

## V I. 物性理論グループ

教 授 小寺武康、高田 慧、高山 一  
助 教 授 久保 健、宗田敏雄  
講 師 有光敏彦、田上由紀子、根本幸児、平島 大  
準 研 究 員 今野理喜男、中村統太  
大 学 院 生 (12名)

### 【1】量子スピン系の理論的研究

#### (1) $S = 1 / 2$ 梯子型反強磁性ハイゼンベルグ模型 (高田 慧) [論文1]

一次元  $S = 1$  反強磁性ハイゼンベルグ系でのハルデイン状態の特異な性質は理論的にも実験的にも興味のある問題であり、現在精力的な研究が進行している。これに関連して我々は  $S = 1 / 2$  梯子型模型の研究を行った。この模型は二本の  $S = 1 / 2$  の反強磁性ハイゼンベルグ鎖の間を強磁性的な相互作用 (強さ  $\lambda$ ) でつなぐ模型であるが、 $\lambda = 0$  で二本のギャップのない  $S = 1 / 2$  反強磁性ハイゼンベルグ鎖になり、 $\lambda \rightarrow \infty$  で一本のハルデインギャップを有する  $S = 1$  反強磁性ハイゼンベルグ鎖になる。この模型については飛田の小数系の対角化による研究があるが、ギャップの発生する  $\lambda$  の値 ( $\lambda_c$ ) が誤差のため確定されておらず、また、ギャップの発生する転移の性質も明らかになっていなかった。我々はこの模型のハミルトニアンをボゾン化の方法を用いてボゾン場のハミルトニアンに書換え、繰り込み群の方法等を用いて、相図や相関関数について調べた。その結果、 $\lambda_c = 0$  であることとスピン相関関数の相関長が  $\lambda$  と共にコステリッツ-サウレス型で指数関数的に減少することを示した。

この論文の内容は、渡辺浩志の博士論文の一部となっている。

#### (2) 量子スピン系におけるフラストレーション効果

##### a) $\Delta$ 鎖の研究. I (久保 健) [論文2: 講演10, 16]

近年、フラストレーションの最も強く働いているスピン系における量子効果に関心が集まっている。このような系の最も簡単な例で、fully frustrated systemである  $\Delta$  鎖についての研究を昨年度に引続いて行った。この系の励起状態をある変分法で調べた。この変分関数による励起エネルギーは波数によらず、変分関数のひろがりと共に、以前数値計算で求められたエネルギーギャップの値に近づくことがわかった。

##### b) $\Delta$ 鎖の研究. II (中村統太) [講演36]

$\Delta$  鎖の低温での振舞いは、低励起状態の巨視的な縮退によって比熱にダブルピークが出るなどの異常を示す。この現象を理解するために、まず数値的対角化法を用いて低励起状態のエネルギーギャップの波数およびサイズ依存性を調べた。さらに量子モンテカルロ法により直接比熱を測定することも試みた。このとき生じる負符号問題は、表現基底を二つのスピンを対角化する表示にとってモンテカルロを行なうことによりある程度解決できることを示した。

本研究は次年度に継続する。

#### (3) 量子転送行列法の一次元量子スピン系への応用 (久保 健) [論文3]

量子転送行列法を各種の一次元量子スピン系に応用し、それらの系の低温における性

質を調べた。その結果、小さい(4~8)トロッター分割数による計算結果に外挿法を適用することにより、かなり低温の性質が正確に求まることがわかった。これは量子転送法が一次元系の熱力学的性質を研究する上で有用であることを示している。

## 【2】 関連の強い電子系の理論的研究

### (1) 金属磁性の理論

#### a) Hubbard模型と金属強磁性(久保 健、根本幸児) [講演25, 30]

昨年度に引き続き $U=\infty$  Hubbard模型の高温展開による研究を行った。line graph上の系ばかりでなく、代表的な立方格子についても、帯磁率の展開項を12次までもとめた。その結果の解析はまだ実行途中であるが、有限温度における強磁性転移の存在をはっきり示すような結果は得られていない。

#### b) 二次元系の反強磁性帯磁率(今野理喜男) [論文4]

スピンゆらぎに対する自己無撞着繰り込み理論によって、二次元遍歴電子系の反強磁性(staggered)帯磁率のstaggered磁場 $h_s$ への依存性を調べた。その結果、staggered帯磁率の逆数の異方性は温度の増加に伴って減少すること、また、 $h_s$ が小さい領域では、二次元系においてもstaggered帯磁率は $h_s$ の2乗に比例することを明らかにした。

