の波数が複素数，すなわち複素波数 $\hat{k}$ として計算されるためである．ラブ波の減衰係数に関する分散曲線も，波数に関する分差曲線と同様に複数のモードが存在する．ここで，Fig. 3.8 において，各分散曲線の横軸は基板の横波速度 $c_{\mathrm{S},0}$ および膜面の厚さ H を用いて無次元化された角周波数 $k_{\mathrm{S},0}^* = \omega H/c_{\mathrm{S},0}$ であり，(a)–(c) および (d)–(f) の縦軸は，それぞれ無次元化されたラブ波の複素波数 $\hat{k}^*$ の実部および虚部であり，それぞれ無次元化されたラブ波の波数 $\Re(\hat{k}^*) = k'^* = k'H$ および減衰係数 $\Im(\hat{k}^*) = \alpha^* = \alpha H$ である．また，計算に用いたパラメータは次の通りである．

1. <u>Fig. 3.8(a) および Fig. 3.8(d)</u>: $\mu_1^* = 0.1$ および $\tan\delta_1 = 0.05$ で固定とし，横波速度の比 $c_{\mathrm{S},1}^*$ を 0.2, 0.4, 0.8 と変化させる．

2. <u>Fig. 3.8(b) および Fig. 3.8(e)</u>: $c_{\mathrm{S},1}^* = 0.5$ および $\tan\delta_1 = 0.05$ で固定とし，剛性率の比

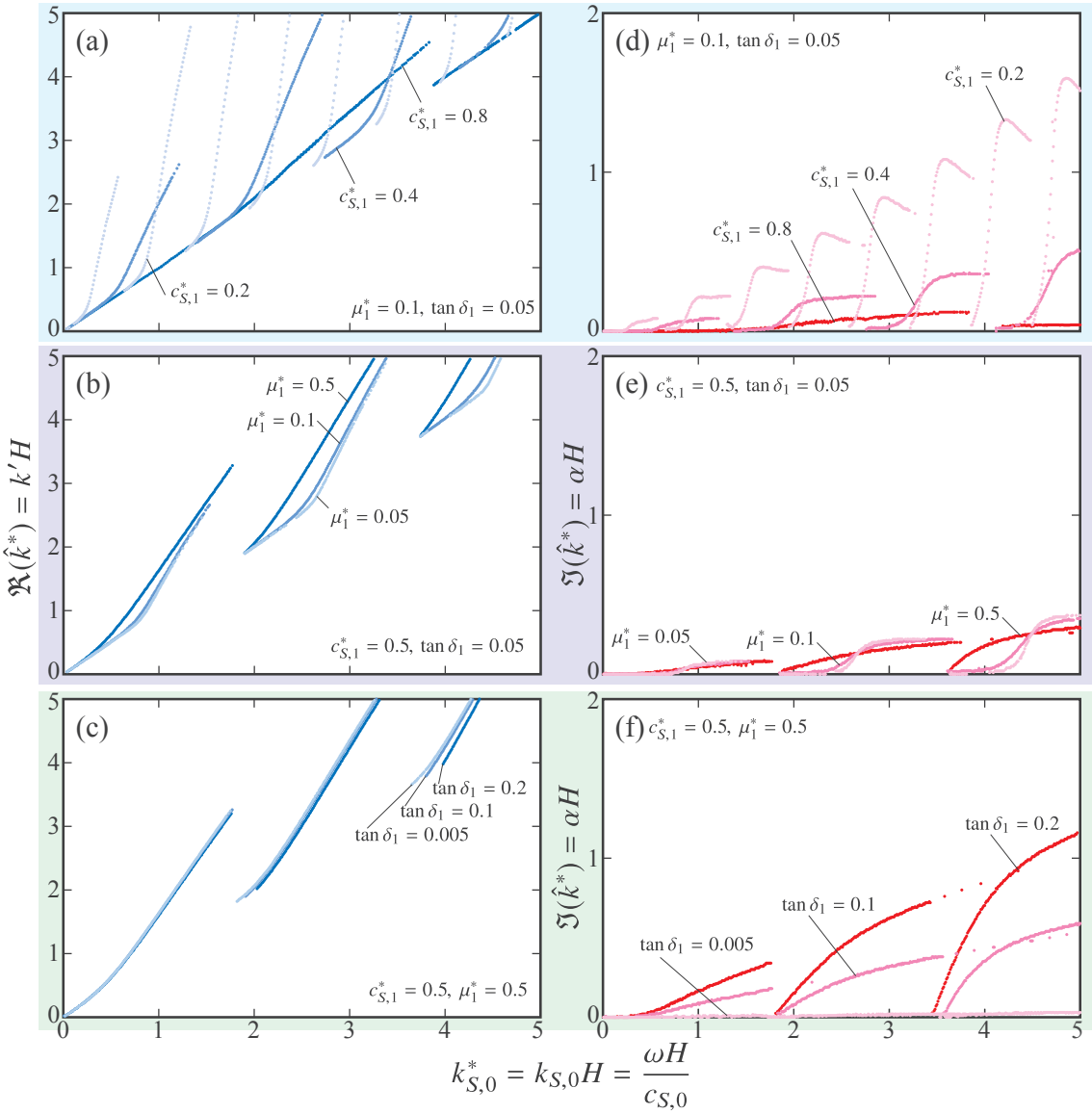


Fig. 3.8: Dispersion curves of wavenumber and attenuation coefficient of Love wave propagating along viscoelastic film on elastic substrate and effect of the dispersion curves changing three parameters, $c^*_{S,0} = c_{S,1}/c_{S,0}$, $\mu^*_0 = \mu_1/\mu_0$ and $\tan\delta_1 = \omega\eta_1/\mu_1$; (a)–(c) the dispersion curves of the wavenumber and (d)–(f) the dispersion curves of the attenuation coefficient of the Love wave, respectively. In these dispersion curves, horizontal axis express dimensionless angular frequency, $k^*_{S,0} = \omega H/c_{S,0}$, and vertical axes of (a)–(c) and (d)–(f) indicate dimensionless wavenumber, $\Re(\hat{k}^*) = k'H$, and attenuation coefficient, $\Im(\hat{k}^*) = \alpha H$, of the Love wave, respectively. Calculation parameters are below: the case of (a) and (d), values of a changed parameter, $c^*_{S,0}$, were 0.2, 0.4 and 0.8, and fixed parameters were $\mu^*_0 = 0.1$ and $\tan\delta_1 = 0.05$. The case of (b) and (e), values of a changed parameter, μ^*_0 were 0.05, 0.1 and 0.5, and fixed parameters were $c^*_{S,0} = 0.5$ and $\tan\delta_1 = 0.05$. The case of (c) and (f), values of a changed parameter, $\tan\delta_1$, were 0.005, 0.1 and 0.2, and fixed parameters were $c^*_{S,0} = 0.5$ and $\mu^*_0 = 0.5$.

μ_1^* を 0.05, 0.1, 0.5 と変化させる．

3. Fig. 3.8(c) および Fig. 3.8(f): $c_{\mathrm{S},1}^* = 0.5$ および $\mu_1^* = 0.5$ で固定とし，膜面の損失正接 $\tan\delta_1$ を 0.005, 0.1, 0.2 と変化させる．

横波速度の比 $c_{S,1}^*$ を変化させたとき　Fig. 3.8(a) の，Fig. 3.4(a) と同様の傾向が得られた．すなわち，横波速度の比 $c_{\mathrm{S},1}^*$ の増加に伴って，高次モードの分散曲線の数は減少し，分散曲線の各伝搬モードの傾きも緩やかになっている．また，Fig. 3.8(d) において，減衰係数の分散曲線のモード次数が高くなるに従って各モードの減衰係数は増加する．さらに，$c_{\mathrm{S},1}^*$ の増加に伴って減衰係数の高次モードにおける分散曲線の数は減少する．これは波数の時と同様，ラブ波の高次モードは Eq. (3.16) によって導出される遮断角周波数 $k_{\mathrm{S},0;\mathrm{cutoff}}$ を超えた時に存在するためである．従って，高次モードの分散曲線の数は，遮断角周波数 $k_{\mathrm{S},0;\mathrm{cutoff}}^*$ を与える $c_{\mathrm{S},1}^*$ により決定される．

