VII-1. 量子物性理論

教授： 初貝 安弘
助教： 苅宿 俊風
大学院生： 4 名 (博士 1 名、修士 3 名)
卒論学生： 2 名

1　バルク・エッジ対応の一般論とその普遍性

バルクの境界をもたない多粒子系のある相が励起ギャップ有限で特徴的な低エネルギー状態をもたない場合（一般化された絶縁体），物性物理学において大きな成功をあげてきた通常の自発的対称性の破れの概念に基づく相分類の理論（ランダウ理論）は適用できないが，この系に不純物および境界等の幾何学的な局所的外乱を与えたとき特徴的な低エネルギー局在状態が生ずることがある。このとき，この局在状態の存在を外乱を与える前のバルクの特徴と考え，バルクの相をエッジ状態が特徴づけると考えてみよう。このような物質相の典型例が 2 次元磁場下の量子ホール相であり，バルクの量子ホール相は対称性の破れを伴わず，ベリー接続を用いたトポロジカルな量によってのみ，特徴づけられるが，境界等の幾何学的外乱の下で存在する局在状態でバルクの量子ホール相を特徴づけるとみなすのである。つまりこのエッジ状態を物理的な観測量すなわちトポロジカルな秩序変数とみるわけである。この状況は、逆に考えると，この特徴的なエッジ状態はバルクの（隠れた）トポロジカルな特性の反映であると考えることもでき、一般にこの相互関係はバルク・エッジ対応と呼ばれる。このバルク・エッジ対応の視点は，いわゆるトポロジカル絶縁体の発見以来極めて広く多様な相に対して適用可能である普遍的な概念であることが明らかとなりつつある。より広くはこのバルク・エッジ対応の概念は量子系に限るものではなく，実は古典電磁場（フォトニック系）や古典力学系においても適用可能なものであることもわかってきた。

一般に古典力学の粒子描像に対して量子力学は波動性を特徴とすると通常理解されているが，量子論においてもいわゆる局在状態（束縛状態）は粒子的な特徴を持ち，無限系において規格化できない（拡がった）散乱状態とは明確に区別され，この局在状態はある種の古典的な自由度と考えることができる。よって、バルク・エッジ対応とはある種の波動－粒子の対応、量子－古典対応とも考えられるのである。

以下関連した研究に関する本年度のハイライトを例示する [論文 1-6]。

1.1　スピンラダーの多様なエッジ状態とエンタングルメントエントロピー [論文 5]

スピンラダー系においてはそのダイマリゼーションのタイプとその磁化（有効電子占有率）により、多様なトポロジカルな相が存在する。それらの相は、単位胞の取り方と対応するベリー位相により、トポロジカルな観点から上手く記述される（図 1)。特に、本研究では磁場下のトポロジカル相に着目し、ベリー位相とエッジ状態との関係をバルク・エッジ対応の観点から明らかとした [論文 5]。

また、バルクエッジ対応は実際の境界を作らずとも、量子系を空間的に部分的に縮約する事で生じる有効的な境界に対しても適用される。具体的にはバルクの（周期的な）系を空間的に 2 分割し、バルクの量子系の基底状態が定義する絶対零度の密度行列をその一部分に対して縮約する事で得られる縮約密度行列は有効的な境界の影響を反映し、もとのバルクがトポロジカルに非自明であれば、縮約密度行列が定義する量子系のエントロピーにはエッジ状態の寄与が含まれる。このエントロピーは一般に系の部分系の間の量子もつれを反映すると考えられるのでエントロピーエントロピーとよばれ、一つのトポロジカル量となる。本研究でも、このエンタングルメントエントロピーを計算し、系の多様なトポロジカル相と対比することで、バルク・エッジ対応の観点から、エントロピーエントロピーとエッジ状態の関連を明確に議論した。

