障害科学研究, 33, 237－248, 2009

実践報告

算数文章題に困難を示す児童の指導
－基礎的加減算文章題の類型に基づいて－

川間　健之介

算数文章題の理解に困難を持つ小学校4年生男児に、文章題の解決過程のうち統合過程の問題に対応するために具体物操作を行うなどの表象化指導を行なった。文章題は、特性に応じて加法6類型、減法12類型に分け、その問題類型に基づいて学習の経過を検討した。指導の終盤では具体物操作を行わなくても、文章題を解決できるようになった。しかし、学習の経過を見てみると、未知数が変化分や初期量である逆型の問題では、部分－全体スキーマの使用が困難なことから、具体物操作を行わなければ問題の理解が困難であった。量の差の比較型の問題は、指導の初期では具体物操作を行っても、問題構造の理解が困難であった。差分が未知数である問題では、1対1対応スキーマを用いていた。比較対象量や基準量が未知数の問題では、1対1対応スキーマが使用できず、さらに本児が用語から推測する演算と必要な演算が異なる問題では、習得に長期の時間を要した。

キー・ワード：算数文章題　統合過程　表象化　問題類型

Ⅰ．はじめに

発達障害児の算数の学習において「計算はできるが、文章題は分からない」という困難がしばしば見られる。算数文章題の解決には、①文章を読んで問題場面を理解する、②数量構造の把握、③立式、④計算技能による解決、⑤答、⑥名数を付ける、⑦問題場面への還元と検証・検算の段階があり、①から⑥のうちいずれか1つ間違っても全体として誤答となってしまう難しさがあり（塗師,1988）、単に、計算を行うよりも、つまずきやすい要因を多く含んでいる。

算数文章題の解決の過程について、Mayer (1992)、Mayer, Tajika, and Stanly (1991) は、理解過程と解決過程に分け、さらに変換、統合、プランニング、実行の4つの下位過程を想定している。この考え方を多鹿（1995）はスキーマ理論として紹介している。スキーマとは問題として書かれている文章の意味を理解し、内容に関連する知識を利用して文間の関係をまとめあげた知識構造を言う。中山・高山（2004）によれば、理解過程では文章を読み問題文に記述された内容に適したスキーマを構成し、解決過程では理解過程で構成されたスキーマをもとに方略を選択し、計算する。理解過程には、①文章題を読み、割当文・関係文・質問文のそれぞれを理解する変換過程、②理解した3文の内容の統合が行われる過程で、割当文と関係文の内容を比較し、初期量，変化分，結果のいずれが既知であるのかを把握する統合過程がある。解決過程には③未知量を求めるための演算を選択するプランニング過程、④その演算を実行する実行過程がある（坂本, 1997）。

坂本（1997）は、これらのどの過程でどのようなつまずきがあるのかを検討し、誤答した被

筑波大学大学院人間総合科学研究科

験児でも質問文は正しく理解していること、しかし、関係文の理解や統合の過程での割当文と関係文の統合に誤りが生じていることを示した。Mayer（1982）は、関係文の理解のエラーについて「被験者が関係文を自らのスキーマに関連させて再生したことによる」と解釈している。つまり、統合過程において、比較量、基準量、求める量の関係を把握するために適切なスキーマが使用できず、自らのスキーマをあてはめることで誤答となるのである。算数文章題のつまずきの原因は、問題構造を正しく表象できないことにあると言われている（Lewis, 1989）。このように、文章題を解決するには統合過程の役割がきわめて重要である（麻柄, 1998；石田・多鹿, 1993）。

伊藤（1999）は、スキーマ理論の4段階の文章題解の解決の過程でのつまずきについて、学習障害児とそうでない児童を対象に比較分析を行った。健常児群では統合過程に誤りが多く、学習障害児群では統合過程とプランニング過程に誤りが多かった。プランニング過程の誤りの差は有意ではなかったが、健常児群より学習障害児群の方が多かった。Montague and Applegate（1993）、Montague, Bos, and Doucette（1991）は、学習障害児と健常児、優秀児の算数文章題の解決過程の分析を行った。学習障害児群は他群と同様に文章題を読み、計算し、検算するなど同じ方略を使用していたが、問題の表象（problem representation）において違いが見られたことを示唆している。問題の表象化を行う方略は、問題文の内容を自分の言葉で言い換えたり、紙や頭の中で問題内容を図解して理解を進めたり、何が問われているのか仮説を立てるなどである。そうした面で学習障害児群が他群よりも未熟であることが示唆された。

学習障害児の算数のつまずきへの対応を考える際には、問題の表象化への援助が大きな課題である（中山・高山, 2004）。スキーマ理論にあてはめれば、統合過程にあたる。問題文を読んで自分の算数知識と照らし合わせて文章の関係を整理し理解する統合過程は、問題文を言い換えたり、具体物操作や図式化することで質問内容を理解する問題の表象化に近い、もしくは同じ過程であると考えられる。

Xin and Jitendra（1999）は、算数文章題の指導研究を概観し、指導のアプローチを表象化（Representation）指導、方略指導、コンピュータを使った指導に分類している。表象化指導とは、文章題に含まれる情報の表象、解釈に関わるものを対象としており、具体的な指導方法としては、問題文を読んで図を書いたり、具体物を操作することである。Xin and Jitendra（1999）は表象化指導が算数文章題の解決に比較的有効であると述べている。学習障害児を対象に指導した井上（2002）、知的障害児を指導した矢嶋（2004）、算数につまずきのある中学生を指導した中山・高山（2004）では、いずれも具体物操作、描画等を用いて成果を得ている。

これらの議論から、算数文章題の解決の過程においてスキーマ理論に基づいて考えると、統合過程における問題が大きく、それは表象化を促す支援によって改善されることが分かった。特に学習障害児では、問題の表象を行うことが困難であり、これが統合過程の問題であることが推測される。