### (2) 無限大次元Hubbard模型(平島 大) [論文5-7]

高温超伝導に関連して関心をもたれているこの模型の動的性質をセルフコンシステントな2次摂動理論を用いて研究した。電荷および磁気感受率を計算することにより、系の挙動が温度上昇にともないフェルミ液体的挙動からインコヒーレントな挙動へ移ることを具体的に示した。また、無限大次元系に対する結果に有限次元効果を取り込む方法を考案し、NMR緩和率等を評価した。

### (3) 重い電子系

#### a) 重いフェルミオン理論の電気伝導への応用(宗田敏雄) [論文8]

重いf電子のs伝導電子の散乱による電気抵抗を計算し、それがs電子のf電子の散乱による電気抵抗より大きく、 $T=0$ の近くで $T^2$ に比例し、 $T>T_{coh}$ では $T^{1-(g+k)}$ に比例し、 $T>>T_{coh}$ では $T^{-(g+k)}$ に比例することを示した。ここで、 $g$ は有効相互作用の結合常数で $2(V_0\rho)^2$ で $k$ は $g[1-(\sin kFa/kFa)^2]$ である( $a$ :格子常数、 $k_F$ と $\rho$ :s電子のフェルミ波数と状態密度、 $V_0$ :s-fクーロン相互作用のs波部分)。

#### b) 無限大次元周期的Andersonモデルによる研究(平島 大) [論文9:講演4, 14, 27, 33]

重い電子系のモデルである周期的Andersonモデルを空間無限大次元に拡張したモデルについて、f電子間斥力 $U$ については $U$ に関する自己無撞着二次摂動計算を用いることにより、half-fillingの場合の諸物理量を調べた。具体的な計算にはグリーン関数を用い、一電子状態密度と電荷およびスピン励起スペクトルの温度変化、 $U$ 依存性を解析し、フェルミ面のギャップ内には昇温とともに有限の状態密度が生じること、それに伴ってスピン励起ギャップが低励起側にシフトしながら消失に至ることなどを明らかにした。

なお、この研究は武藤哲也の修士論文の主要部分になっている。

### 【3】低温物理学の多体問題的研究（宗田敏雄）

#### (1) $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ 混合系

##### a) 希釈 $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ 溶液の超流動[論文10]

2個の $^3\text{He}$ 原子間の相互作用を $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ 溶液中の $^4\text{He}$ による $^3\text{He}$ の逆流効果を考慮して計算した。その効果は主に相互作用のP波部分に効いている。接触ポテンシャルの斥力のS波の部分波は $^3\text{He}$ 原子間の交換相互作用に寄与し、1フォノンの直接交換相互作用はS波とP波の引力に効いている。すべての引力への寄与は5%の希釈 $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ 溶液ではP波の部分が支配的で、P波の超流動がS波のものより優勢で、1.3%の溶液ではそれが逆になっている。

##### b) 二次元 $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ 混合液の相分離曲線[講演29]

二次元 $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ 混合液の $^3\text{He}$ の成分比 $x$ と温度 $T$ との相図を、bosonとfermionの励起との合成系の素励起の安定性の議論と密度の揺らぎの満足する圧縮率Sum ruleを用いて求める。相図は $x$ を横軸、 $T$ を縦軸にとると、上に凸な相分離曲線（曲線の内部は相分離を示す）が得られ、 $^3\text{He}$ の濃度 $x$ が80%で温度 $T$ が0.85Kの付近に最大値を持ち、0Kでは三次元の場合と異なり $^3\text{He}$ が有限の溶解度を持たないことが示された。

#### (2) Grafoil面上の固体 $^3\text{He}$ の磁性[講演9]

Grafoil面上に吸着した二次元固体 $^3\text{He}$ の2層目の磁性を、 $^3\text{He}$ が正三角格子を形成すると仮定して、最近接のスピン他に、3体、4体と6体までのスピン交換相互作用を採用して平均場理論で調べると、基底状態が120度構造の反強磁性で、磁場が掛かると擬強磁性が現れ、その磁化の大きさは2層目の $^3\text{He}$ の面密度に比例する。帯磁率を高温展開で低温での磁化の振る舞いを正三角格子でのスピン波理論で計算する。NMRの振動数のラモア振動数からのずれを、同様にスピン波理論で求めると、反磁場係数は $(1-\cos^2\theta)$ に比例する結果が得られた（ $\theta$ は二次元面の法線と磁場の方向とのなす角度）。