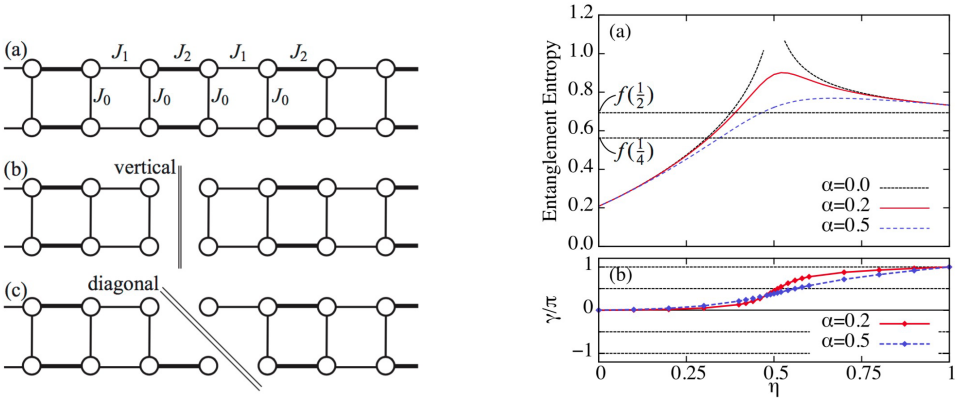

図 1: ダイマライズしたスピンラダーの多様なエッジ状態 (左)。ダイマライズしたスピンラダー系のベリー位相とエンタングルメントエントロピー（右） [論文 5]

1.2　古典力学系でのバルク・エッジ対応：メカニカルグラフェン [論文 4]

バルク・エッジ対応は典型的な量子ホール系での議論に見られるように、励起ギャップ有限の量子系に関するベリー接続で記述されるバルクの位相不変量と系に境界のあるときのエッジ状態、局在状態の相互関係を記述する。

しかし、近年この対応は量子系に限らず古典電磁場の系や更に力学系においても有効であることが明らかとなった。特に我々は、2 次元ハニカム格子上の単純なバネ一質点系、つまり連成振動系においてもバルクエッジ対応が成立することを明らかとした [論文 4]。特にその非自明な相の出現のためには準位交差つまり、Dirac 分散の存在が必須であり、その生成消滅に対応して相のトポロジカルな性質が定まることをバルク・エッジ対応の観点から示した。

また、古典系を回転することで生まれる慣性力であるコリオリ力は一種のゲージ場を起源としており、有効的な時間反転の破れをもたらす。これに対応してチャーン数は非自明となり、系に境界があるとき回転の向きとは独立にチャーン数の符号に依存した方向に伝搬する局在モードを生ずる。このエッジ状態の進行方向の反転をチャーン数の計算と共に実際の系の強制振動モードの時間発展を用いて、明確に示した (図 2)。

1.3　古典力学系でのバルク・エッジ対応：古典系でのベリー位相としての Hannay Angle とエッジ状態の対応 [論文 2]

近年のトポロジカル相の研究は、バルクの特徴づけにはベリー接続を用いたトポロジカルな物理量を用い、境界をもつ系のエッジ状態をバルク・エッジ対応の観点から対応させることを基本的な戦略とする。特にこの対応は近年の研究により、量子系に限らず、古典電磁場の系としてのフォトニック系や、古典力学系でも成立することが明らかとなった。特にベリー位相はその発見の当初からその古典系での類似物との関係が議論されており、Hannay angle と呼ばれる。本研究ではこの Hannay angle の議論を明確化する事でバルクエッジ対応により、系に境界がある場合のエッジ状態の存在との関連を明らかとした [論文 2]。

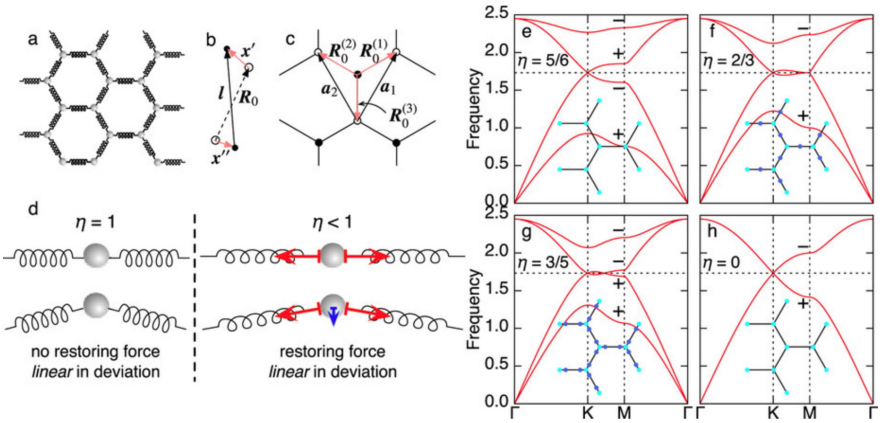

図 2: メカニカルグラフェンの構造と Dirac 分散 [論文 4]

