

媒介変数表現に基づく JEPX スポット電力供給・需要関数の推定*

山田 雄二^a, 牧本 直樹^a, 高嶋 隆太^b, 後藤 順哉^c

^a 筑波大学 ビジネスサイエンス系, ^b 東京理科大学 理工学部, ^c 中央大学 理工学部

概要

電力市場における取引リスク分析や入札戦略を検討する上で、入札量と価格の関係を与える入札関数、あるいは入札関数が示唆する供給・需要曲線の推定は必要不可欠である。本研究では、このような電力市場の供給・需要関数推定問題に対して、媒介変数表現された供給・需要関数を推定する手法を新たに提案した上で、日本卸電力取引所 (JEPX) で取引される電力スポット価格に適用した実証分析を実施する。まず、JEPX が各時間帯におけるスポット電力の約定量、約定価格に加えて、売り入札、買い入札の総量を各商品について公開していることに着目し、買い入札総量、売り入札総量に関する媒介変数を用いて JEPX スポット電力の供給・需要関数を表現する。つぎに、媒介変数表現された供給・需要関数が、約定量もしくは約定価格を従属変数、買い入札総量、売り入札総量を独立変数とする一般化加法モデル (GAM) を適用することによって構築されることを示す。また、推定関数が供給・需要関数の単調増加性、単調減少性を満たすための条件を導き、単調性を満たさない際に施す単調化変換の推定精度に与える影響について考察する。さらに、供給・需要関数の媒介変数表現に線形関数を用いた線形モデルと比べて、決定係数や回帰予測値による誤差の改善効果が得られること、および既提案手法である約定率に基づく推定手法と比較して、価格を説明する際の決定係数が向上することを実証的に確認する。

1 はじめに

スポット電力市場は、翌日受け渡しの電力を取引する市場であり、国内では日本卸電力取引所 (Japan Electric Power Exchange; JEPX) でその売買が行われている。JEPX は、現物電力の上場取引が可能な国内唯一の電力市場として、スポット電力の他に、先渡、時間前市場を開設しているが、中でも、スポット電力市場は、近年、取引規模も拡大しデータの蓄積も着々と進んでいる。また、電力小売り全面自由化を背景に、需要と供給に基づく電力価格のモデル化や実証分析についての研究も盛んになりつつある [3, 4, 6, 7, 11]。

JEPX では、北海道、東北、東京、中部、北陸、関西、中国、四国、九州の各エリアについて、30 分 (0.5 時間) 単位の送電に関する 1 日につき 48 商品が取引されている。エリアごとの価格はエリアプライスと呼ばれ、エリア間をまたいで全量を送電可能な場合は共通のエリアプライス、エリア間における送電可能量に制約がある場合は各エリアのエリアプライスで約定される。また、エリア間送電に制約がなく、全国共通の約定価格で取引すると仮定して算出した価格はシステムプライスと呼ばれ、日本国内における電力取引価格指標として、

*本研究は JSPS 科研費基盤研究 (B) 課題番号 25282087 「市場リスクとエネルギーポートフォリオの統合マネジメントシステムの構築」の助成を受けたものです。

各時間帯の約定量総計 (kWh) とともに JEPX がデータを公開している．さらに JEPX では，時間帯ごとの売り入札量の合計である売り入札総量 (kWh)，買い入札量の合計である買い入札総量 (kWh) について実績データを公開している．

JEPX スポット市場においては，売り入札，買い入札の量を価格単位で積み上げることで，量-価格曲線 (入札関数) を売り，買いについてそれぞれ構築し，その交点をもって約定量と約定価格 (システムプライス) を決定している [5]．売り入札関数は，売り手側が供給することが可能な量と価格の関係を表す単調非減少な関数であり，実務上，JEPX スポット市場の各時間帯ごとの供給関数を与えている．また，買い入札関数は，買い手側が必要とする量と許容される価格の関係を表す，単調非増加な需要関数を与える．このような供給・需要関数の推定は，理論上，JEPX の市場構造分析や，電力価格でしばしば観測されるジャンプの要因分析等において重要な役割を果たすことが期待される．また，実務上も，電力市場における取引リスク分析や入札戦略を検討する上で，供給・需要関数の形状を把握することは必要不可欠である．ところが，JEPX においては，入札関数を再現するのに必要な，入札価格単位の板情報 (入札価格と対応する入札量) は非公開であり，公開データである，売り入札総量 (kWh)，買い入札総量 (kWh)，約定量 (kWh)，約定価格 (円) からのみでは，入札関数を直接計算することはできない．さらに，電力の場合，発電コストは電源である火力発電の燃料価格等に大きく依存し，発電スタック (generation stack) 関数と呼ばれる発電コストに対する供給量を表す曲線は強い非線形性をもつ [1]．そのため，供給・需要関数は非線形関数となることが想定され，供給・需要関数の非線形性を反映した推定手法を構築することが必要と考えられる．

このような供給・需要関数推定問題に対し，文献 [12] では，JEPX が公開する各時間帯における売り入札量，買い入札量の合計である売り入札総量，買い入札総量を用いて，入札量を総量で割った値を売り入札率，買い入札率と定義した上で，入札率と価格の関係を表す入札率関数を推定する手法を提案している．入札率関数は， x 軸を与える入札率に入札総量を乗じることで，入札量と価格の関係を表す供給・需要関数に変換することが可能であり，文献 [12] では，入札率関数の推定にノンパラメトリック回帰の一つである一般化加法モデル (GAM) を適用することで，供給・需要関数の非線形性を取り入れた推定を行っている．一方，文献 [12] の手法は，約定価格を売り入札総量，買い入札総量で除した値をそれぞれ売り約定率，買い約定率と定義し，価格に対する売り約定率と買い約定率の回帰モデルから入札率関数 (および入札率関数を変換した供給・需要関数) を構築しているが，売り入札総量，あるいは買い入札総量の大小が約定価格や約定量に与える影響については必ずしも考慮されていない．また，推定する供給・需要関数も，量と価格の関係を表す一般的な陽関数表現に基づくものである．そこで本論文では，供給・需要関数を，売り入札総量，買い入札総量に関する媒介変数を用いて表現することで，媒介変数表示された供給・需要関数を，約定価格と約定量に対する売り入札総量，買い入札総量の回帰モデルから構築する新たな推定手法を提案する．

まず，JEPX スポット電力の供給・需要関数における y 座標を与える価格， x 座標を与える量を，買い入札総量，売り入札総量に関する媒介変数を用いて表現する．つぎに，媒介変数表現された供給・需要関数が，約定量もしくは約定価格を従属変数，買い入札総量，売り入札総量を独立変数とする一般化加法モデル (GAM) を適用することによって構築されることを示す．また，推定関数が供給・需要関数の単調増加性，単調減少性を満たすための条件を導き，単調性を満たさない場合に施す単調化変換の推定精度に与える影響について考察する．さらに，供給・需要関数の媒介変数表現に線形関数を用いた線形モデルと比べて，決定係数や回帰予測値による誤差の改善効果が得られること，および既提案手法である約定率に基づく推定手法と比較して，価格を説明する際の決定係数が向上することを実証的に確認する．

本論文の構成は以下の通りである。第2節では、文献[12]における入札率関数、および約定率を用いた供給・需要関数推定手法の基本的な考え方について説明し、媒介変数表示された供給・需要関数を、約定価格と約定量に対する売り入札総量、買い入札総量の回帰モデルを用いて推定する、本論文における新たな推定手法を導入する。第3-4節では、コントロール変数として気温とカレンダートレンドを追加した分析モデルを提示した上で、推定関数に対する単調化の影響分析、線形関数を用いて供給・需要関数の推定を行う線形モデルとの比較、および文献[12]における約定率に基づく推定手法との比較を実施する。第5節では、まとめと今後の課題を述べる。

2 供給・需要関数の媒介変数表示と推定の基本的考え方

2.1 JEPX スポット電力供給・需要関数推定問題と文献[12]の推定手法概要

JEPXにおけるスポット電力約定処理においては、Fig. 2.1右図に示すような入札価格に対する売り入札量と買い入札量の関係を表す曲線を入札を売り買いでそれぞれ作成し、これらの曲線の交点から約定価格と約定量が決定される[5]。ただし、Fig. 2.1左上の表は、文献[5]で約定処理を説明するために使用されている、電力スポット商品の買い入札注文、売り入札注文の例であり、図の2本の線はこの表を元に作成している。

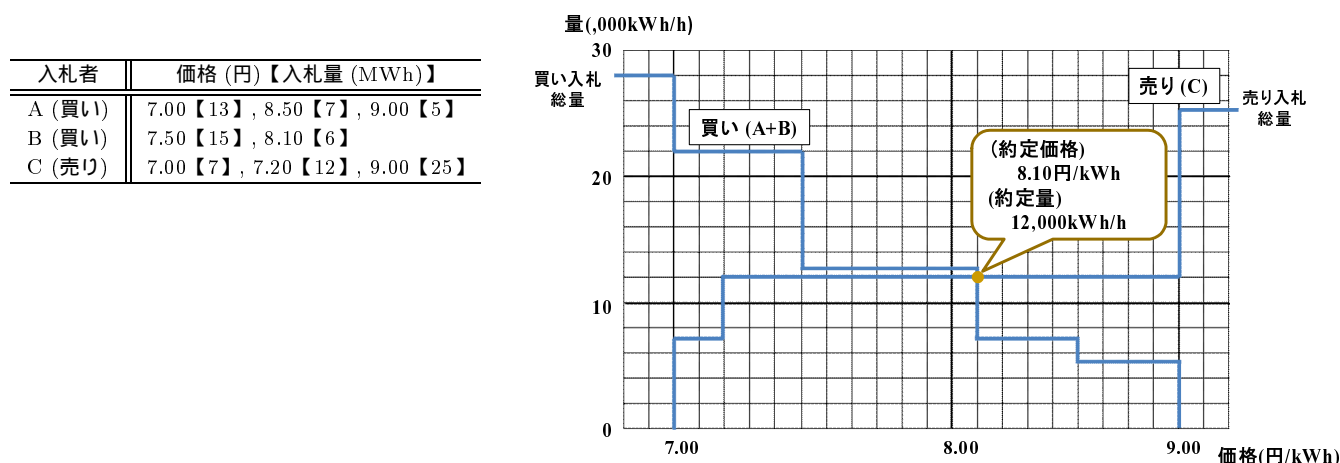


Fig. 2.1: JEPX スポット価格における注文例 (左表) と入札量-価格関数の例

入札が増えれば、Fig. 2.1の階段状の線は、滑らかな単調関数に近づくものと考えられる。Fig. 2.2左図は、多数の入札が行われたものと仮定した上で、入札量と価格の関係を、入札量を x 軸、価格を y 軸として表示した JEPX スポット電力の売り入札関数、買い入札関数の例である。このような売り入札関数は、売り手側が供給することが可能な量と価格の関係を表す単調非減少な関数であり、実務上、JEPX スポット市場の各時間帯ごとの供給関数を与えている。また、買い入札関数は、買い手側が必要とする量と許容される価格の関係を表す、単調非増加な需要関数を与える。このように JEPX では、1日につき 48 商品に関する売り入札、買い入札の価格と量の累積値から供給関数、需要関数を構築し、その交点から各商品の約定量、約定価格を決定しているのだが、個々の入札価格と対応する入札量は非公開である。そのため、公開データのみから、供給・需要関数を直接計算することはできないという問題が生じる。