### 【4】コンプレックス系（特にスピングラス）の統計物理学的研究

#### (1) $\pm J$ スピングラス模型における緩和過程（高山 一、根本幸児）

##### a) 三次元 $\pm J$ イジング模型における常磁性・クラスター緩和のクロスオーバー……スペクトル・エッジの解析への強制振動子法の適用[講演7, 24]

高温極限でのスピン自己相関関数 $q(t)$ の $t \rightarrow \infty$ での正しい漸近形は、相互作用 $J_{ij}$ 行列の固有値分布（特に最大固有値近傍のスペクトルの振舞い）から決められる。このスペクトル・エッジの振舞いを強制振動子法で求めるためのスケーリング手法を考案することにより、正しい漸近形として $q(t) \sim t^{-1.25} \exp(-t/\tau)$ を得た（ $\tau$ は特性緩和時間）。

温度を下げていくと、対応する（すべての $J_{ij}$ が $+J$ であるような）強磁性体のキュリー温度 $T_c$ 以下になると $q(t)$ 漸近形は単純な指数関数型（常磁性緩和）から引き延ばされた指数関数型（クラスター緩和）へとクロスオーバーするものと予想されている。しかし、上記の正しい漸近形との比較から、これまでのシミュレーションは漸近形に到達しない前の'transient領域'を見ていたこと、この領域で観測している範囲では標記のクロスオーバーは観測にはかからないことを明らかにした。

##### b) 三次元 $\pm J$ ハイゼンベルグ模型における臨界緩和とクラスター緩和……緩和時間分布によるアプローチ[論文11：講演6, 8, 15, 21, 24, 28]

これまでのスピングラスの数値解析的研究ではもっぱら自己相関関数 $q(t)$ のような巨視的な物理量の解析に基づいていたが、我々は各サンプルの個々のスピンに関する情報を最大限シミュレートし、スピングラスの本質に迫る、というアプローチを採用した。具体的には、各サンプル内の個々のスピンの自己相関関数（その全スピンに関する平均が $q(t)$ ）をモンテカルロ法でシミュレートし、結果を数個の指数関数の和にフィットさせることで各スピンの緩和時間を評価した。その重要な結果として、 $T_0^p$ 以下かつスピングラス転移温度 $T_0(=0)$ 以上の温度領域（‘グリフィス相’ともよばれる）における緩和時間分布は、 $T_0$ へ向けてのスピングラス短距離秩序の発達に伴う臨界緩和によるブランチとそれより遅いクラスター緩和からの寄与と考えられるブランチとからなる点である。‘グリフィス相’においてこれら二つの異なる緩和機構の存在は以前から予想されていたが、シミュレーションで直接検証したのは本研究が初めてである。クラスター緩和機構の詳細についての研究は次年度に継続して行なう。

## (2) ランダムイジング模型の研究（根本幸児）

### a) 二次元正方格子上的ランダムボンドイジング模型の双対変換[講演19, 35]

二次元正方格子 $\pm J$ 模型の $p$ - $T$ 相図（ $p$ は強磁性ボンドの濃度）については、転送行列法、高温展開法を用いた数値解析的研究の他はほとんど知られていない。そこで、レプリカハミルトニアンに対する双対変換を定式化し、 $p$ - $T$ 平面上の自己双対線から相図を決定することを試みた。その結果、強磁性臨界濃度として $p_c=0.8899721$ を解析的に得た。この値、および $p > p_c$ の強磁性臨界曲線は上述の数値方法で得られた結果とよい一致を示している。

### b) 遺伝アルゴリズムのイジングスピングラスへの応用[講演20, 34]

イジングスピングラスの基底状態を求める問題は、一般にNP困難な問題群に属しているために厳密に基底状態を求めることは実質的に無理である。こういう問題に対しては近似的にでも基底状態を見つけるアルゴリズムが必要となる。我々は組合せ最適化問題の近似アルゴリズムとして注目されている遺伝アルゴリズムを用いて、二次元 $\pm J$ イジング模型の基底状態の探査を試みた。具体的には、強磁性ボンド濃度が0.5と0.8のときの基底状態の性質を詳しく調べ、これらの濃度では絶対零度スピングラス相転移があり、また同じユニバーサルティークラスに属していることを示唆する結果を得た。