ところで、算数文章題の解決の困難さは、スキーマ理論で説明されるだけではなく、他の多くの背景があると考えられるが、特に算数文章題の問題の特性は、統合過程におけるスキーマの当てはめや問題の表象化を決定するものと考えられる。Riley, Greeno, and Heller（1983）は、文章題の難易度は、文章題の意味構造と未知数の位置によって決まるとしている。文章題の意味構造とは、変化（数の増減）、合併、比較のいずれであるのか、未知数の位置とは、「初期量+変化分=結果」や「初期量－変化分=結果」の場合、未知数が結果の場合最も易しく、初期量の場合が最も難しい。つまり，「初期量＋変化分＝結果」において，未知数が結果の場合は「初期量（被加数）＋変化分（加数）＝結果（答え）」となるが，未知数が初期量の場合は「結果（被減数）－変化分（減数）＝初期量（答え）」

となるため難しくなる。そして、Riley et al.(1983) は、基礎的な加減算の文章題を14種類に分類している。この他、Marshall (1955) は、算数文章題を変化、合併、比較、特定の2者間の関係、2変数間の関係に分類している。井上(2002) は、増加、増加・減少、合併、求残、求差、求部分、増加・変化量に分類している。

これらの研究を概観すると①結果が未知である順型と変化量や初期量が未知である逆型の区別、②量の合併型や増加型と量の分離型や減少型の区別、③量の変動（合併・分離、増加・減少）型と量の差の比較型の区別、が加減算の文章題を分類する観点であるといえよう。この観点に従って、小学校1年生から4年生の算数の<数と計算>の内容を見ていくと、1年生：合併・増加［順型］→減少［順型］・分離→差の量［順型］、2年生：2桁増加・合併→2桁減少・分離→増加［逆型］→減少［逆型］→差の量［順型］、3年生：乗法・除法、4年生：差の量［逆型］→小数・分数、となっている。すなわち、加法→減法、順型→逆型、減法における分離→差の量の学習順序が組み合わされて、学習内容が決定されていることが分かる。

従来の算数文章題に関する事例研究（たとえば、井上, 2002；矢嶋, 2004；中山・高山, 2004）では，スキーマ理論に基づく統合過程の問題とそれを支援する表象化指導について論じられている。しかし，上述した算数文章題の問題特性あるいは問題類型との関連については議論が展開されていない。具体物操作などの表象化指導の効果は，意味構造や未知数の位置などの問題の特性によって異なると考える。そこで，本研究では小学校1年生～4年生程度の算数文章題を意味構造と未知数の位置に基づいて類型化し，算数文章題に困難を示す児童に対し，表象化指導を行い、それぞれの類型の問題の習得過程を検討することを目的とする。

Ⅱ．方　法

1．対象児の概要

小学校4年生の男児である。明るく、ユーモアがあり、初対面でも人見知りすることはない。テレビやゲームが好きで「今日は～のテレビがおもしろいよ。」や「このカードはこうやって使うよ。」と教えてくれる。学習の始めと終わりはきちんと挨拶をしているため、学習時間と遊びの時間の区別ははっきりできている。個別指導であれば30分から45分くらいは集中できる。時間にはこだわりがあり「今日は○時までです。」や「△時□分になったら次の問題をします。」など言って時計をよく見る。

算数の学習については、小学校1年生の時、どうしても計算が上手くできない本児に、放課後に行われているつまづきを改善とするA学級において、指を使っての計算の指導が行われた。ここでの指導は3年生が終了するまで行われた。また現在は、ことばの教室に通っており、作文の練習やことばを増やすための指導が行われている。

両親は、本児が学校の課題やテストにおいて計算問題はできているのに、文章題になるとつまずくことが多いことが気になっていた。指導についての両親の希望としては、「学校の授業に関係なく、本児にあった指導をいろいろ行ってほしい」であった。

ことばの教室からの情報では，200X－1年5月に行ったWISC-ⅢはVIQ62、PIQ83、FIQ69であった。特に算数の評価点は5であった。国語では，2年生程度の漢字の読み書きは可能であり，作文と文章の読解は1年生～2年生程度の内容の指導を行っているとのことであった。算数は，ことばの教室では指導を行っていないが，計算問題は2年生程度のものなら可能，その他の内容は1年生程度の理解であろうと推測されている。ことばの教室では，言語性の学習障害の疑いがあると考えているが、診断は受けていない。

指導に先立ち，WISC-Ⅲの実施を希望したが保護者の理解は得られなかった。なお，指導後に筆者が行ったK-ABCでは（200X+1年9月実施），継次処理尺度100，同時処理尺度100，認知処理尺度100，習得度尺度98で，「11. 算数」

(S，標準得点は114±10)，「12. なぞなぞ」(W)であった。また，WISC-Ⅲでは（200X+2年1月実施）では，VIQ80，PIQ115，FIQ96，言語理解指数76，知覚統合指数120，注意記憶指数97，処理速度指数94であった。なお，算数の評価点は10，数唱の評価点は9であった。200X－1年5月のWISC-Ⅲの結果との違いは、ことばの教室や本指導の結果であると考えたいが、その確証はない。

2．計算及び文章題の理解

指導開始以前の計算能力を調べるために、指導開始前に2回に分けて以下の問題を実施した。

1回目：繰り上がりのない加法（25/25問正解)、繰り上がりのある加法（28/35問正解)、繰り下がりのない減法（29/30問正解）繰り下がりのある減法（23/25問正解)、加法の文章題（4/8問正解)、減法の文章題（2/8問正解)。

2回目：加法（10/10問正解)、減法（6/8問正解)、乗法（11/15問正解)、除法（6/10問正解)、加法の文章題（3/8問正解)、減法の文章題（3/10問正解)、乗法の文章題（1/5問正解)、除法の文章題（2/5問正解)。

