

可変型規範入力ゲインによるステッピングモータの  
デジタル定電流制御法の提案

2016年 3月

矢木 啓介

可変型規範入力ゲインによるステッピングモータの  
デジタル定電流制御法の提案

矢木 啓介

システム情報工学研究科  
筑波大学

2016年 3月



## 概要

本稿では5相ステッピングモータのための新しいデジタル定電流制御法を提案する。5相ステッピングモータの定電流制御では多くの場合、トルク制御のための基準電流信号と実際にモータに流れる電流のフィードバック信号との間の制御偏差を除去することが目標とされる。従来の定電流制御法では、閉ループ電流制御系の内部に積分器を挿入することによってこの目標を達成している。しかし積分器を用いる場合には、連続・離散時間の別に関わらず、位相余裕の減少に注意しなければならない。閉ループ特性を決める際にゲイン等に関する制約が生じる。また、プラント入力飽和に起因する、ワインドアップと呼ばれるプラント入力の発散現象なども欠点として挙げられる。

本稿では可変型規範入力ゲインを利用した、ステップ状の規範入力に対する定常偏差の除去法を提案する。提案する方法は、可変ゲインを利用して規範入力を操作し、これを通じて定常偏差を除去できるプラント入力を実現する方法である。その制御構造は、出力フィードバックによる閉ループ系に対してフィードフォワード的に可変ゲイン補償器を接続するものである。このような構造においては可変ゲイン補償器が閉ループ系の極配置に影響を与えることは無く、したがって更新則の設計が容易となる。ここで定常偏差の除去を目的として更新則を設計すると、閉ループ系の内部モデル原理の成立いかんに関わらず、これを実現することができる。この方法はステッピングモータの定電流制御に限らず、規範入力と出力の偏差の除去を目的とする一般的な閉ループ系に利用できるものである。

本稿で提案するステッピングモータの新しいデジタル定電流制御法は、この定常偏差の除去法を利用するものである。提案する定電流制御法では従来手法に比べて、補償器に積分極を含める必要がないために閉ループ電流制御系の次数が下がり、設計の自由度が向上する。また、閉ループ電流制御系設計と可変型規範入力ゲインの設計が独立して行えるため、設計完了後でも閉ループ側の安定性に影響することなく、過渡応答の仕様変更を簡単に行うことができる。さらに積分器の欠点であるワインドアップ現象についても、設計された閉ループ電流制御系の安定性に影響することなく、抑制に向けた対策を取ることができる。本稿では提案するデジタル定電流制御法の有用性を実機による検証実験を通じて示しており、閉ループ電流制御系の設計方針や構造に関わらず定常偏差を除去できることが確かめられている。ステッピングモータは実装されるアプリケーションによって特性要求が大きく異なる。したがって、閉ループ電流制御系の設計自由度が高く、仕様変更も容易な提案手法はステッピングモータの定電流制御法として非常に適していると結論付けられる。



# 目次

第 1 章	序論.....	1
1.1	研究背景.....	1
1.2	研究目的.....	8
1.3	本稿の構成.....	8
1.4	本稿の表記および記号について.....	9
第 2 章	離散時間について.....	11
2.1	離散時間演算子.....	11
2.2	離散時間モデル.....	16
2.3	Plant Input Mapping 法.....	18
2.4	DSP を使ったシステム同定.....	21
2.5	Lyapunov の安定判別法.....	23
第 3 章	ステッピングモータとドライバの動作解析およびモデル化.....	24
3.1	ステッピングモータの回転原理.....	24
3.2	平衡点によるロータの停止位置表現.....	25
3.3	ステッピングモータの回路方程式.....	28
3.4	シミュレーション用プラントモデル.....	29
3.5	定電流制御回路とプラント.....	32
3.6	システム設計用の伝達関数モデルの導出.....	35
3.7	まとめ.....	38
第 4 章	閉ループ系のゲイン近似によるディジタル定電流制御回路の設計.....	39
4.1	実験装置の閉ループ特性とゲイン近似.....	39
4.2	可変ゲイン補償.....	40
4.3	実機実験.....	43
4.4	まとめ.....	47
第 5 章	可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去.....	49
5.1	はじめに.....	49
5.2	プラント入力の等価性.....	51
5.3	可変ゲイン更新則.....	55
5.4	windup への対応.....	57
5.5	例題.....	60

5.6	まとめ.....	67
第 6 章	可変型規範入力ゲインによる定電流制御法.....	68
6.1	はじめに.....	68
6.2	閉ループ電流制御系の設計.....	69
6.3	実機実験.....	77
6.4	まとめ.....	85
第 7 章	結論.....	86
謝辞	.....	88
参考文献	.....	89
著者文献	.....	93
付録	ステッピングモータの脱調現象に関する研究.....	95

## 図目次

Fig. 1-1 デジタル制御システムの設計方針.....	1
Fig. 1-2 ステッピングモータの速度-トルク特性.....	5
Fig. 1-3 ステッピングモータの駆動パターン.....	6
Fig. 2-1 各演算子が表現するシステム極の安定領域.....	12
Fig. 2-2 ステップ不変モデルの応答.....	16
Fig. 2-3 モデルごとの極と零点の配置の違い.....	17
Fig. 2-4 PIM 法で対象とする連続時間閉ループ系.....	18
Fig. 2-5 PIM 法で設計される離散時間閉ループ系.....	18
Fig. 2-6 PITF を用いて表した閉ループ系.....	19
Fig. 2-7 DSP を使用した連続時間プラント同定.....	21
Fig. 3-1 ステッピングモータの回転動作.....	25
Fig. 3-2 ステッピングモータとドライバの結線.....	29
Fig. 3-3 ADB5410 の励磁パターン(フルステップ).....	30
Fig. 3-4 シミュレーション結果.....	31
Fig. 3-5 定電流制御回路から見たプラント.....	32
Fig. 3-6 ADB5410 の定電流制御回路のブロック線図.....	33
Fig. 3-7 駆動条件 1.....	34
Fig. 3-8 駆動条件 2.....	34
Fig. 3-9 システム同定によって得た伝達関数のボード線図.....	36
Fig. 3-10 システム同定によって得た伝達関数の極と零点の配置.....	37
Fig. 4-1 設計したデジタル定電流制御回路.....	42
Fig. 4-2 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ ( $\Gamma=100$ ).....	44
Fig. 4-3 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ ( $\Gamma=100$ ).....	44
Fig. 4-4 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ ( $\Gamma=500$ ).....	45
Fig. 4-5 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ ( $\Gamma=500$ ).....	45
Fig. 4-6 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ ( $\Gamma=2000$ ).....	46
Fig. 4-7 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ ( $\Gamma=2000$ ).....	46
Fig. 5-1 構造の異なる 2 つの閉ループ系 ( PITF 表現).....	53
Fig. 5-2 対象とする 2 種類の閉ループ系.....	54
Fig. 5-3 提案する離散時間制御系の構造.....	55



Fig. 5-4 飽和の影響と可変ゲイン更新則の挙動. ....	58
Fig. 5-5 飽和の範囲で利用する可変ゲイン更新則の挙動. ....	59
Fig. 5-6 飽和の存在を考慮した可変ゲイン更新則の挙動. ....	59
Fig. 5-7 プラントステップ不変モデルの極零配置. ....	60
Fig. 5-8 閉ループ系の根軌跡と極配置. ....	61
Fig. 5-9 設計したデジタル制御システム. ....	62
Fig. 5-10 閉ループ系のステップ応答(可変型規範入力ゲイン無し). ....	63
Fig. 5-11 閉ループ系のステップ応答(可変型規範入力ゲイン有り). ....	63
Fig. 5-12 システムへの外乱の入力位置. ....	64
Fig. 5-13 ステップ状の入力外乱に対する応答. ....	66
Fig. 5-14 ランダムな値の入力外乱に対する応答. ....	66
Fig. 6-1 デジタル定電流制御回路の制御構造. ....	69
Fig. 6-2 ステップ不変モデルの極と零点の配置. ....	70
Fig. 6-3 PIM 法によって設計されたシステムの極と零点の配置. ....	71
Fig. 6-4 Direct PIM 法によって設計された閉ループ系の極と零点の配置. ....	73
Fig. 6-5 ステップ不変モデルのボード線図( $w'$ 領域). ....	74
Fig. 6-6 設計された補償器による一巡伝達関数のボード線図( $w'$ 領域). ....	75
Fig. 6-7 周波数応答法によって設計された閉ループ系の極と零点の配置. ....	76
Fig. 6-8 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 1, PIM 法). ....	78
Fig. 6-9 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 1, PIM 法). ....	78
Fig. 6-10 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 1, Direct PIM 法). ....	79
Fig. 6-11 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 1, Direct PIM 法). ....	79
Fig. 6-12 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 1, 周波数応答法). ....	80
Fig. 6-13 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 1, 周波数応答法). ....	80
Fig. 6-14 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 2, PIM 法). ....	81
Fig. 6-15 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 2, PIM 法). ....	81
Fig. 6-16 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 2, Direct PIM 法). ....	82
Fig. 6-17 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 2, Direct PIM 法). ....	83
Fig. 6-18 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 2, Direct PIM 法, $\Gamma=100$ ). ....	83
Fig. 6-19 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 2, Direct PIM 法, $\Gamma=100$ ). ....	83
Fig. 6-20 基準電流 $r_k$ とプラント出力 $y_k$ (Case 2, 周波数応答法). ....	84

Fig. 6-21 プラント入力 $u_k$ と可変ゲイン $\phi_k$ (Case 2, 周波数応答法).....	84
Fig. A-1 Hold モードにおける脱調判定.....	100
Fig. A-2 Hold モード脱調発生付近の拡大図.....	101
Fig. A-3 定速回転モードの脱調判定.....	102
Fig. A-4 定速回転モード脱調発生付近の拡大図.....	102
Fig. A-5 脱調が発生しない場合. ....	103
Fig. A-6 条件(a)の成立時刻付近の拡大図. ....	104



## 表目次

Table 1-1 モータ関係.....	9
Table 1-2 可変型規範入力ゲイン関係.....	10
Table 1-3 離散時間演算子関係.....	10
Table 1-4 閉ループシステム関係.....	10
Table 3-1 シミュレーションパラメータ.....	30
Table 3-2 アナログドライバ信号実測のための駆動条件.....	34
Table 4-1 駆動パラメータ.....	43
Table 6-1 駆動条件ごとの設定パラメータ.....	77
Table A-1 ロータダイナミクスの全ての組み合わせ.....	98
Table A-2 モデルパラメータ.....	99
Table A-3 駆動条件.....	99



# 第1章 序論

## 1.1 研究背景

### ● デジタル制御

産業機器や実験装置といった専門的なものから自動車や家電製品などの身近なものに至るまで、多くの場面で自動制御システムが活躍している。特に現代社会ではコンピュータの発達により、様々なアプリケーションにデジタル制御システムの導入が進められている[1]–[3]。デジタル制御システムではアナログ制御システムに比べて、演算能力の高さを活かした制御の高度化や省スペース化、仕様変更の容易化などが可能である。サンプリング周期の存在を考慮する必要はあるが、それ以上に多くの利点がデジタル制御システムにはあるといえる。デジタル制御システムを設計する方法については Fig. 1-1 に示すように、大きく分けてエミュレーション法とダイレクト設計法の2通りの方法がある。

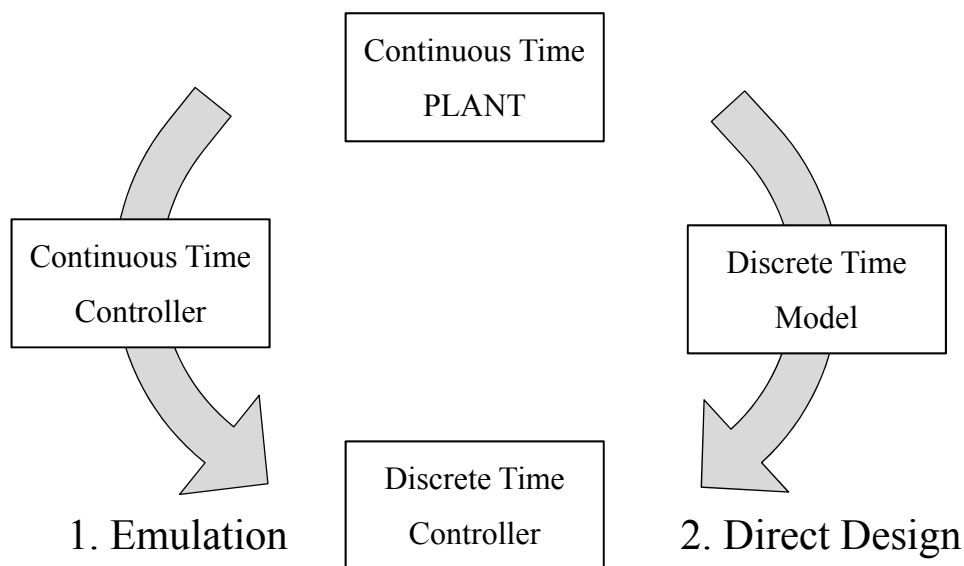


Fig. 1-1 デジタル制御システムの設計方針.

