

トレンド予測に基づく天候デリバティブの 価格付けと事業リスクヘッジ

山田 雄二¹・飯田 愛実²・椿 広計¹

(受付 2005年8月29日;改訂 2005年12月20日)

要 旨

天候デリバティブとは、あらかじめ決められた地点および将来の期間における天候データに、支払額が依存するデリバティブ契約である。本論文では、気温に対する天候デリバティブとその価格付けを取り扱い、天候デリバティブを用いた事業収益ヘッジ効果の測定による天候デリバティブの有効性について検証する。

まず、天候デリバティブの最も基本的な契約として天候先物を導入し、天候デリバティブに対する価格付けの代表的な手法を紹介する。つぎに、天候先物に対する新しい価格付けの考え方として、ノンパラメトリックトレンド予測に基づく手法を提案し、天候先物の価格付けが時系列データに対する一般化加法モデルあてはめによって与えられることを示す。また、ここで提案する手法は、天候プットオプションなどプレミアム支払時点が事前に行われる場合に対しても、適用することができる。さらに、実際のデータに対して提案手法を適用し天候先物の価格付けを行うことによって、電力事業主が天候デリバティブを用いた場合の、過去の実績値における電力収益のヘッジ効果の測定を行う。また、プットオプションを構築した場合の電力会社の最適な収益構造についての考察を行い、夏季の気温の高いところで電力収益が飽和する場合に、プットオプションによる高い収益ヘッジ効果が得られることを示す。最後に、ガス会社の事業収益についても同様の分析を行う。

キーワード：天候デリバティブ、一般化加法モデル、ヘッジ効果、リスクマネジメント、最小分散ヘッジ。

1. はじめに

天候デリバティブは、収益が天候に影響される企業のリスクマネジメント手法の一つとして、近年注目を集めている。本論文では、天候デリバティブに焦点を当て、トレンド予測に基づく価格付けおよびそれを組み合わせた天候デリバティブによる事業収益ヘッジ効果について議論する。

デリバティブ(派生商品)といっても原資産である天候データそのものが価値をもつ訳ではないため、天候デリバティブは、天候データと相関が高い企業の売上や損益を補填するという保険目的として、一般に用いられる。ただし、天候デリバティブの場合、支払いが企業の損益そのものに依存するのではなく、当該期間の天候データに依存する点が保険商品と大きく異なる。

¹ 筑波大学大学院 ビジネス科学研究科：〒112-0012 東京都文京区大塚 3-29-1

² 日興シテイグループ証券株式会社 国際業務部：〒107-6122 東京都港区赤坂 5-2-20

すなわち、保険商品の場合、損失の原因となるイベントが、いつどのように発生したかなどの条件も保険金の支払いにおいて重要となるが、天候デリバティブでは、当該期間のデータさえ観測されていれば、支払いは純粋にデータのみにより決定される。このように天候デリバティブは、金融証券であるデリバティブとしての性質と、保険としての性質の両面性をもつ。

株式や金利、債券を原資産とする一般の金融デリバティブと異なり、天候デリバティブの場合、原資産である天候データが市場取引されていないため、Black-Scholes (1973)モデルに代表される、複製ポートフォリオに基づく無裁定価格理論を適用することができない。このような価格付け問題は、非完備市場における価格付け問題として特徴付けられ(Davis, 1998)、金融工学の分野において近年最も研究が盛んな研究テーマの一つである。Cao and Wei (2003)、Davis (2001)、および Platen and West (2005)では、天候デリバティブ価格付け問題に対し、気温変動を確率微分方程式もしくは時系列モデルで定式化し、投資家の期待効用最大化から適正価格を導出する手法が提案されている。また、土方(2003)は、過去の実績値から期待支払額を推定し、リスクプレミアムを加えることによって価格を算出する保険的手法を紹介し、具体的な計算例を示している。両手法とも過去のデータに基づく将来の天候変動の推定という点で共通しているが、前者は投資家の立場から価格付けを行い、後者は保険会社といったリスクの引受け手を主体として価格付けを行う点が異なっている。本論文では、事業主の観点から天候デリバティブの有効性を示すため、新しい価格付けの考え方としてトレンド予測に基づく手法を提案し、一般化加法モデル(Hastie and Tibshirani, 1990)を用いたトレンド分析によって天候デリバティブの価格を計算する。さらに、エネルギー事業リスクに対する天候デリバティブのヘッジ効果を測定し、天候デリバティブの有効性について検証していく。

まず、トレンド予測に基づく天候デリバティブ価格の考え方を説明し、天候先物価格とその支払額が、トレンドと残差によって与えられることを述べる。また、天候プットオプションなどプレミアム支払時点が事前に行われる場合に対しても、本手法が適用可能なことを示す。つぎに、実際のデータに対して提案手法を適用し天候先物の価格付けを行うことによって、電力事業主が天候デリバティブを用いた場合の、過去の実績値における電力収益のヘッジ効果の測定を行う。さらに、プットオプションを構築した場合の電力会社の最適な収益構造を考察し、夏季の気温の高いところで電力収益が飽和する場合に、プットオプションによる高い収益ヘッジ効果が得られることを示す。最後に、ガス会社の事業収益についても同様の分析を行う。

2. 天候デリバティブの概要

2.1 天候デリバティブ取引

天候デリバティブは、1997年9月に米国の総合エネルギー会社であった ENRON 社と Koch 社の間で最初の取引が始まったとされている。背景には、電力自由化による電力の市場取引において、エネルギー会社は電力価格に影響を及ぼす気温変動を事業リスクとして抱えていたという状況があった。その後、欧米では主にエネルギー会社を中心に取引が発展し、いくつかの取引所においては気温先物・先物オプションといった標準物商品が上場されている。一方、日本では、1999年より保険会社や銀行を中心に市場が発展し、気温のみならず、降水量、積雪量等さまざまな天候リスクに対するパラエティに富んだ商品が主に相対で取引されている。国内のエネルギー関連企業に対しては、東京電力と東京ガスが締結した2001年夏の気温リスクを交換するカラー取引から始まり、その後も気温変動リスクのヘッジ手段として天候デリバティブが利用されている。

天候デリバティブの対象となる原資産は用途に応じて様々であるが、代表的なものとして、気温や降雪量、降水量が挙げられる。特に、気温は、以下の点においてその取引が活発である。

- ・ 多地点，多期間にわたるデータの取得が比較的容易である．
- ・ 想定される市場参加者が多い．すなわち，エネルギー関連企業や，家電，食料品関係の企業など，売上が気温と相関を持つ企業が数多く存在する．
- ・ 国際的にみても取引事例が多く，国際分散投資への利用が期待される．

本論文では，気温に対する天候デリバティブに焦点を当て，価格付けおよび天候デリバティブを用いた事業収益ヘッジ効果の測定について考察する．

2.2 天候デリバティブ価格の計算

現在提案されている天候デリバティブ価格付けのための天候モデルの大部分は，統計的手法に基づいている．長期予報の情報を部分的に反映した統計的手法も提案されているが(土方，2003)，気象に対する予報モデルを直接利用した天候デリバティブの価格付け手法は，現時点では困難であると考えられ，今後の重要な課題であるといえる．

一旦，統計モデルが求めれば，通常は以下の2つのステップによって天候デリバティブの価格付けが行われる．

前提条件：天候デリバティブの種類(先物，オプション，etc...)，条件(満期，掛け値，支払い額の上限など)は所与とする．

Step 1: 統計モデルを構築し，期待支払額を計算する．

Step 2: Step 1 で求めた期待支払額にリスクプレミアムを加えて天候デリバティブの価格とする．

Step 2 のリスクプレミアムは，支払額の分散もしくは標準偏差等の何パーセントかをリスクの引受け側の対価(プレミアム)として計算し，価格を求める際，期待支払額に加えるものである．また，このような期待支払額に対するリスクプレミアムの割合は，リスクの市場価格とも呼ばれることがあり，リスクの引受け手がどの程度の対価を市場に要求するかの指標となる．

Step 1 の期待支払額の計算も Step 2 のリスクプレミアムの計算も，通常は構築した統計モデルの性質に依存してその計算の難易度や手法が異なる．このような，期待支払額およびリスクプレミアムの計算に使われる代表的な手法は以下の通りである．