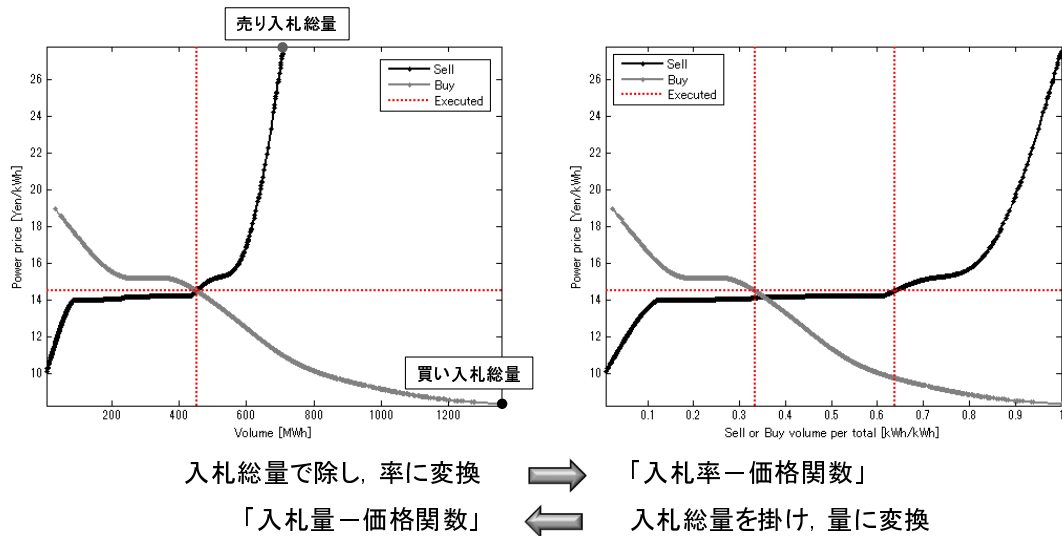


Fig. 2.2: 入札量-価格関数 (左) と入札率関数 (右)

このような問題に対し, 文献 [12] では, JEPX がスポット電力の約定量と約定価格¹に加えて, 各時間帯における売り入札量, 買い入札量の合計である売り入札総量, 買い入札総量を公開していることに着目し, 個々の価格に対する入札量を総量で割った値を売り入札率, 買い入札率として定義した上で, Fig. 2.2 右図に示す, 入札率と価格の関係を与える「入札率関数」を推定する手法を提案している. ただし, 右図の増加曲線 (減少曲線) は, 左図の供給関数 (需要関数) における x 軸の入札量を売り入札総量 (買い入札総量) で割ることで売り入札率 (買い入札率) に変換し, 売り入札率 (買い入札率) と価格との関係を表示したものである. また, 文献 [12] では, 約定量を売り入札総量, 買い入札総量で除した値を, それぞれ, 売り約定率, 買い約定率と呼んでいる. 個々のスポット電力商品に対して, 入札率関数が日付によらず一定であると仮定すれば, 観測データから計算される売り・買い約定率は, 価格に対する入札率関数の断面 (売り入札率, 買い入札率の x 座標) が日々の価格変化とともに観測されたものと考えることができる. 従って, このような断面に関する約定率の観測データを平滑化スプライン関数等を用いて回帰推定することで, 売り入札率関数, 買い入札率関数の推定値が求められる. 売り入札率関数, および買い入札率関数が構築されれば, x 軸の入札率に売り入札総量, 買い入札総量を掛けてスケール変換することによって, Fig. 2.2 左図のような, 入札量と価格の関係を表す供給・需要関数を導出することが可能である². 以上が, 文献 [12] における供給・需要関数推定の基本的な考え方である. 本論文では, 供給・需要関数を, 売り入札総量, 買い入札総量に関する媒介変数を用いて表現することにより, 媒介変数表示された供給・需要関数を求める新たな推定手法を提案する.

2.2 媒介変数表現に基づく供給・需要関数

前項で述べた文献 [12] の手法は, JEPX によって公開されている売り・買い入札総量データに着目し, 入札率関数を約定率の回帰を用いて推定した上で, x 軸の入札率に入札総量を掛け戻すことで, 供給・需要関数 (入

¹JEPX では, システムプライスと呼ばれる, 全国共通の価格で約定した場合の約定価格の指標のみ公開しているが, ここではシステムプライスを約定価格と見なして分析を進める.

²文献 [12] では, 入札率関数と区別するために, 本論文における供給・需要関数のことを「入札量-価格関数」と呼んでいる.

札量-価格関数) を構築するものである。このような推定手法は、 x 軸のスケール変換を用いて、以下のような供給・需要関数の陽関数表現、すなわち x - y 平面上における供給関数 f 、需要関数 g を求めていると捉えられる。

$$y = f(x), \quad y = g(x) \quad (f' > 0, \quad g' < 0)$$

それに対して、本論文で新たに提案する供給・需要関数推定手法は、以下のように媒介変数表現された供給・需要関数を推定することを目的としている。

$$\text{供給関数: } \begin{cases} y_1 = h_y(z_1) \\ x_1 = h_x(z_1) \end{cases}, \quad \text{需要関数: } \begin{cases} y_2 = k_y(z_2) \\ x_2 = k_x(z_2) \end{cases} \quad (2.1)$$

ただし、 (x_1, y_1) は媒介変数 z_1 と関数 h_x, h_y を用いて、 (x_2, y_2) は媒介変数 z_2 と関数 k_x, k_y を用いて表示される、供給関数、需要関数上の (x, y) 座標である。また、媒介変数表示された (2.1) 式の関数が供給、需要関数を与えるためには、 $f' > 0, g' < 0$ に対応する以下の単調性条件を満たす必要があることに注意する。

$$\frac{\partial y_1 / \partial z_1}{\partial x_1 / \partial z_1} = \frac{\partial h_y / \partial z_1}{\partial h_x / \partial z_1} > 0, \quad \frac{\partial y_2 / \partial z_2}{\partial x_2 / \partial z_2} = \frac{\partial k_y / \partial z_2}{\partial k_x / \partial z_2} < 0 \quad (2.2)$$

供給関数、需要関数を媒介変数表示するにあたり、個々の電力スポット商品に対して、供給関数、需要関数の形状は日付によらず一定であると仮定する。この場合、Fig. 2.2 左図で与えられる供給関数は売り入札総量、需要関数は買い入札総量の値によって左右にシフトする。例えば、Fig. 2.2 左図において、買い入札総量が増加すれば、需要関数は右方向にシフトし、供給・需要関数の交点として与えられる約定量と約定価格は、供給関数上の点を右斜め上方向に推移する。一方、買い入札総量が減少すれば、供給・需要関数の交点は逆方向に推移する。結果として、供給関数上の点は、買い入札総量を変化させた際の供給・需要関数の交点の座標によって、買い入札総量を媒介変数として表示することができる。また、売り入札総量を変化させると、供給・需要関数の交点の座標は需要関数上を推移する。すなわち、需要関数上の点は、売り入札総量を媒介変数として表示することができる。以上より、 z_1, z_2 を、それぞれ、買い入札総量、売り入札総量に対応する媒介変数とすれば、供給・需要関数は (2.1) 式のように媒介変数表示される。

z_1, z_2 を買い入札総量、売り入札総量として媒介変数表示した供給・需要関数において、供給関数上の座標 (x_1, y_1) は、 z_1 が増加するにつれて、 x_1, y_1 とともに増加する。また、需要関数上の座標 (x_2, y_2) は、媒介変数 z_2 が増加するにつれて、 x_2 は増加、 y_2 は減少方向に推移する。すなわち、

$$\frac{\partial y_1}{\partial z_1} > 0, \quad \frac{\partial x_1}{\partial z_1} > 0, \quad \frac{\partial y_2}{\partial z_2} < 0, \quad \frac{\partial x_2}{\partial z_2} > 0 \quad (2.3)$$

が成り立つ。(2.3) 式の下、明らかに、(2.2) 式における供給・需要関数の単調性が満たされることが確認できる。

2.3 回帰式の構築と単調性条件

(2.1) 式で表現される供給関数、需要関数上の座標は、それぞれ、買い入札総量、売り入札総量を媒介変数とする関数であるので、約定量と約定価格の観測データに対する買い入札総量と売り入札総量の回帰式をそれぞれ構築することで、関数 h_x, h_y, k_x, k_y が推定されるものと考えられる。ここでは、このような関数 h_x, h_y, k_x, k_y を推定するために構築する回帰式の概要と供給・需要関数の単調性条件について考察する。

第 t 日, 時刻 m に受け渡しを行うスポット電力の約定価格 (システムプライス) を P_t , 約定量を V_t , 売り入札総量を $\bar{V}_{S,t}$, 買い入札総量を $\bar{V}_{B,t}$ と表記する³. このとき, 約定価格 P_t , 約定量 V_t を以下のように表現することを考える.

$$P_t = h_p(\bar{V}_{B,t}) + k_p(\bar{V}_{S,t}) + \epsilon_{p,t} \quad (2.4)$$

$$V_t = h_v(\bar{V}_{B,t}) + k_v(\bar{V}_{S,t}) + \epsilon_{v,t} \quad (2.5)$$

ただし, h_p, k_p, h_v, k_v は平滑化スプライン関数, $\epsilon_{p,t}, \epsilon_{v,t}$ は残差項である. (2.4), (2.5) 式は, $\bar{V}_{B,t}, \bar{V}_{S,t}$ についての平滑化スプライン回帰式であり, 一般化加法モデル (GAM) を用いて推定可能であることに注意する.

ここで, 平滑化スプライン関数, および残差の推定値を $\hat{h}_p, \hat{k}_p, \hat{h}_v, \hat{k}_v, \hat{\epsilon}_{p,t}, \hat{\epsilon}_{v,t}$ とする. このとき, (2.4), (2.5) 式に基づく, 供給・需要関数 (2.1) の推定値は, 次式のように与えられる.

$$\text{供給関数: } \begin{cases} y_1 = h_y(z_1) \equiv \hat{h}_p(z_1) + \hat{k}_p(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\epsilon}_{p,t} \\ x_1 = h_x(z_1) \equiv \hat{h}_v(z_1) + \hat{k}_v(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\epsilon}_{v,t} \end{cases}, \quad (2.6)$$

$$\text{需要関数: } \begin{cases} y_2 = k_y(z_2) \equiv \hat{h}_p(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_p(z_2) + \hat{\epsilon}_{p,t} \\ x_2 = k_x(z_2) \equiv \hat{h}_v(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_v(z_2) + \hat{\epsilon}_{v,t} \end{cases} \quad (2.7)$$

以下, (2.6), (2.7) 式によって与えられる供給・需要関数の性質について考察する. まず, $(z_1, z_2) = (\bar{V}_{B,t}, \bar{V}_{S,t})$ とすると, (2.6), (2.7) 式の右辺は, とともに,

$$\begin{cases} \hat{h}_p(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_p(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\epsilon}_{p,t} \\ \hat{h}_v(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_v(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\epsilon}_{v,t} \end{cases} \quad (2.8)$$

によって与えられる. 一方, $\hat{h}_p, \hat{k}_p, \hat{h}_v, \hat{k}_v, \hat{\epsilon}_{p,t}$ は, 約定量と約定価格の観測値 (V_t, P_t) に対して,

$$\begin{aligned} P_t &= \hat{h}_p(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_p(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\epsilon}_{p,t} \\ V_t &= \hat{h}_v(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_v(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\epsilon}_{v,t} \end{aligned} \quad (2.9)$$

を満たすので, (2.6), (2.7) 式で与えられる供給・需要関数の交点は, $(x, y) = (V_t, P_t)$ に一致する. すなわち, これらの供給・需要関数は, 交点が約定量と約定価格を与えるという均衡条件を満たしている.