エミュレーション法では始めに制御対象に対して希望する性能を持つアナログ制御システムを設計する。そしてこのシステムを何らかの手法に従って離散時間化することでデジタル制御システムを得る。エミュレーション法の利点は制御系のパラメータ決定に従来のアナログ制御系設計法を使用できる点である。また、サンプリング周期の決定が設計手順の後半にあるために、この値の変更が手順全体に及ぼす影響が小さい。

しかし、サンプリング周期を十分に小さく選択できない場合、連続時間制御システムの性能を保存できないだけでなく、安定性を損なう可能性すらある。また、エミュレーション法では主に連続時間でシステム設計が行われるが、この時のパラメータ調節がデジタル制御システムの性能にどのような影響を与えるかという関係性をつかみにくい欠点がある。

エミュレーション法で利用される連続時間制御システムの離散時間化手法の代表例として代入法があり、その中でもタスティン法[4]が良く利用される。また、設計した連続時間補償器の極と零点の性質を保存することを目的として、極零対応モデル[5]を用いて制御システムの離散時間表現を導出することもある。ただし、これらの手法は補償器個々の特性に注目して離散時間化を行うものである。この場合には、離散時間化された補償器と制御対象プラントとの接続で得られる閉ループ特性と連続時間閉ループ特性との関連が取れないため、性能や安定性が大幅に異なっている可能性もある。これに対して、連続時間閉ループ特性を保存するように離散時間化を行う手法が提案されている[6]–[8]。これらでは、連続時間閉ループ系全体の離散時間モデルを導出し、これを実現するように補償器パラメータを決定する方法が提案されている。Rattan の離散時間化手法[6]では、対象とする連続時間システムと設計する離散時間システムの周波数特性の一致を目標としている。目標達成のための最終的な離散時間補償器の次数は任意とされており、これによって最小二乗法ベースのパラメータ決定アルゴリズムが複雑なものになっている。Kennedy らの手法[7]では対象とするプラントと連続時間閉ループ系それぞれの離散時間伝達関数モデルの分子多項式に注目している。注目した分子多項式に対して、離散時間補償器を一意に決定できるように修正を加えている。この修正のため、設計によって得られた離散時間閉ループ系と、元の離散時間伝達関数モデルは一致しなくなる。Keller らの方法[8]では連続時間補償器と離散時間補償器の差を摂動として捉え、離散時間化による誤差を最小とするようなパラメータ決定を実行している。この方法によって望ましい性能を得るためにはサンプリング周期を十分に小さく選択しなければならない。同様に連続時間閉ループ特性を保存する方法として[9]で Plant Input Mapping 法 (PIM 法)と呼ばれる方法が提案された。PIM 法では閉ループ系の規範入力からプラント入力までの特性を表すプラント入力伝達関数(Plant Input Transfer Function: PITF)[10]に注目をした離散時間化を行う。これによると、サンプリング周期の選択に関わらずアナログ制御システムの安定性を保存したデジタル制御システムを得ることができる。しかし、この手法は閉ループ特性の保存を目的としているから、内部の補償

器個々の性質の保存は保証していない。このために、例えば連続時間の制御システムに積分補償器が含まれている場合には、別の手法で積分補償器の特性を保存する必要がある。PIM 法に関しては Sejimo らが[11]で積分特性を保存する Integral Action PIM 法 (IA-PIM 法)を提案している。この方法によると積分特性の保存とデジタル制御システムの安定性の両方を保証することができるが、一方でシステム全体の次数を増加させるなどの欠点がある。

ダイレクト設計法では始めにサンプリング周期を決定し、プラントの離散時間モデルを導出する。そして導出したモデルを利用して離散時間領域で直接的にデジタル制御システムの構造や制御パラメータを決定する。この手順によると、アナログ制御システムの構造に捉われることなく、高い自由度の下でシステム設計を行うことができる。したがって、連続時間で設計する制御システムよりも高性能なシステムを実現できる可能性がある。また、サンプリング周期がシステムの性能に与える影響を始めから考慮することができる。そのためにシステムの安定化の実現が容易であり、さらにシステム設計の段階で最終的に得られる性能の見通しが立てやすい利点がある。一般的にデジタル制御システムは  $z$  演算子の形式で実行されることが多く、この演算子はラプラス演算子と代数関係にある。したがって周波数応答法や根軌跡法などといった従来の連続時間の制御理論を持ち込んでシステム設計が可能である。しかし、 $z$  演算子で表現されるシステムの極配置が安定となる領域は原点を中心とした単位円の内部となり、ラプラス演算子の極配置のものと異なっている。また  $z$  演算子による周波数応答の評価軸は原点を中心とする単位円の円周上となり、ボード線図や根軌跡はラプラス演算子のものと性質が異なる。したがって、離散時間制御システムのパラメータを連続時間システムのように直感的に決定することができない。この問題に対して、連続時間領域と同様に制御システムのパラメータを決定するために、いくつかの演算子が考案された [12]–[14]。たとえば  $w$  演算子は連続時間積分の台形近似を表す演算子であり、複素平面上で極配置が安定となる領域がラプラス演算子のものと等価になる。このためにボード線図や根軌跡を用いて連続時間と同様にシステム設計が行える。また、サンプリング周期を 0 とするとラプラス演算子と等価な働きをするようになる。ただし、 $w$  演算子は双プロパーであるためにシステムの相対次数が必ず 0 となることや、このときに生じる零点がしばしば不安定領域に位置するなどの欠点がある。[14]で述べられているデルタ演算子、オイラー演算子は前進差分表現に基づく演算子である。先の  $w$  演算子と同様に



サンプリング周期を 0 とするとオイラー演算子はラプラス演算子と等価な働きをする。また、システムの相対次数の情報を保存することができる。ただしオイラー演算子で表現されたシステムの極配置が安定となる領域は、サンプリング周期の関数として定まる中心と半径とを持つ円の内部となる。周波数応答の評価軸がこの円周上となるために、ボード線図と根軌跡の性質は連続時間のものと異なる。

ダイレクト設計法の手順で得られるデジタル制御システムには、デジタル系の自由度の高さや演算処理能力を活かした可変システム[15]–[17]も含まれる。可変システムは制御システムの一部のパラメータや構造をオンラインで変更可能としたものである。このような制御システムとして適応制御系[18], [19]やスライディングモード制御系[20], [21]の設計理論が確立され、実システムへの適用が進められている[22]–[25]。これらは制御対象の時変性や非線形性にも対応できる制御法である。しかし、可変構造を採用した制御システムは複雑になりがちである。適応制御系については、制御対象が **Almost Strictly Positive Real(ASPR)**などの条件[26]を満たす場合に構造を簡略化できる単純適応制御系[27]が提案されている。しかし、課される条件は厳しいものであり、これを満たす物理システムはそれほど多くない。ASPR 条件を満たすための補償法[28]なども提案されているが、これを利用する場合には単純化された構造が再び複雑なものになってしまう。このように単純適応制御系は構造こそ簡略化されているものの、システム設計者に浅からぬ知識を要求するものである。またこれらの可変構造を持つシステムでは理論的に問題が無いように設計されたシステムであっても、パラメータの予期せぬ発散[29]や高周波モードの励起による時間応答の振動[30]などを生じる可能性がある。

以上のように、コンピュータの急速な発達とともに研究が進められてきたデジタル制御には、依然として解決すべき問題がある。しかし一方で従来のアナログ制御よりも優れている点が多い。特にデジタル制御システムの演算能力の高さや仕様変更の容易さは大きな利点であり、多くの自動制御システムがこの恩恵を受けている。

#### ● ステッピングモータドライバとデジタル制御

ステッピングモータ[31]の、ドライバと呼ばれる制御回路はデジタル化の恩恵を受け得るシステムの1つである。ステッピングモータには位置制御とトルク制御を独立して行える利点があり、これを支えているのが専用の制御システムに当たるドライバである。ステッピングモータの種々の特性はドライバの制御性能に大きく左右される。さらにステッピングモータは、産業用の大掛かりな装置から医療、計測機器に至るまで

様々な場面で利用されており、その装置ごとの目的に合った特性を実現することが要求される。これらの点を考慮すると、ドライバのデジタル化によってステッピングモータが受けることのできる恩恵は非常に大きいといえる。

ステッピングモータは自身を持つ複数のコイル相の励磁を、パルス信号によって順次切り替えることで、位置、回転速度の制御とトルク制御の独立性を獲得している。位置、速度の制御はそれぞれパルス信号の数と周波数によってシーケンス的に制御される。パルス信号は論理信号で代用できるから、この制御ルーティンについては簡単にデジタル化が可能である。トルク制御は、モータに流れる電流量のフィードバック制御を通じて実行される。この電流制御ルーティンは、最も基本的なトルク特性から、発熱、騒音などの実践的な問題に至るまで、様々に駆動結果を左右するものである。電流制御を行わない場合のステッピングモータの出力トルクは、速度に対して大まかに Fig. 1-2 のような特性を示す。

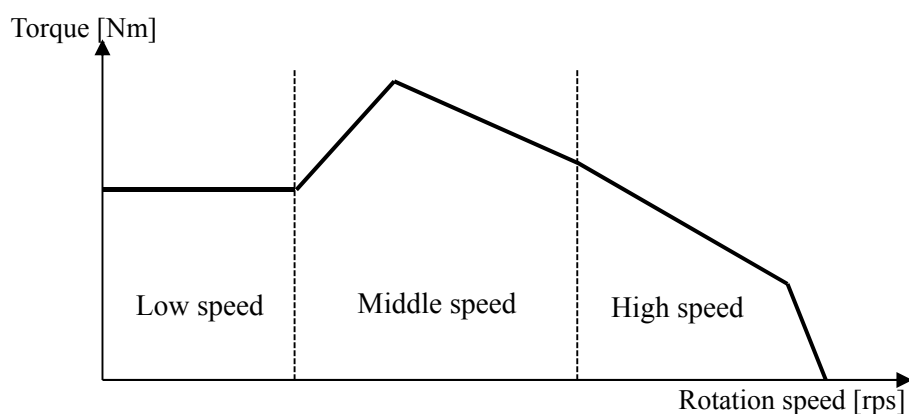
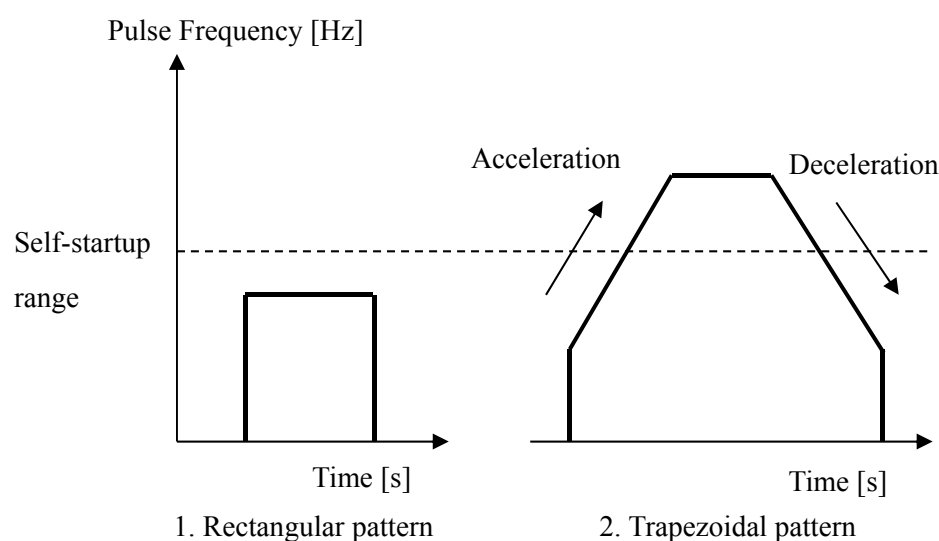


Fig. 1-2 ステッピングモータの速度-トルク特性.

一般的な運動系と同様にロータの回転速度が低いうちは慣性力が優位であるから、加速のためにトルクを割く必要があり、他システムへの仕事として得られるトルクは大きくない。速度が上昇してくると、トルクを仕事として得られる割合が大きくなる。しかしさらに高い速度で動作を行うと、励磁コイル相切り替えに伴うインダクタンスの影響や、逆起電力によって励磁電流と逆向きの電圧が生じるなどの影響で、コイル相電流が低下する。その結果、モータから得られるトルク量自体が低下する。Fig. 1-2 で示される3つの領域に含まれる回転速度の範囲はモータによって異なる。1つの目安として、低速領域と中速領域の境はそのステッピングモータの自起動周波数付近となる。自起動周波数とは、モータの回転駆動を開始する際にロータが追従できる最大のパルス周波数である。

モータ駆動系に入力されるパルス信号の初期周波数は自起動周波数以下とする必要がある。これを考慮するとステッピングモータの駆動方式は大きく分けて Fig. 1-3 の 2 通りがある。1 つは矩形駆動と呼ばれる方式で、もう 1 つは台形駆動と呼ばれる方式である。なお Fig. 1-3 の縦軸はロータの回転速度ではなく、パルス周波数を表している。矩形駆動ではパルス周波数の増減を行わず、1 回のオペレーションサイクルを自起動周波数以内のパルス周波数で実行する。ロータに対して急加速、急停止動作を要求する方式であるため、モータコイルにおける逆起電力の影響が大きくなる。そのため、実用上はこのような駆動方式はあまり採用されず、自起動周波数内であっても次の台形駆動方式を採用することが多い。台形駆動方式は Fig. 1-3 に示すようにパルス周波数の連続的な増減を行ってモータを回転させるものである。初期周波数を低く設定することで安定して回転駆動の開始や終了を実行でき、また Fig. 1-2 に示したすべての速度帯を利用することができる。台形駆動では加減速や一定速回転、停止といった複数のモードを経由するため、Fig. 1-2 のように速度ごとにトルクむらが生じる特性は好ましくない。したがって、モータコイルに流れる電流を通じたトルクの制御が必要となる。



**Fig. 1-3 ステッピングモータの駆動パターン。**

ステッピングモータのトルク制御、すなわち電流制御はコイル相の数によって方針が異なる。比較的構造が簡単である 2 相ステッピングモータでは、コイル相の配置が直交座標系となることを利用して、多くの制御法が提案されている。例えば Bendjedia らは [32] で拡張カルマンフィルタを利用してモータの角度や角速度を推定し、センサレス位置決め制御を行う方法を提案している。また、2 相ステッピングモータは非線形制御理

論を実行する具体的なシステム例としても利用されており[24], [33], そういった面からもトルク制御法の提案がなされている。

5 相ステッピングモータのように相数が多い場合には, すべてのコイル相が並列接続されるように回路を設計し, 電流を一括で制御する方式がある。この場合には多相モータであっても Single-Input Single-Output (SISO)システムとして扱うことができる。この方式では, 取り扱いが簡単な伝達関数表現に基づいて定電流制御システムの設計を行うことができる。5 相モータの電流制御の方針の多くは定電流制御である。この方針では望みのトルク特性を実現する基準電流信号を生成し, モータの状態を示す何らかの信号値がその基準電流信号と等しくなるような制御を行う。これを実現する方針として, 積分器によって偏差の除去を実現するような, 定電流制御系を構成することが選択されている。そのために, 電流制御ルーティンのディジタル化においても積分制御の導入が議論されてきた。最初に提案された方法は, アナログの定電流制御回路を構成する補償器をタスティン法[4]などによって離散時間化するものである。しかしこの方法は離散時間化の際のサンプリング周期を十分に小さく取る必要があり, 商用のプロセッサではシステムの安定化を実現することができなかった。そこで PIM 法の適用が検討された[34]。PIM 法によると, 理論上はサンプリング周期に関わらず安定なアナログ制御システムから安定なディジタル制御システムを得ることができる。しかしこの方法ではアナログ制御回路の積分器特性を保存して離散時間化することができない。そのため, 商用のプロセッサで安定な電流制御システムを実現することはできたが, 一方で定電流制御を実現することはできなかった。[11]で Sejimo らによって積分器を保存できる IA-PIM 法のドライバへの適用が提案され, 商用のプロセッサにおける制御システムの安定化および定電流制御の実現が達成された。しかし, この方法は閉ループ系を構成する補償器次数が増加する, 設計後にパラメータを変更する場合にはそのつど安定性を確認する必要があるなどの欠点がある。また, プラントの飽和によるワインドアップ[35]への対応にも課題が残されている。