計算問題は指を使って解くこともあったが、おおよその問題はスムーズに解くことができていた。「8-0」など0がでてくると少し困惑し「8-0＝0」としていた。また、乗法や除法の問題を試しに行ったところ、2桁の筆算では位取りを間違ったまま計算をしていた。

文章題では、「たす？ひく？」と聞くことがあった。加法にかかわることば（合わせて、全部で、合計など）や減法にかかわることば（差、残り、いくつ足りない、いくつ多いなど）に反応しているため、順型の問題は解決できるが、逆型の問題はほとんど間違えていた。差を求める問題では、「赤いぼうしが10こ、青いぼうしが6こあります。何こちがいますか。」のように被減数が先に示される場合は解決できるが、「赤いぼうしが6こ、青いぼうしが10こあります。何こちがいますか。」のように減数が先に示されると加法計算をすることもあった。

3．文章題の類型

先に述べた算数文章題の分類の観点、①結果が未知である順型と変化量や初期量が未知である逆型の区別、②量の合併型や増加型と量の分離型や減少型の区別、③量の変動（合併・分離、増加・減少）型と量の差の比較型の区別、に基づいて、小学校1年生から4年生までの算数の教科書及び問題集等に記載されている算数文章題を分類した。その結果、加法6類型（指導開始後に追加した加法Ⅴィ差の量（小）［逆］を含む)、減法12類型を得た。Table 1に各類型の問題例を示す。

4．指導方法

問題の提示はカード（縦8cm、横20cm）に文章題を1問ずつ記入して提示した。1問解くと次の問題を提示した。本児は文章を読まずに数字を見て、適当に＋－×÷を推測して答えを出してしまうことがあるため、必ず声に出して文章題を読んで答えるようにした。間違えやすい問題は問題のキーワードにアンダーラインを入れながら読み取っていった。問題の提示順序は、本児が確実に正答できると思われる類型の問題から提示した。

解答は、式と答えをA5版の用紙に記入させた。問題を読んだ後に、すぐに立式できない場合に、マグネットなどの具体物とA4版の紙とペンを使用して具体物操作を行わせた。具体物操作において、指導者は、問題文に示された順に、割当文・関係文・質問文を読んで行き、本児にマグネットを該当する数だけ置かせたり、取らせた。問題によっては、紙に枠を書かせ、そこにマグネットを置くように指示した。また、差の量を求める問題ではマグネットにシールを貼らせることもあった。問題文から割当文・関係文・質問文が読み取りにくい問題では、指導者がこれらの文を言い換えた。本児が問題文を読んだ後にすぐ具体物操作を始めた場合は、そのまま行わせた。本児が具体物操作を行っても問題の構造が把握できないときには、指導者が初期量についてヒントを口頭で提示し、正しく具体物操作を行うことを促した。正解したとき、

Table 1　基礎的加減算の文章題の類型

類型	問題例
1.加法・Ⅰ・合併	・男の子が4人、女の子が3人います。合わせて何人ですか。 ・ふでばこの中には2本、ふでばこの外には4本ペンがあります。ペンは全部で何本ありますか。
2.加法・Ⅱ・増加(順)	・公園で4人の友達が遊んでいました。そこへ3人やってきました。公園には全部で何人いますか。 ・色紙が8まいあります。5まいもらいました。色紙は何まいになりましたか。
3.加法・Ⅲ・増加(逆)	・あめを3こ食べましたが、まだ8こ残っています。はじめにあめは何こあったでしょう。 ・みかんをもっていました。5こあげました。7このこっています。はじめみかんを何こもっていましたか。
4.加法・Ⅳ・差の量(多)	・女の子は8人いました。男の子は女の子より3人多いそうです。男の子は何人いますか。 ・まりこさんはりんごを3こもらいました。かよさんは、まりこさんより2こ多くもらいました。かよさんは何こもらいましたか。
5.加法・Ⅴア・差の量(少)［逆］	・女の子は男の子より2人少なくて12人です。男の子は何人いますか。 ・とし君はけん君よりカードを3まい少なく11まいもっています。けん君はカードを何まいもっていますか。
6.加法・Ⅴイ・差の量(少)［逆］	・女の子は12人います。2人男の子より少ないそうです。男の子は何人いますか。 ・みかんは15こあります。みかんは、りんごより3こ少ないそうです。りんごは何こありますか。
1.減法・Ⅰア・分離	・教室には男の子が8人、女の子が6人います。どちらが何人多いですか。 ・赤いボールが20こ、青いボールが15こあります。どちらが何こ多いですか。
2.減法・Ⅰイ・分離	・教室には男の子が4人、女の子が8人います。どちらが何人多いですか。 ・赤いボールが18こ、青いボールが20こあります。どちらが何こ多いですか。
3.減法・Ⅱ・減少［順］	・あめが10こありました。3こ食べました。あめは何こ残っていますか。 ・ボールが12こあります。1人1こずつ8人の友達にくばります。ボールは何こあまるでしょう。
4.減法・Ⅲ・減少［逆］	・カードを5まいもらったので、20まいになりました。カードははじめ何まいもっていたでしょう。 ・ふでばこの中に3本いれると全部で7本はいっていることになります。このふでばこにははじめ何本はいっていましたか。
5.減法・Ⅳア・減少［逆］	・20こ入りのクッキーがありました。何こか食べたので8こになりました。何こ食べましたか。 ・としお君は30枚のカードをもっていましたが、友だちに何まいかあげたので、16枚になりました。友だちに何まいあげたのでしょうか。
6.減法・Ⅳイ・減少［逆］	・トラックが5台止まっていました。そこへ何台かやってきたので12台になりました。あとから何台きたのでしょう。 ・きよし君はカードを18枚もっていました。友だちから何まいかもらったので、26枚になりました。友だちから何まいカードをもらったのでしょうか。
7.減法・Ⅴ・差の量(少)	・男の子は14人います。女の子は男の子より5人少ないそうです。女の子は何人いますか。 ・1年生は36人います。4年生は1年生より5人少ないそうです。4年生は何人いますか。
8.減法・Ⅵア・差の量	・赤は青より3こ多くて28こあります。青は何こありますか。 ・あさがおの花がさきました。赤いあさがおの花は白いあさがおの花より3つ多く12こさきました。白いあさがおの花はいくつさいているでしょう。
9.減法・Ⅵイ・差の量	・赤は14こあります。赤は青よりも6こ多いです。青は何こありますか。 ・くみさんは6こおもちを食べました。洋子さんより2こ多かったそうです。洋子さんは何こおもちを食べたのですか。
10.減法・Ⅶア・差の一致	・ゆみさんはあめを8こ、けいこさんはあめを6こ持っていました。けいこさんにあと何こあめをあげたらゆみさんと同じ数になりますか。 ・あやさんはケーキを5こ、まりさんは3こ食べました。まりさんはあと何こ食べるとあやさんと同じ数食べたことになりますか。
11.減法・Ⅶイ・差の一致	・えりさんはあめを6こ、ゆきさんはあめを9こ持っていました。えりさんにあと何こあめをあげたら、ゆきさんと同じ数になりますか。 ・けん君は4回、大君は7回ゲームをしました。けん君はあと何回すると大君と同じ数ゲームをしたことになりますか。
12.減法・Ⅷ・差の補足	・7人乗りの車があります。今4人乗っています。その車にはまだあと何人乗ることができますか。 ・30こ入りのおかしがありました。16こ食べてしまいました。あと何こ食べることができますか。