つぎに, (2.6), (2.7) 式を推定する際に用いる回帰式 (2.4), (2.5) について考察する. 供給関数 (2.6) の推定に (2.4), (2.5) 式を適用することは, 売り入札総量 $\bar{V}_{B,t}$ の関数として P_t, V_t を表現する際に, 買い入札総量 $\bar{V}_{S,t}$ をコントロール変数として設定していると解釈することができる. すなわち, $\bar{V}_{S,t}$ の影響をコントロールした上で, P_t, V_t を $\bar{V}_{B,t}$ の関数として推定することを目的とした回帰式と捉えることができる. 一方, 需要関数 (2.7) の推定においても, $\bar{V}_{B,t}$ の影響をコントロールした上で, P_t, V_t を $\bar{V}_{S,t}$ の関数として推定しているものと捉えられる. このように, 回帰式 (2.4), (2.5) は, もう一方の変数で互いにコントロールしながら, 媒介変数表現を与える関数を推定しているものと考えられる.

推定関数を用いれば, 単調性条件 (2.3) は以下のように与えられる.

$$\frac{\partial \hat{h}_p}{\partial z_1} > 0, \quad \frac{\partial \hat{h}_v}{\partial z_1} > 0, \quad \frac{\partial \hat{k}_p}{\partial z_2} < 0, \quad \frac{\partial \hat{k}_v}{\partial z_2} > 0 \quad (2.10)$$

³記法を簡単にするため, 特に断りがない限り時間帯に関する引数 m は省略するが, 全ての変数や回帰推定値等は, 時間帯ごとに観測, あるいは推定されるものとする. なお, JEPX においては 30 分ごとの送電に対して価格が観測されるが, 本論文では, 同一時間帯における 0 分と 30 分の変数の平均を求めた値を時刻 m の約定価格, 約定量, 入札総量として使用する.

このような単調性条件を，回帰式 (2.4), (2.5) における被説明変数 (約定価格 P_t , 約定量 V_t) と説明変数 (売り入札総量 $\bar{V}_{S,t}$, 買い入札総量 $\bar{V}_{B,t}$) との関係から考察すると以下の通りである．まず，約定量 V_t に与える影響については，仮に入札総量に対する約定量の割合 (約定率) が一定の場合，入札総量の増加は約定量の増加につながることから， \hat{h}_v, \hat{k}_v は $\bar{V}_{S,t}, \bar{V}_{B,t}$ について増加関数であることが想定される．一方 P_t については，売り入札総量の増加は供給量の増加を意味するので価格の減少方向，買い入札総量の増加は需要量の増加を意味するので価格の増加方向に影響を及ぼすものと考えられる．このように，被説明変数である約定価格 P_t , 約定量 V_t と説明変数である売り入札総量 $\bar{V}_{S,t}$, 買い入札総量 $\bar{V}_{B,t}$ の関係から想定される条件は，(2.10) 式の単調性条件と一致することが分かる．

(2.4), (2.5) に GAM を適用することで推定される平滑化スプライン関数 $\hat{h}_p, \hat{k}_p, \hat{h}_v, \hat{k}_v$ は，一般に単調性条件を満たさない．このように単調性が満たされない場合，文献 [12] と同様に二次計画問題を解くことによって，推定した平滑化スプライン関数を標本点上で単調性を満たすように変換することが可能である⁴．次節以降では，JEPX スポット電力の実績データに対して提案手法を適用し，推定関数が単調性を満たさない場合に施す単調化変換の推定精度に与える影響について考察する．さらに，供給・需要関数の媒介変数表現に線形関数を用いた線形モデルと比べて，非線形 (ノンパラメトリック) 関数を用いた方が決定係数や回帰予測値による誤差の改善効果が得られること，および既提案手法である約定率に基づく推定手法と比較して，価格を説明する際の決定係数が向上することを実証的に確認する．なお，本論文では，決定係数 R^2 を次式によって定義し，単調化の影響評価や線形モデルとの比較等を行うことにする．

$$\text{決定係数 } R^2 := 1 - \frac{\text{残差の標本分散}}{\text{被説明変数の標本分散}} \quad (2.11)$$

ただし，単調化前後の比較や線形モデルとの比較において，被説明変数は共通 (P_t もしくは V_t) としているので，(2.11) 式で計算される決定係数を比較することは，残差標本分散を比較することと基本的には等価であることに注意する．

3 実証分析 1: 単調化の影響分析と線形モデルとの比較

本論文では，分析データとして，JEPX システムプライス，約定量，売り入札総量，買い入札総量，および文献 [12] と同様に構築する全国気温インデックス値の実績データを使用する⁵．また，JEPX スポット電力は 2005 年 4 月 1 日から取引が開始されているが，2005 年 8 月 7 日までは約定量に欠測値が存在するので，本分析では，データ期間の起点を 2005 年 8 月 8 日，終点を 2014 年 9 月 30 日に設定する．この場合，時系列方向のサンプル数は $N = 3341$ ($t = 1, \dots, 3341$) である．

⁴文献 [9] では，3 次スプライン関数に単調性の制約を課し，補間するための手法を提案している

⁵本論文で用いる JEPX スポット電力に関する時系列データは，JEPX ホームページ (<http://www.jepx.org/market/index.html>) よりダウンロードしている．全国気温インデックスは，気象庁ホームページ「全国の気温」でカバーする国内 20 都市の時間ごと (1 日につき 24 時間分) の気温を，地域別人口で加重平均したものである．具体的には，下記 20 都市 (<http://www.jma.go.jp/jp/yoho/>) の気温データを <http://www.data.jma.go.jp/gmd/risk/obsdl/> より取得し計算している．

釧路, 旭川, 札幌, 青森, 秋田, 仙台, 新潟, 金沢, 東京, 宇都宮, 長野, 名古屋, 大阪, 高松, 松江, 広島, 高知, 福岡, 鹿児島, 那覇

なお，全国人口データは総務省統計局 HP (<http://www.stat.go.jp/data/jinsui/index.htm>) より 2013 年 10 月 1 日時点推計値を取得し，上記都市を含むもしくは近接する重複しない複数の県の人口で，JEPX システムプライスと同期間の各都市時間別気温 (午前 0 時-23 時) に対する加重平均値を求めた．ただし，北海道の場合は全人口を札幌, 釧路, 旭川で 1/2, 1/4, 1/4 に按分した．

3.1 分析モデル

まず，約定価格 P_t ，約定量 V_t に対して，(2.4)，(2.5) 式に対応する，売り入札総量 $\bar{V}_{S,t}$ と買い入札総量 $\bar{V}_{B,t}$ を説明変数とする GAM を導入する．ただし，本論文では，文献 [12] と同様に，以下に示す変数をコントロール変数として追加した上で，次式の分析モデルを構築する．

$$P_t = h_p(\bar{V}_{B,t}) + k_p(\bar{V}_{S,t}) + u_p(T_t) + \beta_{1p}Mon_t + \cdots + \beta_{6p}Sat_t + \beta_{7p}Holiday_t + \beta_{8p}Period_t + \varepsilon_{p,t} \quad (3.1)$$

$$V_t = h_v(\bar{V}_{B,t}) + k_v(\bar{V}_{S,t}) + u_v(T_t) + \beta_{1v}Mon_t + \cdots + \beta_{6v}Sat_t + \beta_{7v}Holiday_t + \beta_{8v}Period_t + \varepsilon_{v,t} \quad (3.2)$$

T_t : 第 t 日における時間帯ごとの全国気温インデックス値．

$Mon_t, Tue_t, \dots, Sat_t$: 曜日効果を表すダミー変数．例えば $Mon_t = 1$ (月曜) or 0 (それ以外) など．

$Holiday_t$: 休日効果を表すダミー変数 (祝日なら 1，それ以外 0)．

$Period_t$: 長期線形トレンドを表す日次ダミー変数 ($t = 1, \dots, N$)．

ただし， $h_p, k_p, h_v, k_v, u_p, u_v$ は平滑化スプライン関数， $\beta_{ip}, \beta_{iv}, i = 1, \dots, 8$ は回帰係数， $\varepsilon_{p,t}, \varepsilon_{v,t}$ は残差項である．また，前節と同様，時間帯に関する引数 m は省略されているが，全ての変数，平滑化スプライン関数，および回帰係数は，時間帯ごとに観測，あるいは推定されるものとする．

h_p, k_p, h_v, k_v の推定値を， $\hat{h}_p, \hat{k}_p, \hat{h}_v, \hat{k}_v$ とし，(3.1)，(3.2) 式における右辺第 3 項以降の気温トレンド，曜日・祝日・長期トレンド，残差項の推定値を足し合わせたものを $\hat{\varepsilon}_{p,t}, \hat{\varepsilon}_{v,t}$ と表記する．このとき，(第 t 日における) 供給・需要関数の推定値は， z_1, z_2 を媒介変数として，以下のように表現される．

$$\text{供給関数:} \quad \begin{cases} y_1 &= \hat{h}_p(z_1) + \hat{k}_p(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\varepsilon}_{p,t} \\ x_1 &= \hat{h}_v(z_1) + \hat{k}_v(\bar{V}_{S,t}) + \hat{\varepsilon}_{v,t} \end{cases}, \quad (3.3)$$

$$\text{需要関数:} \quad \begin{cases} y_2 &= \hat{h}_p(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_p(z_2) + \hat{\varepsilon}_{p,t} \\ x_2 &= \hat{h}_v(\bar{V}_{B,t}) + \hat{k}_v(z_2) + \hat{\varepsilon}_{v,t} \end{cases} \quad (3.4)$$

ただし， $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ は，それぞれ， x - y 平面上における供給・需要関数の座標である．

3.2 単調化の影響分析

前節の最後に述べたように，GAM (3.1)，(3.2) で推定される平滑化スプライン関数 $\hat{h}_p, \hat{k}_p, \hat{h}_v, \hat{k}_v$ は，一般に単調性条件を満たさないが，文献 [12] と同様に二次計画問題を解くことによって，推定した平滑化スプライン関数を標本点上で単調性を満たすように変換することが可能である．ここでは，このような平滑化スプライン関数の単調化の影響について考察する．具体的には，GAM (3.1)，(3.2) における入札総量のスプライン関数の推定値と，単調化変換を適用したものとを比較する⁶．

Fig. 3.1, Fig. 3.2 は，それぞれ，価格を被説明変数とする GAM (3.1) における，売り入札総量の関数，および買い入札総量の関数の推定結果である．ただし，Fig. 3.1 (あるいは Fig. 3.2) 左図は，価格を被説明変数とした際の売り (あるいは買い) 入札総量の平滑化スプライン関数を，午前 1 時から 4 時間ごとに表示したも

⁶本論文では，R3.0.2 (<http://cran.r-project.org/>) のパッケージ `mgcv` 内の関数 `gam()` を用いて GAM を構築する．なお，`gam()` では，平滑化パラメータの算出に一般化クロスバリデーション規準 [8] を採用している．

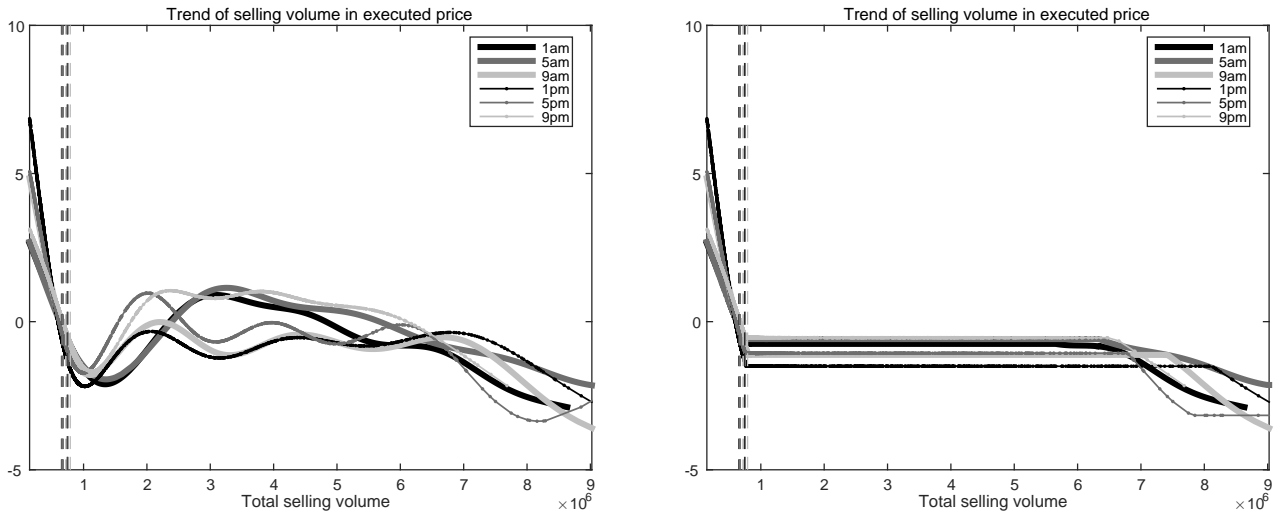


Fig. 3.1: 価格に対する売り入札総量のスプライン関数 (左: 単調化前, 右: 単調化後)