剛性率の比 μ_1^* を変化させたとき　Fig. 3.8(b) も，Fig. 3.4(b) と同様の傾向が得られた．すなわち，剛性率の比 μ_1^* を増加させると，各伝搬モードの変曲点が低周波側へシフトし，分散曲線がより直線的になる．また，Fig. 3.8(e) は，$c_{\mathrm{S},1}^*$ が一定であるため各高次モードの遮断角周波数は変わらないが，μ_1^* の増加により波数の分散曲線同様，各伝搬モードの変曲点は低周波側へシフトしている．また，各伝搬モードのある角周波数の範囲において，減衰係数がほぼ 0 になる区間が存在している．この区間はラブ波の波数が基板の横波速度から算出される波数と同程度の時であり，ラブ波の伝搬は弾性基板の影響が支配的となるためであると考えられる．特に，膜面と基板の音響インピーダンスが整合している $(\mu_1^*, c_{\mathrm{S},1}^*) = (0.5, 0.5)$ の場合，減衰係数がほぼ 0 となる区間は遮断角周波数の時だけである．

粘弾性膜面の損失正接 $\tan\delta_1$ を変化させたとき　Fig. 3.8(c) では，膜面の損失正接 $\tan\delta_1$ を増加させると，分散曲線が高周波になるに従って各伝搬モードの値に差が生じる．また，Fig. 3.8(f) において，同一角周波数で比較した時，$\tan\delta_1$ の増加に伴い各伝搬モードの減衰係数は増加する．Fig. 3.8(c) および (f) において，$\tan\delta_1$ を変化させたときの分散曲線形状は，(f) の方が変化が大きい．また，$\tan\delta_1$ に対する減衰係数に関する分散曲線の形状変化に対する影響は，波数の分散曲線に対する影響よりも大きかった．このことから，ラブ波の減衰係数に関する分散曲線は，膜面の損失正接の増加，すなわち膜面の粘性率の増加に対して敏感に変化することが，数値計算から明らかになった．

以上，粘弾性膜面と弾性基板からなる基板上膜面を伝搬するラブ波について，単一の無次元パラメータの変化が分散曲線の形状に与える影響を，ラブ波の波数および減衰係数の分散曲線それぞれについて簡単に考察した．横波速度の比 $c^*_{\mathrm{S},1}$ および剛性率の比 μ^*_1 を変化させた時のラブ波の波数に関する分散曲線は，弾性材料からなる基板上膜面と同様の傾向が得られた．また，膜面の損失正接 $\tan\delta_1$ の変化に対するラブ波の波数に関する分散曲線への影響は，他の 2 つのパラメータを変化させた時と比較して小さかった．ラブ波の減衰係数に関する分散曲線は，$c^*_{\mathrm{S},1}$ および μ^*_1 に関しては，$c^*_{\mathrm{S},1}$ の値を変化させたときの分散曲線の形状変化の方が，μ^*_1 を変化させた時と比較して大きいことが分かった．また，同一の角周波数および伝搬モードで比較すると，$\tan\delta_1$ を増加させると減衰係数が大きくなることが分かった．

3.2 逆問題: 観測されたラブ波伝搬特性を用いる材料物性の推定

3.2.1 ラブ波伝搬特性の測定原理

はじめに，ラブ波変位の測定から分散曲線を導出する方法について述べる．x 軸方向へ伝搬するラブ波を空間的にスキャンしながら計測した時の変位を $u_y(x,t)$ とする．このとき，複素振幅スペクトル $U_y(x,f)$ は，$u_y(x,t)$ を時間領域においてフーリエ変換することで，

$$U_y(x,f) = \int_{-\infty}^{\infty} u_y(x,t)\exp(-j2\pi f t)\,dt, \tag{3.54}$$

となる．さらに，$U_y(x,f)$ を空間領域でフーリエ変換すると，

$$U_y(\xi,f) = \int_{-\infty}^{\infty} U_y(x,f)\exp(j2\pi\xi x)\,dx. \tag{3.55}$$

となり，時間 t および座標 x はラブ波の周波数 f および空間周波数 ξ へ変換される．これは，ラブ波変位 $u_y(x,t)$ を 2 次元フーリエ変換したものと同一である．以上より，ラブ波変位を測定することで波数におけるラブ波分散曲線が算出できる．

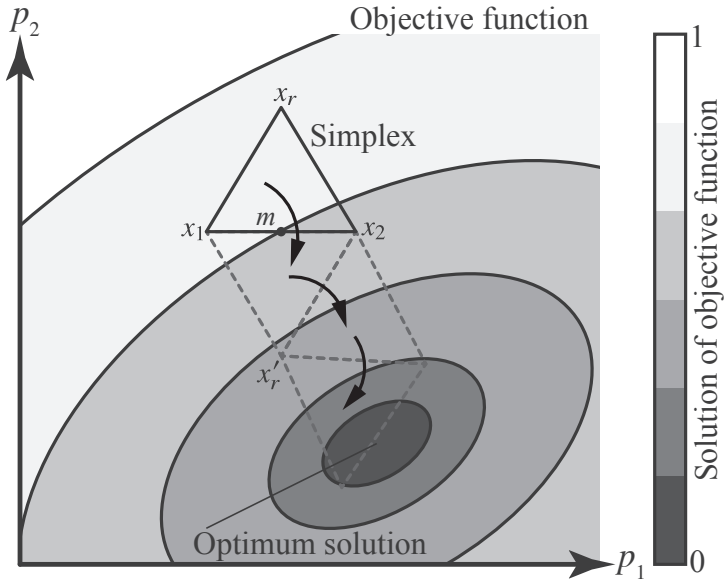


Fig. 3.9: Scheme of updating optimum solutions by down-hill simplex method. To minimize objective function, simplex (in this case, solid line triangle) is calculated with four scalar parameters; reflection, expansion, contraction and shrinkage.

3.2.2　逆問題の解法と目的関数の設定

次に，ラブ波の測定により得られた分散曲線から供試体材料の物性を推定する逆問題の解法について述べる．実験により観測された，弾性材料からなる基板上膜面を伝搬するラブ波の波数の分散曲線を $k_{\mathrm{obs}}(\omega)$，Eq. (3.8) の特性方程式に推定パラメータを代入することで得られる波数の分散曲線を $k_{\mathrm{est}}(\omega)$，目的関数 Q_k を，

$$Q_k \equiv \sum_{i=1}^{N} \{k_{\mathrm{obs}}(\omega_i) - k_{\mathrm{est}}(\omega_i)\}^2, \tag{3.56}$$

と定義する．ここで，N は $k_{\mathrm{obs}}(\omega)$ および $k_{\mathrm{est}}(\omega)$ の分散曲線におけるデータ点数であり，離散化された角周波数である．目的関数 Q_k の残差平方和が小さくなるように基板上膜面の材料パラメータを更新することで，Q_k が最小となった時の各パラメータが，逆問題による推定値として得られる．

また，粘弾性材料からなる基板上膜面を伝搬するラブ波を観測し，波数および減衰係数の分散曲線が観測された場合には，実験により観測された減衰係数の分散曲線を $\alpha_{\mathrm{obs}}(\omega)$，Eq. (3.37) の特性方程式に推定パラメータを代入することで得られる減衰係数の分散曲線

を $\alpha_{\mathrm{est}}(\omega)$ とし，減衰係数に関する目的関数を，

$$Q_\alpha \equiv \sum_{i=1}^{N} \{\alpha_{\mathrm{obs}}(\omega_i) - \alpha_{\mathrm{est}}(\omega_i)\}^2, \tag{3.57}$$

と定義する．粘弾性材料からなる基板上膜面を伝搬するラブ波の目的関数 Q は，波数および減衰係数の分散曲線およびそれぞれの目的関数 Eqs. (3.56)–(3.57) を用いて，

$$Q \equiv \frac{Q_k}{\min(Q_k)} + \frac{Q_\alpha}{\min(Q_\alpha)}, \tag{3.58}$$

と定義する．

ここでは，非線形最適化問題の解法である滑降シンプレックス法を用いて目的関数の最適解を探索する．滑降シンプレックス法はネルダー・ミード法やアメーバ法とも呼ばれ，導関数を使用せずに多変数関数の最適化を行うことができる直接探索法のメジャーな手法である [33]. 本研究では，Lagarias らが提案しているアルゴリズムにより，目的関数を最小化する [34]．Fig. 3.9 に滑降シンプレックス法による目的関数の最適解算出方法の概要を示す．この方法は，m 次元の目的関数に対して $m+1$ 点の頂点を持つシンプレックス[*2]を定義し，目的関数が最も大きくなるシンプレックスの頂点を除いた点の中点を，元のシンプレックスの鏡像の点に近づける操作を続けることで，目的関数の最適解を探索するものである．シンプレックスの鏡像を計算する際に，拡大，収縮及び縮小の操作を加えることで最適解の局所的な性質に適応する [35].