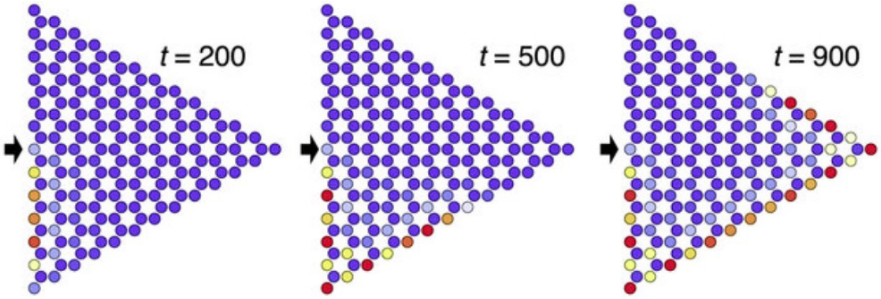

図 3: 回転するメカニカルグラフェンにおける局在振動モード [論文 4]

2 新しいトポロジカル量としてのエンタングルメントチャーン数とその相分類における有効性

2.1 エンタングルメントチャーン数の意義の再考察 [論文 3]

2 次元トポロジカル絶縁体とは，スピンごとの磁場を逆にすることにより，系全体としては時間反転対称性を回復した量子ホール系と見なすことができる。この ” 有効 ” 磁場はスピン軌道相互作用に起因し，一般にはスピンは保存量とならないため量子ホール相 2 層として個別に議論することはできない。また、系の時間反転対称性に起因するクラマース縮退により非可換 Berry 接続からつくったチャーン数は常にゼロとなるため量子ホール相とは異なり相分類には使えない。

しかし，この系においても，いわゆる extensive partition とよぶ系の分割を用いてスピンに対して非対称な部分系をトレースアウトすることでエンタングルメントハミルトニアンを構成すると量子スピンホール相においても有限の Chern 数が得られる。これをエンタングルメント Chern 数とよび，そのトポロジカル絶縁体における相分類における有効性を昨年、明らかとした。引き続いて本年は、その物理的意義について明確化した議論を出版した [3]。

一般にギャップのある多体系の基底状態がトポロジカルに非自明であり、本質的にチャーン数が有限の系に断熱的につながるとしても、系の対称性により系全体のチャーン数が打ち消し会ってゼロとなる場合がある。上述の時間反転不変のトポロジカル絶縁体がその例であるが、複合系を構成する事で高い対称性をもつ系を考察する場合、類似の現象が一般にも生まれ得る。この一般の状況においても基底状態からつくった、密度行列を部分空間に縮約する事でつくったエンタングルメントハミルトニアンの基底状態は非自明なト

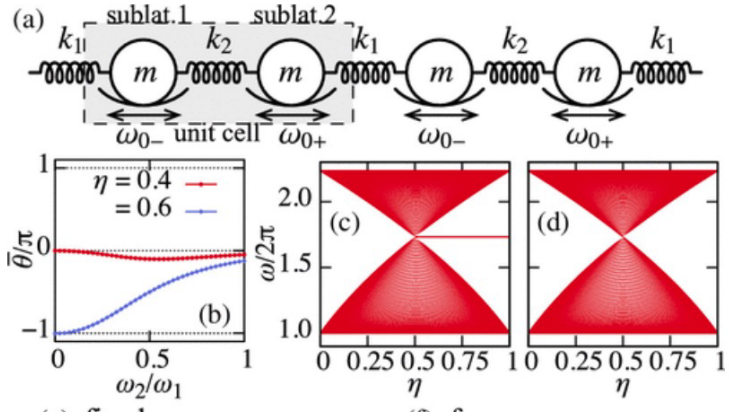

図 4: 一次元連成振動子系と Hannay angle、エッジ状態 [論文 2]。

ポロジカル数を持ち得て、もとの基底状態の相分類に有効となる。部分系に縮約する事で一般には縮約密度行列は有限温度のものとなるため、エンタングルメントハミルトニアンの基底状態を考えることは有効温度を下げて量子化するトポロジカル数を定義することに対応する [3]。

