

Yoneda lemma 米田信夫 基本的.

Zornの補題

\mathcal{C} category

$A \in \mathcal{C}$

$F: \mathcal{C} \rightarrow \text{Sets}$

$\mathcal{C}(A, -): \mathcal{C} \rightarrow \text{Sets}$

$B \mapsto \mathcal{C}(A, B)$ A から B への morphism の作る集合

$$\begin{array}{ccc} B_1 & \xrightarrow{\psi} & \mathcal{C}(A, B_1) \\ f \downarrow & & \downarrow \mathcal{C}(A, f) \\ B_2 & & \mathcal{C}(A, B_2) \end{array} \quad \psi: A \rightarrow B_1$$

$$\mathcal{C}(A, f)(\psi) = f \circ \psi$$

Yoneda Lemma

$$\text{Nat}(\mathcal{C}(A, -), F) = F(A)$$

関数

$$\text{proof) } \psi_A: \mathcal{C}(A, A) \rightarrow F(A) \quad \psi \mapsto \psi_A(\text{id}_A) \in F(A)$$

$$\text{id}_A: A \rightarrow A$$

$$\begin{array}{ccc} \psi_B: \mathcal{C}(A, B) \rightarrow F(B) & & \\ \mathcal{C}(A, g) \downarrow & \searrow \psi_A & \downarrow F(g) \\ \mathcal{C}(A, B) & \xrightarrow{\psi_B} & F(B) \end{array}$$

$$F(g)(\psi_A(\text{id}_A))$$

$F: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ functor

faithful (忠実)

$\mathcal{C}(A, B) \rightarrow \mathcal{D}(F(A), F(B))$ 単射

full (充滿) 全射.

$$\text{Nat}(\mathcal{C}(A, -), \mathcal{C}(B, -)) \quad A, B \in \mathcal{C}$$

$$\begin{array}{ccc} \psi & \xrightarrow{\psi \circ g} & \psi \circ g \\ \uparrow & & \downarrow \\ \mathcal{C}(A, C) & & \mathcal{C}(B, C) \end{array}$$

Category

$\mathcal{C} \mapsto \text{Sets}^{\mathcal{C}}$ full
 $A \mapsto \mathcal{C}(A, -)$ faithful
presheaf (前層)

topos theory

$U: \text{Grp} \rightarrow \text{Sets}$ forgetful functor (忘却関手)

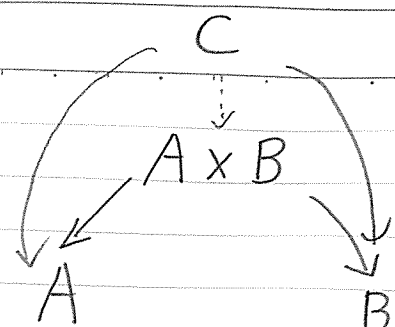
$F \leftarrow$ free free
集合 S で生成される自由群 $x_1 x_2 x_3^{-1} x_1^{-1}$
周潔

$x_1, x_2 \in S$ $x_1 x_1^{-1}$ $F(S)$

x_1^{-1}, x_2^{-1}

No.

Date



$$S \rightarrow U(G) \quad G \in \text{Grp}$$

$$\downarrow \quad \uparrow U(\varphi) \quad \varphi: F(S) \rightarrow G$$

$$U(F(S))$$

標準的な埋込み

$$S_1 \xrightarrow{\text{標準}} U(F(S_1))$$

$$\downarrow \quad \downarrow U(\varphi) \quad \varphi: F(S_1) \rightarrow F(S_2)$$

$$S_2 \xrightarrow{\text{標準}} U(F(S_2))$$

functor

* adjointness (随伴)

AIII 数学基礎 回 5 第

No.

Date

(半直積) $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$

$$2152 \leftarrow 915$$