ディジタル制御の利点の 1 つはアナログ制御に比べて複雑な演算処理が行える点である。したがってアナログ電流制御回路をいかに離散時間化するかというよりも, 初めから離散時間領域で制御回路を設計した方が選択できる制御方針の幅は広がる。従来はサンプリング周期を十分に小さく取れない状況において, いかにアナログ定電流制御回路と同等の性能を実現するかが焦点となっていた。近年では商用のプロセッサと

いえどある程度は複雑な処理も実現可能となっている。したがって、従来の制御システムで生じていた問題を解決できるような、新しいデジタル定電流制御法が求められている。

## 1.2 研究目的

本研究の目的はデジタル制御システムの演算能力を活かしたステッピングモータの定電流制御法を提案することである。具体的には、ダイレクト設計の手順に従って設計した、可変構造を導入した定電流制御法の提案である。提案手法が、従来の IA-PIM 法による定電流制御システムが持つ、次数の増加、飽和への対応、仕様変更についての 3 つの欠点を改善する制御法であることを実機実験によって示す。

定電流制御の方針は、基準電流信号と何らかのプラント出力信号との間の制御偏差を除去することである。提案の流れとして、はじめに実際のステッピングモータとドライバから成るモータ駆動系で設定されている制御目標を実現するような、可変構造を持つデジタル定電流制御を実現する。このようにして実システムから得た可変型の定電流制御法を理論的に考察して、一般化を行う。ここでの一般化とは、ステッピングモータの定電流制御に限らず、規範入力に対する定常偏差除去を目的とした一般の閉ループ制御システムに対して適用できるという意味のものである。このように一般化された定常偏差の除去法を利用して、ステッピングモータの新しいデジタル定電流制御法として提案する。

## 1.3 本稿の構成

1 章では研究背景や目的を述べている。2 章では本稿で使用する離散時間領域の関連事項について述べる。3 章では運動方程式および回路方程式に基づき、ステッピングモータの動作解析を行う。また、本稿で扱う実験装置のモータ駆動系の動作の確認を行い、後の 4 章、6 章でデジタル定電流制御回路を設計する際に利用する伝達関数モデルを導出する。4 章では実験装置に実装されている電流制御回路の制御目標を実現するような、制御構造の一部を可変としたデジタル定電流制御法を提案する。5 章では、4 章で得た制御法を理論的に考察して、可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去法として提案する。5 章では正の複素極と実零点を持つプラントを例題として挙げ、制御法の有効性をシミュレーションによって確認する。6 章では可変型規範入力ゲインを利用したステッピングモータ用のデジタル定電流制御法を提案する。4 章、6 章では設計した

ディジタル定電流制御回路を利用して実機実験を行う。この実験を通じて、提案手法の有効性を検討する。最後に7章で結論を述べる。

#### 1.4 本稿の表記および記号について

本稿では特に断らない限りは連続時間、離散時間システムに対して次のように上付きバーの表現によって区別を行う。

- $\bar{r}(t), \bar{A}(s)$  : 連続時間の信号, システム
- $r_k, A(z)$  : 離散時間の信号, システム

連続時間信号は時刻  $t$  の関数であり、離散時間信号の添え字の  $k$  はサンプル点を表している。本稿ではサンプル点  $k$  と  $k+1$  の時間間隔はサンプリング周期  $T[s]$  に当たる。また、伝達関数を用いた表現において、本来はシステムと信号の両方に対してラプラス変換等を行わなければならないが、表記の利便性を優先して、次のように表記する。

$$\bar{y}(t) = \bar{G}(s) \cdot \bar{u}(t) \quad (1.1)$$

$$y_k = G(z) \cdot u_k \quad (1.2)$$

また、本稿で扱う記号と意味は次の通りである。

**Table 1-1 モータ関係.**

$J$	慣性モーメント [kgm <sup>2</sup> ]	$\theta$	ロータ角 [rad]
$D$	粘性摩擦係数 [Nms]	$\dot{\theta}$	角速度 [rad/s]
$\tau$	モータトルク [Nm]	$\ddot{\theta}$	角加速度 [rad/s <sup>2</sup> ]
$K_t$	トルク係数 [Nm/A]	$\theta_{eq}$	ロータ角平衡点 [rad]
$N_p$	コイル相数	$\theta_{ref}$	目標角度 [rad]
$N_r$	ロータ歯数	$\theta_s$	1 ステップ角度 [rad]
$L$	コイルインダクタンス [H]	$m$	パルス信号数(正回転)
$R$	巻線抵抗 [ $\Omega$ ]	$n$	パルス信号数(逆回転)
$V_d$	入力電圧 [V]		
$E_B$	逆起電力 [V]		
$i$	コイル相電流 [A]		

**Table 1-2 可変型規範入力ゲイン関係.**

$\phi$	可変型規範入力ゲイン	$\Gamma$	適応ゲイン
$\zeta$	誤差方程式		

**Table 1-3 離散時間演算子関係.**

$T$	サンプリング周期 [s]	$s$	ラプラス演算子
$q$	シフト演算子	$z$	$z$ 演算子
$w'$	$w'$ 演算子		
$\delta$	デルタ演算子	$\varepsilon$	オイラー演算子
$\omega$	連続時間周波数 [rad/s]	$\nu$	$w'$ 領域の仮想周波数 [rad/s]
$\Omega$	$\varepsilon$ 領域の仮想周波数 [rad/s]		

**Table 1-4 閉ループシステム関係.**

$r$	閉ループ系への規範入力	$u$	プラント入力
$y$	プラント(閉ループ系)出力	$e$	制御偏差
$G$	プラント伝達関数	$A$	フィードフォワード補償器
$M$	プラント入力伝達関数	$B$	フィードバック補償器
$H$	閉ループ伝達関数	$C$	前置補償器

## 第2章 離散時間について

本章では離散時間領域に関する項目の説明を行う。本稿を通じてサンプリング周期  $T$  は次の 2 通りを利用する。なおシステム同定に利用するサンプリング周期は、本研究で使った Digital Signal Processor (DSP)において、システム同定プログラムを実行する際の限界値である。また、制御則実行のサンプリング周期は、後に 2.4 節で説明するようにシステム同定のサンプリング周波数の  $1/25$  に相当する周波数( $2[\text{kHz}]$ )がナイキスト周波数となるように設定した。

- システム同定 :  $20 [\mu\text{s}]$  (  $50 [\text{kHz}]$  )
- 制御則の実行 :  $250 [\mu\text{s}]$  (  $4 [\text{kHz}]$  )

### 2.1 離散時間演算子

連続時間のシステムを表現する演算子としてラプラス演算子  $s$  がある。一方で離散時間のシステムを表現するためには、目的によって複数の演算子を使用される。ここでは本稿で使用する  $z$  演算子[5],  $w$  演算子[12], オイラー演算子 $e$ [14], [36]の 3 種類の演算子について説明する。いずれもシステムの伝達関数を表現する演算子として利用することができる。はじめに各演算子平面上でシステム極が安定となる範囲について説明する。各演算子で表現した伝達関数の極の安定領域を Fig. 2-1 に示す。なおラプラス平面上におけるシステム極の安定領域は良く知られているように実部が負の範囲である。

まず  $z$  平面上では Fig. 2-1 の右上に示すように原点を中心とした単位円の内部が極配置の安定領域となる。次に  $w$  平面上では、Fig. 2-1 の右下に示すように極の実部が負である範囲が安定領域となる。最後にオイラー平面上では、Fig. 2-1 の左下に示すように  $-1/T$ を中心とする 半径  $1/T$ の円の内部が安定領域となる。ここでサンプリング周期  $T$  を  $0$  に近づけると、 $z$  平面および  $w$  平面の安定領域に変化はないが、オイラー平面の安定領域がラプラス平面のものに等しくなることが確認できる。次に各演算子の性質を個別に確認する。



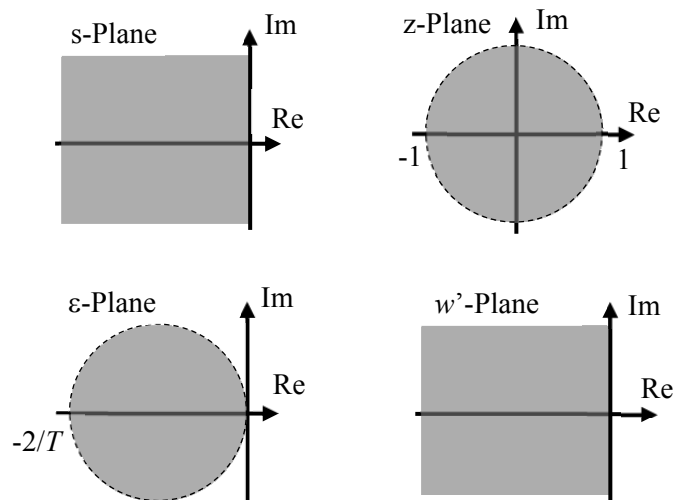


Fig. 2-1 各演算子が表現するシステム極の安定領域.

### ● z 演算子

z 演算子は離散時間システムの周波数領域を表現する最も一般的な演算子である. 対応する時間領域の演算子はシフト演算子  $q$  である. 良く知られているようにシフト演算子  $q$  はシステムの時間応答をある時間  $T$  [s] だけシフトする意味を持っている. したがって z 演算子は連続時間システムの表現で用いられるラプラス演算子とサンプリング周期を用いて次のように定義される.

$$z = e^{sT} \quad (2.1)$$

この式より z 演算子は, 連続時間において  $T$  [s] のむだ時間を意味する演算子であることがわかる. このように z 演算子は離散時間システムを表現する演算子として利用される一方で, 連続時間システムにおいてもむだ時間を表現する演算子として利用することができる. すなわち z 演算子は連続時間領域にも離散時間領域にも属する, 単に時間  $T$  [s] のずれを表現する演算子である. このように時間  $T$  [s] のずれを表現できる点は離散時間システムの表現に都合が良く, したがって多くの場合で z 演算子を用いたシステム表現が利用されている.

(2.1)式のように, z 演算子はラプラス演算子との代数関係で定義されるから, z 演算子で表現されたシステムもラプラス演算子と同様に周波数特性を考えることができる. ある連続時間システム  $\bar{G}(s)$  の周波数特性はラプラス演算子の虚数成分に注目して次のようにして得られる.

$$\bar{G}(s)|_{s=j\omega} \rightarrow \bar{G}(j\omega) \quad (2.2)$$

ただし本章において  $j$  は虚数成分を表す。同様に考えると、ある離散時間システム  $G_z(z)$  の周波数特性は次のようにして得られる。

$$G_z(z)|_{z=e^{j\omega T}} \rightarrow G_z(e^{j\omega T}) \quad (2.3)$$

(2.3)式はラプラス演算子との代数関係によって得られているため、連続時間システムと同様に周波数応答を考えることができる。しかし、このように  $z$  演算子で周波数特性を評価して描いたボード線図には、次のような不都合がある。

- (a)  $T \rightarrow 0$  とした時に  $z \rightarrow j\omega$  とならない。
- (b) ボード線図や極配置の性質が連続時間のものと異なる。
- (c) 伝達関数の次数と位相の関係が連続時間のものと異なる。

(a)は(2.3)式より  $T \rightarrow 0$  としたときに  $z=1$  となるので明らかである。(b)は  $z$  演算子の周波数特性の評価軸の違いに起因するものである。連続時間の周波数特性が  $s$  平面上の虚軸に沿って評価されることに対して、 $z$  演算子では  $z$  平面上の原点を中心とした単位円の円周に沿って評価が行われる。したがって  $z$  演算子での評価をもとに描かれたボード線図には、連続時間ボード線図の直線近似のような有用な性質がない。さらに、システム極の安定領域が原点を中心とした単位円となることから、極の実部の値が正であっても安定となる範囲がある。また、極が実軸上にあっても、実部が負の場合は振動極となるなどの違いがある。(c)も周波数特性の評価軸の違いに起因するものである。ラプラス演算子の場合には評価軸が直線であるため、極および零点 1 つあたりの位相の最大変化量は  $90[\text{deg}]$  である。ところが  $z$  演算子の場合には評価軸が円周であるため、極および零点 1 つあたりの位相の最大変化量は  $180[\text{deg}]$  となる。したがって、連続時間ではゲイン余裕が無限大となる次数のシステムでも、離散時間ではゲイン余裕が有限となるなどの違いが生じる。

このように  $z$  演算子はラプラス演算子と代数関係にあり、単に時間  $T$  [s]のずれを表現することから導入が容易であるが、一方で  $T \rightarrow 0$  とした時の諸性質が連続時間システムと一致しないという欠点がある。

●  $w'$ 演算子

$w'$ 演算子はラプラス演算子による積分演算の台形近似を表現するように定義された周波数領域の演算子である。この演算子はデジタルフィルタを設計する際の、連続時間演算子の双一次近似法として発展してきたものである[37], [38]。同じく周波数領域の演算子である  $z$  演算子を用いると、その定義式は次の(2.4)式のようにになる。

$$w' = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad (2.4)$$

ある区間  $[kT, (k+1)T]$  における連続時間積分演算の台形近似は  $T \rightarrow 0$  で元の積分演算に一致することが知られており、このことは(2.4)の定義式より、 $T \rightarrow 0$  とした時に  $w'$ 演算子がラプラス演算子と等価になることで確認できる。定義式に含まれる  $z$  演算子はラプラス演算子と代数関係にあるから、 $w'$ 演算子で表現されたシステム  $G_w(w')$  の周波数特性は次のようにして得られる。

$$G_w(w') \Big|_{w' = \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1}} \rightarrow G_w \left( \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} \right) \quad (2.5)$$