1. 計算可能な解析解を求める手法(例えば Davis, 2001)
2. パーニングコスト法に基づく手法(土方，2003)
3. ブートストラップ法に基づく手法(Efron and Tibshirani, 1993)
4. モンテカルロ法に基づく手法(土方，2003)

上記手法は，番号が大きくなるにしたがって計算量は増加する．1)の解析解を求める手法は，比較的，理論上扱い易いと考えられる確率分布や確率過程を想定して，解析的に期待支払額やリスクプレミアム(もしくはリスクプレミアムを考慮した価格そのもの)を導出するものである．一般的に，解析解は計算上最も効率的であり，これが求めれば解の理論的性質等を分析する際も都合がよい．ところが，現実をより忠実に反映したモデルを構築しようとするとき，それは必ずしも理論的に取り扱い易いモデルとは限らない．特に，天候モデルの場合，次元の問題がネックとなり，計算可能な解析解の導出が一般的には困難である．

モデルの次元が高いなどの問題で解析解を求めることが困難な場合，シミュレーションによって数値的に解を求めることが考えられる．このような場合に有効な手法は，4)のモンテカルロ法である．モンテカルロ法は，与えられた統計モデルにおける残差項の部分確率変数としてランダムに発生させ，満期時点における天候デリバティブの支払額をシミュレーションするものである．通常は，上記のシミュレーションを何回も行うことによって，支払額のサンプル

ル平均を求め、それを期待支払額とする。同様に、サンプル分散も計算し、リスクプレミアムを求め、最終的に天候デリバティブの価格を導出する。このようなモンテカルロ法においては、ある程度の精度を達成する解を導出するためのサンプル数は、問題の程度にもよるが、通常は数万もしくは数十万といわれ、これらサンプルに対しておのおの支払額を求め、平均を計算するという操作が要求される。そのため、一般にモンテカルロ法は、上記手法の中で一番計算時間を要する。ただし、モンテカルロ法はモデルの次元に依存せずに適用できるなど、汎用性も高く、天候デリバティブに限らず、金融デリバティブの価格等を数値的に求める際に、よく使われる手法である。

残りの手法の中で、2)と3)の手法は、上記1)、4)の手法と異なり、天候データに関する過去の実績値をより積極的に利用しようというものである。これらの手法は、残差項が従う確率分布を陽に求めず、過去の実績値分布から直接、期待支払額を計算するというものである。ただし、バーニングコスト法の場合は、データの順番についても過去のもをそのまま取り扱い、トレンド修正した過去データに対して、天候デリバティブの支払い条件を当てはめ、過去の実績値からどの程度の支払額が期待されるかを計算する。そのため、バーニングコスト法を適用する場合は、期待支払額を計算するのに用いるサンプル数は過去のデータ数に限られるという問題がある。しかし、実際に起こった過去データを直接用いるという点においては、現実の事象に一番即した手法と考えることができる。それに対して、ブートストラップ法は、トレンド修正した天候データの過去の実績値の中から、重複を許してランダムに抽出したデータを用いて、天候デリバティブの支払額を計算していくものである。重複を許すため、期待支払額を計算する際に必要なサンプルの数が、必ずしも過去のデータ数に縛られる訳ではなく見かけ上サンプル数を増やすことができ、バーニングコスト法より平滑化された予測分布を想定することができる(Efron and Tibshirani, 1993)。

本論文では、天候デリバティブに対する新しい価格付けの考え方として、トレンド予測に基づく手法を提案し、天候デリバティブの事業リスクヘッジ効果について検証する。ここで提案するトレンド予測に基づく価格付け手法は、気温データの過去の実績値から求まるトレンドの推定値を用いて天候デリバティブの価格を計算するもので、本論文で取り扱うように、過去の実績値に対する天候デリバティブの事業リスクヘッジ効果を測定するのに適している。なぜなら、トレンド予測に基づく価格付け手法においては、データが観測されている全期間における天候デリバティブ価格が、それぞれの時点のトレンド推定値から瞬時に計算されるので、時点ごとにデリバティブ価格を計算しなおす必要がなく、天候デリバティブを組み合わせた事業ポートフォリオ収益の計算や統計的分析を容易に行うことができるためである。なお、本手法は、過去の実績値を積極的に利用するという点においては、2)、3)に近いのであるが、適用するトレンド推定手法によっては、1)、4)の手法のように、残差項が従う確率分布を特定のものに仮定することもできるという特徴をもつ。また、基本的には数値計算によって解を導出するのであるが、繰り返し計算を必要とせず、通常の統計解析に使われる簡単な代数計算で解を導出することができる。

3. トレンド予測に基づく天候デリバティブの価格付け

3.1 月平均気温を原資産とする天候デリバティブ

先物契約とは、将来時点における原資産の取引価格(先物価格)を現時点において決定し、取引を行うものである。このような先物契約に対しては、現時点では資金の決済は行われず、先物契約の価値は零であるが、将来の取引時点(満期時点)では、先物価格とその時の原資産価格との差によって価値が生じる。この満期時点における原資産価値と先物価格との差額は、満期時点における先物契約の価値と考えられるので、買い手側にとっての満期時点における先物契

約の価値は以下のように与えられる。

$$(3.1) \quad \text{満期時点における先物契約価値} = \text{満期時点の原資産価格} - \text{先物価格}$$

もし、先物価格の方が原資産価格よりも高ければ (3.1) の右辺は負となり、買い手側の損失となる。取引所における先物取引においては、実際に原資産の受け渡しをするのではなく、当該時点における原資産価格と先物価格の差額を支払うことにより決済が行われることが多い。天候先物とは、このような先物取引を、天候データを指標として行うものである。

ここで、原資産を月平均気温とする天候デリバティブを考える。ある基準時点となる月から第 n 番目の月の月平均気温を $T(n)$ とした場合、 n が限月であるような天候先物の満期時点における支払額(先物ロングポジション側の受取額)は、以下のように与えられる。

$$(3.2) \quad \text{先物の支払額} = \alpha(T(n) - F(n))$$

ただし、 α は掛け値と呼ばれる 1 度あたりの値段であり、 $F(n)$ は先物価格(この場合は気温)である。もし、契約形態がプットオプションである場合は、あらかじめ決められたストライクプライスを $K(n)$ とすると、満期時点におけるオプションの支払額は次式で与えられる。

$$(3.3) \quad \text{プットオプションの支払額} = \alpha \cdot \max(K(n) - T(n), 0)$$

以降では、 $\alpha = 1$ とし、金額についての調整は取引ボリュームで行うこととする。

注意 1. 天候デリバティブを考える上で、先物は最も基本的な契約と考えることができる。なぜなら、もし取引所等で先物市場が形成されれば、先物を原資産とする先物オプションも取引可能となり、市場の流動化へとつながるからである。また、東京金融先物取引所(TIFFE)は、以下のような内容の先物取引を開始すると、2004 年 8 月 15 日付けの紙面上で報じている。

- ・ TIFFE では、東京、大阪を含む国内 4 都市の平均気温を対象にした先物商品を上場する。
- ・ 1 年先までの気温が 1 ヶ月単位で取引できる。気温 1 度につき 50,000 円から 100,000 円とし、0.01-0.05 度刻みで売買する。

図 1 は、気温上昇を見込む投資家が、1 度あたり 100,000 円で、限月と呼ばれる取引の対象となる月(例えば 8 月)の平均気温先物を 25 度で買った場合の、実際の平均気温に対する受取額の関係を表すものである。もし、限月における平均気温が 25 度を上回り、例えば図のよう