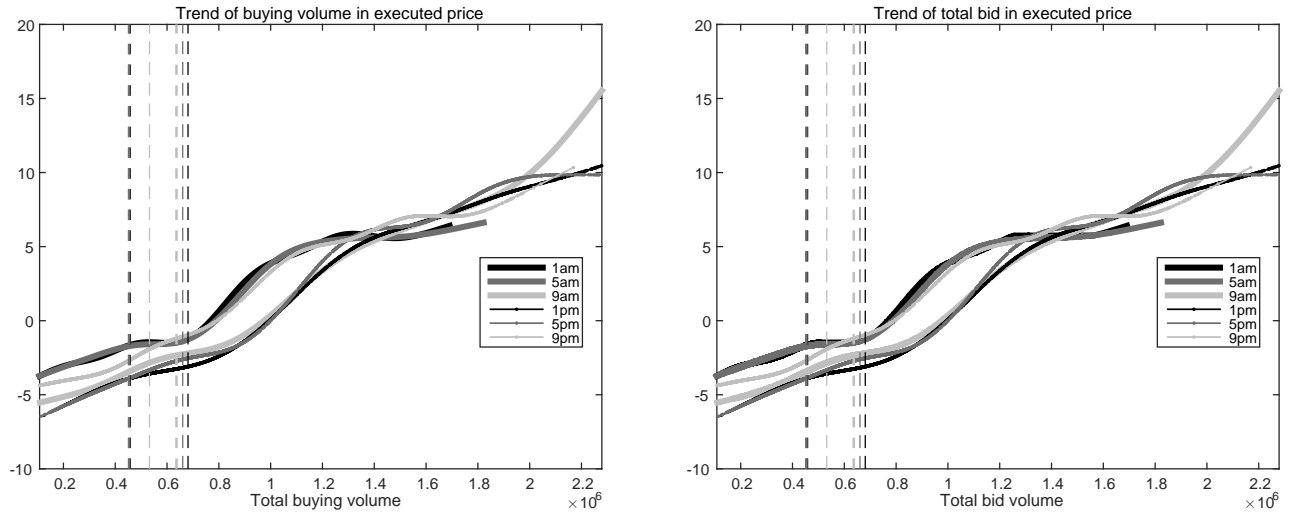


Fig. 3.2: 価格に対する買い入札総量のスプライン関数 (左: 単調化前, 右: 単調化後)

のであり、右図は、左図を単調化変換したものである。また、垂直な破線は、横軸が示す約定量の中間値を表す。なお、これらのスプライン関数は平均値が0になるように標準化されていることに注意する。垂直な破線が中央値を与えることに注意すると、入札総量が中央値を下回るところでは、売り入札総量の減少が価格の増加につながることを確認できる。一方、入札総量が中央値を上回る際は、売り入札総量と価格にこれといった関係が見られず、単調性の条件も満たされない。結果として、単調変換後の関数の形状も、入札総量が中央値を上回るところでフラットになる。

一方、Fig. 3.3, Fig. 3.4 が示す、約定量を被説明変数とする GAM (3.2) における売り入札総量の関数、買い入札総量の関数の推定結果からは、売り、買いともに単調性の条件がほぼ満たされることが分かる。ただし、Fig. 3.1, Fig. 3.2 と同様に、これらの図は、約定量を被説明変数とした際の売り、あるいは買い入札総量の平滑化スプライン関数を午前1時から4時間ごとに表示したものであり、右図は、左図を単調化変換したものである。このように、入札総量を与える影響は、約定量については売り、買いともに増加方向に、約定価格については、買い入札総量の増加は価格に対して正方向に影響を与えるものの、売り入札総量は中央値を上回るあたりで必ずしも価格の減少方向に強く影響を与えるものではないことが分かる。

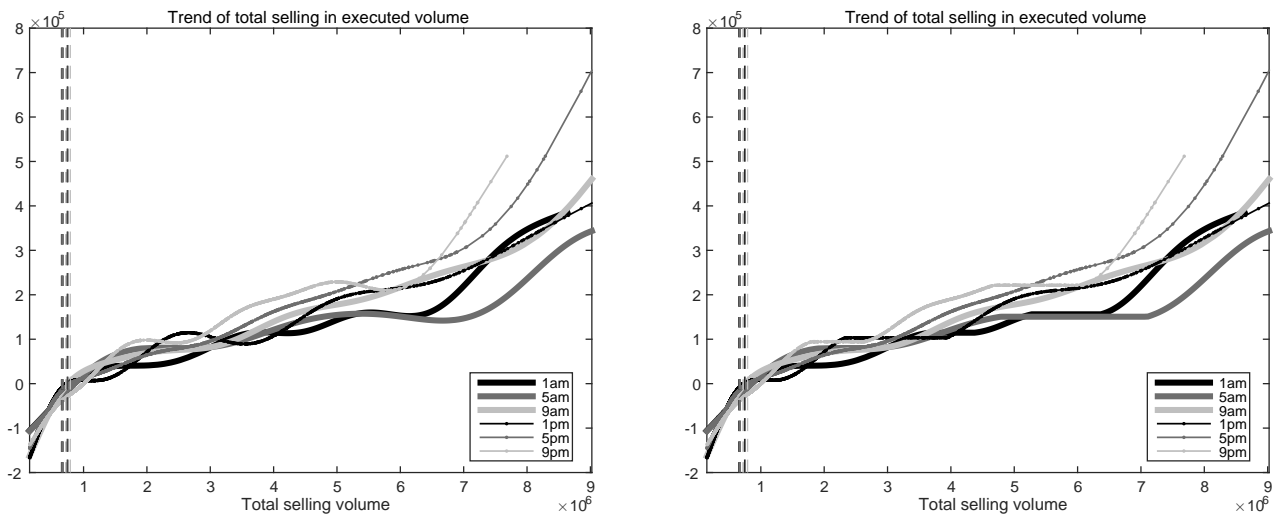


Fig. 3.3: 約定量に対する売り入札総量のスプライン関数 (左: 単調化前, 右: 単調化後)

Fig. 3.1–Fig. 3.4 における右図の単調変換後の関数は単調性条件 (2.10) を満たすので、これらを用いて、供給関数、需要関数は (3.3), (3.4) 式のように構築される。このように単調変換後の関数を用いて新たに計算される決定係数は、単調変換前の GAM (3.1), (3.2) の決定係数より低下するが、このような決定係数は、GAM (3.1), (3.2), あるいは単調変換後の回帰式から推定される回帰予測値と実際に観測される約定量、約定価格の実績値との誤差 (残差) を用いて (2.11) 式のように計算される⁷。これら決定係数の差が大きい程、単調変換の影響は大きいものと考えられる。Fig. 3.5 は、単調変換後の決定係数を単調変換前の GAM (3.1), (3.2) の決定係数と比較したものである。ただし、左図 (あるいは右図) の黒の実線は、価格 (あるいは約定量) を被説明変数とする GAM (3.1) (あるいは GAM (3.2)) を各時間帯ごとに当てはめた際の単調変換後の決定係数であ

⁷(2.11) 式によって決定係数を計算する際の残差標本分散については、(3.1), (3.2) 式の残差 $\varepsilon_{p,t}$, $\varepsilon_{v,t}$ の推定値を、単調化前後で算出したものを用いる。

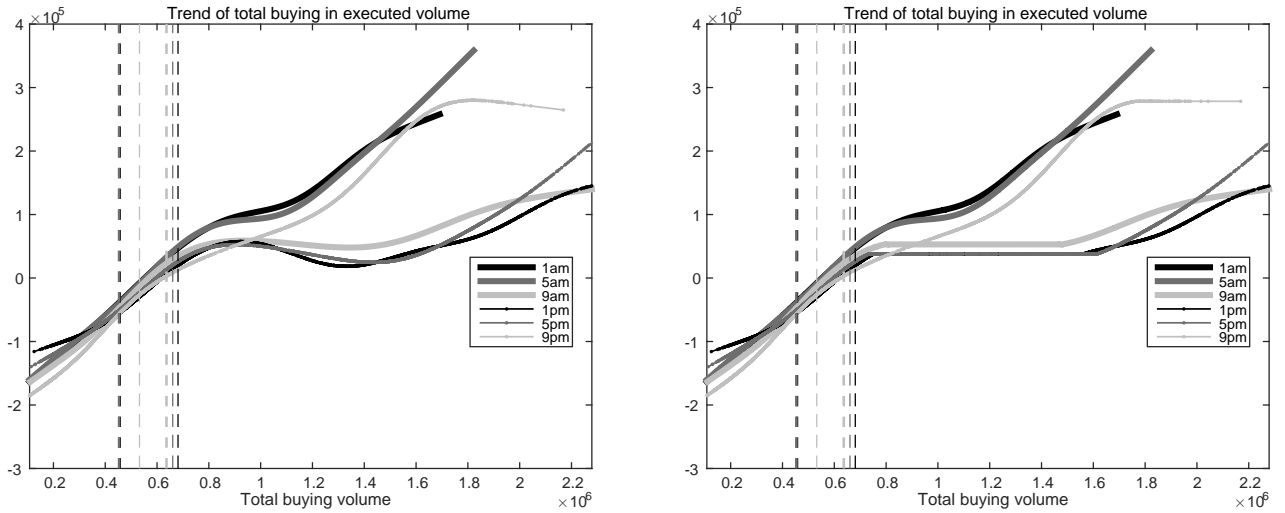


Fig. 3.4: 約定量に対する買い入札総量のスプライン関数 (左: 単調化前, 右: 単調化後)

り、実線上から表示されているグレーの線分の長さは、単調変換前の決定係数との差を表している。また、点線は、このような単調変換後の決定係数と変換前の値との差を、右側の軸で与えられる目盛で表示したものである。なお、単調変換後の決定係数を定義する残差は、売り、買い両方のスプライン関数単調化による誤差を含むが、約定量を被説明変数とする GAM (3.2) における単調化の場合、決定係数の差は全ての時間帯で 1% 以下であり、単調化による決定係数の低下はほとんど観測されていない。一方、左図の価格を被説明変数とする GAM (3.2) における単調化の場合、決定係数の差は 1%–4% 以下と小さな値の範囲内ではあるが、右図の場合よりは差が開く傾向にある。