できるようになったときはしっかりと誉めた。不正解である場合は「もう1度考えてみよう」と言葉かけした。不正解が2回続いた場合は、難易度の低い別の問題を行った。本児は、具体物操作は自ら意欲的に行ったが、初期量・変化分・結果の構造に気づけるように準備した合成・分解表の使用はあまり好まなかった。

指導においては、本児が失敗経験を味あうことなく正答経験を増やし、問題に対する自信を持たせることに留意した。また、本児と指導者との関わり方においては、学習の開始・終了時にきちんと挨拶をし、使用する教材の準備や片付けを一緒に行った。そのことにより、学習中に勝手な行動や言動は殆どなく、両者の関係もスムーズに進めることができた。また、指導中の指導者は、常に肯定的な姿勢で声掛けを行った。

本児には時間へのこだわりがあるところから、問題数を決めて1回の指導を行うのではなく、1時間取り組むことを約束した。指導で使用する問題は、あらかじめ提示順序を決めていたが、その日の本児の様子を見ながら、できる限り失敗経験を味わせないようにした。

指導場所は本児の自宅であり、指導者が出向いて指導を行った。指導期間は、200X年5月から200X+1年1月まで、原則として週1回(実態把握を含めて計19回)である。1回の指導時間は約60分である。

Ⅲ. 結　果

本児の算数文章題の解決パターンをTable 2に示す9パターンに分類した。Table 3は、各指導日における算数文章題の問題類型ごとに，どの解決パターンで何問取り組んだのかを示し

Table 2　本児の算数文章題の解決パターン

①	立式・答　→　○
②	立式　→　答　→　具体物操作　→　○
③	具体物操作　→　立式　→　答　→　○
④	立式　→　答　→　具体物操作　→　×　→ →　具体物操作　→　立式　→　答　→　○
⑤	具体物操作　→　立式　→　答　→　×　→ →　具体物操作　→　立式　→　答　→　○
⑥	具体物操作　→　立式　→　×　→　答　→　○
⑦	具体物操作　→　立式　→　答　→　×
⑧	立式　→　×　→　答　→　○
⑨	立式・答　→　×