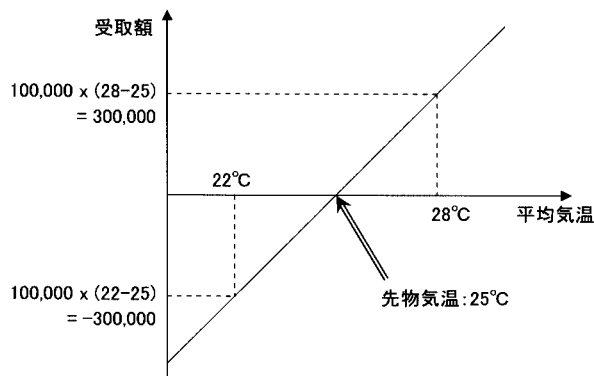


図 1. 天候先物の支払い構造。

に28度だった場合は、この投資家は

$$100,000 \times (28 - 25) = 300,000 \text{ 円}$$

を受け取る。逆に25度を下回り、例えば22度だった場合は、

$$100,000 \times (22 - 25) = -300,000 \text{ 円}$$

を受け取る(すなわち、300,000円を支払う)。

3.2 トレンド予測に基づく天候デリバティブの価格付け
 トレンド予測に基づく価格付け手法は、以下の手順に従う。

- Step 1: 全ての契約を、満期時点でのみ資金決済を行う先物タイプの契約とする。
- Step 2: このような先物タイプの契約の過去の実績値に対する支払額を計算し、トレンドと残差項に分解する。
- Step 3: トレンドを先物価格、残差成分を先物ロングポジションにおける受取額とする。将来時点の先物価格を求める際は、予測トレンドの推定値を求める。

Step 1 の先物タイプの契約とは、オプションのように買い手側が契約時点でプレミアムを支払い、満期時点で原資産の値に応じて支払額を受取るような契約でも、資金の決済は全て満期時点に行われるように仮定する契約である。例えば、プットオプションの場合、満期時に(3.3)を受取る代わりに支払う固定価格(オプションの先物価格)を契約時点において決定し、満期時点で原資産に依存する価値(3.3)と固定価格を交換すると仮定するものである。将来時点での確定的なキャッシュフローを現在価値に割り戻す際の割引率はデフォルトリスクがないとすれば無リスク利子率として差し支えないので、契約時点で支払うべきプレミアムは無リスク利子率で割引くことによって求めることができる。すなわち、オプションのように、プレミアムの支払い時点が満期時点と異なる場合も、将来時点で不確定な支払額と交換する確定額を求めることによって、契約時点で支払うべきオプションプレミアムの額が求まることが分かる。

契約時点で資金の決済を行わない先物取引においては、適正な先物価格をどのように求めるのかが鍵となる。もし、原資産が市場取引されている場合は、無裁定の条件を適用し、契約時点の原資産価格に満期時点までの利子の分を上乗せすることによって、先物価格を求めることができるのであるが、天候デリバティブのように原資産が市場取引されていない場合は、これを直接適用することはできない。このような場合において重要な役割を果たすのは、買い手側(先物ロングポジション)と売り手側(先物ショートポジション)の投資家がもつ効用関数である。

買い手側も売り手側もリスク中立であれば、適正価格は先物の支払額の期待値であると考えられる。なぜなら、リスク中立な効用関数をもつ投資家にとっては、不確実な収益を得ることと、その期待値によって与えられる確実な収益の価値に相違はなく、もし双方の投資家がリスク中立であれば、両者にとっての適正価格は支払額の期待値である。Step 2, 3 において、最小二乗法や最尤法を用いることによって残差平均が零となるトレンドを求め、それを先物価格とすることは、このようにリスク中立の仮定の下で先物価格を求めることに対応している。

3.3 ノンパラメトリック回帰によるトレンド予測

ノンパラメトリック回帰とは、回帰関数の形を有限個のパラメータによって規定せずに推定するための統計技法である。単回帰の状況での平滑化はノンパラメトリック回帰の基盤であり、その代表的な考え方として散布図平滑化がある。この平滑化の手法には様々な提案がされているが、本論文ではスプライン平滑化を採用する。

いま、次式のように系統変動 $f(x_i)$ 、残差変動 ε_i という説明変数で被説明変数 y_i を表現した際に、 ε_i の分散を最小にするような平滑化スプライン関数 f を考える。

$$(3.4) \quad \begin{aligned} y_i &= \text{系統変動} + \text{残差変動} = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \\ E[\varepsilon_i] &= 0, \quad \text{var}[\varepsilon_i] = E[\varepsilon_i^2] = \sigma^2 \end{aligned}$$

仮に、通常の最小二乗法で f を推定しようとする、データ点を直接補間する曲線を得てしまう。そこで、代替的に、残差平方和に関数の平滑度を表すペナルティ項を加えたペナルティ付き残差平方和 (Penalized Residual Sum of Squares)

$$PRSS = \sum_{i=1}^n \{y_i - f(x_i)\}^2 + \lambda \int \{f''(x)\}^2 dx$$

を最小にする f をもつめ、これを推定関数とする。この最適化により、スプライン平滑化が自然に導かれる。 λ は平滑化パラメータと呼ばれ、この値を大きく選ぶほど、推定されるスプライン回帰関数は滑らかになる。

平滑化パラメータをデータに基づいてクロスバリデーション等で選定することは、非線形構造の探索・診断に有用である。例えば、クロスバリデーションの結果、 f に線形関数が選定される場合、その回帰式には一次式モデルの当てはまりが最も良いという示唆を与える。このような散布図平滑化の考え方は、Hastie and Tibshirani (1990) により一般化加法モデル (GAM: Generalized Additive Model) として概念の整備が進み、一般化加法モデルでは、説明変数が複数ある重回帰分析をノンパラメトリックにすることや正規分布以外の分布に従う目的変数の取り扱いが可能となっている。

次章以降では、一般化加法モデルに過去の気温データを当てはめ、気温先物の価格付けのシミュレーションを行い、電力およびガス事業収益に対する天候デリバティブのヘッジ効果を測定する。

4. 価格付けシミュレーションと電力事業収益ヘッジ効果の測定

本章では、電力事業主が天候デリバティブを用いる際の、価格付けシミュレーションと過去の実績値に対する収益ヘッジ効果の測定を行う。

4.1 電力需要と気温

夏季の販売電力をみた場合、猛暑であれば販売電力量は増加し、冷夏であれば販売電力量は落ち込むであろうことは容易に想像がつく。また、冬季に気温が低いほど、電力需要が増すであろうと推測される。このことを、1963年4月から2003年12月までの東京電力の月別販売電力と東京の月平均気温の関係から検証する。

図2は、長期トレンドを除去した対数販売電力量を電力需要とし、電力需要と月平均気温の関係を一一般化加法モデル

$$(4.1) \quad \text{電力需要} = f(\text{月平均気温}) + \varepsilon$$

を用いて回帰関数 f を推定した際の、偏回帰プロットである。ただし、実線は推定された偏回帰関数 f 、破線は近似95%の信頼区間である。長期トレンドは除去されているので、電力需要が正の場合は、販売電力量が年平均よりも高い傾向にあり、負の場合は低い傾向にあることを示す。この図から、電力需要が最も低いのは、月平均気温が20度の辺りであり、それより気温が低くなれば、徐々に、電力需要は増加し、17度を下回ったあたりで一旦なだらかになる。そして、約13度を下回ったところで再び増加傾向となり、その後は気温が低くなるにつれて

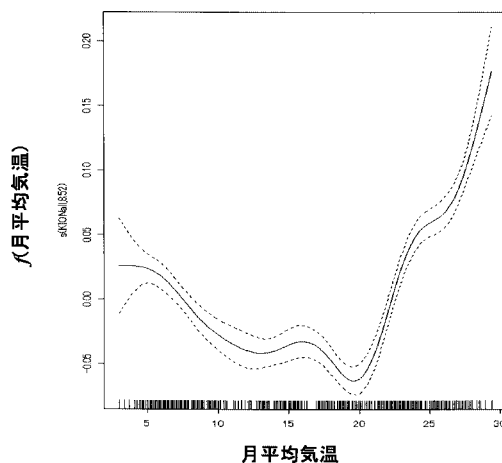


図 2. 月平均気温と電力需要の関係(東京).