3.3 む す び

第 3 章では，ラブ波を用いる基板上膜面の物性計測を行うための基本的な原理を，順問題および逆問題に分けてそれぞれ説明した．

はじめに順問題として，基板上膜面を伝搬するラブ波の波動的性質を弾性体，粘弾性体にそれぞれ分けて概説し，基板上膜面の材料パラメータがラブ波の分散曲線形状に及ぼす影響を考察した．ここから，ラブ波の分散曲線形状を実験により計測することで，基板上膜面の材料物性を推定できる見込みを得た．

次に，逆問題として実験によりラブ波伝搬特性を測定する方法，および測定結果から材料物性を推定するための逆問題の設定および解法について説明した．

[*2]単体とも呼ぶ．目的関数が 2 次元ならシンプレックスは三角形となる．

第4章　ラブ波の計測による基板上膜面の材料物性計測

本章では，まず，レーザドップラ振動計を用いた新しいラブ波観測系を説明する．つぎに，第3章で説明した原理と，ラブ波の計測システムを用いて基板上膜面の材料物性を計測し，提案手法の有効性を検証する．

4.1　ラブ波変位の計測および伝搬特性の算出

4.1.1　ラブ波励起のための超音波実験系

Figure 4.1 に基板上膜面の供試体を伝搬するラブ波変位の測定系を示す．供試体は2つ作成し，基板はアルミニウム合金 A6063 でそれぞれ共通とし，膜面はアクリル樹脂 (PMMA) およびポリスチレン (PS) を用いた．また，基板と膜面の接着にはエポキシ系の接着剤を用いた．供試体の寸法は，膜面が 250×40×3 (mm^3)，基板が 250×40×10 (mm^3) であり，接着層の厚さは膜面の厚さよりも十分薄くなるように供試体を製作した．ここで，基板上膜面の供試体に用いる材料パラメータを Table 4.1 に示す．PMMA 及び PS の横波速度は今村らの方法を用いて計測した，中心周波数 2.25 MHz の測定値である [36]．膜面の質量及び体積を測定して密度を算出し，PMMA 及び PS の剛性率を算出した．

Table 4.1: Material parameters of the specimen. Variables ρ, μ and c_S denote density, shear modulus and shear wave velocity, respectively.

Materials	ρ (kg/m^3)	μ (GPa)	c_S (m/s)
Substrate:			
Aluminium alloy (A6063)	2,690	25.5	3,079
Surface layer:			
Poly(methyl methacrylate)	1,050	1.97	1,370
Polystyrene	1,010	0.95	970

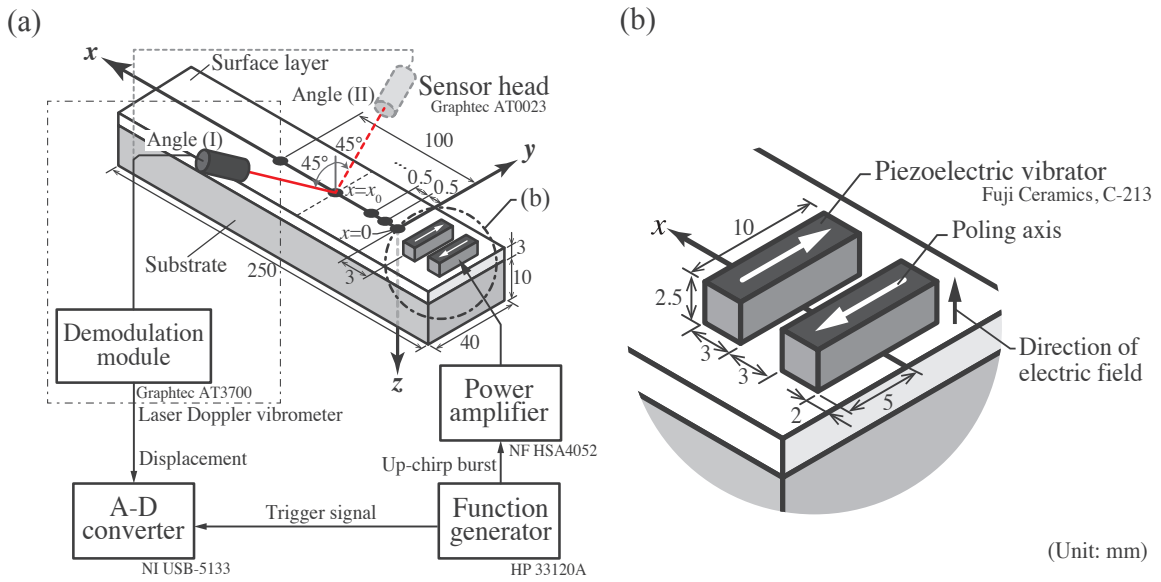


Fig. 4.1: Schematic of experimental setup for measuring displacement of Love wave on surface of layer-structured specimen; (a) measuring system and (b) enlarging view of setup for piezoelectric vibrators.

Table 4.2 にラブ波変位計測のための実験条件を示す．ラブ波の励振には，共振周波数 463 kHz (厚みすべり振動モード) の 2 つの圧電振動子 (C-213, 富士セラミックス; 寸法: 3×10×2.5 (mm^3)) を用いた．2 つの圧電振動子の分極軸方向は y 軸方向であり，互いに逆向きである．振動子の間隔は 3 mm とし，電界方向は z 軸負方向とした．Fig. 4.2 に示す 1 V_{pp} の線形アップチャープ信号をファンクションジェネレータ (FG; 33120A, Hewlett Packard) から送信し，パワーアンプ (HSA4052, NF) で 100 倍に増幅して圧電振動子へ信号を印加した．この時，チャープ信号を用いて広帯域のラブ波伝搬特性を測定するため，圧電振動子の共振周波数を避けて周波数帯域は 0–200 (kHz) とした．上記の実験系により，圧電振動子を駆動してラブ波を励起させる．

4.1.2 単一レーザ光のレーザドップラ振動計を用いる面内振動計測

Figure 4.3 に単一レーザ LDV を用いる面内振動の計測原理を示す．一般的に，単一レーザ光の LDV を用いて対象の振動を計測する場合，被測定対象の振動面に対して法線となるように変調レーザ光を照射し，面外方向の振動をドップラ効果による変調周波数の僅かな周波数シフトを測定することで微小振動を計測することができる．しかしながら，ラブ波は SH 波成分のみを有する波動，言い換えれば面内方向の振動であるため，単一レーザ光の LDV 単体ではラブ波の振動を計測することができない．

Table 4.2: Experimental conditions for measuring displacement of Love wave.

Function generator (FG): 33120A (Hewlett Packard)	
Signal	Linear up-chirp burst
Swept frequency	0-200 (kHz)
Voltage	1 V (amplified to 100 times)
Duration time	100 μs
Analog-to-digital converter (ADC): USB-5133 (National Instruments)	
Sampling rate	2 MHz
Recording time	300 μs
Bit depth	8 bit
Measurement range	40 mV (Peak-to-peak value)
Laser Doppler vibrometer (LDV): AT0023/AT3700 (Graphtec)	
Displacement sensitivity	10^{-7} m/V
Frequency filter	Band-pass (0.5-200 (kHz))

この問題を解決するため，計測点に対して LDV のレーザ光を同一の傾斜角で，かつ異なる 2 方向から照射することで面内方向振動であるラブ波を計測することを試みた．Fig. 4.3(a) 中において，LDV のレーザ光光軸を z 軸から傾斜角 θ だけ傾けて計測することで観測される変位 v_{L} は，面内変位成分 u_y および面外変位成分 u_z を用いて，

$$u_{\mathrm{L}} = u_y \sin\theta + u_z \cos\theta, \tag{4.1}$$

となる．ここで，Fig. 4.3(b) に示すように傾斜角を $\theta = 45°$ および $\theta = -45°$ とした時に観測される変位 u_{I} および u_{II} は，

$$u_{\mathrm{I}} = u_{\mathrm{L}}|_{\theta=45°} \text{ and } u_{\mathrm{II}} = u_{\mathrm{L}}|_{\theta=-45°}, \tag{4.2}$$