○：正答　×：誤答

Table 3　算数文章題の問題類型ごとの解決パターンの変化

	7月29日	8月25日	9月2日	9月16日	10月7日	10月13日	10月28日	11月3日	11月11日	11月23日	12月2日	12月9日	12月16日	12月24日	1月6日	1月13日	1月20日
加法・Ⅰ・合併	③③③	③③	①①③	②②③ ③	②③	②③③ ③	③③	③	①	①	①	①⑤	②③	②	①②②	①①①	①①① ①
加法・Ⅱ・増加(順)			①②⑧	③③③ ③	③③③	③③③	③③	②	③	①	①①		③	②	①②	①①① ①	①①①
加法・Ⅲ・増加(逆)			①①① ①①② ③	③③③ ⑤	③③	③③	③③	③	①①③	①	①①	①①	②	②②	①①① ②	①①①	
加法・Ⅳ・差の量(多)	③			③⑦	③③⑦	③③	③⑦	③③	①③	①①	①②③	①①②	①②②	②	①②② ②	①①① ①②	①①①
加法・Ⅴア・差の量(少)[逆]				③⑦	③③③ ⑦	③③	③	③⑦	①①③	①③③	③③	①②②	①①②	④	①①② ④⑨	①①① ①①	①①
加法・Ⅵイ・差の量(少)[逆]					③③③ ⑦	③③	③⑨	③③	①①	①①① ③③	①	①③	①	①②④ ④	①②		
	7月29日	8月25日	9月2日	9月16日	10月7日	10月13日	10月28日	11月3日	11月11日	11月23日	12月2日	12月9日	12月16日	12月24日	1月6日	1月13日	1月20日
減法・Ⅰア・分離	③⑥⑥ ⑥⑥⑦	①②③ ③③③ ③⑤⑦	①③③ ⑤⑧⑧	③	⑦⑦	③⑤⑦	③	③	①①②	⑤⑥⑧	①①	①	①②	①	①②	①①①	①①①
減法・Ⅰイ・分離	⑥⑥	①①② ③③⑤ ⑦	①①② ⑥⑧⑧ ⑨⑨	③③⑤	⑦⑦	⑦	③⑥⑥ ⑥	③③③	①①③	①③⑥ ⑧	①②	①①② ②	①	②	①②	①①① ①	①①① ①①
減法・Ⅱ・減少[順]	③③③ ③③③ ③③	①①③ ③③③ ③	①①① ①②③	③③③ ③③③	③③③ ③	③③③ ③③③	③③③ ③③	②②	①①① ③	①①③	①③	①	①③	②	①②	①①	①①①
減法・Ⅲ・減少[逆]							③③⑤	③⑤⑤ ⑤	①①① ①③③ ③③	①①③ ③③	①①① ②②③ ③	①①① ②②	①①② ③	②	①①① ①①② ④	①①① ①①① ①①	
減法・Ⅳア・減少[逆]	③③③ ③③③ ③③	③③③	①②	③③③ ③③	③③	③③③	③③③	③③	①③③	①③	①①③ ③	①①② ②	①①② ②	①②	①②	①①① ①①	①①①
減法・Ⅳイ・減少[逆]							③				①③⑤ ⑨	①③③	①②③	②	①②	①①①	①①① ①①①
減法・Ⅴ・差の量(少)	⑤			③③③ ⑤	③③③	③③⑦	⑦⑦	③⑤	③③⑨ ⑨	①①③	①①③ ③③	①②	①②②	②②	①①① ①①① ④	①①① ①①	
減法・Ⅵア・差の量				③⑤⑤ ⑦	⑦⑦	③③③ ③	⑤⑤	③⑤	③⑨⑨	①①	④⑨⑨	①②⑨	②	②②⑨	①	①①①	①①① ①
減法・Ⅵイ・差の量			①②③ ⑨	③	③⑦⑦ ⑦	③⑤	③	③③③	③③③ ③⑨⑨	①③	①①① ③	①①	①①④	①	①②⑨	①①① ①①①	①①① ①①①
減法・Ⅶア・差の一致	③⑥	①						③③	①③	①③③	①③	①②	②	②	①①	①①① ①①	①①
減法・Ⅶイ・差の一致	⑤	①②③						③⑤	①①③ ③	①①③	①③	③		③	①②	①①	
減法・Ⅷ・差の補足											①③③ ④⑨	①①③	③⑨	②	①①① ②	①①① ②	①①① ①①②

○数字はTable 2の解決パターンを表す。

たものである。

全体的に見ると、多くの問題類型において、問題初出時から数回は、Table 2における解決パターン③「具体物操作→立式→○」が多く、やがて解決パターン①「立式・答え→○」や解決パターン②「立式→答え→具体物操作→○」が増え、最終的に解決パターン①に至っていることが分かる。

以下に、各問題類型ごとに見ていく。

1．加法について

(1) 加法・Ⅰ・合併：問題を解きながら「簡単」、「正解の自信あるよ。」と言っていた。「全部で」、「合わせると」、「いくつ」になるか、という用語を十分に理解できていた。具体物操作をしなくても解ける問題であるが、積極的に用いていた。

(2) 加法・Ⅱ・増加（順）：「△人やってきた」、「□まいもらう」など、新しい集団が「いくつ」になるかという、「はじめにあった集合」に「入ってきた集合」が加わり「新しい集合」となる、数の増加のメカニズムに着目することができた。この問題も具体物操作をしなくても解ける問題であるが、積極的に用いていた。

(3) 加法・Ⅲ・増加（逆）：「Aこ使った。Bこ残った。はじめは？」と問題があると、問題に出てきた順にA＋Bとしていたが、10月13日の指導から、A＜Bの問題では、B＋Aと立式し数え足しにして計算がしやすいよう工夫していた。

(4) 加法・Ⅳ・差の量（多）：割当文、関係文、質問文のそれぞれの理解は可能であったが、これらの関係をまとめあげるスキーマがなく、統合過程での困難さを顕著とする問題であった。具体物を与えても操作できなかった。そこで、5回目の指導の解答パターン⑦の際に、指導者が「多い」基準となる具体物の下に多い分の具体物をずらして置き、具体物操作を援助した。その結果、11月3日の指導では、自分で正しく具体物を操作して立式したり（Table 2における解決パターン③）、立式をして確認の意味で操作を行った（Table 2における解決パターン②）。

(5) 加法・Ⅴァ・差の量（少）［逆］：この問題は、割当文と関係文が独立していないため、理解が非常に困難であった。『◇はBこ少なくてAこ』「◇は何こ？」の問題に対して、「Bこ」や「B－Aこ」と解答することが多かった。そこで10月7日の指導から割当文、関係文、質問文に分けた加法・Ⅴィ・差の量（少）［逆］を作った。ここでは、変化分であるBに着目させるために，Bにアンダーラインを引いたり、点線で表すなどの援助を行った。そして、10月28日の指導では、質問をしなくても「～はAこ」と言いながら操作を行うことができるようになった。

(6) 加法・Ⅴィ・差の量（少）［逆］：本児は、『少ない』という言葉に紛らわされ『少ない』＝減法と考えていた。『○より少ない』＝『○が多い』ということを具体物操作をしながら指導した。指導の終盤においても解決パターン④のように答えを出した後に確かめの意味で具体物操作を行って、誤答であることが分かり、やり直すことがあった。

2．減法について

(1) 減法・Ⅰァ・分離：対象が赤いボールと青いボールというようにそれぞれ異なった集合であり、その差を求める問題である。初期量から変化分を取り去って残りを求めるという減法とは異なり，具体物操作では，2つの集合を比較することが求められるため，理解しにくいようであった。例えば，「男の子が8人，女の子が6人います。どちらが何人多いですか？」という問では，式は加法「8＋6＝」とし、答えは、減法「8－6」で求めた答えを書くことが多かった。