電力需要は増加する．一方，月平均気温が約 20 度以上では，気温が高くなるにつれて電力需要は急激に増加していく．特に，気温 22 度から 23 度を越えたところでは，電力需要は，気温がそれ以下の場合よりも常に高い．また，気温変化に対する電力需要の変化，すなわち気温変化に対する電力需要の感応度も，気温 20 度以上で高いことが分かる．このような気温変化に対する電力需要変化の割合は，気温が低い場合も大きいと考えられるが，気温が高いところの方がより顕著であり，結果として，気温の高い夏季は，気温変化に対する電力需要変化の感応度が高いと結論付けることができる．

4.2 夏季の販売電力量の推移

電力会社の場合，電力需要が過度に増加することは，設備費用の面から必ずしも望ましいとは言いがたいが，電力需要がある一定の範囲で変動する場合は，電力事業収益は販売電力量とともに増加すると考えられる．4.1 節で述べたように，平均気温が相対的に高い夏季は，気温変化に対する電力需要変化も大きいので，夏季に気温が平均気温と比べて大きく変動すれば，その分，電力事業収益も大きく変動する可能性が高いと考えられる．このことを考慮して，以下，夏季における販売電力量と気温の関係に的を絞って議論を進めていく．

ここでは，夏季における販売電力量の過去データとして，1963 年から 2003 年までの 6, 7, 8 月における東京電力の販売電力量を用いる．図 3 は，1963 年 6 月を第 1 期目とした場合の，夏季の月別販売電力量(MWh)を表示したものである．ただし，横軸の期間は，最初の 3 期間が 1963 年 6, 7, 8 月，次の 3 期間が 1964 年 6, 7, 8 月であり，最後の 3 期間は 2003 年 6, 7, 8 月を表している．また，実線は，これらの点を最小二乗近似する 3 次の曲線である．この図から，矢印の付いているあたりより，月ごともしくは年ごとの販売電力量のばらつきが顕著になることが分かる．実際に，矢印がついているのは，第一次オイルショックのあった 1973 年頃であり，高度経済成長期から第一次オイルショックにかけては，販売電力量はほぼ一定の水準で増加してきたが，オイルショックを境にばらつきが次第に大きくなっていくのが見て取れる．本節の議論をまとめると，東京における月別販売電力量と平均気温の関係について，

- 平均気温が相対的に高い夏季は，気温変化に対する電力需要変化が大きい．すなわち，夏季に，平均気温と比べて気温が大きく変動すれば，電力事業収益も大きく変動する可能性

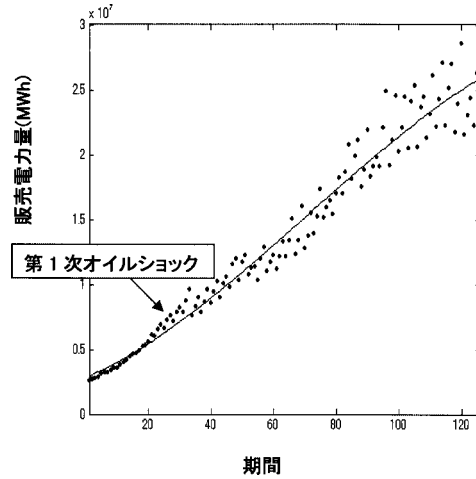


図 3. 夏季の販売電力量の推移(東京電力).

が高い。

- ・ 第一次オイルショック以降の 1970 年代後半から、電力需要の平年値に対するばらつきが大きくなる傾向にある。

との見解が得られる。そこで、ばらつきが大きくなった 1970 年代後半以降の販売電力量データに焦点を絞り、夏季の電力事業収益に対する気温先物のヘッジ効果の測定を行う。

4.3 気温先物の構築と最小分散ヘッジ

本節では、最小分散ヘッジの基本的な考え方を導入するために、まずパラメトリックな手法で電力事業収益および月平均気温に対する回帰関数を推定し、天候デリバティブを設計する。次節では、本節と同様の分析を、一般化加法モデルによるノンパラメトリックな手法を用いて行い、結果を比較する。

4.3.1 気温先物の構築

まず、パラメトリック回帰を用いて気温先物を構築する。図 4 は、1976 年から 2003 年までの、夏季(6, 7, 8 月)の月平均気温の推移を表している。ただし、実線で表される曲線は、長期トレンドを表す 3 次曲線であり、1976 年 6 月を第 1 期とする期間を説明変数、月平均気温を被説明変数としたパラメトリックな回帰分析によって求められている。ここで、掛け値 $\alpha = 1$ の場合においてトレンド予測に基づく価格付けを適用すると、長期トレンドの値は当該期間における先物価格を、実際の月平均気温と長期トレンドの残差は先物支払額を与えている。これを一般化加法モデル(3.4)における記法に対応させれば、 y_i を各月の平均気温とした場合、 i 期の先物価格は $f(x_i)$ 、先物の支払い額は ε_i で与えられることになる。

もし、このような先物価格の下で先物取引が全期間において行われたと仮定すれば、全期間にまたがる先物取引のトータルコストは、残差の和によって与えられる。最尤法や最小二乗法を用いて回帰分析を行った場合、残差の和は零であるので、このような先物取引にかかるトータルコストは、買い手側、売り手側ともに零とみなすことができる。上記の観点からも、トレンド予測によって与えられる先物価格は、適正価格と考えることができる。

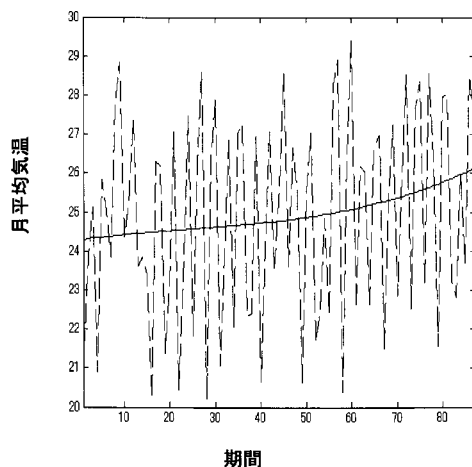


図 4. 1976 年以降の夏季月平均気温(東京)。

4.3.2 気温先物を用いた最小分散ヘッジ

図 5 は、図 4 と同じ期間における夏季の販売電力量の推移を表している。図 3 と比べると、より販売電力量のばらつきが強調されていることが分かる。実線は、1976 年 6 月を第 1 期とする期間を説明変数、月別販売電力量を被説明変数とした回帰分析の、長期トレンドを表す 3 次曲線である。この場合も、月別販売電力量から長期トレンドを除去した残差の全期間における和は零である。また、販売電力量が長期トレンドより高い場合は、販売電力量が平年と比べて超過傾向であり、低い場合は販売電力量が過少傾向にあることを示す。本論文では、まず、電力販売によって得られる月別の超過収益を $P(n)$ とし、以下のように $P(n)$ が各期における超過販売電力量に比例すると仮定して、気温先物のヘッジ効果について分析する。

仮定 1. 電力事業の超過収益は、超過販売電力量に比例する。
すなわち、ある定数 c に対して、次式が成り立つ。

$$(4.2) \quad P(n) = c \times \{ \text{“月別販売電力量”} - \text{“販売電力量の長期トレンド”} \}$$

今、電力事業主が、第 n 期の支払額が $Z(n)$ で与えられる先物契約を、第 1 期である 1976 年 6 月以降の全ての期間において行った場合に、どの程度の電力事業収益のヘッジ効果が得られるかを測定したい。ここでは、収益率分散をヘッジ効率の指標として、電力事業の収益率分散がどの程度低減化されたかによって、ヘッジ効果の測定を行う。そのため、以下のような最小分散ヘッジ問題を考える。

$$\begin{aligned} \text{最小化: } & \text{var}(P(n) + \Delta(n)Z(n)) \\ \text{条 件: } & \text{mean}(Z(n)) = 0 \end{aligned}$$

ただし、 $\text{mean}(\cdot)$ はサンプル平均を表し、 $\text{var}(\cdot)$ はサンプル分散を表す。また、 $\Delta(n)$ は、第 n 期の支払額が $Z(n)$ で与えられる先物の契約単位であり、 $\Delta(n)$ 単位の先物契約を結んだ場合、先物ロングポジションの投資家は、第 n 期に $\Delta(n)Z(n)$ を受け取ることができる。また、計算を簡単にするため、以下の仮定をおく。

仮定 2. $\Delta(n)$ は全ての期間において一定 ($=\Delta$) である。

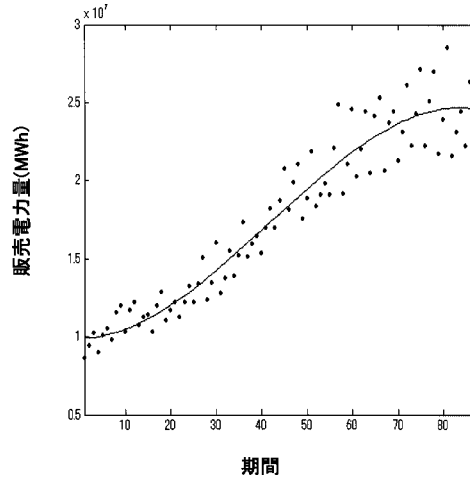


図 5. 1976 年以降の夏季販売電力量(東京電力).