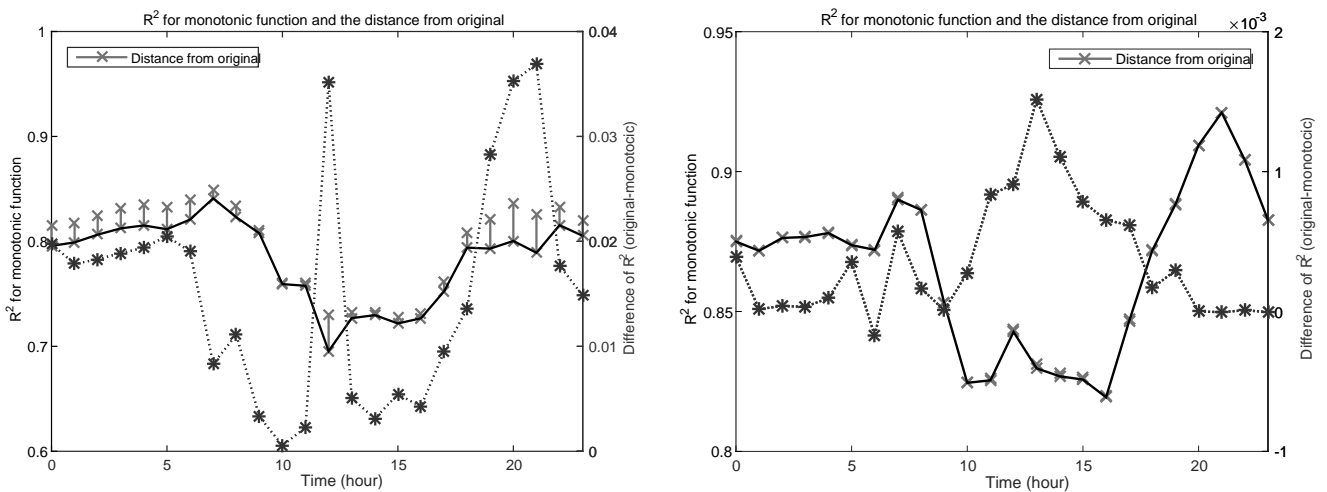


Fig. 3.5: 単調変換前後の決定係数の比較 (左: 価格に関する GAM (3.1), 右: 約定量に関する GAM (3.2))

3.3 線形モデルとの比較

本論文で提案する媒介変数表示に基づく供給・需要関数の推定モデルは、媒介変数表示関数の推定にノンパラメトリック回帰モデルの一つである GAM を適用しているが、 $\bar{V}_{B,t}$, $\bar{V}_{S,t}$ に関する平滑化スプライン関数の代わりに線形関数を適用する場合、推定される供給・需要関数も線形となる．そこで、入札総量の平滑化スプライン関数 h_p, k_p, h_v, k_v を、以下のように線形関数で置き換えて (3.1), (3.2) 式との比較を行うことにより、供給・需要関数の推定に非線形な平滑化スプライン関数を用いることの改善効果を見積もることができる．

$$P_t = \beta_{hp}\bar{V}_{B,t} + \beta_{kp}\bar{V}_{S,t} + u_p(T_t) + \beta_{1p}Mon_t + \dots + \beta_{6p}Sat_t + \beta_{7p}Holiday_t + \beta_{8p}Period_t + c_p + \varepsilon_{p,t} \quad (3.5)$$

$$V_t = \beta_{hv}\bar{V}_{B,t} + \beta_{kv}\bar{V}_{S,t} + u_v(T_t) + \beta_{1v}Mon_t + \dots + \beta_{6v}Sat_t + \beta_{7v}Holiday_t + \beta_{8v}Period_t + c_v + \varepsilon_{v,t} \quad (3.6)$$

ただし、 $\beta_{hp}, \beta_{kp}, \beta_{hv}, \beta_{kv}$ は回帰係数、 c_p, c_v は定数項である．なお、記法を簡単にするため、 u_p, u_v や他の回帰係数は、(3.1), (3.2) 式と同様に表記しているが、全ての回帰係数や平滑化スプライン関数は、(3.1), (3.2) 式とは独立に推定されることに注意する．なお、本節では、便宜上、線形関数を用いて推定した供給・需要関数を「線形モデル」、非線形なノンパラメトリック関数を用いて推定した供給・需要関数を「非線形モデル」と呼ぶことにする．

Fig. 3.6 は、両モデルにおける回帰式 (3.1), (3.2), および (3.5), (3.6) の決定係数を、各時間帯について比較したものである．ただし、左図の実線は、価格を被説明変数とする (単調化後の) 非線形モデルの回帰式 (3.1) の決定係数を各時間帯ごとに表示したものであり、破線は線形モデルの回帰式 (3.5) の決定係数である．また、右図は、同様の比較を、約定量を被説明変数とする (単調化後の) 非線形モデルの回帰式 (3.1), および線形モデルの回帰式 (3.5) に対して行っている．なお、これらの図の縦軸の目盛は、最大値と最小値は異なるものの、同一スケールで表示されていることに注意する．

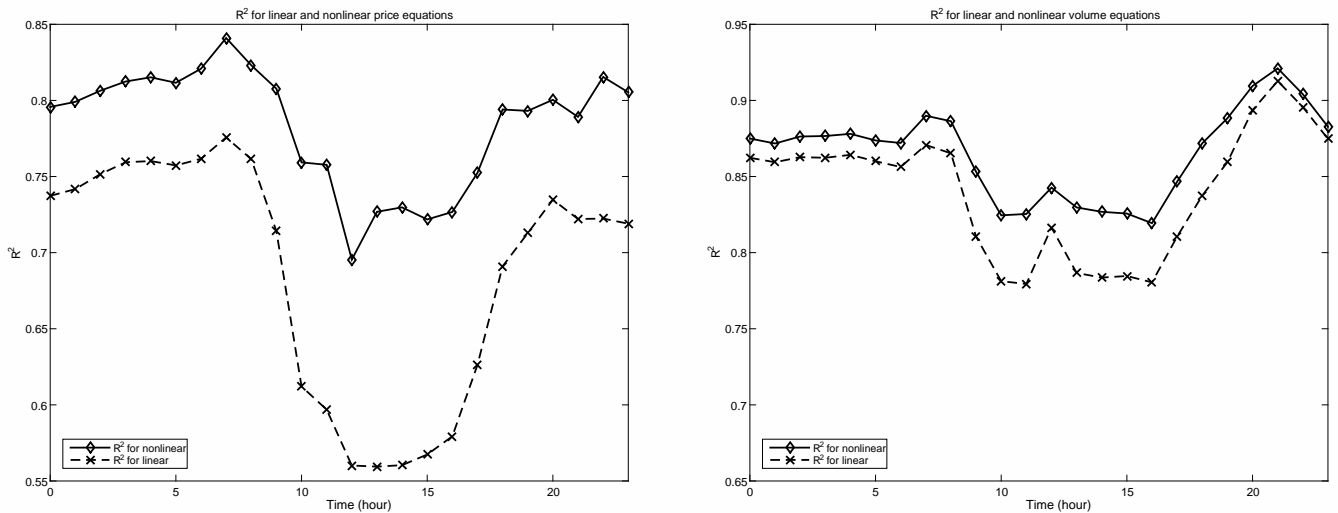


Fig. 3.6: 決定係数の比較 (左: 価格に関する式, 右: 約定量に関する式, 実線: 非線形モデル, 破線: 線形モデル)

まず、右図の約定量を被説明変数とする回帰式における決定係数の比較では、線形の場合でも決定係数の値は高いものの、非線形関数を用いることによって決定係数が改善されていることが分かる．一方、左図の価格を被説明変数とする回帰式では、非線形モデルの場合も (約定量に対してのものと比較して) 決定係数の値が低

下しているが、昼間の時間帯を中心に、線形モデルの方が低下の度合いが大きい。Fig. 3.7 は、このような決定係数間の差異を見るために、非線形モデルにおける決定係数から線形モデルにおける決定係数を引いた値を、価格と約定量の回帰式についてそれぞれ表示したものである。ただし、実線は、価格に対する回帰式の決定係数の差であり、破線は約定量に対するものである。これらの比較から、決定係数に関しては、非線形モデルを用いることによって、特に昼間の時間帯を中心に、相対的に高い改善効果が得られていることが分かる。

本論文で新たに提案した供給・需要関数の推定手法においては、価格に対する回帰式の残差は y 軸方向における価格の実績値 P_t と回帰予測値 \hat{P}_t との誤差 $P_t - \hat{P}_t$ 、約定量に対する回帰式の残差は x 軸方向における約定量の実績値 V_t と回帰予測値 \hat{V}_t との誤差 $V_t - \hat{V}_t$ を与えるものと捉えることができる。したがって、実績値の座標 $(x, y) = (V_t, P_t)$ と回帰予測値の座標 $(\hat{x}, \hat{y}) = (\hat{V}_t, \hat{P}_t)$ との距離の 2 乗は、 x 軸方向と y 軸方向の残差の 2 乗の和、すなわち、

$$(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2 = (V_t - \hat{V}_t)^2 + (P_t - \hat{P}_t)^2 \quad (3.7)$$

によって計算される。(3.7) 式右辺で定義される実績値との距離は、回帰予測値で実績値を予測した場合の予測誤差の 2 乗と考えられ、また予測誤差の 2 乗の標本平均は、予測誤差の標本分散を与える。実際に、(3.7) 式から計算される予測誤差の標本分散は、約定量に対する回帰式の残差分散と価格に対する回帰式の残差分散の和であり、本論文ではこの残差分散の和のことを、線形の場合は線形モデルの誤差分散、非線形の場合は線形モデルの誤差分散と呼ぶことにする。このとき、非線形モデルを用いることによる誤差分散改善率を、

$$\text{誤差分散改善率} := \frac{\text{非線形モデルの誤差分散}}{\text{線形モデルの誤差分散}} \quad (3.8)$$

によって定義すると、この値が 1 を下回りかつ低い値をとるほど、非線形モデルによる誤差の改善効果が高いことが分かる。Fig. 3.8 は、このように定義される誤差改善率を各時間帯について計算したものである。結果が示唆する改善効果は、Fig. 3.7 が示すものとほぼ同様の傾向であるが、全体的に見ても、非線形モデルを利用することにより、特に昼間の時間帯に高い改善効果が得られることが観測されている。

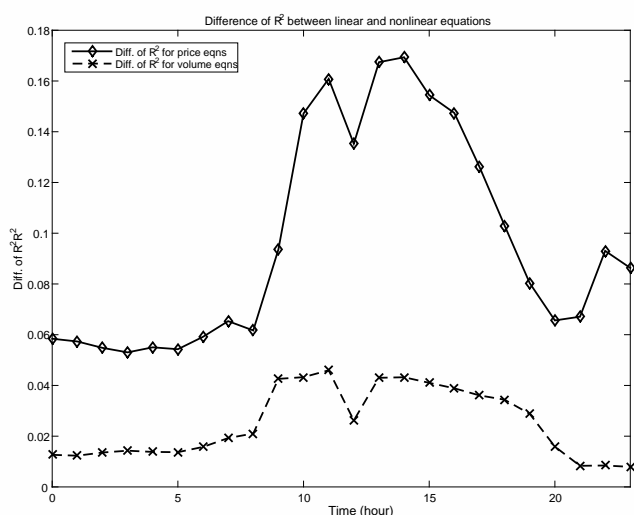


Fig. 3.7: 決定係数の差の比較 (実線: 価格に関する回帰式, 破線: 約定量に関する回帰式)