すなわち

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} v_{\mathrm{I}} \\ v_{\mathrm{II}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin 45° & \cos 45° \\ \sin(-45°) & \cos(-45°) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ u_z \end{bmatrix}, \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ u_z \end{bmatrix},\end{aligned} \tag{4.3}$$

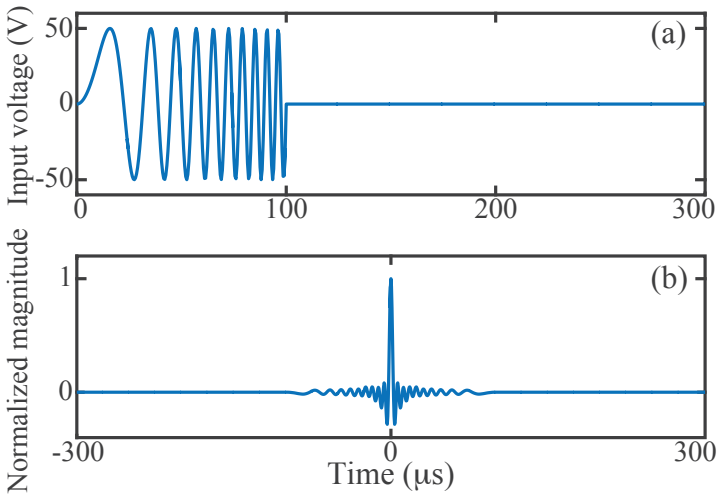


Fig. 4.2: Signal waveform; (a) Amplified input signal from function generator through power amplifier, and (b) normalized auto-correlation of the input signal.

となり，上記の連立方程式を u_y および u_z について解くと，

$$\begin{bmatrix} u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\mathrm{I}} \\ u_{\mathrm{II}} \end{bmatrix}, \tag{4.4}$$

となる．したがって，観測される面内振動成分 u_y は，

$$u_y = \frac{u_{\mathrm{I}} - u_{\mathrm{II}}}{\sqrt{2}}, \tag{4.5}$$

と表現できる．以上より，単一レーザ光の LDV を用いて面内振動変位を独立して計測できる．

4.1.3　ラブ波計測のための光学実験系

Figure 4.1 において，LDV センサヘッド (AT0023, Graphtec) から周波数変調された He-Ne レーザを，ある観測点 $x = x_0$ に対して照射する．ラブ波変位の計測には，第 4.1.2 項で述べたように，観測点 x_0 に対して異なる方向から，同一の傾斜角 θ だけレーザ光の光軸を傾けてそれぞれ計測を行う．はじめに，LDV センサヘッドの光軸を $\theta = 45°$ だけ傾けた角度 (I) において変位の計測を行う．ある観測点 x_0 に向かってレーザ光を照射すると，変調されたレーザ光は供試体表面で散乱し，一部の光が LDV センサヘッドへ戻る．その信号を LDV 復調モジュール (AT3700, Graphtec) で処理することで，ある観測点 x_0 における変

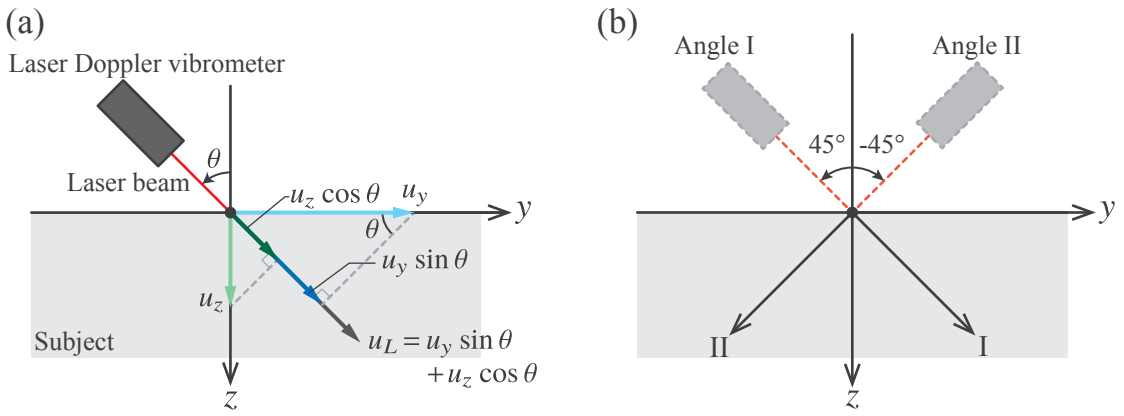


Fig. 4.3: Principle for measurement of in-plane vibrations using laser Doppler vibrometer (LDV) in y-z plane; (a) relationship between observed displacement by LDV, v_L, and in-plane and out-of-plane displacements, u_y and u_z, and (b) relationship between y-z plane and I-II coordinate system.

位信号を抽出できる．LDV センサヘッドの光軸を $\theta = -45°$ だけ傾けた角度 (II) でも同様の計測を行う．原点 $x = 0$ は圧電振動子から 3 mm 離れた点とし，以降 0.5 mm おきに 100 mm まで角度 (I) および (II) で変位の時間応答を計測する．上記は全て防振台上に設置した実験系を用いて実施した．

4.2　レーザドップラ振動計を用いるラブ波変位の計測結果

Figures 4.4(a-1) および (b-1) に，供試体を伝搬するラブ波変位分布の計測結果を示す．Fig. 4.4 において，(a) は膜面が PMMA の時の測定結果，(b) は膜面が PS の時の測定結果である．横軸は FG の信号出力を基準とする，ラブ波変位の収録時間である．縦軸は圧電振動子から 3 mm 離れた点を原点とする，ラブ波変位の計測位置である．また，カラーバーは各観測点におけるラブ波変位の大きさを表している．

本実験では，圧電振動子にチャープ信号を印加してラブ波を励起させ，供試体表面を伝搬するラブ波の変位を LDV により計測している．そのため，LDV により計測される変位情報の強調および信号対雑音比の向上を目的として，FG 入力信号 (Fig. 4.2) と LDV 出力信号 (Figs. 4.4(a-1) および (b-1)) の相互相関によるパルス圧縮を行った．その結果を Figs. 4.4(a-2) および (b-2) にそれぞれ示す．Figs. 4.4(a-1) および (b-1) の測定結果と比べて，パルス圧縮の効果によりラブ波の変位情報が強調されていることがわかる．ここで，Figs. 4.4(a-2) および (b-2) において，縞模様の繰り返し周期が時間の経過により次第に狭くなっているが，これは入力信号にアップチャープ信号を用いたためである．それにより，Figs.

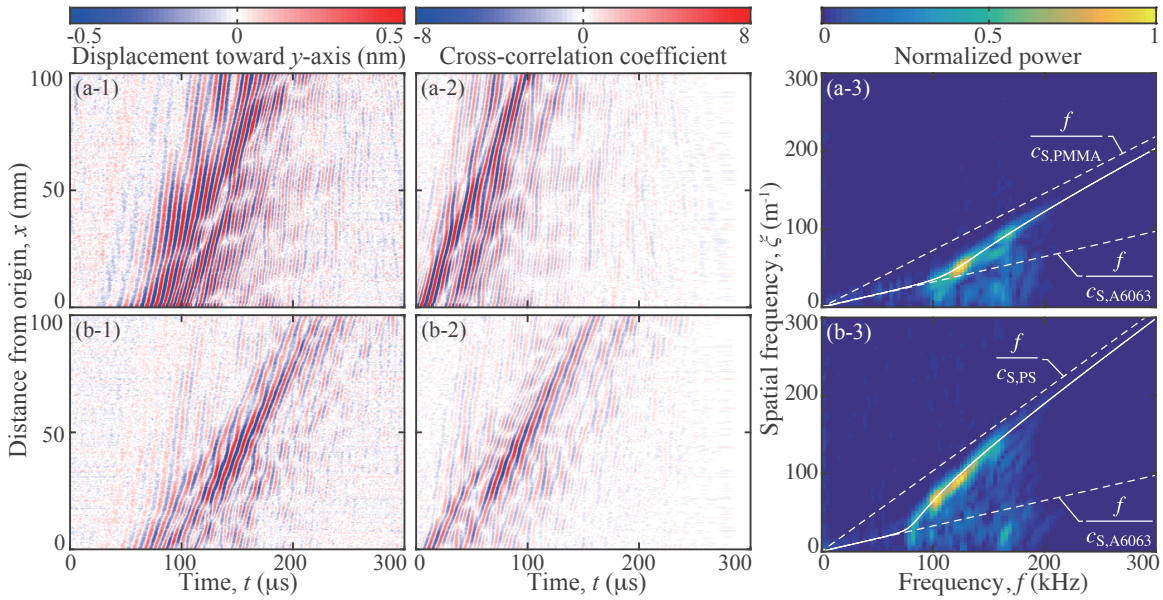


Fig. 4.4: Experimental results of Love wave displacement and dispersion curves; materials of surface layer are (a) poly(methyl methacrylate) and (b) polystyrene. In these figures, observed and pulse compressed displacements of Love wave, and frequency-spatial frequency relations of Love wave calculated by using pulse-compressed displacement are shown as (1), (2) and (3), respectively.