ここで周波数を表す  $\omega$  について整理すると、(2.5)式は次のように書き換えられる。

$$G_w \left( \frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} \right) = G_w(jv) \quad (2.6)$$

ただし

$$v = \frac{2}{T} \tan \left( \frac{\omega T}{2} \right) \quad (2.7)$$

したがって、 $w'$ 演算子では周波数特性の評価が虚軸上で行われるといえる。すなわち  $w'$ 演算子を用いると、連続時間のボード線図の性質を離散時間に持ち込んで補償器の設計を行うことができる。ここで正接関数の線形近似精度を考慮すると、 $1/T$  をバンド幅の5倍程度以上にできれば、次の(2.8)式の近似精度は良好である。

$$w' = jv \approx j\omega \quad (2.8)$$

この時

$$G_w(jv) \approx \bar{G}(j\omega) \quad (2.9)$$

である。したがって、 $w'$ 演算子で離散時間システムを表現すると、周波数特性の評価法や極配置の性質が連続時間システムのそれらと等しくなる。以上の考察より、 $w'$ 演算子を用いると連続時間システムと同様に離散時間システムを捉えることができるといえる。しかし、 $w'$ 演算子とラプラス演算子はあくまで近似の関係であり、厳密な代数関係

ではない点に注意が必要である。また、(2.4)の定義式よりシステムの相対次数が必ず 0 となる点や、このときに相対次数の差を埋める要素として  $w'$  平面上で正の零点がしばしば現れる点も欠点として挙げられる。

### ● オイラー演算子

オイラー演算子は  $z$  演算子と次のような代数関係にある周波数領域の演算子である。

$$\varepsilon = \frac{z-1}{T} \quad (2.10)$$

対応する時間領域の演算子はデルタ演算子と呼ばれ、シフト演算子  $q$  とサンプリング周期  $T$  を用いて次式で表される。

$$\delta = \frac{q-1}{T} \quad (2.11)$$

オイラー演算子およびデルタ演算子は前進差分表現に基づいた演算子であり、この点において微分表現に基づくラプラス演算子と対応付けられているのが特徴である。実際に(2.10)式で  $T \rightarrow 0$  とすると、 $\varepsilon \rightarrow s$  となりオイラー演算子はラプラス演算子と等価になることがわかる。また(2.11)式は、 $T \rightarrow 0$  の極限を考慮することでまさに微分演算の定義式となる。オイラー演算子で表現されたシステム  $G_\varepsilon(\varepsilon)$  の周波数特性は次のようにして得られる。

$$G_\varepsilon(\varepsilon) \Big|_{\varepsilon = \frac{e^{j\omega T} - 1}{T}} \rightarrow G_\varepsilon \left( \frac{e^{j\omega T} - 1}{T} \right) \quad (2.12)$$

(2.12)式よりオイラー演算子による周波数特性の評価は  $z$  演算子と同様に円周上で行われることがわかる。したがって、 $z$  演算子の時と同様に、オイラー演算子には(b)と(c)の不都合があるといえる。しかし、(2.12)式で  $T \rightarrow 0$  とすると

$$\varepsilon = \Sigma + j\Omega \rightarrow j\omega \quad (2.13)$$

となる。ただし、式中の  $\Sigma$  と  $\Omega$  はそれぞれ次の通りである。

$$\Sigma = \frac{\cos(\omega T) - 1}{T} \rightarrow 0 \quad (2.14)$$

$$\Omega = \frac{\sin(\omega T)}{T} \rightarrow \omega \quad (2.15)$$

したがってシステムのバンド幅に対して  $T$  を十分に小さく選んだ場合には、 $\varepsilon \approx j\omega$  とし連続時間と同じように周波数応答法を利用できるといえる。一般的な正弦波関数の線形近似が成り立つ値を考慮すると、サンプリング周期としてバンド幅の 25 倍以上に対応する値を選べば良いといえる。以上の考察より、十分に小さいサンプリング周期の

もとは、オイラー演算子で表現された離散時間システムは連続時間システムのように扱うことができるといえる。また、 $w$ 演算子と異なり近似表現ではなく、相対次数の情報を保存することができる。さらに離散時間システムでしばしば生じるサンプリング零点は、サンプリング周期を小さく取るほど実軸上で負の無限遠点に近づくために、無視することができるようになる。

## 2.2 離散時間モデル

本節では本稿で扱う離散時間モデルについて説明する。本稿ではステップ不変モデル[4]、極零対応モデル[39]の2種類を利用する。これらについて順に説明を行う。

### ● ステップ不変モデル

デジタル制御システムとプラントの入出力信号のやり取りは、多くの場合でサンプリングと0次ホールドからなるA/D, D/A変換を通じて行われる。したがって、制御システムを設計する際に用いるプラントの離散時間モデルとして、ステップ不変モデルが適切である。ステップ不変モデルはFig. 2-2のように、ステップ状の入力で得られるモデル出力が図中にマーカで示された各サンプル点で一致するようなモデルである。

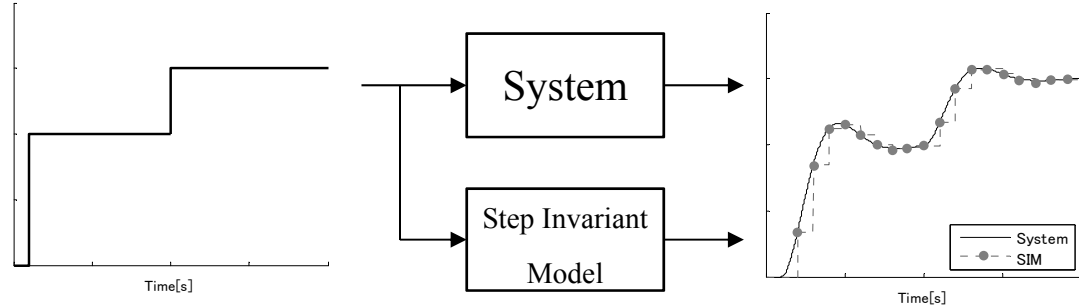


Fig. 2-2 ステップ不変モデルの応答.

ステップ不変モデルの導出は次のように行われる。ある連続時間プラントが $\bar{G}(s)$ としてラプラス演算子を用いて伝達関数で表現されているとする。ここでステップ入力に対する出力がサンプル点で一致することを考慮すると、ステップ不変モデルは次のように表現される。

$$G_{SIM}(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon T + 1} \delta \left[ L^{-1} \left[ \frac{1}{s} \bar{G}(s) \right] \right] \quad (2.16)$$

ただし(2.16)式中の $L^{-1}$ は逆ラプラス変換を表している。

ステップ不変モデルは、デジタル制御システムから見た連続時間プラントの時間応答や周波数応答を表現できるモデルである。この特徴により、ダイレクト設計法などで

プラントの離散時間モデルが必要な場合にはステップ不変モデルが利用される。このようにステップ不変モデルは A/D, D/A 変換器が接続された連続時間プラントを表現するために適したモデルであるが、一方で連続時間伝達関数の極と零点がそれぞれ異なる法則で離散時間化される欠点がある。したがって極と零点の配置を指定して設計されたような補償器の離散時間モデルには適さないといえる。

なおここでは伝達関数表現でステップ不変モデルを説明したが、状態方程式で表現された線形システムの場合にもステップ不変モデルを導出することができる。ただし本稿では状態方程式表現のステップ不変モデルを利用しないのでここでは省略する。

### ● 極零対応モデル

極零対応モデルはシステムの零点の離散時間化法則を極のものと等しくした離散時間モデルである。このモデルはラプラス平面上の極、零点を次の法則に従って離散時間平面に移行させることで得られる。

$$s + \alpha \rightarrow \varepsilon + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{T} \quad (2.17)$$

ただし(2.17)式では離散時間平面としてオイラー平面を選択した。極零対応モデルによるとシステムの極と零点が同じ法則で離散時間化されるから、例えば Fig. 2-3 に示すように連続時間系で発生していた極零消去を離散時間系でも同じように発生させることができる。ただし、極零対応モデルでは対象としたシステムの定常ゲインが変動してしまうため、別途ゲインの調節が必要となる。なお、状態方程式においては零点の発生とシステム行列が無関係であるため、極零対応モデルを伝達関数のように容易に導入することができない。

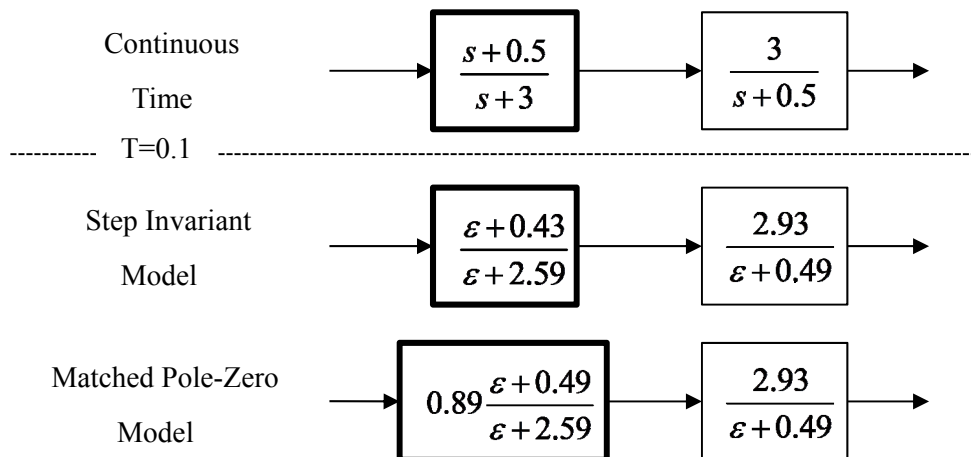


Fig. 2-3 モデルごとの極と零点の配置の違い。

### 2.3 Plant Input Mapping 法

デジタル制御系の設計法としてこれまでに多くの有用な手法が提案されてきたが、本節ではその中でもエミュレーション法として提案された PIM 法について説明する。

エミュレーション法では連続時間系で設計された制御システムの性能を保存した離散時間制御システムを得ることが最大の目標となる。サンプリング周期  $T$  を非常に小さく設定できる場合には多くの場合で連続時間系の性能を保存することができる。しかし、実際のシステムではプロセッサの性能は有限であり、サンプリング周期をあまり小さく設定できない場合の方が多い。エミュレーション法に分類されるデジタル制御系設計法では、サンプリング周期が大きくなると制御システムの性能だけでなく安定性も損なわれることが多い。これに対して PIM 法は、ごく一部の特殊な場合を除くどのようなサンプリング周期であっても、連続時間制御システムの安定性を保存するデジタル制御システムを設計できる方法である。PIM 法では Fig. 2-4 のような閉ループ系を対象としており、制御ブロックを個々に離散時間化するというよりは、これらを閉ループ特性として一度に離散時間化するような方法である。PIM 法で得られる離散時間閉ループ系は Fig. 2-5 のような構造になる。

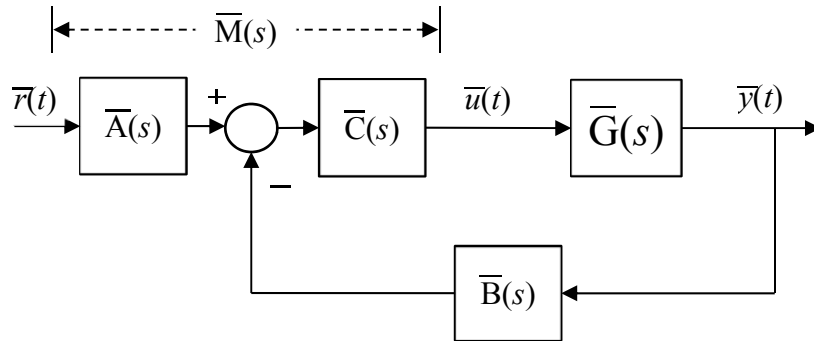


Fig. 2-4 PIM 法で対象とする連続時間閉ループ系。

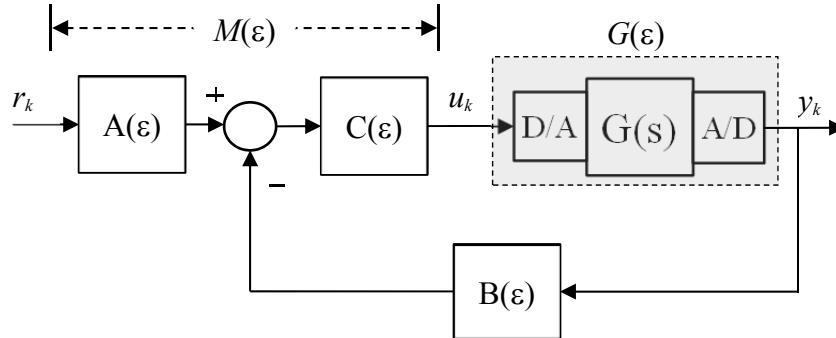


Fig. 2-5 PIM 法で設計される離散時間閉ループ系。

PIM法の根幹を成すのはPITF [10]という概念である。PITFは閉ループ系の規範入力からプラント入力までを表す伝達関数であり、Fig. 2-4の中で $\bar{M}(s)$ として示した範囲が該当する。PITFを用いると閉ループ系はFig. 2-6のように概念上はフィードフォワードの形で書き表すことができる。PITFの分母多項式は閉ループ系のものと同一であり、かつ分子多項式の一部としてプラントの分母多項式を必ず含む。すなわち、PITFとプラントを接続するとプラントの極はすべてPITFの零点で消去されることになる。しかもこの場合の極零消去は信号とシステムの間で発生するものであり、一般的に言われるような極零消去の不都合が生じない。この極零消去はプラントが不安定な極を持っている場合にも発生する。したがって、PITFの分母多項式が安定であれば、閉ループ系は安定となる。

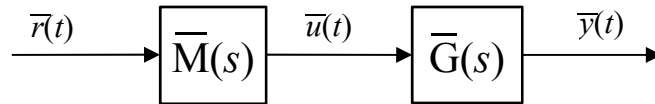


Fig. 2-6 PITF を用いて表した閉ループ系.