(2) 減法・Ⅰィ・分離：減法とはわかっていても，問題文では減数，被減数の順に出てくるため，出てきた順に「減数－被減数」の式を作れないことに気付き，立式は「減数＋被減数」と書いてしまうことがあった。しかし，答えは「被減数－減数」のものを書いていることもあった。」指導の前半はかなり混乱していた。具

体物操作においては、比べる２つの集合をマグネットなどで１対１に対応づけし，対応づけできた数を多い方の集合から引くという求残の考え方で理解させた。そうすると指導の中盤くらいから、本児なりに１対１対応づけし、解きやすいよう具体物を並べる姿勢も見られるようになった。

(3) 減法・Ⅱ・減少［順］：本児にとって減法は『残り』を求めるものとの理解があったため考えやすかったようである。具体物操作をしなくても解ける問題であるが、積極的に用いていた。「ボールが10こあります。１人１こずつ６人の友達にくばります。ボールは何こあまるでしょう。」のように問題中に被減数・減数以外の数（１人、１こずつ）が出てきた問題では、初めのうちは戸惑ったが、具体物操作をすることで解答できるようになった。

(4) 減法・Ⅲ・減少［逆］：「Cこもらい」あるいは「いれる」の表現から加法であると考えてしまうため、もらったからDこになったという状況を理解することが難しかった。具体物にシールを貼ったり、問題内容を簡素化して再現しながら具体物操作を行った。その際、度々、減法の計算をするのではなく，「初期量＋変化分＝結果」の初期量に当てはまる数をさがすことが見られた。一度やり方を理解すると、11月11日からはスムーズに解くことができるようになった。

(5) 減法・Ⅳァ・減少［逆］：変化分が未知である問題であるので、理解が難しいと予想していたが、具体物操作はスムーズに行った。立式は、初期量から結果を減じるものであるので問題なくできた。

(6) 減法・Ⅳィ・減少［逆］：減法・Ⅲ・減少［逆］と同様『もらう』＝加法、と考えることがあった。変化分が未知数の問題であり、結果から初期量を減じるものであるため難しい問題である。主として指導の中盤以降で取り組んだため、具体物操作もスムーズであり、問題内容を理解し解答できるようになった。

(7) 減法・Ⅴ・差の量（少)：この問題も理解が難しいと予想されることから、指導初期（９月16日〜10月13日）には指導者が問題を読みながら、具体物操作を行うことで解答することができた（解決パターン③)。ある程度理解が進んだと思われたので、本児だけに具体物操作を行わせると誤答となることがしばしばあった（10月13日、10月28日、解決パターン⑦)。しかし、指導の終盤では、解決パターン③及び②となり、そのころの具体物操作は、自分で理解しやすい並び方に直したり、差の分の具体物をずらして操作するようになった。

(8) 減法・Ⅵァ・差の量：割当文と関係文が一文となっている問題である。さらに被減数B・減数Aの順で出てくるのではなく減数A・被減数Bと出てくるので、減法とわかっていてもA－Bとし、できないためA＋Bとしていた。そこで指導者と一緒に具体物操作を行うが、自分ひとりでは具体物操作がなかなかできず、本児は問題文を読むとすぐ誤った立式を行い、誤答となる（解決パターン⑨）ことがしばしば見られた。しかし、終盤では、具体物操作をすることなく立式し正答を得るようになった。

(9) 減法・Ⅵィ・差の量：始めは指導者と一緒に具体物操作を行っていたが、自信がついてくると本児が指導者役になり具体物操作をし立式・答を教えてくれた。問題の第一印象は難しそうであるが、よく読むと簡単だとわかり、問題を読み難易度を判断するようになった。

(10) 減法・Ⅶァ・差の一致：指導の最初に取り組ませてみたが、ただ単に、出てきた順に減法を行って正答を得ていた。そこで、しばらくこの問題の指導はせず、減法・Ⅰ・分離の理解が進んでから導入した。「けんかしないように。」「これでけんかはありません。」と言いながら操作を行っていた。対象となるものが平等になるには、どうすべきか考えながら立式を行っていた。

(11) 減法・Ⅶィ・差の一致：減法・Ⅰィ・分離が理解できるようになってから行ったため、問題に減数・被減数の順で出てきても困惑することはなかった。

(12) 減法・ｲ・差の補足：本児が最も気に入って具体物操作を行う問題であったため、具体物操作の準備に時間をとり過ぎてしまうこともあった。「7人乗りの車があります。今4人乗っています。その車にはまだあと何人乗ることができますか。」という問題では，始めは席を整列させて作っていたが、次第にランダムな席を作ったりするようになった。ここでは、求残として捉えたら、簡単な問題であるが、求差として捉えると難しく感じるようであった。

3．フォローアップについて

指導終了の4ヶ月後（200X+1年5月）に、Table 2に示した算数文章題の18類型ごとに各2問、計36問をランダムな順で提示して、学習の定着について確かめたところ、28問正解であった。誤った問題は以下の通りである。

加法の文章題では、加法・Ⅳ・差の量（多）、加法・Ⅴ・差の量（少）［逆］において、次のように減法を用いていた。

①加法・Ⅳ・差の量（多）：「ゆみさんはあめを13こもらいました。まりさんは、ゆみさんより6こ多くもらいました。まりさんは何こもらいましたか。」

式：13－6＝7　こたえ：7こ

②加法・Ⅴ・差の量（少）［逆］：「女の子は8人います。男の子より7人少ないそうです。男の子は何人いますか。」

式：8－7＝1　こたえ：1人

減法の文章題では減法・Ⅲ・減少［逆］、減法・Ⅴ・差の量（少）において次のように加法を用いていた。

③減法・Ⅲ・減少［逆］：「カードを3枚もらったので、8枚になりました。カードははじめ何枚もっていたでしょう。」

式：8＋3＝11　こたえ：11枚

④減法・Ⅴ・差の量（少）：「1年生は89人います。4年生は1年生より6人少ないそうです。4年生は何人いますか。」

式：89＋6＝95　こたえ：95人

なお，上記の①②③④の問題について、具体物操作を行って解答させたところ、すべて、Table 2に示す解決パターン③で正解した。

Ⅳ．考　察

1．表象化指導の効果

算数文章題に困難を示すのは、統合過程の問題であり、適切なスキーマを使用することができず、自らのスキーマを当てはめてしまうためと考えられている（Mayer, 1982）。そこで、具体物操作等を行うことで表象化を促し、適切なスキーマを形成する必要がある（中山・高山, 2004）。このような考えに基づき、本研究では、算数文章題に困難を示す児童に指導を行い、指導期間の終盤では、具体物操作を行わなくとも様々な算数文章題を解決できるようになった。