4.4(a-2) および (b-2) それぞれにおいて異なる傾きの縞模様が観測されている．縞の傾きはラブ波の位相速度を表す．このことは，基板上膜面を伝搬する波動に分散性を有することが測定結果からもわかる．

Figures 4.4(a-3) および (b-3) に，供試体を伝搬するラブ波の周波数 f-空間周波数 ξ の関係を示す．これは，Figs. 4.4(a-2) および (b-2) を 2 次元フーリエ変換したものである．グラフの色は，2 次元フーリエ変換のパワーをそれぞれの最大値で正規化したものである．Figs. 4.4(a-3) および (b-3) において，白の実線は理論式 Eq. (3.8) に実測値を代入して計算した理論分散曲線を，白の破線は膜面および基板の横波速度と周波数から算出される直線であり，傾きの小さい破線が $f/c_{\mathrm{S,A6063}}$，傾きの大きい破線が $f/c_{\mathrm{S,PMMA}}$ および $f/c_{\mathrm{S,PS}}$ をそれぞれ表す．

Figs. 4.4(a-3) および (b-3) から，それぞれの実測値から算出された理論分散曲線と実験により得られた分散曲線とよく一致している．ここで，両者を比較すると，Fig. 4.4(b-3) の分散曲線の立ち上がり角度が Fig. 4.4(a-3) と比べて大きい．これは，基板の材料が共通で，かつ膜面の厚さが同じであれば，分散曲線の立ち上がり角度は膜面の横波速度の情報を反映している．この時，PS の横波速度の実測値は $c_{\mathrm{S,PS}} = 970$ m/s であり，PMMA の横波速度の実測値 $c_{\mathrm{S,PMMA}} = 1,370$ m/s よりも小さい．従って，ラブ波分散曲線の形状から，

Table 4.3: Estimated material parameters of film. The estimated parameters are averages of 30 optimization trials. When the estimated parameters are ($c_{S,1}$, H) and (μ_1, H), the density ρ_1 is a known parameter obtained by measurement. In addition, when the estimated parameters are $c_{S,1}$ and μ_1, the density, ρ_1, and the thickness, H, of the film are known parameters. The relative error rate is the ratio of the estimated parameters to the measured values.

	(a) Poly(methyl methacrylate)				(b) Polystyrene			
	ρ_1 (kg/m^3)	μ_1 (GPa)	$c_{S,1}$ (m/s)	H (mm)	ρ_1 (kg/m^3)	μ_1 (GPa)	$c_{S,1}$ (m/s)	H (mm)
Measured values	1,050	1.97	1,370	3.1	1,010	0.95	970	3.0
Estimated parameters (ρ_1, $c_{S,1}$, H)	132	–	1,659	4.39	601	–	1,002	3.05
Relative error rate (%)(ρ_1, $c_{S,1}$, H)	−87.4	–	+21.1	+41.6	−40.5	–	+3.27	+1.52
Estimated parameters (ρ_1, μ_1, H)	382	0.88	–	3.94	878	0.86	–	2.97
Relative error rate (%)(ρ_1, μ_1, H)	−63.7	−55.3	–	+27.2	−13.1	−9.71	–	−0.99
Estimated parameters ($c_{S,1}$, H)	–	–	1,456	3.11	–	–	988	2.92
Relative error rate (%)($c_{S,1}$, H)	–	–	+6.31	+0.29	–	–	+1.90	−2.57
Estimated parameters (μ_1, H)	–	2.23	–	3.11	–	0.99	–	2.92
Relative error rate (%)(μ_1, H)	–	+13.1	–	+0.33	–	+3.85	–	−2.60
Estimated parameters ($c_{S,1}$)	–	–	1,445	–	–	–	1,000	–
Relative error rate (%)($c_{S,1}$)	–	–	+6.14	–	–	–	+3.14	–
Estimated parameters (μ_1)	–	2.22	–	–	–	1.01	–	–
Relative error rate (%)(μ_1)	–	+12.7	–	–	–	+6.40	–	–

基板上膜面の弾性特性を評価できた．

4.3　逆問題による基板上膜面の材料物性計測

次に，ラブ波変位の測定から得られた空間周波数分散曲線の測定結果を用いて，逆問題により供試体の材料物性を計測する．Table 4.3 に，供試体の膜面が PMMA および PS の時の物性計測結果を示す．Table 4.3 に示した推定パラメータは，Table 4.2 に示した膜面の実測値に対して ±50%の範囲でランダムに初期値を与え，滑降シンプレックス法により Eq. (3.56) の目的関数を最小化する計算を 30 回行った平均値である．ここで，Table 4.3 の 3 行目は膜面単独で測定した実測値[*1]である．

はじめに，推定パラメータを 3 つ [(ρ_1, $c_{S,1}$, H), (ρ_1, μ_1, H)] として逆問題を解いた時の推定結果と相対誤差率を，Table 4.3 の 5–6 行，7–8 行目にそれぞれ示す．膜面が PMMA, PS いずれの場合においても実測値に対する相対誤差率が 10%を超えて推定された．次に，パラメータのうち密度 ρ_1 を既知とし，推定パラメータを 2 つ [($c_{S,1}$, H), (ρ_1, H)] として逆問題を解いた時の計測結果と相対誤差率を，Table 4.3 の 9–10 行，11–12 行目にそれぞれ示す．計測パラメータが 3 つの場合と比べて，いずれも相対誤差率が小さくなった．この

[*1]Table 4.1 に示した膜面材料の材料パラメータと同一である．

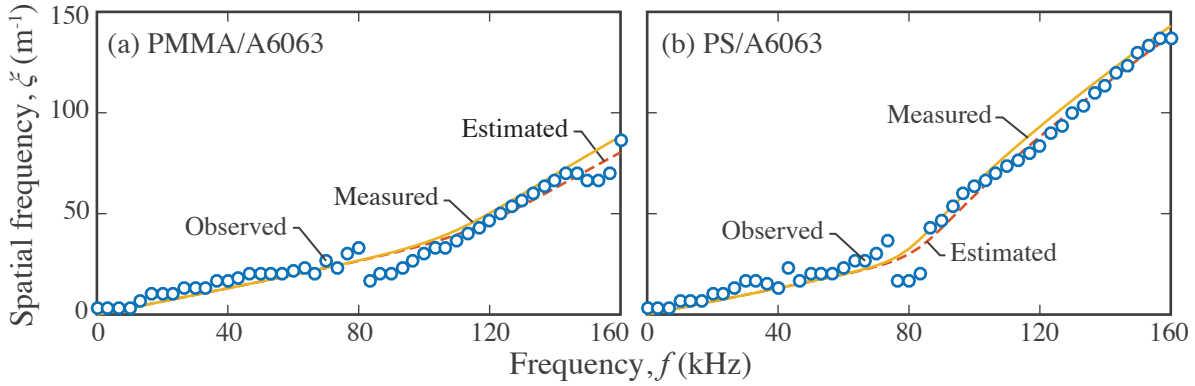


Fig. 4.5: Typical estimated spatial frequency of Love wave (parameters: $c_{S,1}$ and H); (a) poly(methyl methacrylate) and (b) polystyrene. Blue circles denotes observed spatial frequency, and orange-solid and red-dashed lines indicate measured and estimated spatial frequency dispersion curves of Love wave, respectively.