PIM法はデジタル再設計法の1つであるから、あらかじめ所望の性能を持った連続時間閉ループ系が設計されているとして手順が始まる。まず設計された連続時間閉ループ系のPITFを導出する。そして、このPITFの極零対応モデルを得る。極零対応モデルでは零点の配置の法則は極のものと同一である。したがって、プラントのステップ不変モデルの極とPITFの極零対応モデルの零点との間で極零消去が発生する。また、極零対応モデルではサンプリング周期に関わらず極配置の安定性が保存されるから、安定な連続時間閉ループ極は、安定な離散時間閉ループ極となるように離散時間化される。こうして得られた離散時間PITFを実現するように各制御ブロックを決定すると、連続時間の閉ループ系で得られた安定性はサンプリング周期に関わらず保存される。各制御ブロックのパラメータ決定には(2.18)式のように表されるダイオファンタイン方程式[40]が利用できる。

$$den_M = num_B \cdot num_G + den_C \cdot den_G \quad (2.18)$$

ここで  $num, den$  はそれぞれ添え字が示すシステムの伝達関数の分子多項式、分母多項式を表している。たとえば  $den_G$  はプラントのステップ不変モデルの分母多項式を表す。



(2.18)式の左辺は目標となる離散時間 PITF の分母多項式である。右辺においてプラントの伝達関数は既知であるから、このときの未知パラメータは B ブロックの分子多項式と C ブロックの分母多項式である。プラントの次数が  $n$  次で閉ループ系の次数が  $2n-1$  次のとき、ダイオファンタイン方程式は唯一解を持つから、(2.18)式に含まれる制御ブロックのパラメータは一意に決定できる。A ブロックの分子多項式は次式より定めることができる。

$$num_M = num_A \cdot num_G \quad (2.19)$$

残りの A ブロックおよび B ブロックの分母多項式と C ブロックの分子多項式は  $n-1$  次の安定多項式として任意に決定する。PIM 法はオブザーバベースの方法であり、この安定多項式から得られる極がオブザーバ極に対応している。

以上の PIM 法の手順を整理すると次のようになる。

1. 連続時間で所望の性能を満たす閉ループ制御系を設計する。
2. プラントのステップ不変モデルを導出する。
3. 連続時間 PITF を導出し、その極零対応モデルとして離散時間 PITF を得る。
4. ダイオファンタイン方程式を解き、閉ループ系を構成する補償器を決定する。
5. 任意の  $n-1$  次の安定多項式を決定する。

PIM 法はエミュレーション法として提案された手法であるが、ダイレクト設計法の手順にしたがっても離散時間閉ループ制御系を設計することができる。通常の PIM 法では連続時間 PITF から極零対応モデルとして得られる離散時間 PITF が設計目標となるが、Direct PIM 法ではこの離散時間 PITF を直接設計することになる。この場合にもプラントとの極零消去は可能である。PITF はプラントに対して常に直列に接続されるから、その伝達関数内にプラントの逆モデルを含んでいると、プラントの特性を完全に消去でき、閉ループ系特性を任意に決定することができる。この場合には閉ループ系をフィードフォワード系のように設計が行えることから、特性を決定するための見通しが非常に良くなる。この際の Direct PIM 法で設計される離散時間 PITF の構造は次式のようになる。

$$M(\varepsilon) = M'(\varepsilon) \cdot G^{-1}(\varepsilon) \quad (2.20)$$

ここで  $G^{-1}(\varepsilon)$  はプラントのステップ不変モデルの逆モデルである。 $M'(\varepsilon)$  は離散時間 PITF

の一部であり、最終的な閉ループ系の特性を一意に決める伝達関数である。Direct PIM 法の手順ではこの伝達関数  $M'(\epsilon)$  のパラメータを設計する。  $M'(\epsilon)$  の次数はダイオファンタイン方程式に解が存在するように設定する必要がある。

ただしプラントが非最小位系である場合には逆モデルを利用することができない。この場合には何らかの別な方針に従って離散時間 PITF を直接決定することになる。

## 2.4 DSP を使ったシステム同定

近年の DSP の発展は制御システムの実行だけでなく、システム同定を行う場面にも貢献している。例えば周波数応答法によるシステム同定では、周波数アナライザのような特別な装置を必要とせず、しかも測定データに対して同定の前後で行われる信号処理を比較的簡単に行うことができる。一方で、DSP を利用する場合には Fig. 2-7 のようにプラントに A/D, D/A 変換を接続する必要がある、入出力データは離散データとなる。しかも得られる周波数特性はプラントのステップ不変モデルのものとなる。しかし、十分に小さなサンプリング周期でオイラー演算子を利用すると、DSP を介して得たステップ不変モデルの係数をそのまま連続時間モデルの係数として利用することができる。

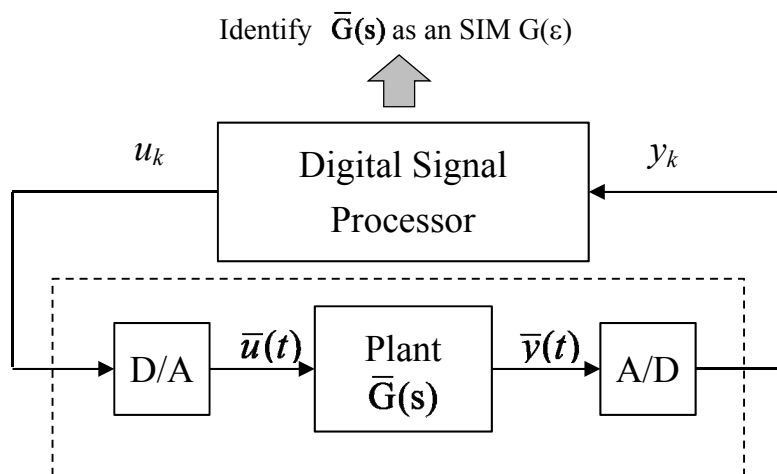


Fig. 2-7 DSP を使用した連続時間プラント同定.

周波数特性によってシステム同定を行う際には、複数の周波数成分が含まれた入力信号を利用する。ここでは考察のために、同定入力信号として次のような単一周波数の正弦波を含んだ信号を考える。

$$\bar{u}(t) = \alpha \sin(\omega t) \quad (2.21)$$

ここで  $\alpha$  は正弦波の振幅であり、 $\omega$  は正弦波の周波数である。(2.21)式を考慮すると、DSP

がプラントに入力すべき同定信号は次の(2.22)式のように表される.

$$u_k = \alpha \sin(\omega k T) \quad (2.22)$$

ここで(2.21)式をラプラス変換した関数  $\bar{U}(s)$  と(2.22)式をオイラー変換した関数  $U(\varepsilon)$  の周波数特性を比較する. 両式は次のように表される.

$$\bar{U}(s) = \alpha \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (2.23)$$

$$U(\varepsilon) = \alpha \frac{(T\varepsilon + 1) \left( \frac{\sin(\omega T)}{T} \right)}{\varepsilon^2 + \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{T}{2}} \right\}^2 T\varepsilon + \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{T}{2}} \right\}^2} \quad (2.24)$$

ここで正弦関数の線形近似精度を考慮して, サンプルング周波数が注目する周波数 $\omega$ の 25 倍程度となるように  $T$  を決定すると, (2.24)式について次の近似が成り立つ.

$$U(\varepsilon) \approx \alpha \frac{\omega}{\varepsilon^2 + \omega^2} \quad (2.25)$$

同様のことがプラント出力信号  $\bar{Y}(s)$  と  $Y(\varepsilon)$  にもいえるから, 連続時間プラント  $\bar{G}(s)$  とステップ不変モデル  $G(\varepsilon)$  の周波数特性として次式が成り立つ.

$$\bar{G}(s) \Big|_{s=j\omega} \approx G(\varepsilon) \Big|_{\varepsilon \approx j\omega} \quad (2.26)$$

したがって, 実システムから計測された周波数特性へのフィッティングはラプラス演算子, オイラー演算子の区別なく実行することができる. また, オイラー演算子の定義式より  $T \rightarrow 0$  で  $\varepsilon \rightarrow s$  が成り立つから,  $T$  を小さくするほど, (2.24)式の近似精度は向上する. このとき, ステップ不変モデル  $G(\varepsilon)$  に存在していたサンプルング零点は無限遠点に向かうため, 無視できるようになる.

以上の考察より, 同定対象のプラントのバンド幅に対して適切なサンプルング周期  $T$  を選択すると, DSP を使用して連続時間プラントの周波数同定を行うことが可能となる. 本稿ではこのための  $T$  として, サンプルング周波数がシステムバンド幅の 25 倍以上となるような値を推奨している.

## 2.5 Lyapunov の安定判別法

本稿では可変システムを扱うが、このときのパラメータの収束の保証に、Lyapunov の直接法を利用する。Lyapunov の直接法は非線形システムの安定性判別に良く利用される方法であり、安定判別の根拠は次のように定義される正定関数、負定関数の性質に基づいている。

### 定義 2.1

次の(2.27)式を満たすスカラ関数  $P$  を正定関数と呼ぶ。

$$\forall \mathbf{x}, P(\mathbf{x}) > 0 \quad (P = 0 \text{ if } \mathbf{x} = \mathbf{0}) \quad (2.27)$$

### 定義 2.2

次の(2.28)式を満たすスカラ関数  $Q$  を負定関数と呼ぶ。

$$\forall \mathbf{x}, -Q(\mathbf{x}) > 0 \quad (Q = 0 \text{ if } \mathbf{x} = \mathbf{0}) \quad (2.28)$$

Lyapunov の直接法では、はじめに  $\mathbf{0}$  への収束を保証したいパラメータ  $\mathbf{x}$  に対して任意の正定関数  $V$  を定義する。この  $V$  の時間変化  $\dot{V}$  が負定関数であるとき、定義した  $V$  は Lyapunov 関数と呼ばれ、時刻  $t \rightarrow \infty$  で  $V \rightarrow 0$  が保証される。すなわち、定義 2.1 より  $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{0}$  がいえる。離散時間で Lyapunov の直接法を扱う場合には、正定関数の微分演算に対して、(2.29)式のように単純な 1 サンプル間の差分を取るよりも、デルタ演算子を利用する方が良い。この理由は、デルタ演算子を利用すると(2.30)式のようにパラメータの収束性の考慮にサンプリング周期  $T$  の存在を陽に含めることができるからである。

$$(q-1)V_k = V_{k+1} - V_k \quad (2.29)$$

$$\delta V_k = \frac{V_{k+1} - V_k}{T} \quad (2.30)$$

なお Lyapunov の安定判別法は注目するシステムの安定性の十分条件となる。定義した正定関数が Lyapunov 関数にならないからといって、システムが不安定であるとは限らない点に注意が必要である。

## 第3章 ステッピングモータとドライバの動作解析およびモデル化

3 章ではステッピングモータの動作解析, および本稿で対象とする実験装置のモータ駆動系のモデル化を行う. なお実験装置は 5 相ステッピングモータ(PK566H-B: オリエンタルモータ株式会社)とドライバ(ADB5410: 株式会社メレック), DSP ボード(DS1103: dSPACE 株式会社)を内蔵した PC で構成されている. ドライバ自体は市販のものであるが, DSP ボードとの接続を目的とする入出力ポートが別途取り付けられている. この入出力ポートと DSP ボードに付属の A/D, D/A 変換器を利用して回路信号の計測や制御信号の入力を行う. 本章の内容はすべて連続時間のものであり離散時間との区別の必要がないため, 信号やシステムに上付きバーを加えないものとする.

### 3.1 ステッピングモータの回転原理

ステッピングモータは一般的にパルス信号と同期した回転を行うと言われている. 本節ではその回転原理について説明する.

ステッピングモータは Fig. 3-1 に示すように永久磁石で構築されたロータと, 複数のコイル相が取り付けられたステータから成り立つ. ロータやステータには歯状の突極が存在し, ステータ歯とロータ歯が向かい合う位置で停止するように構成されている. その組み合わせは任意であり, 同一の励磁相のステータ歯に対してどのロータ歯が向かい合ったとしても, その位置で停止することができる. ドライバは, パルス信号を受けるとあらかじめ決められたパターンを順に追ってステータコイル相の励磁を切り替える. パルス信号が入力されない間は現在と同じパターンの励磁が継続する.

ステッピングモータの回転方法は 2 通りある. これらを Fig. 3-1 を用いて説明する. なお初期状態として Fig. 3-1 で右側のコイル相が励磁され, ロータ歯 R1 とステータ歯 S1 が向かい合って静止しているものとする. 回転方法の 1 つはパルス信号による励磁パターンの切り替えである. パルス信号を受けると Fig. 3-1 の緑の矢印で示されるように励磁コイル相が左へ切り替わる. 新しい励磁相のステータ歯 S2 にロータ歯 R1 が引きつけられて回転が行われる. 回転後はステータ歯 S2 とロータ歯 R1 が向き合った状態で静止する. もう 1 つの回転方法は外的要因によるものである. 初期状態で静止しているロータを負荷などの外力によって赤の矢印で示されるように回転させる. このとき励磁コ

イル相は初期状態のままであるが、ロータ歯は R1 が R2 の位置へ、R0 が R1 の位置へそれぞれ回転移動する。外力による回転後は、ステータ歯 S1 とロータ歯 R0 が向き合った状態で静止する。

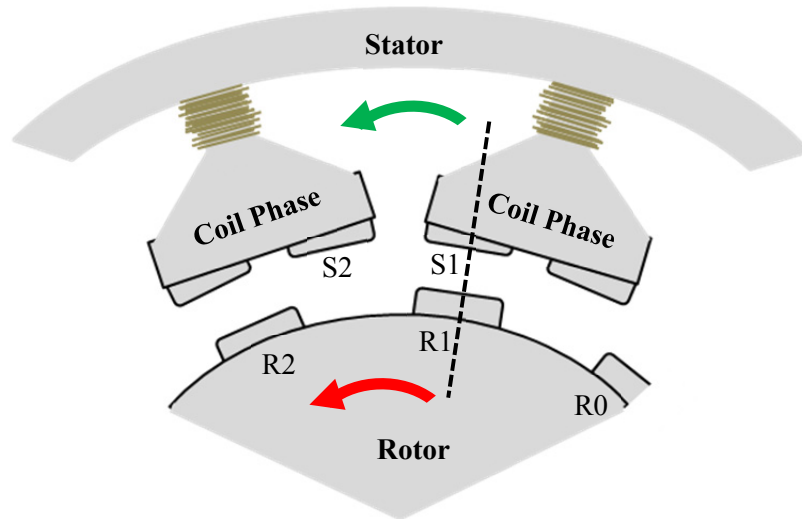


Fig. 3-1 ステッピングモータの回転動作。

ステッピングモータの位置決め制御をオープンループで実行する場合にはパルス信号数と回転角の同期性を考慮する。したがってパルス信号数とステータ歯の間隔のみを利用して次のような考え方がなされる。

$$\theta_{ref} = \theta_s (m - n) \quad (3.1)$$

なお  $m, n$  などの記号の説明は Table 1-1 を参照されたい。(3.1)式の $\theta_{ref}$ は目標角であり、ステッピングモータの回転動作が励磁相の切り替えのみによって行われている場合には  $\theta \rightarrow \theta_{ref}$  となる。このとき、パルス信号とロータの同期回転が実現されている。なおステッピングモータは、(3.1)式で得られるすべての目標角においてロータが安定に停止できるように構成されている。