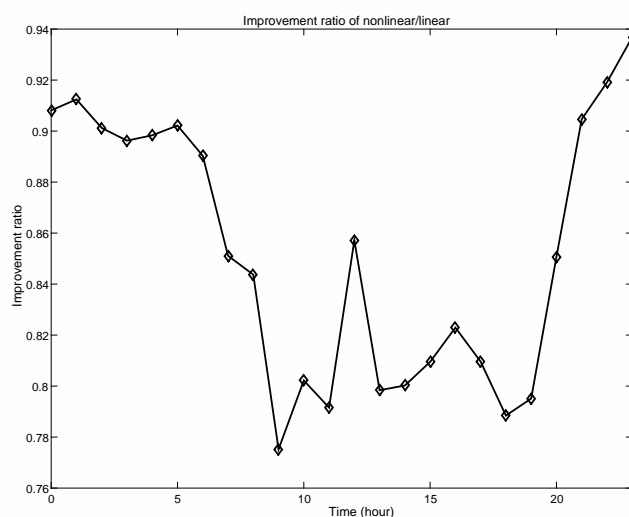


Fig. 3.8: 誤差分散改善率の比較

4 実証分析 2: 約定率に基づく推定手法との比較

文献 [12] では、観測データから JEPX スポット市場の供給・需要曲線を構築するため、入札量を総量で割った値を入札率と定義し、入札率と価格の関係を表す関数 (あるいは入札率関数) を推定した上で、供給・需要曲線を与える入札量-価格関数 (あるいは入札関数) に変換する手法を提案している。本節では、文献 [12] の手法を約定率に基づく推定手法 (あるいは約定率モデル) と呼ぶこととし、本論文で提案した手法である供給・需要関数の媒介変数表示推定モデルとの比較を行う。

4.1 約定率に基づく供給・需要関数

第 t 日における時刻 m の時間帯価格を P_t , 約定量を V_t , 売り入札総量を $\bar{V}_{S,t}$, 買い入札総量を $\bar{V}_{B,t}$, 売り約定率を $S_t := V_t/\bar{V}_{S,t}$ (Sell matching rate), 買い約定率を $B_t := V_t/\bar{V}_{B,t}$ (Buy matching rate) と表記する⁸。文献 [12] の推定手法においては、売り入札率関数 \bar{f} , 買い入札率関数 \bar{g} を次式の GAM から推計することで、入札率関数を構築している。

$$P_t = f(S_t) + g(B_t) + h(T_t) + \beta_1 Mon_t + \dots + \beta_6 Sat_t + \beta_7 Holiday_t + \beta_8 Period_t + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

ただし、 f, g, h は平滑化スプライン関数、 T_t は第 t 日における時刻 m の全国気温インデックス、 ε_t は残差項であり、ダミー変数等は (3.1), (3.2) 式と同様に定義される。

GAM (4.1) の第 3 項以降は、下記に示す売り約定率関数 \bar{f} , 買い約定率関数 \bar{g} を構築する際の共通項 (システムティック・ファクター) を与える。ここでは、システムティック・ファクターをまとめて、

$$Systematic_t = h(T_t) + \beta_1 Mon_t + \dots + \beta_6 Sat_t + \beta_7 Holiday_t + \beta_8 Period_t \quad (4.2)$$

のように記述する。また、 \bar{f}_t, \bar{g}_t を以下のように定義する。

$$\bar{f}_t(r_S) = f(r_S) + g(B_t) + Systematic_t, \quad \bar{g}_t(r_B) = g(r_B) + f(S_t) + Systematic_t \quad (4.3)$$

(4.3) の 2 式における第 1 項以外の項は、時点 t における説明変数の観測値 (あるいは予測値) が与えられれば固定されることに注意する。 f, g が、それぞれ単調増加、単調減少であれば、 $\bar{f}_t(r_S), \bar{g}_t(r_B)$ は $r_S = S_t, r_B = B_t$ で唯一の交点を持ち、このときの交点 $\bar{f}_t(S_t) = \bar{g}_t(B_t)$ は P_t の推定値を与える。観測値として価格 P_t も与えられれば、残差 ε_t も計算されるので、 \bar{f}_t, \bar{g}_t を

$$\bar{f}_t(r_S) = f(r_S) + g(B_t) + Systematic_t + \varepsilon_t, \quad \bar{g}_t(r_B) = g(r_B) + f(S_t) + Systematic_t + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

のように再定義すれば、価格の実績値 P_t に対し、 $\bar{f}_t(S_t) = \bar{g}_t(B_t) = P_t$ が成り立つ。このように、 \bar{f}_t, \bar{g}_t は、それぞれ、観測変数に関する実績値が与えられた際の、売り入札率関数、買い入札率関数の推定値を与える。一方、 S_t, B_t を所与として、将来時点の価格を予測するようなケースにおいては、残差 ε_t を 0 に設定することも考えられる。このような場合は、(4.3) 式の \bar{f}_t, \bar{g}_t を、売り入札率関数、買い入札率関数の推定値として

⁸前節までと同様に、同一時間帯における 0 分と 30 分の各変数の平均値を時間帯価格、約定量、入札総量として使用し、(時間帯に関する引数 m は省略されているが) 全ての変数、および以降で導入する平滑化スプライン関数、回帰係数は、時間帯ごとに観測、あるいは推定されるものとする。

利用することが可能である。また，一旦，入札率関数が推定されれば，供給・需要関数は， $x-y$ 平面上で以下のように与えられる。

$$y = \bar{f}_t(x/\bar{V}_{S,t}), \quad y = \bar{g}_t(x/\bar{V}_{B,t}) \quad (4.5)$$

ただし， $\bar{V}_{S,t}$, $\bar{V}_{B,t}$ は，それぞれ，売り入札総量, 買い入札総量である。

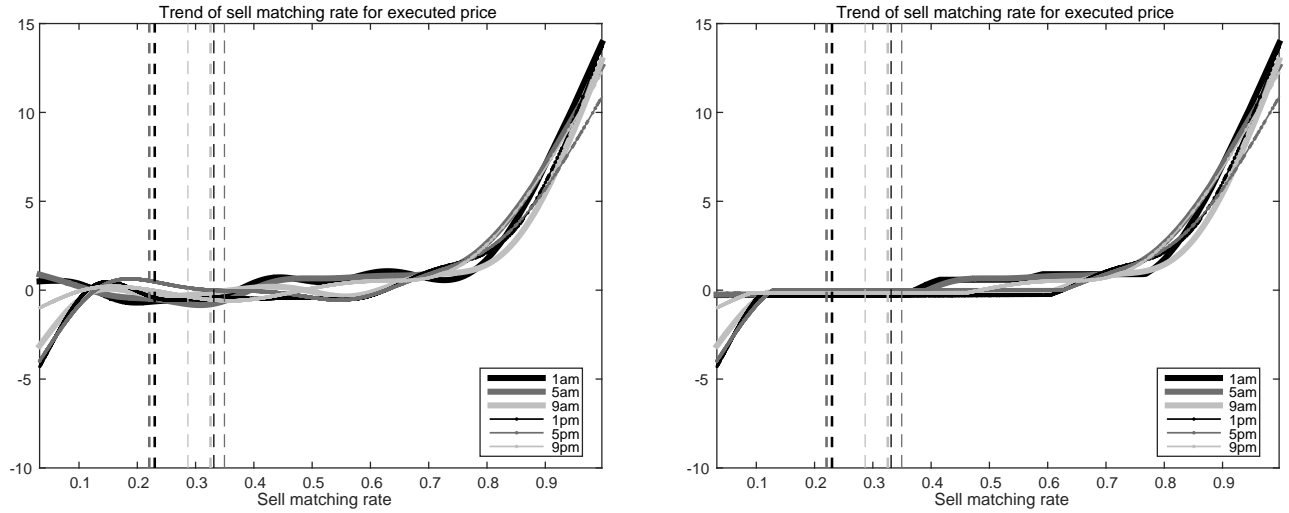


Fig. 4.1: 価格に対する売り約定率のスプライン関数 (左: 単調化前, 右: 単調化後)

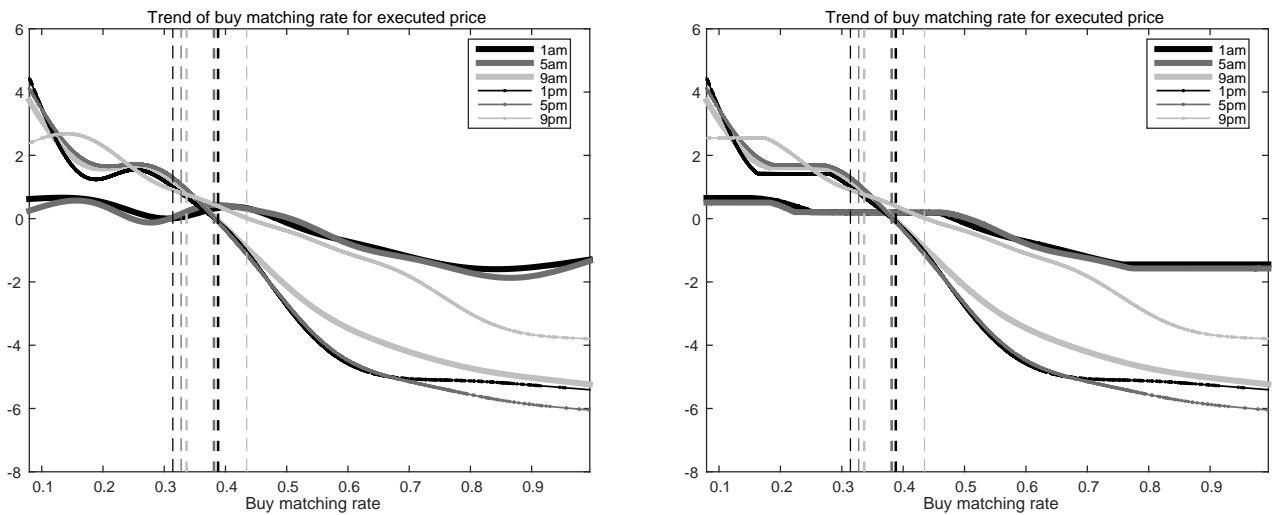


Fig. 4.2: 価格に対する買い約定率のスプライン関数 (左: 単調化前, 右: 単調化後)

Fig 4.1, Fig 4.2 は，GAM (4.1) を適用して約定率の平滑化スプライン関数を推定した際の推定結果を，単調変換前 (右図) と後 (左図) で表示したものである。まず，Fig. 4.1 に示す売り約定率のスプライン関数推定結果からは，約定率が 0.7 を上回るあたりから約定率の上昇とともに価格が大きく上昇し，約定率の上昇に対

する価格感応度も高いことが分かる。売り入札の原資を与えると考えられる火力発電の場合、発電コストの高い発電所の電力ほど高い価格で入札されるものと考えられるが、約定率が高い場合、通常は約定されない高い価格の電力も約定されるので、このような急激な価格上昇が生じるものと考えられる。特に、約定率が0.9以上の場合と0.7以下の場合では全ての時間帯において価格に10円程度の差があり、売り約定率が高い値で推移した場合、約定率の変化が価格の大幅な上昇につながることを示唆される。

Fig. 4.2の買い約定率についてのスプライン関数推定結果からは、売りのケースとは逆に約定率の低下にともなう価格の上昇が観測される。ただし、買い約定率のスプライン関数の場合、日中と夜間で傾向が異なり、夜間の方は時間帯ごとに形状が若干異なる。一方、日中の場合、約定率が減少するにつれて価格は緩やかに上昇するが、0.6以下のところで傾きが急になり、中央値に近い0.3-0.35以下のあたりで一度フラットになる。さらに、約定率が0.2を下回るあたりで価格が大きく上昇することが見てとれる。

Fig. 4.3の実線は、単調変換後の決定係数を、点線で与えられる単調化前の決定係数との差とともに表示したものである。ただし、Fig. 3.5と同様に、実線上から表示されているグレーの線分の長さは、単調変換前の決定係数との差を表し、決定係数の差は右側縦軸の目盛で表示されている。約定率のスプライン関数においても、決定係数の差で与えられる単調化の影響は微小であることが、Fig. 4.3から観測されることが分かる。