理由として，計測パラメータが 3 つから 2 つに減らしたことで目的関数の次元が小さくなり，大域的最適解へ収束しやすくなったからだと考えられる．特に，逆問題を解いて ρ_1, μ_1, $c_{S,1}$ の 3 つのパラメータから同時に 2 つを計測することが難しいため，計測パラメータが 3 つの時の相対誤差率が大きくなったと考える．さらに，膜面の厚さ H も既知とし，推定パラメータを，膜面の弾性特性を表す $c_{S,1}$ および μ_1 だけで逆問題を解いた時の結果と相対誤差率を，Table 4.3 の 13–14 行, 15–16 行目にそれぞれ示す．推定パラメータを 1 つ $[c_{S,1}, \mu_1]$ とした時，PMMA の推定結果は，推定パラメータが 2 つ $[(c_{S,1}, H), (\mu_1, H)]$ の場合と比べ，どちらも相対誤差率は僅かに減少した．一方で，PS の推定結果は，推定パラメータが $c_{S,1}$ および μ_1 のいずれの場合においても相対誤差率は増加した．

推定パラメータを 2 つに限定する際に密度 ρ_1 を既知としたのは，材料の剛性を表す μ_1 あるいは $c_{S,1}$ を計測する目的のためである．推定パラメータが 2 つの場合，$(c_{S,1}, H)$ の方が，(μ_1, H) よりも相対誤差率が小さくなった．これは，第 4.1.1 項でも述べたように，$c_{S,1}$ および ρ_1 をそれぞれ測定し，そこから μ_1 を算出しているから，μ_1 には $c_{S,1}$ および ρ_1 の推定誤差がそれぞれ重畳し，結果として推定パラメータの相対誤差率が大きくなってしまったのだと考えられる．供試体の材料パラメータの測定精度および逆問題による推定精度の改善は，今後検討すべき課題の一つである．

Figure 4.5 に，推定パラメータが $(c_{S,1}, H)$ の時に得られる空間周波数分散曲線の典型例を示す．青い円はラブ波の測定により得られた分散曲線，オレンジの実線および赤の破線は，それぞれ逆問題を解くことで得られた推定値および実測値を Eq. (3.8) に代入して得られる分散曲線である．ラブ波の測定により得られた分散曲線のデータを用いて逆問題を

解くため，Figs. 4.4(a-3) および 4.4(b-3) から２次元フーリエ変換のパワーが大きい周波数範囲 [0–163 (kHz)] において，各周波数における波数の最大値を抜き出したデータ列 (データ点数 $N = 49$, 周波数刻み幅 $\Delta f = 3.333$ kHz) を用いて逆問題を解いた．供試体の膜面材料がいずれの場合においても，実測値から得られる分散曲線と推定パラメータ ($c_{\mathrm{S},1}, H$) から得られる曲線はおおむね一致している．以上の結果から，ラブ波を用いる提案手法により，基板上膜面の膜面における弾性特性と厚さをそれぞれ計測することができた．

4.4　むすび

第 4 章では，基板上膜面の供試体を作成してラブ波を伝搬させ，その時間-変位応答の 1 次元分布を計測し逆問題を解くことで，基板上膜面の材料物性計測を試みた．その結果，膜面の横波速度および厚さを推定パラメータとした場合に，別手法で測定した膜面の材料パラメータの実測値に対して約 6%の相対誤差率で計測することができた．

第5章　結　　論

5.1　本研究で得られた成果

本論文は，ラブ波をプローブとして用いる基板上膜面の新しい物性計測法の確立を目的とした．基板上膜面の物性計測を実現するため，はじめに，基板上膜面の材料物性とラブ波の波動的性質の理論的関係を導出し，提案手法における理論を確立した．そして，ラブ波の伝搬を観測する方法としてレーザドップラ振動計を用いたラブ波計測手法を提案し，実際に実験によりラブ波を計測できること，およびラブ波の計測データから，最適化問題を解くことにより基板上膜面の材料物性を測定できることをそれぞれ示した．

第1章では，序論として，本研究の背景および目的について説明した．材料の物性計測の分野で用いられている，固体中を伝搬する弾性波の性質や特徴について分類した．さらに，層構造をなす基板上膜面のような材料の剛性を評価するために，ラブ波がプローブとして用いる材料物性計測手法の確立を目的とした．

第2章では，バルク波やガイド波を用いた物性評価の関連研究について説明した．基板上膜面の材料物性を評価したい場合にはガイド波が適当であり，特にラブ波は基板上膜面の剛性や経時変化する膜面の粘弾性に適していることや，レーザドップラ振動計を用いることで，基板上膜面中を伝搬するラブ波の進行波だけを正確に計測することができる利点等，本提案手法の優位性について述べた．

第3章では，評価対象である基板上膜面を伝搬するラブ波の波動的性質について，基板上膜面を構成する材料が弾性体および粘弾性体の場合に分けて特性方程式を算出し，無次元化を行った上で波動的特性を表すラブ波の分散曲線を数値計算により算出した．その結果，基板に対する膜面の横波速度の比 $c^*_{\mathrm{S},1}$ を変化させた時の方が，基板に対する膜面の剛性率の比 μ^*_1 を変化させた時よりもラブ波の分散曲線形状が大きく変化した．また，粘弾性の膜面および弾性基板からなる基板上膜面の場合にも同様にラブ波の分散曲線を計算する．粘弾性材料中を伝搬するラブ波の分散曲線は，波数だけでなく減衰係数においても算出される．計算の結果，減衰係数の分散曲線も波数同様，$c^*_{\mathrm{S},1}$ を変化させたときの方が分散曲線形状は大きく変化した．また，同一の角周波数，かつ同一の伝搬モードで比較し

た時，$\tan\delta_1$ の増大に従って減衰係数は増加した．このことから，波数だけでなく減衰係数の分散曲線も測定することができれば，基板上膜面の粘弾性を評価できることが，数値計算により明らかになった．

第 4 章では，膜面に高分子材料 (アクリル樹脂およびポリスチレン)，基板にアルミニウム合金を用いた基板上膜面の供試体を作成し，レーザドップラ振動計を用いてラブ波の計測が行えることを実験により確かめた．レーザドップラ振動計による観測されるラブ波の変位に対する時間応答から，ガイド波特有の速度分散性を有することが確認できた．また，得られた計測結果をフーリエ変換することで得られるラブ波の分散曲線は，ラブ波の特性方程式から計算される理論曲線とほぼ一致することを確認した．さらに，実験により得られた分散曲線のデータを用いて理論曲線との最適化問題を解くことで，膜面の材料物性を推定することができた．特に，膜面の横波速度と厚さは，別手法により予め膜面単体で測定した基準値に対して，約 6%程度の精度で計測することができた．以上によって，レーザドップラ振動計を用いるラブ波の計測および材料物性の計測が実現できた．

5.2　残された課題と今後の展望

以上のように，本研究ではレーザドップラ振動計を用いて基板上膜面中を伝搬するラブ波を計測し，材料物性を推定する計測システムを実現した．提案手法では，実環境での利用を見据えた，ラブ波による材料物性計測法の利用用途拡大に貢献できた．

一方，本研究の実験においてはラブ波の減衰係数を計測できていないため，基板上膜面の粘弾性を評価するまでには至っていない．これは，膜面として採用した高分子材料のラブ波が実験の範囲内において有意に減衰することを確認出来なかったためである．この点は，レーザドップラ振動計を用いる実験系の改良や，膜面材料の選定により実験を新たに行う必要がある．また，ラブ波を用いる基板上膜面の物性評価の利点として挙げた，経時変化を伴う材料の粘弾性物性評価についても実験により確認する必要がある．経時変化を伴うため，基板上膜面の粘弾性をマクスウェルモデルや線形標準固体モデルなど，適切な粘弾性モデルを選択する必要があるため，それら粘弾性モデルを用いることで，本研究の計測原理を拡張する必要があると考える．

謝　　辞

本論文は，筑波大学システム情報系知能機能工学域 准教授 海老原格先生のご指導のもと，筆者が筑波大学大学院システム情報工学研究科知能機能システム専攻の博士課程在学中に通信システム研究室にて行った研究成果を纏めたものです．指導教員である海老原先生には，博士課程からの研究テーマである，超音波による粘弾性材料の物性計測という興味深い研究に携わる機会を与えていただいただけでなく，大学4年次より通信システム研究室に配属されてから6年という長きにわたり，数え切れない程の様々なご指導ご鞭撻を賜りました．筆者の研究が滞っている際にも，俯瞰的な視点から頂いた数々のご指摘が懸案の問題を解決し，更に研究を進めることができたことは，海老原先生のご指導があったからに他なりません．私の研究を時に厳しく，時に温かく見守って下さいったことは，大学・大学院での研究生活を過ごした上で大切な時間となりました．深く感謝すると共に，心より御礼申し上げます．