しかしながら、算数文章題を加法6類型、減法12類型に分類して、指導を行ったが、問題の特性によって、その習得の状態は、学習の過程やフォローアップの結果から一律ではなかった。特に、変化量や初期量が未知である逆型の問題と量の差の比較型の問題の理解には時間を要し、フォローアップにおいても具対物操作を必要とした。

2．逆型の文章題における困難

本研究の逆型は、Riley et.al.（1983）の加減算の文章題の分類では、増減の変化分と初期量が未知である場合に相当する。これらの文章題の理解には、部分-全体（part-whole）スキーマと呼ばれる量の関係を部分と全体の構成としてとらえる枠組みが必要である（Resnick, 1989）。Riley et.al.（1983）は、加法と減法の文章題において、年少児の問題スキーマは部分-全体関係を把握していない浅い水準のスキーマであり、年長児の問題スキーマは部分-全体関係を的確に理解した高次のスキーマであると考えている。本児は、初期量が未知であるにもかかわらず、加法・Ⅲ・増加（逆）についてはすでに対応したスキーマを持っていたと考えられる。一方、減法の逆型では、問題を読み、すぐ立式するまでには時間がかかった。具体物操作を行えば、問題の構造をすぐ理解しているようであった。これは、具体物操作が統合過程の問題に

よく対応していることを示している。ただし、減法計算であると理解しているわけはない。たとえば、減法・Ⅲ・減少［逆］では、初期量が未知数であるが、「初期量＋変化分＝結果」のスキーマではとらえることができ、この式に当てはまる初期量を考えていた。減法計算にすぐ移れないというのは、伊藤（1999）が示唆したプランニング過程の問題を示すものかもしれない。指導者と共に、減法計算であることを確かめた後は、具体物操作の後に減法の立式を作成できるようになった。しかし、フォローアップでは、減法・Ⅲ・減少[逆]において、「結果－変化量」のところ「変化量＋結果」としており、具体物操作などの表象化がなければ、適切なスキーマを使用できないと言えるだろう。

3．差の量の比較型の問題における困難

量の差の比較型の問題では、本児は非常に苦戦していた。岡本（1995）によれば、差の比較型の問題は、部分-全体スキーマだけでは解けない。比較する2つのものはそれぞれ集合であるが、その差は集合ではない数を表し、2つの集合の関係を表し、同時に演算の値を示すからである。Riley et.al.（1983）の加減算の文章題の分類において差分が未知である減法・Ⅰ・分離においてさえ、本児は、指導の初期からかなり混乱していた。具体物操作自体が充分にはできず、立式も加法であることがしばしばであった。これは、本児に比較のスキーマがないことを示していると解釈できる。そこで、Hudson（1983）が示唆するように、具体物を1対1対応させて、被減数から減数を引くという残りを求める方法で立式させた。その後、量の差の比較型の問題の具体物操作は、1対1対応させて理解するようになった。

比較対象量が未知である加法・Ⅳ・差の量（多）、加法・Ⅴ・差の量（小）［逆］、減法・Ⅴ・差の量（小）や基準量が未知である減法・Ⅵ・差の量では、定着までかなり混乱を示した。これらの問題では、差分が未知である問題よりも難易度が高く（Riley et.al., 1983)、具体物を単純に1対1対応させて理解できるものではない。さらに加法であるのに「少ない」、減法であるのに「多い」という用語が使用されている。Lewis and Mayer（1987）は、差の比較型の問題では、用語と演算方向が一致している場合の問題スキーマは持っている場合が多いので比較的理解しやすいが、用語から推測される演算と必要とされる演算が逆の場合は、問題文の構成要素を入れ替えて解釈しようとするため混乱してしまうと述べている。これらの問題の理解は、前の個数の相対的関係を明らかにして、それから、その相対的関係から他方の個数を逆方向にとらえて判断するという逆の二重構造になっていおり，本児の加法・減法に対する方向性のある知識とは全く反対の問題である。言語IQが低く言語能力の問題があると推測される本児にとっては，この構造をことば関係から把握することが困難であることを示していると思われる。

4．まとめと今後の課題

算数文章題の解決過程のうち統合過程の問題に対応するためには、具体物操作を行うなどの表象化指導が重要であると言われている。この考えに基づいて、文章題の理解に困難を持つ児童に指導を行った結果、指導期間の終盤では具体物操作を行わなくても、文章題を解決できるようになった。しかし、変化量や初期量が未知である逆型の問題と量の差の比較型の問題では、フォローアップにおいても具対物操作を必要とした。

学習の経過を見てみると、未知数が変化分や初期量である逆型の問題では、部分-全体スキーマの使用が困難なことから、具体物操作を行わなければ問題の理解が困難であった。量の差の比較型の問題は、指導の初期では具体物操作を行っても、問題構造の理解が困難であった。差分が未知数である問題では、1対1対応スキーマを用いて具体物操作を行った。比較対象量や基準量が未知数の問題では、1対1対応スキーマが使用できず、さらに本児が用語から推測する演算と必要な演算が異なる問題では、学習に時間がかかった。