### 3.2 平衡点によるロータの停止位置表現

励磁パターンによって指定される停止位置はモータコイルに関する回路方程式とロータの運動方程式によって導出できる。負荷トルクが存在しないと仮定すると、ロータの運動方程式は次式のように表される。

$$J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + \tau(\theta, i) = 0 \quad (3.2)$$

(3.2)式よりトルク入力 $\tau$ は現在のロータ角 $\theta$ とコイル相電流 $i$ の関数であることが確認できる．ここではまずコイルに流れる電流がステッピングモータの駆動に適切なものであると仮定して，ロータ角とトルク $\tau$ の関係を見る．(3.2)式について，状態変数を $\mathbf{x} = [\theta \ \dot{\theta}]^T$ とおくとステッピングモータの回転運動は次の状態方程式で表される．

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{D}{J} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \tau(\theta, i) \quad (3.3)$$

ロータ角が停止する位置は(3.3)式の平衡点 $\mathbf{x}_{eq}$ として導出することができる．平衡点の定義は $\dot{\mathbf{x}}_{eq} = \mathbf{0}$ であるから(3.3)式より

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{eq} = 0 \\ \ddot{\theta}_{eq} = -\frac{D}{J}\dot{\theta}_{eq} + \frac{1}{J}\tau(\theta_{eq}, i) = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

したがってロータの平衡点 $\mathbf{x}_{eq}$ では次式が成立している．

$$\begin{cases} \tau(\theta_{eq}, i) = 0 \\ \dot{\theta}_{eq} = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

これ以降は，単にロータ角の平衡点といった場合には $\theta_{eq}$ を指すものとする．(3.5)式より，ロータ角平衡点は，電流値に関わらずトルクが0となる位置として導出することができる．モータコイルが作る磁界に磁性体のロータが与える仕事量を考えると，次の式が得られる．

$$\tau_j(\theta, i_j) \cdot \dot{\theta} = E_{B,j} \cdot i_j \quad (3.6)$$

ただし(3.6)式中の添え字の $j$ はコイル相数 $N_p$ のうち第 $j$ 相の変数であることを表している．逆起電力はコイル相を貫く鎖交磁束 $[H]$ の変化量に比例する値であり，次の(3.7)式で表される．

$$E_{B,j} = K_t \sin \left\{ N_r \left( \theta + \frac{j-1}{N_p} \right) \right\} \cdot \dot{\theta} \quad (3.7)$$

(3.7)式を利用すると，(3.6)式の関係よりコイル1相あたりのトルク入力は次のように得られる．

$$\tau_j = K_t i_j \sin \left\{ N_r \left( \theta + \frac{j-1}{N_p} \pi \right) \right\} \quad (3.8)$$

運動方程式へのトルク入力はすべてのコイル相の足し合わせて次のように得られる.

$$\tau(\theta, i) = \sum_{j=1}^{N_p} k_t i_j \sin N_r \left( \theta + \frac{j-1}{N_p} \pi \right) \quad (3.9)$$

ステッピングモータでは(3.9)式より得られるトルクについて次の補題が成立する.

### 補題 3.1

ステッピングモータのトルクについて, ある任意のロータ角 $\theta_0$ で次式が成立する.

$$\tau(\theta_0, i) = \begin{cases} \tau \left( \theta_0 + 2\ell \frac{\pi}{N_r}, i \right) \\ -\tau \left( \theta_0 + (2\ell+1) \frac{\pi}{N_r}, i \right) \end{cases} \quad (3.10)$$

$$(3.11)$$

ただし,  $\ell$  は任意の整数である.

### 証明

(3.9)式で $\theta = \theta_0 + \ell \pi / N_r$  とすると,

$$\tau \left( \theta_0 + \frac{\ell \pi}{N_r}, i \right) = K_t \sum_{j=1}^{N_p} i_j \left\{ \sin N_r \left( \theta_0 + \frac{j-1\pi}{N_p} \right) \cos(\ell \pi) + \cos N_r \left( \theta_0 + \frac{j-1\pi}{N_p} \right) \sin(\ell \pi) \right\} \quad (3.12)$$

ここで $\ell$ は整数であるから $\sin(\ell \pi) = 0$ である. このとき(3.12)式は次のように書ける.

$$\tau \left( \theta_0 + \frac{\ell \pi}{N_r}, i \right) = K_t \sum_{j=1}^{N_p} i_j \sin N_r \left( \theta_0 + \frac{j-1\pi}{N_p} \right) \cdot \cos(\ell \pi) \quad (3.13)$$

(3.13)式中の $\cos(\ell \pi)$ はコイル相番号 $j$ に関わらず,  $\ell$ が0を含む偶数のときに+1となり, 奇数のときに-1となる. したがって, 任意のロータ角 $\theta_0$ に対して補題 3.1 が成立する.

□

ステッピングモータのロータ角平衡点は(3.9)式のトルクを 0 とするような点である. 補題 3.1 は任意のロータ角に対して成立するから, 目標値 $\theta_{ref}$ においても同様に成立する. このとき, ステッピングモータのロータ角平衡点はある任意の整数 $\ell$ を用いて次のように得ることができる.



$$\theta_{eq} = \theta_{ref} + \frac{2\ell\pi}{N_r} \quad (3.14)$$

ただし(3.14)式はロータが停止できる安定な平衡点だけを考慮している．不安定なロータ角平衡点は次の(3.15)式のように表される．

$$\theta_{eq}' = \theta_{ref} + \frac{(2\ell+1)\pi}{N_r} \quad (3.15)$$

### 3.3 ステッピングモータの回路方程式

ステッピングモータのコイル1相あたりの回路方程式は次式で表される．

$$\frac{d}{dt}i = -\frac{R}{L}i + \frac{V}{L} + \frac{1}{L}E_B \quad (3.16)$$

他の小型モータと比べた場合のステッピングモータの特徴的な点として，励磁相の切り替え動作が挙げられる．ドライバがパルス信号を受けると，励磁相はあらかじめ決められたパターンに従って切り替わる．この動作を再現するために，励磁パターンを表すベクトルを次のように定義する．

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_{N_p} \end{bmatrix}^T \quad (3.17)$$

ここで式中のTは転置を表す．(3.17)式で定義した励磁パターンベクトルの各要素は，それぞれ対応するコイル相の励磁方向を指定する．正相励磁の場合は+1 となり，逆相励磁の場合は-1，励磁されない場合は0 となる．この励磁パターンベクトルを利用すると，ステッピングモータの回路方程式は次のように表すことができる．

$$\frac{d}{dt}\mathbf{i} = -\frac{R}{L}\mathbf{i} + \frac{V}{L}\mathbf{p} + \frac{1}{L}\mathbf{E}_B \quad (3.18)$$

(3.18)式中の  $\mathbf{i}$  と  $\mathbf{E}_B$  はそれぞれ  $\mathbf{i} = [i_1 \ i_2 \ \cdots \ i_{N_p}]^T$ ， $\mathbf{E}_B = [E_{B,1} \ E_{B,2} \ \cdots \ E_{B,N_p}]^T$  である．(3.18)式によると，励磁パターンベクトルによって指定されたコイル相に入力電圧が印加されてコイル相電流が変化する様子を解析することができる．ここで得られた各相の電流値を(3.9)式に代入すると，その時のロータ角 $\theta$ において得られるステッピングモータのトルクを算出することができる．

### 3.4 シミュレーション用プラントモデル

前節まででステッピングモータ一般の運動方程式および回路方程式の解析を行った。本節ではこの解析結果をもとにして、本稿で使用する実験装置のステッピングモータおよびドライバの動作を確認する。

本稿で使用する 5 相ステッピングモータとドライバの結線の様子を Fig. 3-2 に示す。

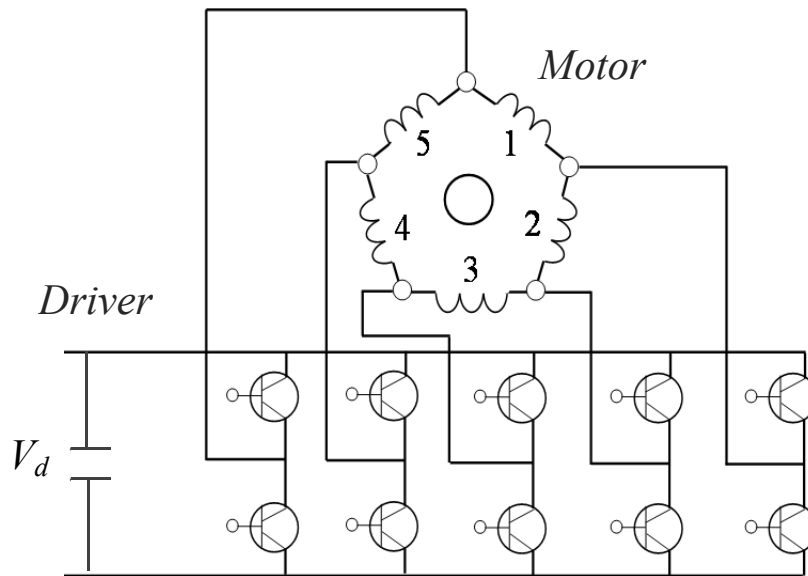


Fig. 3-2 ステッピングモータとドライバの結線.

使用するモータは 5 相ハイブリッド型であり, Fig. 3-2 に示されているように各コイル相が環状となる構造をしている. 1 パルスあたりの分解能はフルステップ駆動で  $0.72[\text{deg}]$  であり, 1 相あたりの定格電流は  $1.4[\text{A}]$  である. 使用するドライバは 5 相ステッピングモータ用のものである. このドライバでは Fig. 3-2 に示すように DV 駆動型と呼ばれる, モータへの入力電圧  $V_d$  を出力コンデンサによって一括管理する方式を採用している. 励磁相の切り替えには MOSFET が利用されており, これが Fig. 3-2 に示すように結線されている. このとき同一の並びにある 2 つの素子の ON/OFF の組み合わせを利用して, コイル相の正相励磁と逆相励磁を実現している. コイル相の励磁には, 5 相のうちの 4 相を選択して同時に励磁する 4 相励磁方式を採用している. この方式によると, 1 相ずつの励磁に比べて大きなトルクを確保することができる. 本稿で用いるドライバである ADB5410 の励磁パターンを Fig. 3-3 に示す.

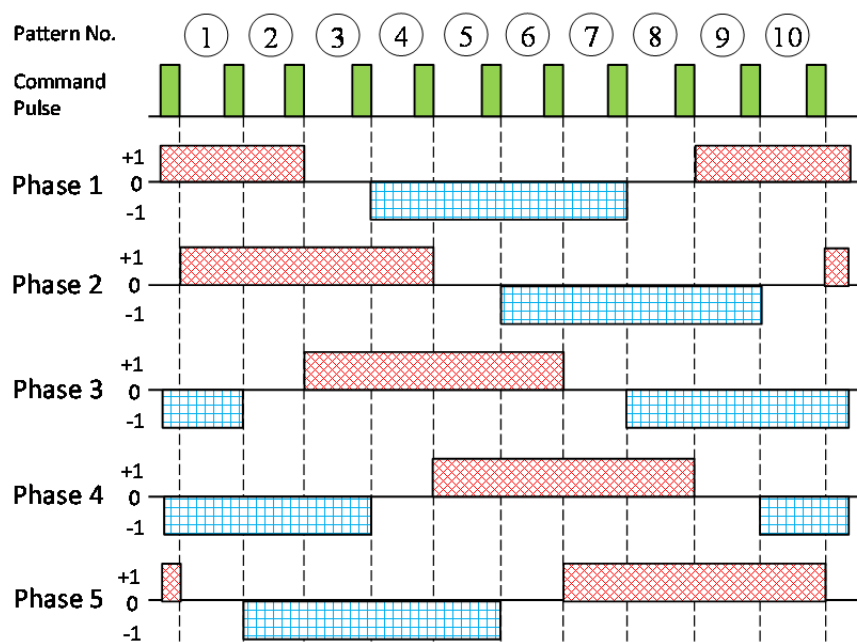


Fig. 3-3 ADB5410 の励磁パターン(フルステップ).

Fig. 3-3 では正相励磁の範囲を赤で、逆相励磁の範囲を青で示している. この図に示されるように、ADB5410 によってフルステップ駆動を行った場合には励磁パターンは 10 通りある. これらを(3.17)式のベクトルの各要素として利用すると、(3.18)式の回路方程式によって励磁相切り替えによるコイル相電流の変化を見ることができる. この時さらに電流を通じてトルクの変動、モータの回転動作の解析を行うことができる. ここで Fig. 3-3 に従った(3.17)式の励磁パターンベクトルと、(3.18)式の回路方程式、(3.2)式の運動方程式を利用して MATLAB/Simulink (MathWorks 株式会社)上でモデルを構築し、ステッピングモータの回転動作のシミュレーションを行った. モデル構築のために設定したモータ、ドライバのパラメータは Table 3-1 の通りである. これらは実験装置の実測値より算出した値である.

Table 3-1 シミュレーションパラメータ.

慣性モーメント[kgm <sup>2</sup> ]	$2.8 \times 10^{-5}$	インダクタンス[H]	$4.2 \times 10^{-3}$
粘性摩擦係数[Nms]	$1 \times 10^{-2}$	巻線抵抗[Ω]	1.43
トルク定数[Nm/A]	0.1975		

入力電圧は固定値で 4[v]とし、パルス信号を 100[Hz]で 10 個入力した. シミュレーションを実行するソルバとして Runge-Kutta 法を選択し、連続時間での動作を仮定するために固定ステップサイズを 1[μs]とした.