副指導教員である筑波大学システム情報系知能機能工学域 教授 水谷孝一先生には，現在の研究テーマの原点である超音波材料物性計測の研究に携わる機会を与えて下さいました．水谷先生には，実験の計測方法や研究の纏め方・見せ方など，「研究の方法論」について数多く学ばせて頂きました．これまでの大学・大学院での研究生活で学んだものは，これから研究者としての人生を歩む上での指針となっています．また普段から気に掛けて下さり，趣味の話でも大いに盛り上がったことは，筆者の大切な思い出となりました．心より感謝致します．

副指導教員である筑波大学システム情報系知能機能工学域 准教授 若槻尚斗先生には，理論の展開や実験結果に対する解釈や問題解決のための糸口など，本研究の課題突破のために多岐にわたるご指導を頂きました．得られた結果から何が本質かを常に見極めながら議論するという若槻先生の姿勢は，研究者としてのお手本となりました．また，筆者の理解が足らずに議論に置いて行かれそうな時には，筆者への理解を深めようと何度もご指導下さいました．研究をここまで進めることが出来ましたのも，若槻先生との議論を何度も積み重ねていったからだと確信しております．心より感謝致します．

筑波大学システム情報系構造エネルギー工学域 教授 京藤敏達先生，筑波大学システム

情報系知能機能工学域 教授 藪野浩司先生，防衛大学校 地球海洋学科 講師 小笠原英子先生，筑波大学システム情報系知能機能工学域 助教 前田祐佳先生には，副査として本論文のご指導を頂きました．予備審査で頂きました数々のご指摘は，本論文だけでなく，プレゼンテーション発表の完成度を大いに向上させることができました．心より感謝致します．

また，筆者が本論文を執筆できましたのは，音響システム研究室，通信システム研究室，生体計測システム研究室，知覚拡張システム研究室の音響システム研究室グループに在籍，または所属された皆さまのお陰です．筑波大学システム情報系知能機能工学域 助教 善甫啓一先生には，教員としてだけでなく研究室の先輩としても，日頃から数多くの助言を頂きました．音響システム研究室の卒業生である，小林透博士，茂木貴弘博士，青柳将史博士の 3 名には，それぞれの学生ゼミの下で，学会原稿や学位論文，プレゼンテーションの発表について細やかなご指導を頂きました．また，野呂瀬葉子博士および岐阜工業高等専門学校 電子制御工学科 助教 黒山喬允先生には，博士課程の学生として，また研究者としてどうあるべきか，その一端を学ばせて頂きました．特に，国内外の社会情勢や治水に関する実地研修などに同行させて頂いたことは，常に様々な対象に興味を持ち，広い視野を持って研究を進める，研究者としての基本的姿勢を改めて学ぶ機会となりました．博士課程に在籍する藤田佑樹氏，安立隆陽氏，青木拓也氏，小木曽里樹氏，中林大樹氏，宮本隆典氏，岩谷洋和史，糸井川椋氏，佐野祐士氏，味藤未冴来氏には，先生方と研究室の学生の間に立ち，研究室運営や様々なイベントの企画や運営でご協力頂きました．特に，副学生長である宮本隆典氏には日頃の細やかな気配のお陰で，学生長としての業務をスムーズに進めることが出来ました．筆者の下で千葉ゼミ生として在籍する須藤早紀氏，田野井弘夢氏，倉橋知己氏，水上悠生氏，栗本竜之介氏，また前千葉ゼミ生の伊藤駿史氏には，日頃から研究室での生活が過ごしやすくなるような雰囲気づくりや場を提供してくれました．あまりゼミ長らしいことはしてあげられませんでしたが，皆さんが自発的に研究に取り組んでいたことから，反面教師としては役に立てたのではないかと思っています．また，研究室の同期である，藤井郁香博士，飯島崇裕氏，大高佑介氏，吉士真輝氏，小原直樹氏，新穂龍太郎氏，古川聖也氏，渡辺直紀氏には，就職してからも何かと気に掛けて頂き，遠い中何度もつくばまで足を運んでは筆者を励ましてくれました．筆者の数々の我儘に対しても常に生温かい目で見守っていてくれたことは，この研究室での生活を締め括る上で大変良い思い出となりました．

最後に，無理を言って大学進学を決め，気づけば 9 年間も大学・大学院に通っていた筆者に対して，常に気遣ってくれた両親や姉，兄，祖父母に感謝します．ありがとう．

参考文献

[1] 佐藤泰男. 弾性波動論 (岩波書店, 東京, 1973) p. 36.

[2] Lord Rayleigh. “On waves propagated along the plane surface of an elastic solid,” *Proc. London Math. Soc.* Vol. s1-17, pp. 4–11 (1885).

[3] T. Moriizumi, Y. Unno and S. Shiokawa. “New sensor in liquid using leaky SAW,” *Proc. IEEE 1987 Ultrason. Symp.* Vol. 121, pp. 579–582.

[4] H. Lamb. “On waves in an elastic plate,” *Proc. R. Soc. London A* Vol. 93, pp. 114–128 (1917).

[5] A. E. H. Love. *Some problems of geodynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1911) p. 162.

[6] R. Stoneley. “Elastic waves at the surface of separation of Two solids,” *Proc. R. Soc. London A* Vol. 106, pp. 416–428 (1924).

[7] Y. Chiba, T. Ebihara, K. Mizutani and N. Wakatsuki. “Measurement of Love wave propagation characteristics along elastic substrate with a viscoelastic surface layer,” *Proc. Symp. Ultrason. Electron.* Vol. 37, 2P2-2 (2 pages) (2016).

[8] K. Mizutani, N. Wakatsuki and T. Ebihara. “Introduction of measurement techniques in ultrasonic electronics: Basic principles and recent trends,” *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 55, 07KA02 (16 pages) (2016).

[9] R. Miyamoto, K. Mizutani, T. Ebihara and N. Wakatsuki. “Effect of mode conversion on defect detection and size estimation in billet from time-of-flight profile by ultrasonic transmission method,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 55, 07KC06 (6 pages) (2016).

[10] P. Choi, D.-H. Kim, B.-H. Lee and M. C. Won. “Application of ultrasonic shear-wave tomography to identify horizontal crack or delamination in concrete pavement and bridge,” *Constr. Build. Mater.* Vol. 121, pp. 81–91 (2016).

[11] T. Motegi, K. Mizutani and N. Wakatsuki. “Simultaneous Measurement of Air Temperature and Humidity Based on Sound Velocity and Attenuation Using Ultrasonic Probe,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 52, 07HC05 (7 pages) (2013).

[12] Y. Yamakoshi, A. Yamamoto, T. Kasahara, T. Iijima and Y. Yuminaka. “ Shear wave mapping of skeletal muscle using shear wave wavefront reconstruction based on ultrasound color flow imaging,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 54, 07HC16 (6 pages) (2015).

[13] Y. Hosaka and K. Imano. “Sensitive tint visualization system for Lamb waves propagation in a glass plate,” *Acoust. Sci. Tech.* Vol 38, pp. 165–167 (2017).

[14] J. Zhang, H. Ma, W. Yan and Z. Li. “Defect detection and location in switch rails by acoustic emission and Lamb wave analysis: A feasibility study,” *Appl. Acoust.* Vol. 105, pp. 67–74 (2016).

[15] P. W. Loveday and C. S. Long. “Laser vibrometer measurement of guided wave modes in rail track,” *Ultrason.* Vol. 57, pp. 209–217 (2015).

[16] A. Ouchi, A. Sugawara, Y. Ohara and K. Yamanaka. “Subharmonic phased array for crack evaluation using surface acoustic wave,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 54, 07HC05 (6 pages) (2015).

[17] K. Imano and T. Endo. “Experimental Study on the Mode Conversion of Lamb Wave Using a Metal Plate Having a Notch Type Defect,” *Int. J. Soc. Mater. Eng. Resour.* Vol. 19, pp. 20–23 (2013).

[18] Y. Jiang, C. Y. Tan, S. Y. Tan, M. S. F. Wong, Y. F. Chen, L. Zhang, K. Yao, S. K. E. Gan, C. Verma and Y.-J. Tan. “SAW sensor for influenza A virus detection enabled with efficient surface fictionalization,” *Sens. Actuator B* Vol. 209, pp. 78–84 (2015).