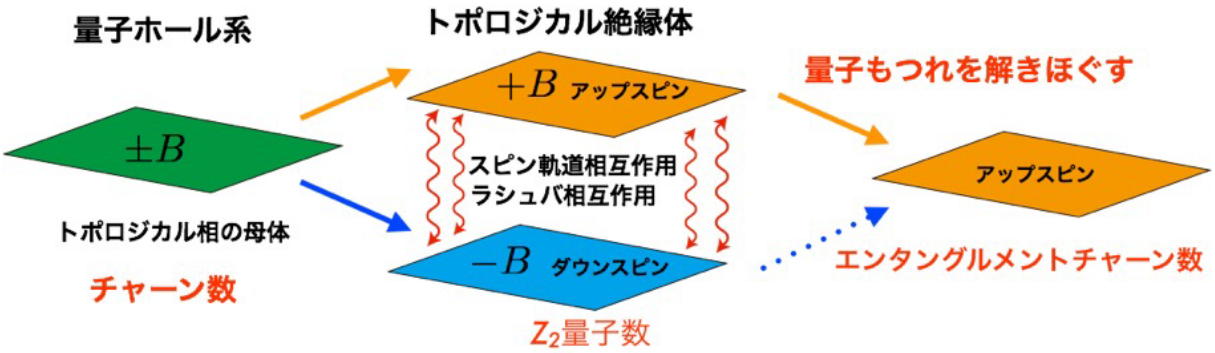

図 5: トポロジカル絶縁体を例にとった時のエンタングルメントチャーン数の意義

2.2 Kane-Mele 模型の相図再構築と時間反転対称性の破れに伴う新しい相 [1]

Kane-Mele 模型はトポロジカル絶縁体の基本的な模型であり、いわゆる Z_2 不変量でその非自明な相が特徴づけられると考えられている。まず、この系の相図を Z_2 量子数でなく、エンタングルメントチャーン数を用いて再構成することができることを本研究では明らかとした。さらに、この系に磁場を印加する事で多様でトポロジカルに非自明な新しい相が現れることも示した [論文 1]。これらの研究はエンタングルメントチャーン数のより広い系での有効性を示唆しており、今後の研究の展開が期待されている。

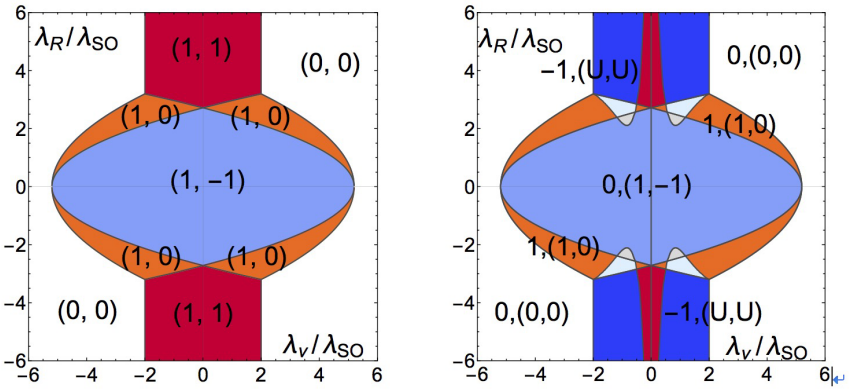

図 6: 磁場下の Kane-Mele 模型におけるエンタングルメントチャーン数による相図。スピン軌道相互作用が弱い場合（左）と強い場合 (右)[論文 1]

＜論文＞

1. H. Araki, T. Kariyado, T. Fukui and Y. Hatsugai, “Entanglement Chern Number of the Kane-Mele Model with Ferromagnetism”, J. Phys. Soc. Jpn. **85**, 043706(1-4) (2016), selected as “Editor’s Choice”, DOI: 10.7566/JPSJ.85.043706

2. Y. Kariyado and Y. Hatsugai, “Yet Another Symmetry-Protected Topological Order Parameter in Classical Mechanics”, J. Phys. Soc. Jpn. **85**, 043001(1-4) (2016), DOI: 10.7566/JPSJ.85.043001

3. T. Fukui and Y. Hatsugai, “Disentangled Topological Numbers by a Purification of Entangled Mixed States for Non-Interacting Fermion Systems”, J. Phys. Soc. Jpn. **84**, 043703 (1-4) (2016), DOI: 10.7566/JPSJ.84.043703