仮定 2 の下で, $\text{var}(P(n) + \Delta Z(n))$ を最小にする $\Delta = \Delta^*$ は, 以下のように計算することができる.

$$(4.3) \quad \Delta^* = \frac{\sigma_p}{\sigma_z} \rho_{pz}$$

ただし, σ_p, σ_z は, それぞれ, $P(n), Z(n)$ の標準偏差であり, ρ_{pz} は $P(n)$ と $Z(n)$ の相関係数である (4.3) より, $\rho_{pz} > 0$ であれば $\Delta < 0$ であるので, 超過収益 $P(n)$ と先物の支払額 $Z(n)$ が正の相関をもつ場合, 電力事業主は, 先物に対してショートポジションをとる. このとき, 最小分散は,

$$(4.4) \quad \text{var}(P(n) + \Delta^* Z(n)) = \sigma_p^2 (1 - \rho_{pz}^2)$$

で与えられる. これを, もとの電力収益分散 σ_p^2 で割ったものを, 分散低減化率 V_r として定義すると, 次式が成り立つ.

$$(4.5) \quad \begin{aligned} \text{“分散低減化率”} = V_r &:= \frac{\text{var}(P(n) + \Delta^* Z(n))}{\sigma_p^2} \\ &= \frac{\sigma_p^2 (1 - \rho_{pz}^2)}{\sigma_p^2} = 1 - \rho_{pz}^2 \end{aligned}$$

V_r は,

$$(4.6) \quad 0 \leq V_r \leq 1$$

を満たし, その値が小さければ小さいほど先物によって分散が低減化されることが分かる. このことは, $Z(n)$ によって定義される先物の支払額と電力収益 $P(n)$ の相関が高ければ高いほど, 気温先物による電力事業収益のヘッジ効果が高いことを示す.

ここで, 仮定 1 のように, 超過収益 $P(n)$ が長期トレンド除去した電力販売量に比例するとおくと, ρ_{pz} は, 長期トレンドを除去した月平均気温と販売電力量との相関係数に一致する. 実際に, 図 4, 図 5 のデータに対し, トレンド除去後の月平均気温と販売電力量の相関係数を計

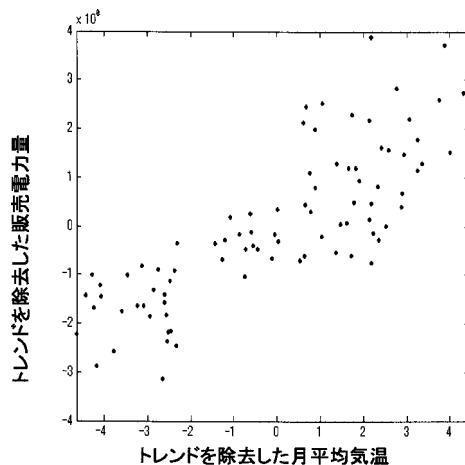


図 6. トレンドを除去した夏季月平均気温 .

表 1. 各都市の気温先物を利用した電力事業収益の分散低減化率 .

地域 (電力会社)	相関係数 ρ_{pz}	分散低減化率 V_r
東京 (東京電力)	0.811	0.342
大阪 (関西電力)	0.875	0.235
名古屋 (中部電力)	0.847	0.283

算すると,

$$(4.7) \quad \rho_{pz} = 0.811$$

が得られる. なお, 図 6 は, 各々の長期トレンド除去後の月平均気温と販売電力量の関係を表しており, 両者に正の相関があることがこの図からも見て取れる (4.5) より, この結果得られる分散低減化率 V_r は以下のように与えられる.

$$(4.8) \quad V_r = 0.342$$

すなわち, 東京電力における販売電力量の過去の実績値においては, 気温先物を利用することにより, 夏季の電力事業収益の分散を元の値の約 34 パーセントまで減らすことができることを示している.

表 1 は, 大阪の月平均気温と関西電力の月別販売電力量, および名古屋の月平均気温と中部電力の月別販売電力量の同じ期間における実績値から算出した電力事業収益の分散低減化率を示している. ただし, 第 1 行は, 上記において計算した東京電力と東京の気温に対する結果である. 地域によって多少の違いはあるものの, これらの都市における平均気温を参照した先物は, 電力収益と販売電力量が比例関係にあるときに, 高い収益ヘッジ効果があることが分かる.

4.4 一般化加法モデルに基づく電力収益ヘッジ

本節では, 一般化加法モデルを用いて気温先物および先物オプションを構築し, 電力事業収益に対するヘッジ効果の測定を行う.

第 n 期における気温先物の支払額 $Z(n)$ ，超過電力事業収益 $P(n)$ に対し，次の一般化加法モデルを考える．

$$(4.9) \quad P(n) = f(Z(n)) + \varepsilon(n)$$

ただし， $\varepsilon(n)$ は残差項である．また (4.9) の一般化加法モデルに対する平滑化スプライン関数 f を f^* とする．このとき (4.9) を書き直すと．

$$(4.10) \quad \varepsilon(n) = P(n) - f^*(Z(n))$$

である．もし， f^* が線形関数のときに最適であれば $f^* = \Delta^* Z(n)$ と書くことができ，平滑化スプライン回帰は，4.3.2 節で導入した最小分散ヘッジにおいて， $P(n) + \Delta Z(n)$ の分散を最小にする $\Delta = -\Delta^*$ を与えることが分かる．

取引されている商品が先物だけであるなら，最小分散ヘッジによって，電力事業主が利用できる商品は先物のみである．この場合，電力事業主にとって，受取ることが可能な先物の支払額は，先物の契約単位に比例する．すなわち，もし Δ 単位の先物契約を結んでいるのであれば，受取額は $\Delta Z(n)$ である．これを，一般化加法モデルのように $f(Z(n))$ とすることは， $Z(n)$ に対して非線形の支払額をもつ商品を想定することに対応している．

一般に先物の支払額に対して非線形の支払い構造をもつ商品は取引されておらず，このような商品を用いてヘッジを行うことは現実的には困難である．ところが，超過電力事業収益 $P(n)$ が超過販売電力量に比例するという仮定¹の下では，東京における気温・販売電力量の実績値に対して f^* は線形関数が最適となり，先物によるヘッジ効果が最も高いとの結果が以下のように得られる．

以降では，全ての分析を一般化加法モデルに基づいて行う．まず，販売電力量における長期トレンドを，一般化加法モデルにおける平滑化スプライン関数により求め，超過収益 $P(n)$ を (4.2) のように長期トレンドを控除した販売電力量に比例すると仮定する．また，4.3 節においてパラメトリック回帰によって求めた先物価格を，一般化加法モデルにおけるノンパラメトリックな平滑化スプライン関数で推定したもので置き換え，残差項を先物支払額 $Z(n)$ とする．このような $P(n)$ ， $Z(n)$ に対して (4.9) のような一般化加法モデルを構築し，平滑化スプライン回帰関数を計算する．図 7 は，このようにして推定した平滑化スプライン関数を表しており，