[19] T. Kogai, N. Yoshimura, T. Mori and H. Yatsuda. “Liquid-Phase Shear Horizontal Surface Acoustic Wave Immunosensor,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 49, 07HD15 (4 pages) (2010).

[20] T. Morita, M. Sugimoto and J. Kondoh. “Measurements of Standard-Viscosity Liquids Using Shear Horizontal Surface Acoustic Wave Sensors,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 48, 07GG15 (4 pages) (2009).

[21] F. B. Cegla, P. Cawley and M. J. S. Lowe. “Material property measurement using the quasi-Scholte mode–A waveguide sensor,” *J. Acoust. Soc. Am.* Vol. 117, pp. 1098–1107 (2005).

[22] J. Kondoh, S. Hayashi and S. Shiokawa. “Simultaneous Detection of Density and Viscosity Using Surface Acoustic Wave Sensors,” *Jpn. J. Appl. Phys.* Vol. 40, pp. 3713–3717 (2001).

[23] 林康久, 岸本和久, 中塚俊介. “弾性表面波の分散性を用いた表面層構造の非破壊評価,” 非破壊検査 Vol. 54, pp. 152–158 (2005).

[24] N. A. Haskell. “The dispersion of surface waves on multilayered media,” *Bull. Seismol. Soc. Am.* Vol. 43, pp. 17–34 (1953).

[25] P. Kiełczyński and M. Szalewski. “Determination of the elastic properties of thin layers and graded materials using generalized Love waves,” *IEICE Tech Rep.* Vol. 109, pp. 117–122 (2010).

[26] P. Kiełczyński and M. Szalewski. “Inverse determination of thickness and elastic properties of thin layers and graded materials using generalized Love waves,” *Proc. 2010 IEEE Int. Ultrason. Symp.*, pp. 2235–2238 (2010).

[27] 齋藤正徳. 地震波動論 (東京大学出版会, 東京, 2009) p. 149.

[28] K. Sezawa and K. Kanai. “Damping of periodic visco-elastic waves with increase in focal distance,” *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo* Vol. 16, pp. 491–503 (1938).

[29] J. L. Rose. *Ultrasonic guided waves in solid media* (Cambridge University press, Cambridge, 2014), p. 324.

[30] 牛尼清治. “塗膜の粘弾性,” 色材協会誌 Vol. 62, No. 2, pp.100–107 (1989).

[31] G. McHale, M. I. Newton and F. Martin. “Theoretical mass, liquid and polymer sensitivity of acoustic wave sensors with viscoelastic guiding layers,” *J. Appl. Phys.* Vol. 93, pp. 675–690 (2005).

[32] H. Wu, X. Xiong, H. Zum J. H.-C. Wang and Q.-M. Wang. “Theoretical analysis of a Love wave biosensor in liquid with a viscoelastic wave guiding layer,” *J. Appl. Phys.* Vol. 121, 054501 (13 pages) (2017).

[33] J. A. Nelder and R. Mead. “A simplex method for function minimization,” *Comput. J.* Vol. 7, pp. 308–313 (1965).

[34] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright and P. E. Wright. “Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions,” *SIAM J. Optim.* Vol. 9, pp. 112–147 (1998).

[35] 天谷賢治. 工学のための最適化手法入門 (数理工学社, 東京, 2008).

[36] 今村徹, 中川泰彦. 弾性係数測定装置, 特許第 3733429 号 (2005).

[37] R. Morikawa, K. Nakamura and S. Ueha. “Measuring the structural intensity by sensing the in-plane vibration,” *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)* Vol. 18, pp. 201–203 (1997).

著者文献

学位請求申請に関係のある論文

査読付き雑誌論文

(J-1) **Yusuke Chiba**, Tadashi Ebihara, Koichi Mizutani and Naoto Wakatsuki: “Elastic Property Estimation of Surface Layer of Layered Structure by Measuring Love Wave Propagation Characteristics Using Laser Doppler Vibrometer,” International Journal of the Society of Materials Engineering for Resources, Vol. 23, No. 1/2 (March, 2018) [印刷中].

査読付き国際会議論文

(P-1) **Yusuke Chiba**, Tadashi Ebihara, Koichi Mizutani and Naoto Wakatsuki: “Love wave propagation along viscoelastic surface layer on elastic half-space substrate,” Proceedings of the 23rd International Congress on Sound & Vibration, Athens, CD-ROM, T05.SS01-425 (8 pages) (July, 2016).

学位請求申請に関係のない論文

査読付き国際会議論文

(P-1) **Yusuke Chiba**, Tadashi Ebihara and Koichi Mizutani: “Evaluation of brick deterioration using ultrasonic probe,” Proceedings of the 20th International Congress on Sound & Vibration, Bangkok, CD-ROM, R45-563, 8 pages (2013).

簡易査読付き発表論文

(PD-1) **Yusuke Chiba**, Tadashi Ebihara, Koichi Mizutani and Naoto Wakatsuki: “Propagation characteristics of Love-type wave in a structure with viscoelastic and elastic layers,” Proceedings of Symposium on Ultrasonic Electronics Vol. 36, 2P2-11 (2-pages) (2015).

(PD-2) **Yusuke Chiba**, Tabashi Ebihara, Koichi Mizutani and Naoto Wakatsuki: “Measurement of Love wave propagation characteristics along elastic substrate with a viscoelastic surface layer,” Proceedings of Symposium on Ultrasonic Electronics, Vol. 37, 2P2-2 (2-pages) (2016).

査読付き研究報告

(R-1) **Yusuke Chiba**, Eisuke Asai, Hirotaka Tomioka, Toshihiro Kameda, Masao Sataka and Makoto Matsuda: “Evaluation of radiation tolerance of microprocessor by heavy ion irradiation,” Japan Atomic Energy Agency, JAEA-Tokai Tandem annual report 2012, JAEA Review 2013-057, pp. 73–74 (2014).

(R-2) **Yusuke Chiba**, Eisuke Asai, Hirotaka Tomioka, Ryuya Shimazu, Toshihiro Kameda, Takeshi Ohshima, Shinobu Onoda, and Takahiro Makino: “Evaluation of radiation tolerance of FRAM microprocessor by heavy ion irradiation,” Japan Atomic Energy Agency, JAEA Takasaki annual report 2012, JAEA Review 2013-059, p. 13 (2014).

査読なし発表論文

(D-1) **千葉 裕介**, 海老原 格, 水谷 孝一: “超音波プローブを用いる煉瓦の劣化状態の測定,” 日本機械学会, 関東学生第 5 回学生員卒業研究発表講演会講演前刷集, 809, pp. 287–288 (2013).

(D-2) **千葉 裕介**, 安立 隆陽, 海老原 格, 水谷 孝一: “紫外線硬化樹脂の硬化過程における超音波伝搬速度の変化,” 日本音響学会, 2013 年秋季研究発表会講演論文集, 2-Q-32, pp. 1307–1308 (2013).

(D-3) 兼井 宏嘉, **千葉 裕介**, 齋藤 陽介, 岡田 浩尚, 亀田 敏弘: “筑波大学超小型人工衛星「結 (ゆい)」のミッションとテクノロジー —世界中の人々に宇宙を感じてもらうために—,” 日本機械学会, ロボティクス・メカトロニクス講演会 2013 講演概要集, 1P1-G08 (4 pages) (2013).

(D-4) 嶋津 龍弥, **千葉 裕介**, 兼井 宏嘉, 亘理 大樹, 西川 育磨, 亀田 敏弘: “超小型衛星「結」の 開発,” 日本機械学会, 第 22 回スペース・エンジニアリング・コンファレンス講演論文集, D03 (5 pages) (2013).

(D-5) **Yusuke Chiba**: “Let’s measure polymer hardness! -Measurement of polymer coating using SAW-,” Proceedings of the 11th IEEE Transdisciplinary-Oriented Workshop for Entrant Researchers, 25, p. 31 (2014).

(D-6) 豊嶋 研人, **千葉 裕介**, 水谷 孝一, 若槻 尚斗, 海老原 格: “二液性エポキシ樹脂における混合比率と超音波伝搬特性の関係,"日本音響学会, 2015 年春季研究発表会講演論文集, 3-P-4, pp. 1181–1182 (2015).

(D-7) **千葉 裕介**: “粘弾性–弾性構造を伝搬する Love 波の伝搬特性,” SAT テクノロジー・ショーケース 2016, プログラム&アブストラクト集, P-101, p. 103 (2016).