Fig. 3-4(a)はシステムに入力するパルス信号であり, Fig. 3-4(b)は各相電流の変化の様子である. この図の目的はコイル相電流がパルス信号を受けてどのように変化をするかの全体像を確認することである. したがってここではどの時間応答がどのコイル相に対応しているかの区別を省略した. Fig. 3-4(c)は各相電流より(3.12)式に従って得られるトルクであり, Fig. 3-4(d)は黒点線が目標角 $\theta_{ref}$ であり, 青線が現在のロータ角 $\theta$ を表している. これらの結果より, (a)ドライバがパルス信号を受けてモータの励磁コイル相を切り替え, (b)各相の電流の変化によって(c)トルクが生じ, (d)ロータが回転するという一連の動作が確認できる. ただしここでは入力電圧を固定としているために, コイル相電流の時間応答は実際の実験装置の時間応答とは多少異なる.

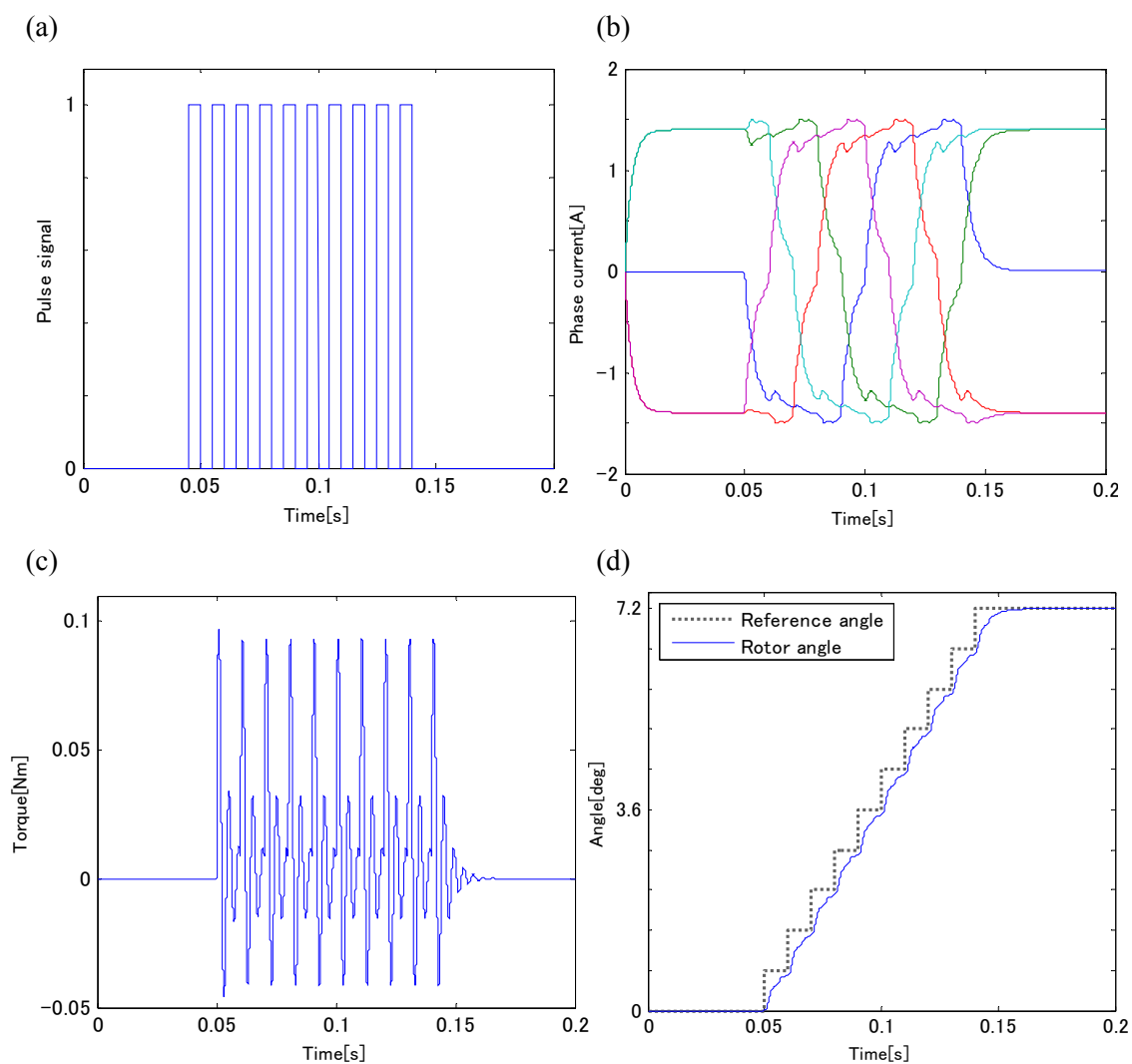


Fig. 3-4 シミュレーション結果.

### 3.5 定電流制御回路とプラント

シミュレーションで確認したように、5 相ステッピングモータとドライバは多入力多出力かつ非線形なシステムである。本来であればステッピングモータの定電流制御回路は、これらのシステム特性を考慮して設計されなければならない。しかし ADB5410 に実装されている定電流制御回路では、プラントとして次の Fig. 3-5 のような構造をとることによって制御回路の設計問題を単純化している。

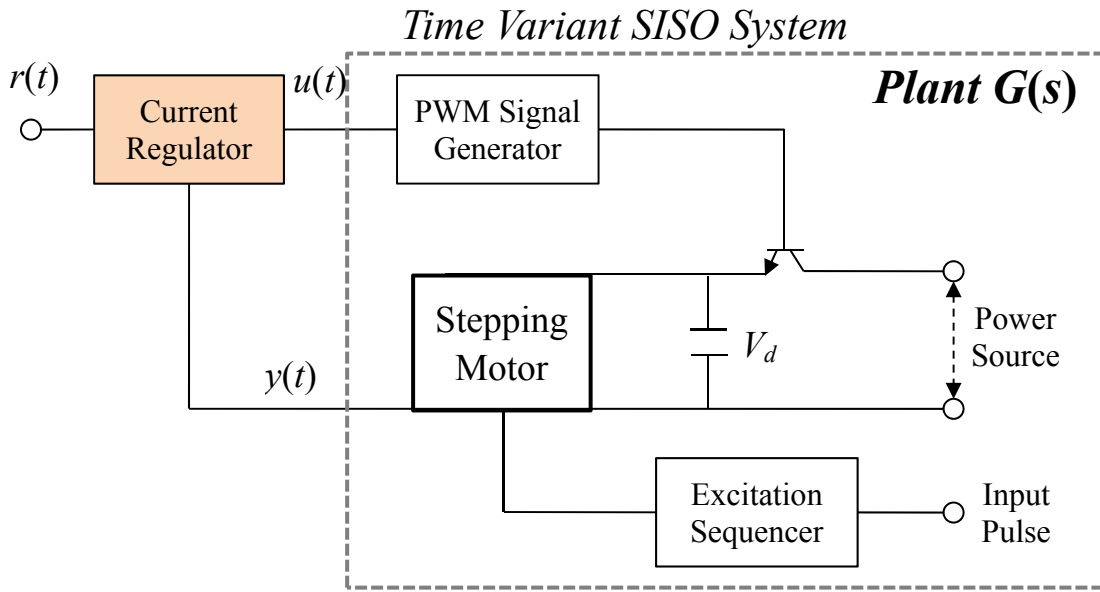


Fig. 3-5 定電流制御回路から見たプラント。

Fig. 3-5 においてプラントの出力信号は次のように表される。

$$y = 0.1(\mathbf{i}^T \cdot \mathbf{p}) \quad (3.19)$$

(3.19)式中の 0.1 は電流のセンシング抵抗値[Ω]である。この信号は励磁コイル相に流れる電流の絶対値を足し合わせた意味を持つスカラ値である。また、ADB5410 は DV 駆動方式を採用しており、出力コンデンサによって 5 相分のコイルへの電圧の印加を一括で行っている。したがって定電流制御回路から見たプラントは SISO 系となる。モータが回転する場合には、速度に応じたコイルインダクタンスや逆起電力の影響を受けて出力信号  $y$  の値が低下する。ADB5410 の定電流制御回路ではこれをプラントの時変性として扱い、信号  $y$  の値を基準電流値  $r$  に保つ制御を通じてトルクの制御を行っている。基準電流値  $r$  は次のように生成される。

$$r = Ref - 0.07V_d - 0.7y \quad (3.20)$$

ここで  $Ref$  はユーザが任意に指定する定数[v]である。実験装置のドライバにおいて基準電流は、回転速度によって生じる逆起電力の影響を補償し、トルクのむらを防ぐことを目的として生成される。具体的には、Fig. 3-6 に示すようにフィードフォワードゲイン 0.5 とフィードバックゲイン 1.84 によってレンジを揃えた基準電流と出力信号の偏差に対して積分制御を行っている。

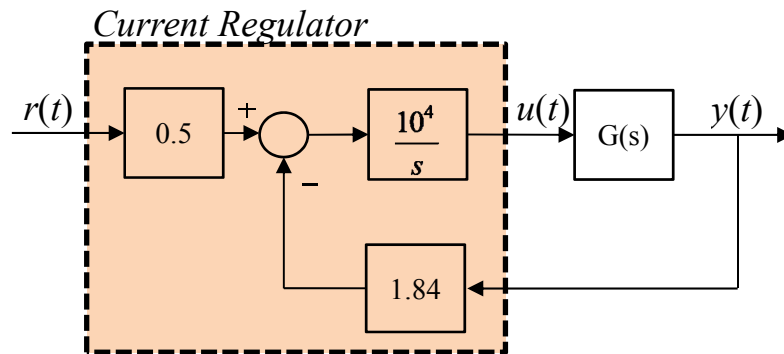


Fig. 3-6 ADB5410 の定電流制御回路のブロック線図.

定電流制御回路から見たプラント入力  $u$  は出力コンデンサの電圧ではなく、PWM 信号生成回路への操作量である。PWM 信号生成回路では定電流制御回路から入力された操作量と 50[kHz] のノコギリ波の比較によって PWM 信号を生成している。したがって、プラントには  $u$  に対してノコギリ波の上限値と下限値に対応した飽和と不感帯が存在する。一方で PWM 信号生成回路の動作周波数は 50[kHz] であり、これはプラントの動作周波数に比べて十分に大きい。したがって、プラント入力がノコギリ波の範囲内の値を取る場合には、プラントは線形システムとして扱うことができる。

本稿で対象とする実験装置について Table 3-2 の 2 つの駆動条件のもとで回転駆動を行う。条件 1 は自起動周波数内でモータを回転させる場合であり、条件 2 は自起動周波数を越えてモータを回転させる場合である。ステッピングモータの駆動パラメータは指令パルス信号に関して定められる。起動周波数、最大周波数は駆動中の指令パルスの最小周波数と最大周波数を指定するものである。本稿で使用する実験装置の設定では、パルス周波数 500[Hz] が 1[rps] に対応している。加減速レートは周波数を 1[kHz] 上昇させるためにかける時間[ms]を表す。パルス総数は入力する指令パルス信号の総数を表しており、これとステップ角との積が最終的な回転角度となる。

このような条件のもとで定電流制御回路に関わる基準電流、プラント入力、プラント出力の実測データを得た。これらを Figs. 3-7, 3-8 に示す。

Table 3-2 アナログドライバ信号実測のための駆動条件.

	駆動条件 1	駆動条件 2
起動周波数[Hz]	100	100
最大周波数[Hz]	1000	5000
加減速レート[ms/kHz]	10	10
パルス総数	800	4000

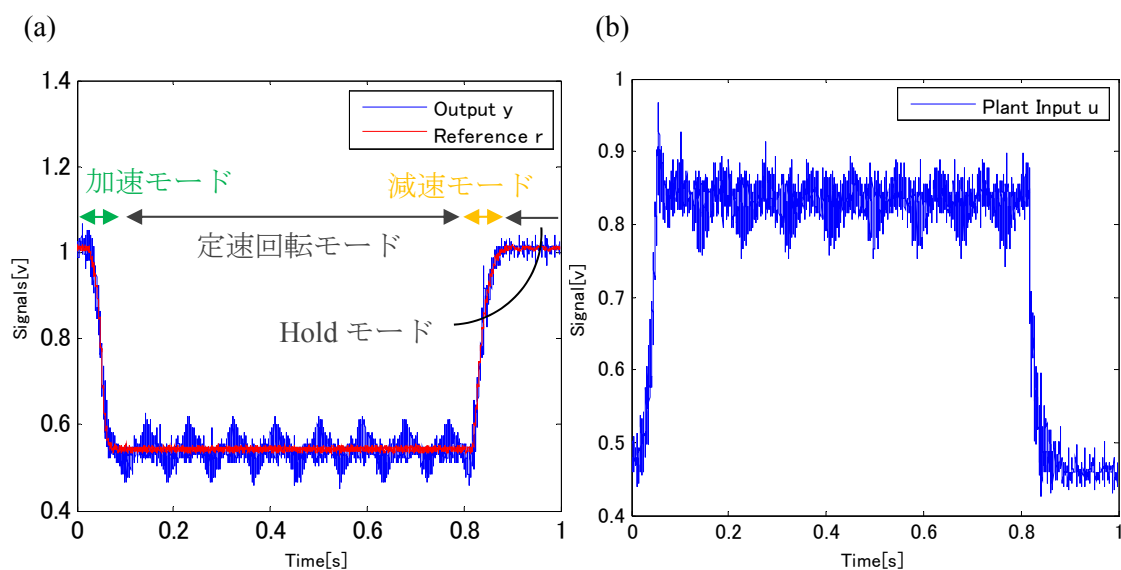


Fig. 3-7 駆動条件 1.