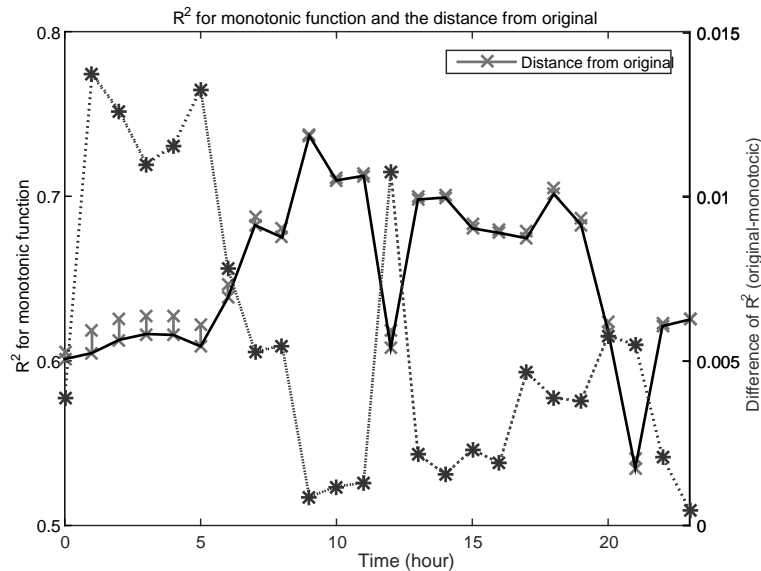


Fig. 4.3: 単調変換前後の決定係数の比較

4.2 約定率モデルと媒介変数表示推定モデルの比較

約定率に基づく推定手法では、価格を被説明変数とする GAM (4.1) を適用して供給・需要関数を構築するのに対して、媒介変数表示推定モデルでは、価格と約定量をそれぞれ被説明変数とする GAM (3.1), GAM (3.2) を利用して、供給・需要関数を構築している。特に、GAM (3.1) と GAM (4.1) を比較すると、GAM (3.1) は入札総量 $\bar{V}_{S,t}$, $\bar{V}_{B,t}$ を説明変数としているのに対して、GAM (4.1) は約定率 S_t , B_t を用いている点のみで、その他の変数は共通である。また、GAM (3.1), GAM (4.1) はともに価格を被説明変数としているので、

これらの GAM の決定変数を比較することによって、媒介変数表示推定モデルと約定率モデルの価格に対する説明力を比較することができる。そこで本項では、このような価格を被説明変数とする GAM の、両モデルにおける決定係数の比較を行う。さらに線形モデルを仮定した際の t 値を比較することにより、単調性の有意性について考察する。

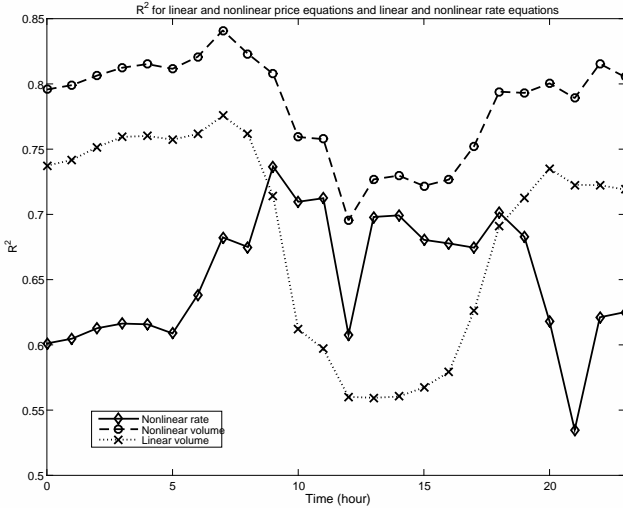


Fig. 4.4: 決定係数の比較

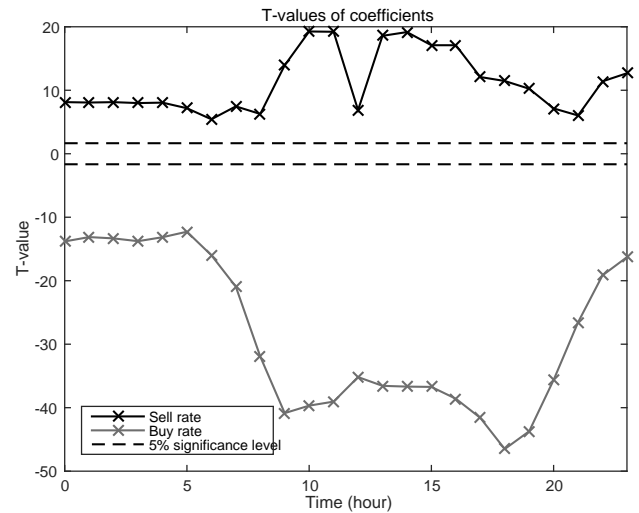


Fig. 4.5: 売り約定率と買い約定率の係数の t 値

Fig. 4.4 は、媒介変数表示推定モデルにおける GAM (3.1) と約定率モデルにおける GAM (4.1) の決定係数を、時間帯ごとに表示したものである。ただし、ボックス内に示される凡例において、実線は約定率モデルの GAM (4.1) (nonlinear rate)、破線は媒介変数表示推定モデルの GAM (3.1) (nonlinear volume) の決定係数である。また、比較のため、GAM (3.1) の入札総量の平滑化スプライン関数を線形関数で置き換えた、線形モデル (linear volume) の決定係数も点線で表示している。この図から、約定率モデルの GAM (4.1) の場合、昼間の時間帯は線形モデルの決定係数の値を上回るものの、非線形関数を用いた媒介変数表示推定モデルと比較すると、媒介変数表示推定モデルの方が決定係数が高いことが分かる。

このように、約定率モデルの場合、価格に対する説明力という点では媒介変数表示推定モデルを必ずしも上回るものではない。一方で、以下のように回帰係数の t 値を比較すると、媒介変数表示推定モデルで供給・需要関数を推定する場合、価格を被説明変数、入札総量を説明変数とした際の単調性が有意ではない、あるいは時間帯によっては正負の符号が逆になる場合があることを示すことができる。

まず、約定率モデルの場合、このような単調性は棄却されないことを確認する。Fig. 4.5 の黒とグレーの実線は、GAM (4.1) における約定率の平滑化スプライン関数に関する項を、それぞれ売り約定率、買い約定率の線形式に置き換えた場合の回帰係数の t 値を、時間帯ごとに表示したものである。ただし、 x 軸に平行な破線は、片側 t 検定 5% 有意水準である。このような平滑化スプライン関数に関する項を線形関数で置き換えた際の回帰係数は、(売りあるいは買いの) 約定率変化に対する価格変化の平均的な増加あるいは減少傾向を与え、例えば売り約定率についての t 値が正で有意であれば、売り約定率変化に対して価格は単調増加傾向にあることを示す。Fig. 4.5 の結果から、売り約定率については価格は有意に単調増加であり、買い約定率については単調減少であることが、このように t 値を計算することにより確認することができる。

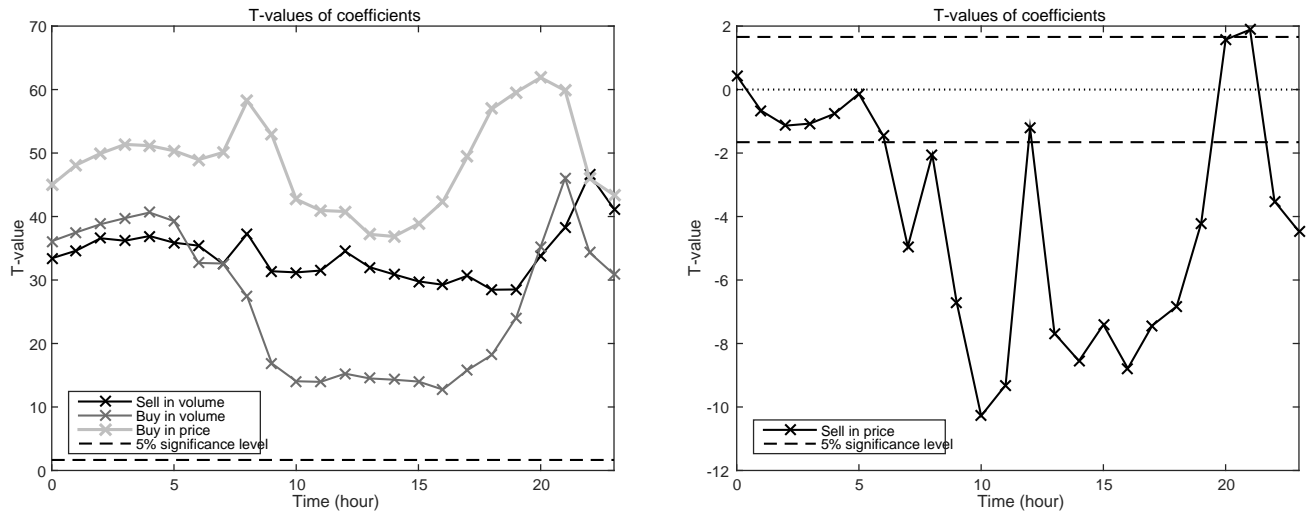


Fig. 4.6: 約定量に対する売り入札総量, 買い入札総量の t 値 (左図) と価格に対する買い入札総量の t 値 (右図)

Fig. 4.6 は, Fig. 4.5 と同様に, 媒介変数表示推定モデルにおける買い入札総量, 売り入札総量の項を線形関数とした場合 (すなわち (3.5), (3.6) 式) の係数の t 値を示す. ただし, 左図の黒と濃いグレーの線は, それぞれ, 約定量を被説明変数とする (3.6) 式の売り, あるいは買い入札総量の係数の t 値, 薄いグレーの線は, 価格を被説明変数とする (3.5) 式の買い入札総量の t 値, 破線は 5% 有意水準である. なお, 想定される符号条件が負で与えられる, GAM (3.5) の価格を被説明変数とする場合の売り入札総量の t 値のみ, Fig. 4.6 右図に別途表示している. これらの結果から, 約定率を説明変数とするモデルは約定率の係数が全て正で有意, あるいは負で有意で, 想定される符号条件も一致するが, 価格を被説明変数, 入札総量を説明変数とするモデルにおける売り入札総量の係数は, 24 個中 1/3 にあたる 8 個が, 係数を 0 とする帰無仮説を有意水準 5% で棄却できず, また, 符号条件が逆側で有意なものも存在している.

4.3 供給・需要関数の構築

最後に, 前項までに導入したの 2 つの手法を用いて, 午前 9 時の価格における分析期間の価格最小値, 中間値, 最大値を与える日付について, 入札量-価格関数 (供給・需要関数) を計算する. Fig. 4.7-Fig. 4.9 の左図は, 媒介変数表示推定モデルに基づく供給・需要関数 (3.3), (3.4) の推定結果, 右図は約定率に基づく入札率関数から構築される供給・需要関数 (4.3) の推定結果を, 上から価格最小値, 中間値, 最大値の順で表示したものである. ただし, 黒の実線は売り入札量-価格関数, グレーの実線は買い入札量-価格関数, x 軸, y 軸に平行な点線は, それぞれ約定価格と約定量の実績値を表し, 図の上に日付が記載されている. また, 同一スケールで比較するため, これらの図は左右とも, x 軸, y 軸の目盛を等しくとっている.