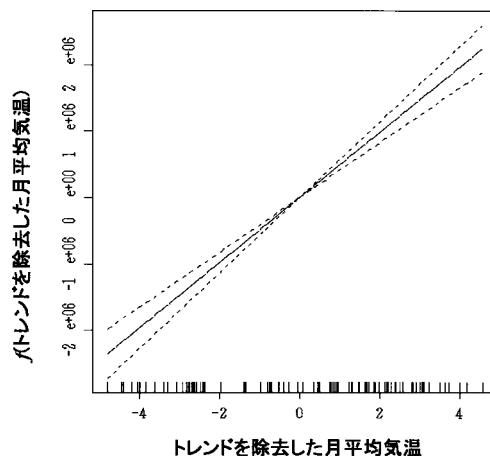


図 7. 一般化加法モデルによるトレンドを除去した夏季月平均気温と販売電力量(東京)．

f^* が線形関数で与えられることが分かる．このことは，超過販売電力量が長期トレンドを除去した販売電力量に比例する場合に，気温先物を利用することが最もヘッジ効果が高いことを示している．なお，一般化加法モデルによって計算される分散低減化率は，

$$(4.11) \quad V_r = 0.341$$

であり，最小分散ヘッジのそれとほぼ等しいことが分かる．

注意 2. 本論文では，トレンド推定手法として，回帰多項式に基づく手法やスプライン回帰式に基づく手法を採用し，分散低減化率を指標に事業リスクヘッジ効果を測定した．一方，月平均気温そのものに対するトレンド推定の評価指標として，標準誤差等の統計量を用いることも考えられる．また，本論文では述べなかったが，ニューラルネットに基づく推定手法も，トレンド推定法の候補の一つである．これらの比較は非常に興味深いテーマであるが，本論文では議論を事業リスクヘッジ効果の検証に集約するため，このような他手法もしくは他の指標による推定精度の比較については今後の課題とし，上記手法のみを用いて検証を行うこととする．また，ダミー変数等を用いた季節性の考慮もトレンドの推定精度向上に有用と考えられるが，先にも述べたように本論文ではひとまず分散低減化率を指標としたヘッジ効果測定を行うことを目的としているため，ここでは比較等は行わないこととした．

4.5 プットオプションの構築

これまでは，電力事業の超過収益は，超過販売電力量に比例するとの仮定を置いて分析してきた．しかし，電力は貯蔵できないので，電力会社は需要の変動に即時に対応できる発電・送電を行う必要があり，猛暑の昼間といった冷房需要のピーク時には，需要の変動に合わせて，通常行っているランニングコストの低い原子力や石炭等による発電に加え，比較的高価な石油火力による発電も行わなければならない．この場合，気温が高くなりすぎると，売上が伸びても売上原価等のコストが増え，収益はある気温以上で飽和状態に陥る可能性がある．したがって，電力会社は，気温が高くなりすぎると，線形の支払い構造をもつ気温先物では十分なヘッジ効果が期待できないという問題が考えられる．そこで本節では，3.1 節で導入した月平均気温に対するプットオプションを考え，そのヘッジ効果について考察する．

ここでは，3.2 節で説明した要領で月平均気温プットオプションを構築する．ただし (3.3) におけるプットオプションのストライクプライス $K(n)$ は，トレンドの予測値によって与えられる先物価格 ($=F(n)$) を採用するものとする．

第 n 期を満期としたプットオプションの支払額を，

$$(4.12) \quad C(n) = \max(K(n) - T(n), 0)$$

とする．このとき，全ての資金のやりとりを満期時点 n で行う，先物タイプのオプション契約を考える．先物タイプのオプションにおいては，オプション保有者は時点 n において $C(n)$ を受け取る代わりに，固定価格であるオプションプレミアム $J(n)$ を支払う．よって，固定プレミアムを控除したオプション保有者の第 n 期における損益は， $C(n) - J(n)$ によって与えられる．このような先物タイプのオプションプレミアムは，トレンド予測に基づく価格付けを適用することにより計算することができる．なお，もし，固定プレミアムの支払いが事前に行われる場合は， $J(n)$ を無リスク利率で割り戻してやればよい．

次に，上記のように設計したプットオプションを用いた事業収益ヘッジを考える．ここでは，前節までのように超過事業収益が超過電力販売量に比例すると仮定するのではなく，プットオプションを用いた場合の最適な販売電力量 - 事業収益の関係を，一般化加法モデルを適用する

ことによって求める．このため，次式の一般化加法モデルを考える．

$$(4.13) \quad C(n) - J(n) = g(Q(n)) + \eta(n)$$

ただし， $Q(n)$ は第 n 期におけるトレンド除去後の販売電力量であり， $g(\cdot)$ は最適平滑化スプライン関数である．

いま，超過事業収益 $P(n)$ とトレンド除去後の販売電力量 $Q(n)$ の関係が， δ を定数として，

$$(4.14) \quad P(n) = -\delta \times g(Q(n))$$

で与えられると仮定する．このとき (4.13) は以下のように書き直すことができる．

$$(4.15) \quad P(n) + \delta(C(n) - J(n)) = \delta\eta(n)$$

上式の左辺は，超過事業収益とオプションを δ 単位保有した場合の，第 n 期におけるポートフォリオ価値を表す．仮に，関数 g が残差 $\eta(n)$ の分散を最小にするように選ばれていれば， δ は $P(n) + \delta(C(n) - J(n))$ の分散を最小にする最適オプション保有単位 $\Delta = \delta$ を与える．また，この場合の分散低減率は次式で計算される．

$$(4.16) \quad V_r = \frac{\text{var}(P(n) + \delta(C(n) - J(n)))}{\text{var}(P(n))} = \frac{\text{var}(g(Q(n)) - (C(n) - J(n)))}{\text{var}(g(Q(n)))}$$

一方，任意に与えられたに $\delta(\neq 0)$ 対し，

$$P(n) + \delta(C(n) - J(n)) = -\delta g(Q(n)) + \delta(C(n) - J(n))$$

の分散を最小にする g は (4.13) の残差 $\eta(n)$ の分散を最小にしている．このことは，仮に超過事業収益と (4.13) の $\eta(n)$ の分散を最小にする g に (4.14) の関係が成り立てば，プットオプションによる分散低減率が最適となることを示している．また，この場合の分散低減率は (4.16) から計算できる．

実際に，大阪の月平均気温と関西電力の販売電力量データを用いて (4.13) の平滑化スプライン関数 g^* を求めたものが，図 8 の実線に示されている．なお，ここで用いたデータは，表

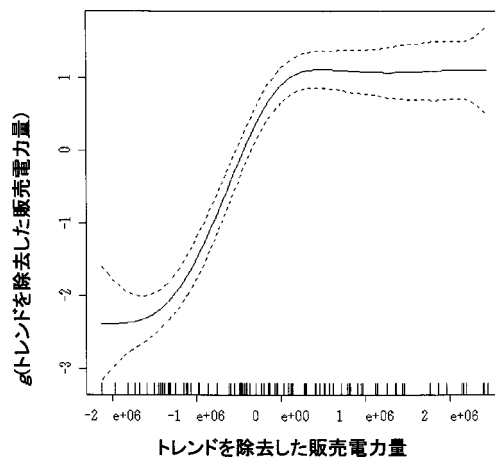


図 8. トレンドを除去した 1976 年以降の夏季販売電力量とプットオプション支払額(大阪)．

1において気温先物を利用した電力事業収益の分散低減化率を計算した際のデータと同じである。この場合、一般化加法モデルから計算される分散低減化率は、

$$(4.17) \quad V_r = 0.110$$

で与えられる。このことから、もし販売電力量と超過収益の関係が g^* 与えられるものに近ければ、プットオプションによるヘッジ効果が高いことが分かる。言い換えれば、この例は、販売電力量と超過収益の間に、図8のような関係があれば、電力事業主は本節で構築したようなプットオプションを積極的に利用することによって、高い事業収益ヘッジ効果が得られることを示している。

注意3. 本節では便宜上、ノンパラメトリック回帰によって残差分散の最小化をするものとして説明してきたが、一般化加法モデルにおける平滑化スプライン関数の推定には、3.3節で説明したように、残差分散を直接最小化するのではなく、ペナルティー付き残差平方和の最小化が行われる。