## 【5】散逸場の量子論（Non-Equilibrium Thermo Field Dynamics, NETFD）による非線形非平衡系統計力学（特に量子系確率過程）の研究（有光敏彦）

独自に開発した、非平衡系過渡現象を扱う新しい場の量子論の体系（NETFD）の整備と拡充を、ここ10年ほど一貫して行なってきた。NETFDの体系をさらに拡張して、量子系の確率微分方程式（Langevin方程式 および確率的Liouville方程式）をも系統的に構成することに成功した今、当初からの目的である「量子性と散逸」に関する問題を本腰を入れて扱うことが出来るようになった。系統的とは、「対応した量子系のFokker-Planck方程式と無矛盾の形で、しかも、確率的Liouville方程式がSchroedinger方程式、Langevin方程式がHeisenberg方程式となる正準演算法が実現した」という意味である。

「量子性と散逸」の問題をまともに扱おうとすると、まず一貫した体系がないことがその発展の大きな妨げとなっていた。NETFDの体系によると、量子散逸場や量子確率場に対する正準理論が創られ、従来の場の量子論や量子力学と同様の手続きにより「量子性

と散逸」の問題を取り扱うことが出来るのである。なお、「量子性と散逸」の問題の中には、巨視的量子系、巨視的量子トンネル効果、メゾスコピック系、ナノ構造の物性、過渡的非線形光学、高速緩和、分子から高分子までの物質に関わる化学物理、原子核、宇宙論の問題など、非常に多くの現代の物理学の対象が含まれる。今後NETFDの体系を用いてこれらの問題の研究を勢力的に発展させるべく目下準備を進めている[総説等1, 2]。

(1) 確率的微分方程式の一貫した体系建設[論文12-14: 講演1, 2, 11, 12, 31, 32]

量子系の確率的Liouville方程式の時間発展演算子により導入されたHeisenberg方程式が、対応した量子系のLangevin方程式を与えるように時間発展演算子の一般形を求めることに成功した。この認識は量子系ばかりでなく、古典系でも知られていなかった新しいものである。この認識を突破口に、量子系確率微分方程式の体系に対する、正準演算子法が実現することを発見した。

(2) 過渡的共鳴光散乱(2次光学過程)への応用[論文15: 講演3]

NETFDの体系の演算子代数を利用して、量子力学の問題を解くのと同様の手法により、量子散逸系の重要な問題である過渡的共鳴光散乱を扱った。時間分解スペクトルによりラマン光と蛍光成分の分離を行い、固体中の不純物光中心からの過渡的な情報を引出した。

(3) 数学的基礎[総説等3]

NETFDの体系の、数学的基礎付けを進めている。マルチンゲールの一般形を求めるための数学的なアルゴリズムを発見した。これにより、いくつかのアプローチ(数学的なものも物理的なものも)をNETFDの土俵の上で系統的に比較検討できるようになり、近年数学者の間で盛んに研究されている、非可換量に関する伊藤公式の研究に多大の影響を与えつつある。

【6】散逸系のカオスの研究(有光敏彦)[論文16: 講演5, 13, 23, 26]

局所交差数なる概念を導入し、周期倍分岐軌道のパワー・スペクトルから簡単にそのトポロジカルな構造(交差数や周期倍分岐前後の軌道の絡み数)が抽出できることを示した。さらに、その理論的考察に記号力学(symbolic dynamics)の手法を用い、テンプレートの構造と周期倍分岐に関わる新しい不偏性(universality)を発見した。

これらの成果を足掛かりに、ストレンジ・アトラクターのマルチ・フラクタル構造をカオス軌道のトポロジカルな性質から明らかにすることを進めている。現在、レーザー系のカオス軌道を、不安定周期軌道で特徴づけることを行っており、そのトポロジカルな構造が明らかになりつつある。