これらの問題も指導期間内には、具体物操作

を行わないで解決できるようになったが、フォローアップでは、誤答していた。しかし、具体物操作を行うと正しく解決することができた。つまり、逆型や量の差の比較型の問題では、具体物操作等の表象化指導は、問題を読んだだけで適切なスキーマを使用できるまでにはいたらず、常に具体物操作を行うことが必要なのかもしれない。すなわち、本児においては、これらの問題では、表象化指導によって適切なスキーマの形成は困難であったと言えよう。この点については，今回詳しく分析できなかったが，本児の言語性IQが動作性IQに比べて低いことが関係していると推測される。

今後は、部分-全体スキーマの形成や1対1対応のスキーマから比較のスキーマへの発達を促す表象化指導について検討する必要がある。また、本児は、逆型の問題で、問題構造は正しく把握したが立式できないことがあった。その後、スムーズに立式するようになったが、問題のパターンに対応して立式の仕方を覚えたのか、本当に部分-全体スキーマを獲得したのかは明確ではない。本研究では統合過程における表象化の問題ととらえたが、東原・前川・北村・久光（1996）の指摘するように変換過程の問題も含んでいると考えられ、文章題の特性と変換過程、統合過程、プランニング過程、実行過程の関係を検討していきたい。

謝　辞

本指導の実施に当たって、佐賀県立伊万里養護学校森元絵美教諭の協力を得たことに感謝いたします。また、研究にご協力いただきました本児とその保護者の方に心より感謝いたします。

文　献

東原文子・前川久男・北村博幸・久光倫（1996）量の増減の表象を目的とした文理解指導－算数文章題に困難を示す児童を対象として．心身障害学研究, 20, 45-55.

Hudson, T. (1983) Correspondences and numerical differences between disjoint sets. Child Development, 54, 84-90.

井上哲郎（2002）特異的学習困難児を対象とした算数文章題解決場面における学習支援.発達支援研究, 3, 19-24.

石田淳一・多鹿秀継（1993）算数文章題解決における下位過程の分析．科学教育研究, 17, 18-25.

伊藤一美（1999）学習障害児にみられる算数文章題におけるつまずき．LD（学習障害）－研究と実践－, 7(2),80-89.

Lewis, A. B. (1989) Training sutudents to represent arithemetic word problems. Journal of Educational Psychology, 81, 521-531.

Lewis, A. B. and Mayer, R. E. (1987) Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. Journal of educational psychology, 79, 363-371.

麻柄啓一（1998）算数文章題解決の困難さ.千葉大学教育実践研究, 5, 11-12.

Marshall, S. P. (1995) Schemas in Problem Solving. Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (1982) Memory for algebra story problems. Journal of Educational Psychology, 74, 199-216.

Mayer, R. E. (1992) Thinking, Problem Solving, Cognition, Second edition. NY: W. H. Freeman.

Mayer, R. E., Tajika, H., and Stanly, C. (1991) Mathematical problem solving in Japan and the United States: A controlled comparison. Journal of Educational Psychology, 83, 69-72.

Montague, M. and Applegate, B. (1993) Mathematical problem solving characteristics of middle school students with learning disabilities. Journal of Special Education, 27, 175-201.

Montague, M., Bos, C., and Doucett, M. (1991) Affective, cognitive, and metacognitive attributes of eighth-grade mathematical problem solvers. Learning Disabilities Research & Practice, 6, 145-151.

中山修一・高山佳子（2004）算数文章題のつまずきとその指導について－文献及び事例を対象とした研究－．横浜国立大学教育人間科学部紀要1教育科学, 6, 163-177.

Resnick, L. B. (1989) Developing mathematical knowledge. American Psychologist, 44(2),162-169.

Riley, M. S., Greeno, J. G., and Heller, J. H. (1983) Development of children's problem-solving ability

in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking. NY: Academic Press, 153-196.
坂本美紀（1997）コンピュータ提示による文章題のつまずきの解明．教育心理学研究, 45, 87-95.
多鹿秀継（1995）高学年の文章題.吉田甫・多鹿秀継（編）, 認知心理学からみた数の理解．北大路書房, 103-119.
塗師斌（1988）加減の文章題における児童の理解とつまずき．横浜国立大学教育紀要, 28, 1-19.
Xin, Y. P. and Jitendra, A. K. (1999) The effects of instruction in solving mathematical word problems for students with learning problems: A meta-analysis. Journal of Special Education, 32(4), 207-225.
矢嶋良恵（2004）知的障害児を対象とした算数文章題における学習支援に関する事例的研究．発達支援研究, 7, 13-15.

—— 2007.8.30 受稿、2008.8.25 受理 ——

Intervention for a Child with Difficulties in Arithmetic Problem Solving: Based on the Classification of Basic Addition and Subtraction Problem Solving

Kennosuke KAWAMA

A single case study of a boy in the fourth grade of elementary school who found it to difficult to understand problem solving was reported in representation intervention such as concrete object operation. Arithmetic problem solving was classified into 6 addition and 12 subtraction types according to the characteristics. In reverse-type tasks where the value of the amount of change or the value of the primary were unknown, he had difficulty in understanding the task without concrete object operation because he found it difficult to use the part-whole schema. In the comparison-type tasks involving differences in amounts, he had difficulty in understanding the task structure even if he had performed the concrete object operation in the early intervention. In the task in which the value of the difference was unknown, he performed the concrete object operation using the 1 to 1 correspondence schema. In the task in which the value of the object comparison or the basic value was unknown, since he could not use the 1 to 1 correspondence schema, it was difficult for him to understand the task structure. It took him a long time to understand the task in which the arithmetic operation differed from the operation where the guessed from the arithmetic term.

Key Words: arithmetic problem solving, integration process, representation, classification of tasks

Graduate School of Comprehensive Human Sciences, University of Tsukuba