4. T. Kariyado and Y. Hatsugai, “Manipulation of Dirac Cones in Mechanical Graphene”, Scientific Reports **5**, 18107(1-8) (2015), DOI: 10.1038/srep18107

5. T. Kariyado and Y. Hatsugai, “Topological order parameters of the spin-1/2 dimerized Heisenberg ladder in magnetic field”, Phys. Rev. B**91** 214410(1-10) (2015), DOI: 10.1103/PhysRevB.91.214410

6. Y. Hatsugai and T. Fukui, “Bulk-edge correspondence in a topological pumping”, arXiv:1601.03537, to appear in Phys. Rev. B, Rapid comm. (2016)

＜講演:国際会議＞

1. [Invited] Y. Hatsugai, “Entanglement Chern numbers for random systems”, The APCTP Workshop on “ Delocalization Transitions in Disordered Systems ” /2015-7-31–2015-7-31

2. [Invited] Y. Hatsugai, “Bulk-edge correspondence: from math to physics”, International workshop 2015, Physics of bulk-edge correspondence & its universality : From solid stat physics to cold atoms/2015-09-27–2015-09-29

3. S. Oono, T. Kariyado and Y. Hatsugai, “Topologically protected propagating modes of electromagnetic waves in 3D photonic crystals without inversion symmetry”, 17-th International conderence on physics of Light-Matter coupling in nanostructure/2016-03-28–2016-03-31

4. T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki, “Tilted Massive Dirac Fermions with Disorder: Anomaly in Landau Levels”, The 21st International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems/2015-07-26–2015-07-31

5. S. Oono, T. Kariyado and Y. Hatsugai, “Photonic Chern numbers and the bulk-edge correspondence by using a Gaussian basis”, The 21st International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems/2015-07-26–2015-7-31

6. H. Araki, T. Kariyado, T. Fukui and Y. Hatsugai, “Entanglement Chern Number of the Kane-Mele Model with Ferromagnetism”, The 21st International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems/2015-07-26–2015-07-31

7. H. Aoki, K. Shiraishi and Y. Hatsugai, “Molecular-orbital view of the whole band structure of silicene in an extended Weaire-thorpe model”, The 16th International Conference on the Science and Application of Nanotubes (NT15)/2015-06-29–2015-07-03

8. T. Kariyado and Y. Hatsugai, “Topological Transition in ”Mechanical” Graphene: Chern Number and Edge States”, Gordon Research Conference : Advances in Topological Phases of Matter in Crystalline Solids and Cold Atom Systems/2015-06-28–2015-07-03

9. T. Kariyada and Y. Hatsugai, “Correlation induced local spin moment of the topological boundary states of graphene nanoflake”, Graphene Week 2015/2015-06-22–2015-06-24

10. T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki, “Landau levels in general tilted massive Dirac fermions: stability against randomness”, Graphene Week 2015/2015-06-22–2015-06-24

＜主催:国際会議＞

1. Physics of bulk-edge correspondence & its universality : From solid state physics to cold atoms (BEC2015), Sep. 27-30 (2015), Univ. of Tsukuba, Bunkyo School Building, Myogadani, Bunkyo-ku, Tokyo. （登録参加者 60 名）

   http://thetis.ph.tsukuba.ac.jp/ hatsugai/modules/pico/

＜講演:国内会議＞

1. [招待講演] Y. Hatsugai, 「トポロジカル相の普遍性：異方的超伝導からシリセン，ワイル/ディラック半金属まで」名古屋大学応用物理学科 共催 豊田理化学研究所 第 369 回 物性談話会/2015-11-12–2015-11-12

2. [招待講演] Y, Hatsugai, 「トポロジカル相の最近の話題：エンタングルメントチャーン数」千葉大学理学部物性セミナー/2015-7-10–2015-7-10