5. ガス販売量に対する天候デリバティブの事業収益ヘッジ効果

本章では、エネルギーの変数にガス販売量を取り上げ、ガス会社の事業収益リスクに対する天候デリバティブのヘッジ効果を、4章で販売電力量に対して行った分析と同様の手順で検証する。まず、長期トレンドを除去したガス販売量に対して季節ごとの変動傾向を分析し、次に一般化加法モデルを用いて、ガス事業における月平均気温先物のヘッジ効果の測定を行う。

5.1 一般化加法モデルによるガス収益ヘッジ

ここでは、ガス事業便覧に掲載されている東京ガスの1981年1月から2003年12月における月別ガス販売量および同期間における東京の月平均気温を用いる。まず電力の場合の図2に相当する都市ガス需要と月平均気温の関係を図9に示す。この図から、月平均気温が低くなるほど、都市ガス需要が増加する傾向が見られる。特に5度から10度の間では比較的高い感応度がみられる。しかし、春や秋の気温に相当する約12度から約16度の間および夏季の23度

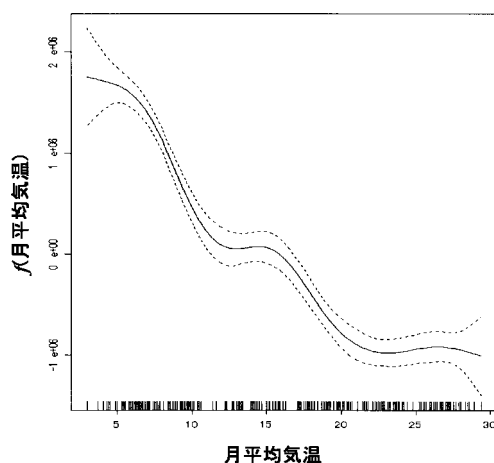


図9. 月平均気温と都市ガス需要の関係(東京).

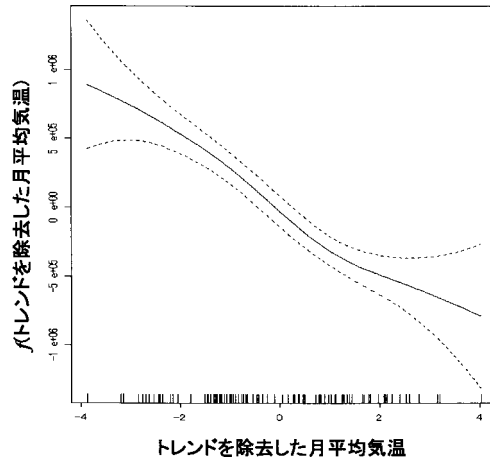


図 10. 一般化加法モデルによるトレンドを除去した冬季月平均気温とガス販売量(東京).

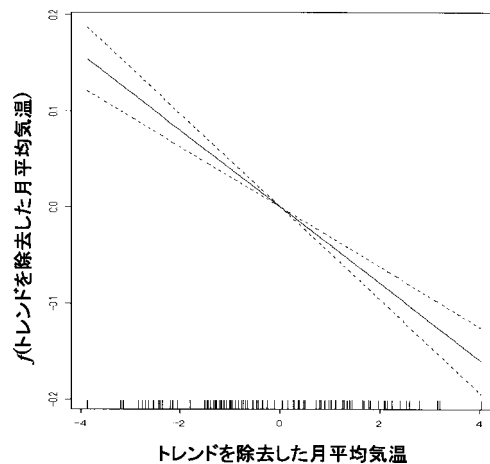


図 11. 一般化加法モデルによるトレンドを除去した冬季月平均気温と対数ガス販売量(東京).

あたりより高い気温では、都市ガス需要の変化はほとんど見られないことが分かる。

以下、ガス販売量が最も増加する冬季を対象を絞り、天候デリバティブのヘッジ効果の測定を行う。厳密には、比較的高い感応度がみられた平均気温 10 度以下の月に限定する。このことは、図 9 の分析で使用した 24 年間分の月平均気温のうち、12, 1, 2, 3 月のデータを全て用いることに対応する。また、ガス事業収益に関して次の仮定 3 をおく。

仮定 3. ガス事業の超過収益 $G(n)$ は、超過ガス販売量に比例する。
すなわち、ある定数 l に対して、次式が成り立つ。

$$(5.1) \quad G(n) = l \times \{ \text{“月別ガス販売量”} - \text{“ガス販売量のトレンド”} \}$$

ガスの原料は LNG (液化天然ガス) が 9 割を占めているので、電力事業とは違い、販売地域の

気温の変動は供給コストには直接的な影響を与えない．よって，仮にガスの販売価格が一定であるならば，仮定3は，実際の関係に近いものであると考えられる．

図10は， $Z(n)$ を月平均気温先物の支払額とした場合の， $G(n)$ に対する一般化加法モデルの平滑化スプライン関数を図示したものである．電力の場合と異なり，回帰関数の推定値は線形とはならないことが分かる．一方，超過ガス販売量 $G(n)$ の代わりに対数値 $\ln(G(n))$ をおき，一般化加法モデルに当てはめた結果が図11である．このように，ガスの場合は，対数をとることによって回帰関数の線形性が得られることが分かる．ただし，この場合の分散低減率は $V_r = 0.510$ と，電力の場合と比べて必ずしも高いヘッジ効果は得られていない．

5.2 販売用途別の分析

前節での議論のように，平均気温先物では電力と比較して高いヘッジ効果が得られなかった理由として，販売用途別の気温依存性の違いが考えられる．以下では，販売用途別の都市ガス需要の変動およびガス販売量構成比の分析を行う．図12~14は，1999年1月から2003年12月における東京ガスの用途別月別販売量(家庭用・商業用・工業用)と東京の月平均気温との関係を表している．なお，ここで使用するデータは5年間と短期間であるのでデータのトレンド補正は行っていない．ただし，家庭用と商業用については，契約者ごとに異なるガス使用量検