<論文>

1. H. Watanabe, K. Nomura, S. Takada: S=1 Quantum Heisenberg Ladder and S=1 Haldane Phase, J. Phys. Soc. Jpn. 62 2845-2852(1993).
2. K. Kubo: Excited states and the thermodynamics of a fully frustrated quantum spin chain, Phys. Rev. B48 10552(1993).
3. K. Kubo: THE QUANTUM TRANSFER MATRIX AND ITS APPLICATION TO QUANTUM SPIN CHAINS in 'Quantum Monte Carlo Methods in Condensed Matter Physics' ed. by M. Suzuki, World Scientific (Singapore, 1993) pp.111.
4. R. Konno: Magnetic field dependence of the staggered susceptibility in two-dimensional itinerant electron systems, Physica B 199&200 333-335(1994).
5. D. S. Hirashima: Dynamical properties of the  $D=\infty$  Hubbard model, Phys. Rev. B 47 15428-15436(1993).
6. D. S. Hirashima: NMR relaxation rate in the Hubbard model in high dimensions, Phys. Rev. B 3612-3615(1994).
7. D. S. Hirashima: Weak coupling theory of the Hubbard model in high dimensions, Physica B 194-196 1071-1072(1994).
8. T. Soda: Application of Heavy Fermion Theory to Electrical Conductivity, Physica B 186-188 858(1993).
9. D. S. Hirashima, T. Mutou: Weak coupling theory of the periodic Anderson model in infinite dimensions, Physica B 199-200 206-208(1994).
10. T. Soda: Superfluidity of a Dilute  $^3\text{He}-^4\text{He}$  Solution, Prog. Theor. Phys. 90 353 (1993).
11. H. Takayama and H. Yoshino: Slow dynamics in 3D  $\pm J$  Heisenberg spin glass; Monte Carlo analysis of auto-correlation functions of individual spins, Physica A 204 650-659(1994).
12. Y. Yamanaka, H. Umezawa, K. Nakamura, T. Arimitsu: Thermo Field Dynamics in Time Representation, Int. J. Mod. Phys. A9 1153-1180(1994).
13. T. Saito, T. Arimitsu: Quantum Stochastic Liouville Equation of Ito Type, Mod. Phys. Lett. B 7 1951-1959(1994).
14. T. Arimitsu: Quantum Brownian Motion in Non-Equilibrium TFD (Invited paper), 'Banff/CAP Workshop on Thermal Field Theory' (World Scientific, Singapore 1994) pp.136-145.
15. N. Arimitsu and T. Arimitsu: A Formulation of Time-Resolved Optical Spectrum for Transient Resonant Light Scattering, 'Banff/CAP Workshop on Thermal Field Theory' (World Scientific, Singapore 1994) pp.174-179.
16. T. Motoike, T. Arimitsu, H. Konno: A Universality of Period Doublings -- Local Crossing Number --, Phys. Lett. A 182 373-380(1993).

< 学位論文 >

博士論文

1. 渡辺浩志: Haldane Gap and Quantum Spin Ladder. (1994年1月)

修士論文

2. 武藤哲也: 無限大次元周期的Andersonモデルの摂動理論. (1994年1月)

< 総説等 >

1. 有光敏彦: Quantum Field Theoretical Method in Non-Equilibrium Systems -Non-Equilibrium Thermo Field Dynamics- (講義録), 物性研究 60 36-71(1993). ak1
2. 有光敏彦: 非平衡・量子散逸系の正準理論-量子系確率微分方程式の一貫した枠組み-, 物性研究 62 31-61(1994).
3. T. Arimitsu: A Unified System of Quantum Stochastic Differential Equations, 数理解析研究所講究録 874 63-86(1994).