3. T. Kariyado, T. Morimoto and Y. Hatsugai, 「スピン 1 の系における Z3 トポロジカル相と量子化ベリー位相」日本物理学会第 71 回年会/2016-03-19–2016-03-22

4. S. Oono, T. Kariyado and Y. Hatsugai, 「Gaussian 基底によるフォトニック結晶中電磁場の時間発展」日本物理学会第 71 回年会/2016-03-19–2016-03-22

5. Y. Hatsugai; T. Fukui, 「トポロジカルポンプにおけるバルク・エッジ対応」日本物理学会第 71 回年会/2016-03-19–2016-03-22

6. T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki, 「一般化されたカイラル対称性を持つ格子模型」日本物理学会第 71 回年会/2016-03-19–2016-03-22

7. A. Hattori, M. Araidani, Y. Hatsugai, K. Yata, K, Shiraishi, M. Sato, Y. Tanaka, 「水素終端シリセン，ゲルマネン，スタネンリボンにおけるエッジ状態」日本物理学会第 71 回年会/2016-03-19–2016-03-22

8. T. Kariyado and Y. Hatsugai, 「ニュートン方程式に従う系のトポロジカル数とバルク・エッジ対応」第 9 回 物性科学領域横断研究会/2015-11-13–2015-11-15

9. H. Araki, T. Kariyado, T. Fukui and Y. Hatsugai, 「磁場下の Kane-Mele 模型のエンタングルメントチャーン数による相図」第 9 回 物性科学領域横断研究会/2015-11-13–2015-11-15

10. S. Oono, T. Kariyado and Y. Hatsugai, 「時間反転対称性下で実現するトポロジカルに安定な電磁波のエッジモード」第 9 回 物性科学領域横断研究会/2015-11-13–2015-11-15

11. T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai and H. Aoki, 「傾いたディラック電子系におけるボンド秩序の vortex とゼロモード」日本物理学会 2015 年秋季大会/2015-09-16–2015-09-19

12. R. Itagaki, Y. Hatsugai, H. Aoki and T. Kawarabayashi, 「ディラック電子系におけるボンド秩序の高次 vortex 近傍の局所状態密度」日本物理学会 2015 年秋季大会/2015-09-16–2015-09-19

13. T. Fukui and Y. Hatsugai, 「1 次元梯子系におけるスピン・ポンプとエンタングルメント・チャーン数」日本物理学会 2015 年秋季大会/2015-09-16–2015-09-19

14. H. Araki, T. Kariyado, T. Fukui and Y. Hatsugai, 「磁場下の Kane-Mele 模型のエンタングルメントチャーン数と新しい相」日本物理学会 2015 年秋季大会/2015-09-16–2015-09-19

15. S. Oono, T. Kariyado and Y. Hatsugai, 「空間反転対称性の破れた 3 次元フォトニック結晶でのセクションチャーン数とエッジ状態」日本物理学会 2015 年秋季大会/2015-09-16–2015-09-19

16. T. Kariyado and Y. Hatsugai, 「古典系のトポロジカル秩序変数としての Hannay angle」日本物理学会 2015 年秋季大会/2015-09-16–2015-09-19

＜受賞＞

1. Y. Hatsugai, FY2015 BEST FACULTY MEMBER (University of Tsukuba)

＜外部委員等＞

1. 初貝安弘，東北大学特任教授（客員）（国際集積エレクトロニクス研究開発センター）

2. Y. Hatsugai, ”Progress of Theoretical and Experimental Physics”, Editorial Board

＜集中講義＞

1. 初貝安弘, 千葉大学理学部集中講義「バルク・エッジ対応の物理の多様性と普遍性」2015 年 7 月 8 日〜7 月 9 日

＜卒業論文＞

1. 工藤耕司 :「磁場中の多電子系における相互作用とチャーン数」（物理学類，卒業論文，2016.3）
2. 高橋雄太 :「メカニカルグラフェンの特異な分散とエッジ状態」（物理学類，卒業論文，2016.3）

＜大学院学生＞

博士 1 年. 大野 修平

修士 1 年. 荒木 広夢, 国府田 桂介, 保田 和馬

＜外部資金＞

1. 科学研究費　基盤研究 (A)「トポロジカル相におけるバルク・エッジ対応の物理とその普遍性：固体物理から冷却原子まで」(2014 年度〜2016 年度) 研究課題番号：26247064 (研究代表者: 初貝安弘)

   総額：41,470 千円 (直接経費：31,900 千円，間接経費：9,570 千円)

   2015 年度：12,740 千円 (直接経費：9,800 千円，間接経費：2,940 千円)

2. 科学研究費補助金 新学術領域研究（研究領域提案型） 原子層科学, 領域代表 齋藤 理一郎, 理論班 連携研究者 初貝安弘