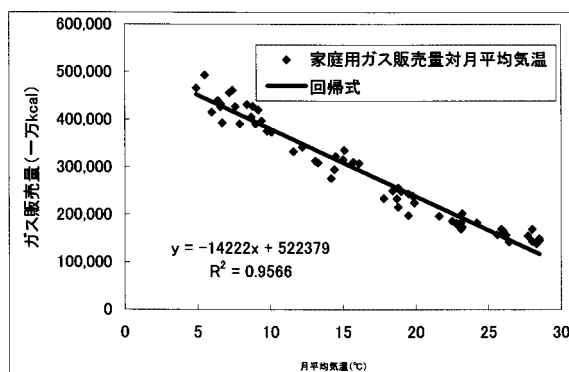


図12. 家庭用ガス販売量と月平均気温の関係(東京)．

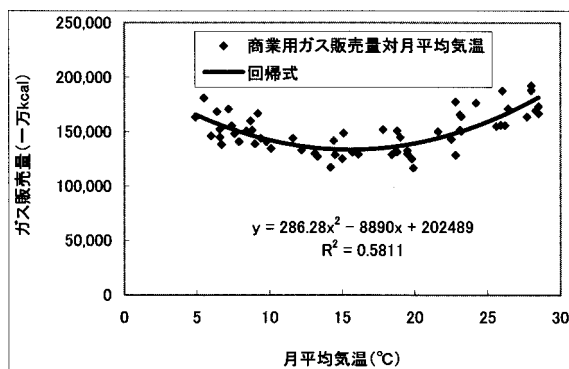


図13. 商業用ガス販売量と月平均気温の関係(東京)．

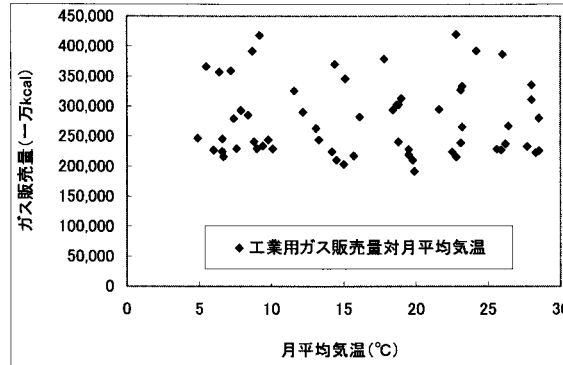


図 14. 工業用ガス販売量と月平均気温の関係(東京)。

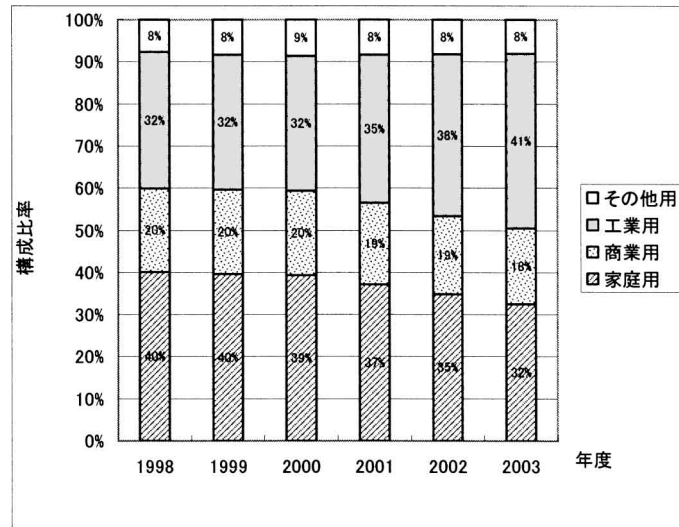


図 15. 用途別ガス販売量構成比率(東京ガス)。

針日の影響を受けるので、該当月とその翌月の平均を該当月の販売量として補正している。

図 12~14 について、東京における月別ガス販売量と平均気温との用途別の関係について、以下の見解を得る。

- 図 12 で 0.96 という高い決定係数が示すように、家庭用のガス販売量は月平均気温との相関が非常に高く、冬季に増加し、夏季に減少する傾向がある。これは、家庭では主として、給湯、煮炊き、暖房にガスが使用されるためである。
- 図 13 より、商業用においても、ガス販売量は月平均気温との比較的高い関係がみられる。家庭用とは異なり、冬季だけでなく夏季にもガス販売量が増加する傾向がある。これはガス冷房の需要によるものと考えられる。
- 図 14 の工業用では、月平均気温との相関はほとんどみられない。

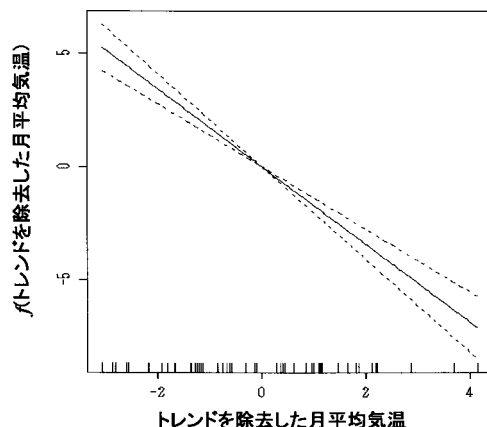


図 16. 一般化加法モデルによるトレンドを除去した冬季月平均気温と家庭用ガス販売量(東京).

図 15 は、1998 年度から 2003 年度の東京ガス用途別ガス販売量の構成比率を示している。これより、2001 年度までは家庭用が最も多くを占めていたが、2003 年度では工業用が 41% まで増え、家庭用を超える水準となっていることが分かる。このように、ガス販売量の用途先割合において、気温との相関が見られない工業用が家庭用を上回る傾向にあることは、冬季ガス販売総収益の変動に対する月平均気温先物のヘッジ効果が薄まる原因の一つと考えられる。

なお、図 16 は、家庭用に用途を絞った場合の、1998 年 12 月から 2004 年 3 月までの冬季(12・1・2・3 月)における超過収益 $G(n)$ に対する、東京の月平均気温先物の支払額 $Z(n)$ の一般化加法モデルによる平滑化スプライン関数の推定結果である。この場合は、線形関数が推定されていることが分かる。また、分散低減率は $V_r = 0.302$ という結果が得られ、家庭用に対しては気温先物が高いヘッジ効果を示している。

6. おわりに

本論文では、まず天候デリバティブについて概観し、代表的な取引商品である気温を中心にその価格付け手法について説明してきた。さらに、天候デリバティブを用いた電力事業・ガス事業各々の収益のヘッジ効果について検証した。その結果、電力事業収益に対しては、天候デリバティブは高い収益ヘッジ効果をもたらすとの見解が得られた。一方、天候に売上が左右される他の業種に対して同様の分析を行ったとしても、その結果から直接、天候デリバティブの有効性を示すことは容易ではないと考えられる。なぜなら、事業収益として計上されている数値は、例えば景気や為替など気象要素以外の要因にも影響され、そこから気温等の特定の気象要素のみに依存する収益変動部分を取り出すことは困難であるからである。ただし、これまでは、事業主の方も、天候デリバティブが利用可能であることを前提に収益の最適化を行ってこなかった。すなわち、今後、天候デリバティブ市場が活性化されれば、天候リスクに依存する事業と天候デリバティブの組み合わせによる新しいビジネスモデルを前提に、期待収益も高く、かつ天候デリバティブによるヘッジ効果も高いと考えられる収益構造を、事業主自ら構築することが可能になるかもしれない。このような、事業主、投資家、売り手側などの資産価値を総合的に高めるような天候デリバティブ市場の発展を、今後の日本市場に期待する。

なお、本論文における図 3～図 6 におけるパラメトリック回帰は MATLAB を用いて計算し、

図 2, 図 7~ 図 11, 図 16 における一般化加法モデルのあてはめ, およびノンパラメトリック平滑化の計算は, R1.90 (<http://cran.r-project.org/>) を用いて行った。また, 天候データ, 電力販売量データ, ガス販売量データについては, それぞれ, 「地上気象観測時日別編集データ(CD-ROM)」, 「電力統計情報(電気事業連合会ホームページ: <http://www.fepc.or.jp/>)」, 「社団法人日本ガス協会ガス事業便覧(昭和 56 年版 - 平成 15 年版) , 都市ガス販売量速報 (<http://www.gas.or.jp/default.html>)」のものを利用した。

参 考 文 献

- Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**, 637-654.
- Cao, M. and Wei, J. (2003). Weather derivatives valuation and market price of weather risk (working paper).
- Davis, M. (1998). Option pricing in incomplete markets, *Mathematics of Derivative Securities* (eds. M. A. H. Dempster and S. R. Pliska), Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Davis, M. (2001). Pricing weather derivatives by marginal value, *Quantitative Finance*, **1**, 305-308.
- Efron, B. and Tibshirani, R. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, New York.
- Hastie, T. and Tibshirani, R. (1990). *Generalized Additive Models*, Chapman & Hall, London.
- 土方薫 (2003). 『総論 天候デリバティブ — 天候リスクマネジメントのすべて —』, シグマベイスキャピタル, 東京.
- Platen, E. and West, J. (2005). A fair pricing approach to weather derivatives, *Asia-Pacific Financial Markets*, **11**, 23-53.
- 財団法人 日本エネルギー経済研究所 計量分析ユニット (2004). 『改訂版図解エネルギー・経済データの読み方入門』, 財団法人 省エネルギーセンター, 東京.

Pricing of Weather Derivatives Based on Trend Prediction and Their Hedge Effect on Business Risks

Yuji Yamada¹, Manami Iida² and Hiroe Tsubaki¹

¹Graduate School of Business Science, University of Tsukuba, Tokyo

²International Operations, Nikko Citigroup Limited

Weather derivatives are contracts written on the basis of weather indices, which in turn are variables whose values are constructed from weather data. This paper, focuses on pricing of temperature-based weather derivatives, and demonstrate their hedge effect on energy businesses.

First, we categorize and review several pricing models, and develop another pricing method based on trend prediction. It is shown that the future price on the monthly average temperature can be derived by fitting the generalized additive model with its nonparametric trend and residuals. We also show that the same idea can be applied to derivative contracts whose premiums are paid in advance when the contracts are carried out. We then analyze the hedge effect of weather derivatives on energy businesses. The historical simulation shows that the weather future is highly effective for hedging electricity revenue when the revenue is proportional to the electricity sales in summer. Moreover, we demonstrate an optimal revenue structure with respect to electricity sales when put options are used. Finally, we perform a similar analysis based on gas sales data using weather derivatives.