まず, Fig. 4.7 について, 軸のスケールをそろえているので表示はされていないが, 左図の需要関数における入札量に, 実際には負の値をとるものが存在している. これは, 媒介変数表示推定モデルを構築する際に, 約定量と約定価格の実績値が交点に合うように, 供給・需要関数をスライドさせていることによるものであり, 媒介変数表示推定モデルの場合, このように実際の入札量のとおり値の範囲外で関数を計算することがあり

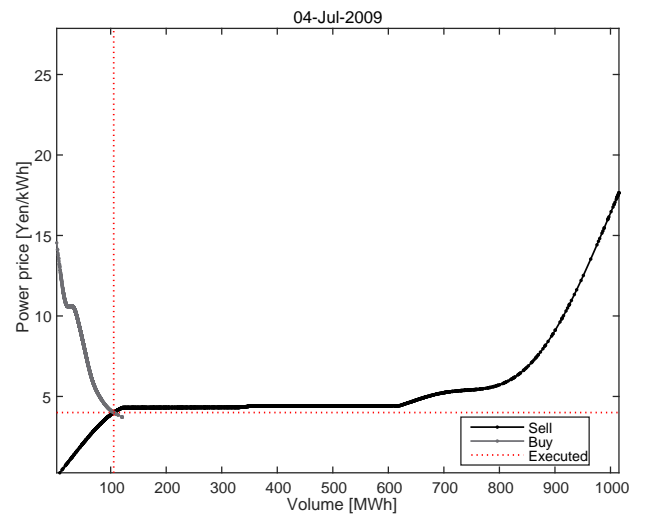
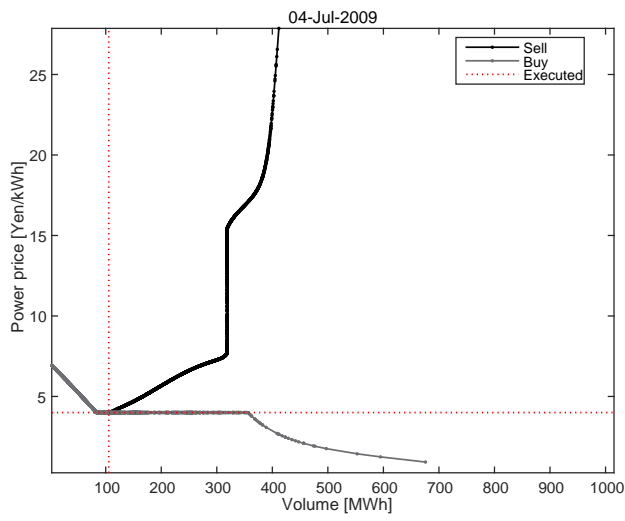


Fig. 4.7: 9時価格の供給需要関数推定結果 (左: 媒介変数表示推定モデル, 右: 約定率モデル) 【価格最小値】

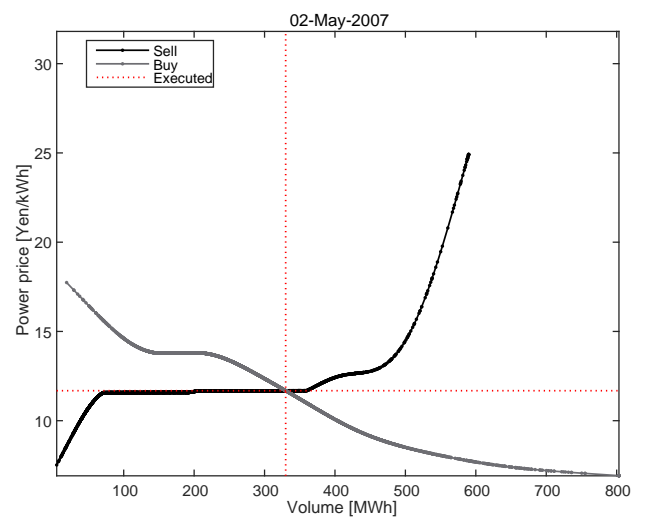
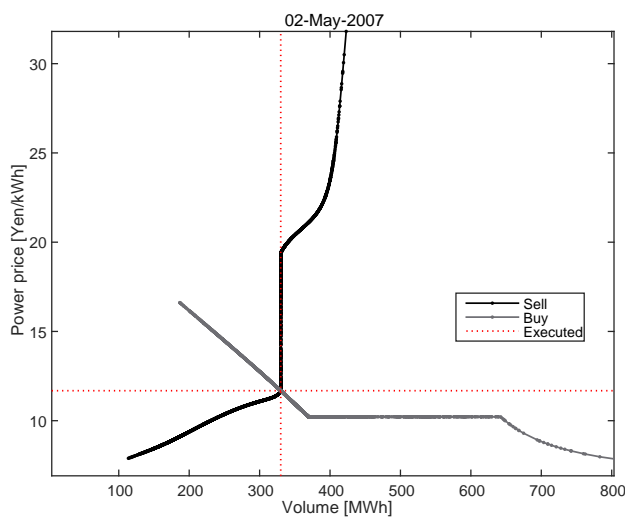


Fig. 4.8: 9時価格の供給需要関数推定結果 (左: 媒介変数表示推定モデル, 右: 約定率モデル) 【価格中央値】

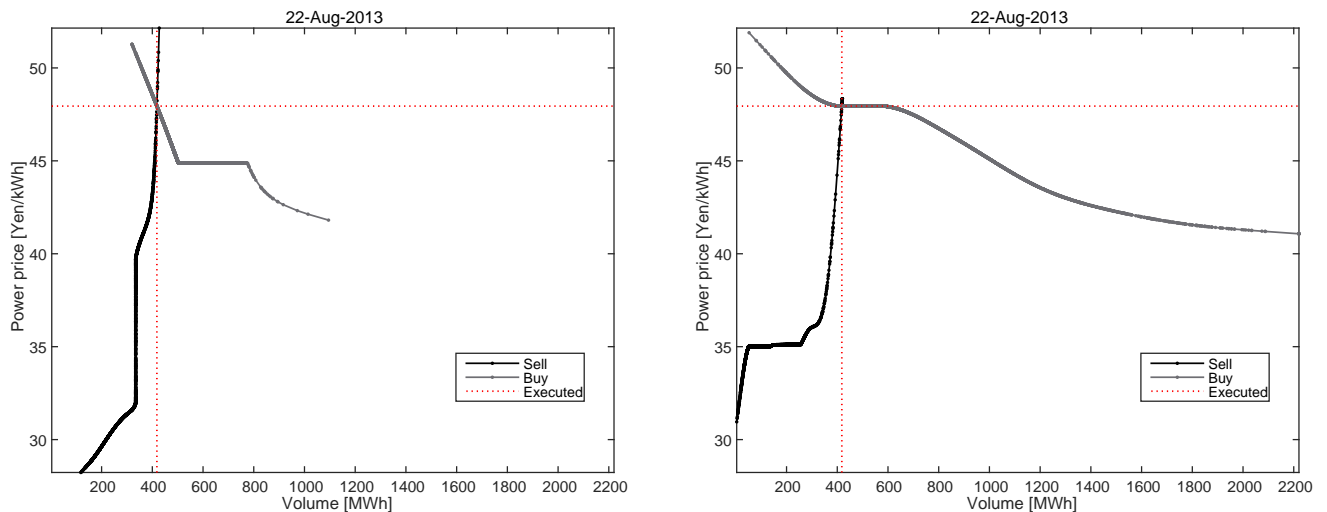


Fig. 4.9: 9時価格の供給需要関数推定結果 (左: 媒介変数表示推定モデル, 右: 約定率モデル) 【価格最大値】

うる。また、入札量の最大値についても、右図の約定率モデルの場合は、必ず最大値が当該日の入札総量に一致するが、媒介変数表示推定モデルの場合、例えば Fig. 4.7 においては、売り入札量の最大値は売り入札総量実績値の半分以下、買い入札量の最大値は買い入札総量実績値を大きく上回るものとなっている。

同様の傾向は、Fig. 4.8, Fig. 4.9 でも観測されるが、約定価格が高い方が、約定率モデルと媒介変数表示推定モデルが示す供給・需要関数の形状がより近いものになる。ただし、媒介変数表示推定モデルの場合、供給関数が垂直になる個所があるが、これは約定量に対する売り入札総量のスプライン関数を単調化した際に、Fig. 3.4 に示すようにフラットとなる個所が存在するためである。供給関数が垂直になることは価格ジャンプを説明しているとも捉えることができるが、一方で、Fig. 3.4 のように推定結果がフラットになることは、この領域においてスプライン関数が有意に推定されていないことも原因として考えられ、さらなる検討が必要である。

5 まとめと今後の課題

本研究では、JEPX スポット市場の供給・需要関数推定問題に焦点を当て、ノンパラメトリック回帰の一つである GAM を適用することにより、媒介変数表現された供給・需要関数を推定する手法を新たに提案した上で、供給・需要関数の表現に線形関数を用いた線形モデル、および既提案手法である約定率に基づく推定手法との比較を行った。本論文の提案手法である媒介変数表示に基づく供給・需要関数推定モデルを JEPX スポット電力の実績データに対して適用し、実証分析を実施した結果、提案モデルに関して以下の優位性が確認された。

- 供給・需要関数の媒介変数表現に線形関数を用いた線形モデルと比べて、決定係数や回帰予測値による誤差の改善効果が得られること。
- 約定率に基づく推定手法と比べて、価格を説明する際の決定係数が向上すること。

一方，単調性に関しては，約定率に基づく推定手法は全ての推定結果について有意に単調性が成り立つものの，媒介変数表示に基づく供給・需要関数推定モデルについては，売り入札総量の係数の有意性が成り立たないケースも観測され，さらなる検討が必要である．今後の課題としては，両手法を組み合わせることによる，供給・需要関数の推定精度向上が挙げられる．また，本論文では，JEPX が各時間帯において公開するスポット電力の約定量，約定価格，および売り入札総量，買い入札総量を用いて供給・需要関数の推定を行うことを主眼に分析を行ったが，例えば過去データに基づき翌日の供給・需要関数やその交点を与える約定量・約定価格の予測も重要なテーマと考えられる．このような予測問題に対する適用，および外挿予測精度の検証を含めた比較については今後の課題としたい．

謝辞: 本論文の改訂にあたり，有益なコメントをいただいた匿名レフリーの方に謝意を表します．

参考文献

- [1] L. Clewlow and C. Strickland, *Energy Derivatives*, ISBN: 0953889602, Lacima Group, 2000.
- [2] T. Hastie and R. Tibshirani, *Generalized Additive Models*, Chapman & Hall, 1990.
- [3] H. Miyauchi and T. Misawa, “Regression Analysis of Electric Power Market Price of JEPX,” *Journal of Power and Energy Engineering*, 2, 483–488, 2014.
- [4] 西川, “需給明示型モデルによる電力取引市場価格仮定の分析,” *JAFEE 冬季大会予稿集*, 92–105, 2005.
- [5] 日本卸電力取引所 (<http://www.jepx.org/>), 取引ガイド Ver. 1.40, 2004.
- [6] 大藤, 兼本, “状態空間モデルを用いた JEPX 価格モデリングの基礎検討,” *電気学会論文誌 (B)*128 巻 1 号, 57–66, 2008.
- [7] 大藤, 巽, “誤差修正モデルを用いた JEPX 前日スポット約定量の時系列分析,” *電気学会論文誌 (B)*133 巻 8 号, 664–671, 2013.
- [8] 辻谷, 外山, “R による GAM 入門,” *行動計量学* 34(1), 111–131, 2007.
- [9] G. Wolberg and I. Alf, “Monotonic cubic spline interpolation,” *Proc. Int. Conf. Computer Graphics*, 188–195, 1999.
- [10] S.N. Wood, *Generalized Additive Models: An Introduction with R*, Chapman & Hall, 2006.
- [11] 山口, “同時方程式モデルを用いた JEPX の電力取引動向の実証研究,” *電力中央研究所 研究報告書*, Y06006, 2007.
- [12] 山田, 牧本, 高嶋, “一般化加法モデルを用いた JEPX 時間帯価格予測と入札量-価格関数の推定,” *JAFEE ジャーナル*第 14 巻, pp. 8-39, 2015.