< 講演 >

1. 有光敏彦: 「非平衡物理学における場の量子論的方法-Non-Equilibrium Thermo Field Dynamics- (講義)」 物性若手夏の学校 1993年7月 志賀高原
2. T. Arimitsu: 「Quantum Brownian Motion in Non-Equilibrium TFD (招待講演)」 "The 3rd Workshop on Thermal Field Theories and Their Applications" 1993年8月 Banff (Canada)
3. N. Arimitsu, T. Arimitsu: 「A Formulation of Time-Resolved Optical Spectrum for Transient Resonant Light Scattering」 同上
4. D.S. Hirashima, T. Mutou: 「Weak coupling theory of the periodic Anderson model in infinite dimensions」 強相関電子系国際会議 1993年8月 San Diego (USA)
5. 本池 巧、有光敏彦: 「周期倍分岐への新しいアプローチ」 研究会"数理解物理'93" 1993年9月 学習院大学
6. 高山 一: 「スピングラスとポリマー (ガラス) の緩和現象 (特別講演)」 日本物理学会分科会 1993年10月 岡山大学教養部
7. 福島孝治、根本幸児、高山 一: 「±Jランダム行列の固有値分布」 同上
8. 吉野 元、高山 一: 「ハイゼンベルグスピングラスの緩和時間分布」 同上
9. 宗田敏雄: 「G r a f o i l 面上に吸着した2次元固体<sup>3</sup>Heの磁性」 同上
10. 久保 健: 「 $\Delta$  chain の励起状態と比熱」 同上 k1
11. 斎藤 健、有光敏彦: 「伊藤型量子確率Liouville方程式」 同上
12. 有光敏彦、斎藤 健: 「量子確率Liouville方程式の時間発展演算子」 同上
13. 本池 巧、有光敏彦、金野秀敏: 「連続系の2n分岐周期軌道と記号力学の関係II」 同上
14. 武藤哲也、平島 大: 「無限大次元周期的アンダーソンモデルの摂動理論」 同上
15. 高山 一: 「スピングラスにおける緩和過程-緩和時間分布によるアプローチ」 研究会 "スピン協調の理論的研究" 1993年11月 箱根静雲荘
16. 久保 健: 「 $\Delta$  chain の励起状態と比熱」 同上
17. 有光敏彦: 「非平衡物理学における場の量子論的方法-Non-Equilibrium Thermo Field

- Dynamics-」 筑波大学開学20周年記念研究会”第2回非平衡系の統計物理” 1993年11月 筑波大学
18. 斎藤 健、有光敏彦：「General Structure of the Time-Evolution Generator for the Quantum Stochastic Liouville Equations」 同上
  19. 根本幸児：「2次元ランダムボンドイジングモデルのduality変換」 科研費重点領域研究”計算物理学-物性研究における新展開-”第3班研究会 1993年12月 筑波大学
  20. 福島孝治：「遺伝アルゴリズムのイジングスピングラスへの応用」 同上
  21. 吉野 元：「ハイゼンベルグスピングラスの緩和時間分布とクラスター構造」 同上
  22. T. Arimitsu：「A Unified System of Quantum Stochastic Differential Equations」 研究会”ホワイトノイズ解析と量子確率論” 1993年12月 京都大学数理解析研究所
  23. 有光敏彦、本池 巧：「A Universality of Period Doublings --Local Crossing Number--」 シンポジウム”第3回非線形反応と協同現象” 1993年12月 化学会館
  24. 高山 一、吉野 元、福島孝治、根本幸児：「スピングラスの統計力学的研究」 科研費重点領域研究”計算物理学-物性研究における新展開-”全体班研究会 1994年1月 フロラシオン青山(東京)
  25. 久保 健、J. Oitmaa、根本幸児：「 $U=\infty$  Hubbard model の高温展開」 同上
  26. T. Arimitsu and T. Motoike：「A Universality of Periodic Doubling Bifurcations (招待講演)」 International Workshop on ”Dynamism and Regulation in Non-Linear Chemical Systems” 1994年3月 つくば
  27. 武藤哲也：「無限大次元周期的Andersonモデルの摂動理論」 つくばワークショップ”強相関電子系の理論” 1994年3月 筑波大学
  28. 吉野 元、福島孝治、高山 一：「緩和時間分布によるスピングラスのスロー・ダイナミックスの研究」 日本物理学会第49回年会 1994年3月 福岡工業大学
  29. 宗田敏雄、徳留 修：「2次元 $^3\text{He}-^4\text{He}$ 混合液の相分離曲線」 同上
  30. 久保 健、J. Oitmaa、根本幸児：「 $U=\infty$  Hubbard model の高温展開」 同上
  31. 斎藤 健、有光敏彦：「Spin系に対する量子確率微分方程式」 同上
  32. 有光敏彦：「森公式は、なぜ確率微分方程式なのか？」 同上
  33. 武藤哲也、平島 大：「無限大次元周期的アンダーソンモデルの摂動理論II」 同上
  34. 福島孝治、根本幸児：「イジングスピングラスの基底状態の性質」 同上
  35. 根本幸児：「2次元ランダムボンドイジング模型のデュアル変換」 同上
  36. 中村統太、雑賀洋平：「dimer基底を用いた $\Delta$ -chainの数値計算」 同上