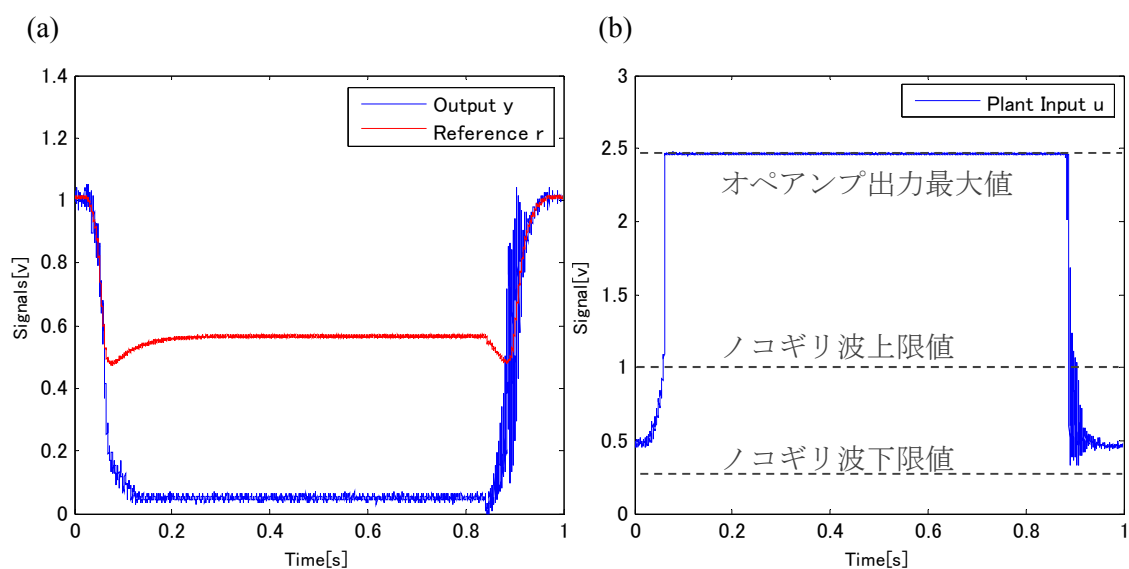


Fig. 3-8 駆動条件 2.

Fig. 3-7(a)は赤線が基準電流を示しており、青線が出力信号の時間応答を示している。(b)はプラント入力の時間応答を表している。なお(a)の基準電流と出力信号については、それぞれ Fig. 3-6 に示されているフィードフォワードゲインとフィードバックゲインをかけたものを図示している。実験装置のノコギリ波上限の実測値は約 1[v]である。したがって Fig. 3-7 (b)より駆動条件 1 は飽和が生じない範囲でのオペレーションとなっている。プラント出力はモータが回転すると、励磁相切り替えや逆起電力の影響を受けて値が低下する。したがって出力信号は、モータの加速モードにおいて値が徐々に低下し、定速回転モードで一定値となる。その後、減速モードにおいて値が徐々に上昇するような挙動を示し、Hold モードにおいて再び一定値となる。このようにプラントには Hold モードと定速回転モードの 2 種類の定常状態がある。Fig. 3-7(a)によると、積分器を用いた定電流制御によって基準電流と出力信号の定常偏差の除去が、Hold、定速回転のどちらにおいても実現されていることが確認できる。ここで、プラント出力は(3.19)式のように生成されるから、この値が小さいからといって必ずしもモータ 1 相あたりの電流値が定格電流より低くなっているわけではない点に注意する必要がある。基準電流はこのような動作を考慮して、Hold モードにおいて最も高い値となり、回転中は Hold モードの値よりも低い値となる。この基準電流を用いた制御を行わない場合には、プラント出力は Fig. 3-7(a)に示される値よりもさらに低い値となる。

Fig. 3-8 はプラント入力に飽和が生じる場合の各種信号の実測結果である。(b)よりプラント入力が図中に示したノコギリ波の上限値を越えていることが確認できる。このとき、ワインドアップと呼ばれるプラント入力の発散現象が生じている。Fig. 3-8(b)で確認できるプラント入力の最大値 2.4[v]は、積分器を構成するオペアンプの最大出力値に対応している。このとき、プラント入力がオペアンプの最大出力値に達しているにも関わらず、Fig. 3-8(a)で確認できるように定常偏差の除去は実現できていない。したがってこのとき、オペアンプでは作動増幅が常に行われている状態であり、これは回路素子の寿命を考慮すると改善が必要なものである。

ここまで実験装置の定電流制御回路の動作について確認を行った。次節ではデジタル定電流制御回路を設計するための設計用モデルの導出を行う。

### 3.6 システム設計用の伝達関数モデルの導出

前節での考察に従うと、時変性を考慮する必要があるものの定電流制御回路から見たプラントは線形な SISO システムとしてシステム同定を行うことができる。したがって



定電流制御回路の設計用モデルとして、扱いの簡単な伝達関数表現のプラントモデルを利用する。システム同定の方法は周波数応答法を選択し、駆動モードは Hold モードとする。Hold モードを選択した理由として、このモードでは励磁相の切り替えが無く各種信号の測定が安定して行える点が挙げられる。また、3.5節で考察したように同一のプラント入力値に対してプラントのゲイン特性が最も高くなるのは Hold モードである。したがって、このモードで得られるモデルを基準とすると、プラントの時変性はすべてゲイン特性の低下として扱うことができる。2.4節での考察に基づき、DSP を利用してシステム同定プログラムを実行する。システム同定の際に利用するサンプリング周期は  $20[\mu\text{s}]$  ( $50[\text{kHz}]$ )であるから、離散時間データを連続時間データと同等に扱える範囲は  $2[\text{kHz}]$ までである。ただし、周波数特性の測定自体は  $1\sim 3000[\text{Hz}]$ の範囲で行うことにする。この範囲の周波数に設定した正弦波からなる同定信号をプラント入力として周波数特性を測定する。得られたデータを 2~4 次の伝達関数として MATLAB の fitmag 関数によってフィッティングする。こうして得られた 2~4 次の伝達関数を(3.21)~(3.23)式に、それらのボード線図を Fig. 3-9 にそれぞれ示す。

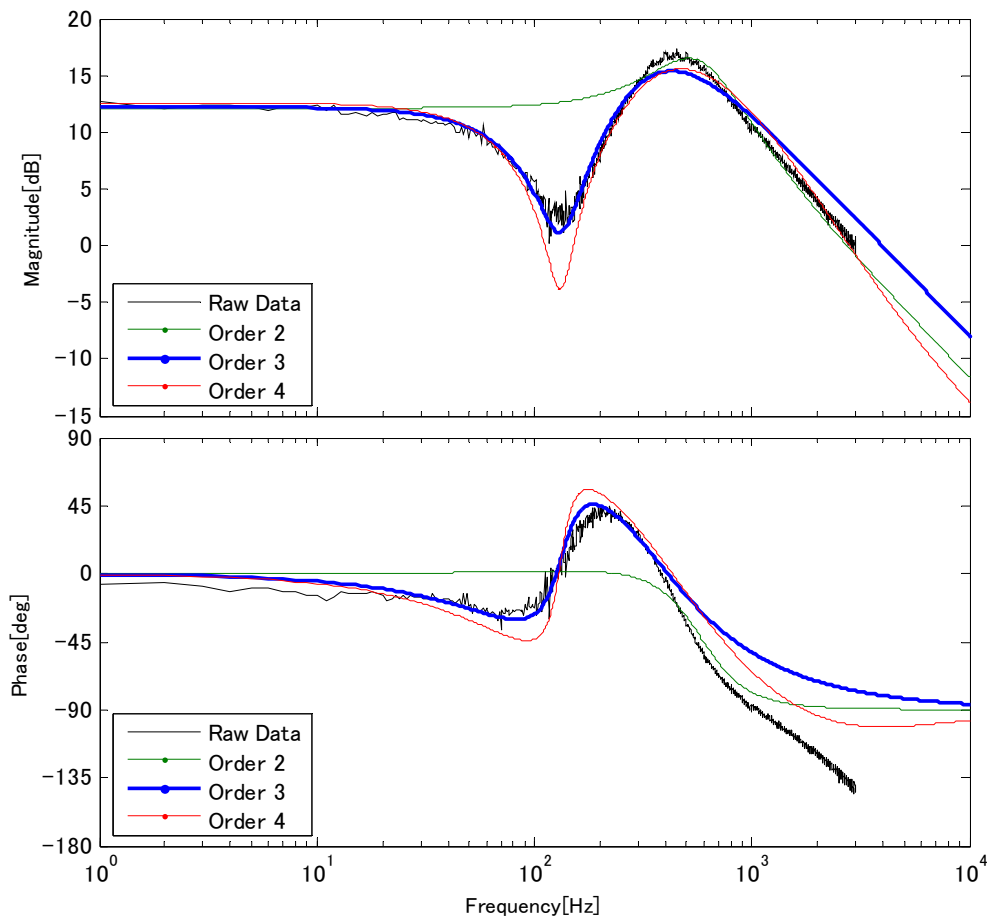


Fig. 3-9 システム同定によって得た伝達関数のボード線図.

$$G_2(s) = \frac{2.6 \times 10^3 s + 1.3 \times 10^6}{s^2 + 539s + 3.3 \times 10^5} \quad (3.21)$$

$$G_3(s) = \frac{2.5 \times 10^4 s^2 + 8.8 \times 10^6 s + 1.8 \times 10^{10}}{s^3 + 4500s^2 + 8.2 \times 10^6 s + 4.3 \times 10^9} \quad (3.22)$$

$$G_4(s) = \frac{5600s^3 + 2.0 \times 10^7 s^2 + 7.3 \times 10^8 s + 3.4 \times 10^{11}}{s^4 + 2100s^3 + 1.4 \times 10^6 s^2 + 3.8 \times 10^8 s + 2.8 \times 10^{10}} \quad (3.23)$$

定電流制御回路の目標は定常偏差の除去である．この目標に関わるのは主に低周波領域の周波数特性である．後に設計するデジタル制御システムが 4000[Hz]で実行されることを考慮して，400[Hz]までの範囲のフィッティング精度に注目する．Fig. 3-9 より，ゲイン・位相データともに，この範囲では 3 次の伝達関数によるフィッティング結果の精度が最も良いといえる．したがって，本稿ではシステム設計用のプラントモデルとして(3.22)式の 3 次の伝達関数を使用する．(3.22)式で表される伝達関数モデルの極と零点の配置は Fig. 3-10 に示す通りである．この図より，同定されたプラントモデルには不安定領域に極や零点が存在していないことが確認できる．

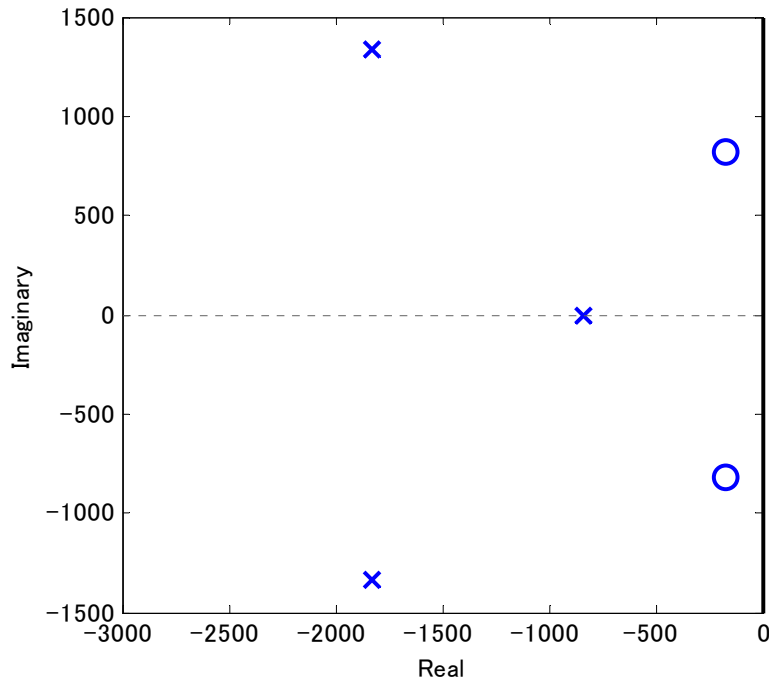


Fig. 3-10 システム同定によって得た伝達関数の極と零点の配置．

### 3.7 まとめ

3 章ではステッピングモータ一般の動作解析と、実験装置の動作解析を行った。ステッピングモータ一般の動作解析で得られた結果より、パルス信号と電圧を入力とするステッピングモータのシミュレーション用プラントモデルが設計された。ただしこのモデルは非線形な MIMO システムであり、制御システムの設計に利用するには扱いが困難である。実験装置に実装されている定電流制御回路に視点を置くと、プラントは線形時変の SISO システムとして扱うことができる。これを利用し、Hold モードにおいてシステム同定を行って導出した伝達関数モデルを制御システム設計に利用する。

4 章ではここで導出した伝達関数モデルのもとで、実験装置の制御目標を実現するようなディジタル定電流制御系を設計する。また後の 6 章では本章で得た伝達関数モデルからステップ不変モデルを導出し、離散時間閉ループ系の設計に利用する。さらに付録では、本章のステッピングモータの動作解析結果をもとにして、脱調と呼ばれる制御エラーに関する定義と発生条件の導出を行っている。これらは本章で設計したシミュレーションモデルによって正当性の確認が行われている。

このように本章の結果はステッピングモータの制御システム設計や動作解析などの基礎となる役割を果たしている。最近の制御システム設計はモデルベースで行われることが主流であり、その意味で本章の内容はステッピングモータの制御システム設計に広く寄与するものであるといえる。

## 第4章 閉ループ系のゲイン近似によるデジタル定電流制御回路の設計

4 章ではステッピングモータのデジタル定電流制御回路の設計を行う。設計の方針は、実験装置のドライバ, ADB5410 に実装されている定電流制御回路の制御目標を達成するものとする。なお本章で利用する基準電流  $r$  や、プラント入力  $u$ 、プラント出力信号  $y$  などは3 章で考察したものと同一である。

### 4.1 実験装置の閉ループ特性とゲイン近似

実験装置に実装されている定電流制御回路を閉ループ系としてブロック線図で表すと、Fig. 3-6 が得られた。3 章で解析したようにプラント自体は 0 型であるから、定電流制御回路の閉ループ系内部にある積分器は基準電流と出力信号の定常偏差を除去する目的のものである。積分器の特徴として、低周波数に向かうほどゲインが高くなり、DC ゲインが無限大となることがいえる。定常偏差の除去を目的とする場合、制御システムの周波数特性として低周波成分を中心に考慮する必要がある。Fig. 3-6 で積分ゲインが  $10^4$  と比較的大きく設定されていることから、この閉ループ系を表す伝達関数  $H(s)$  において低周波領域の応答に注目すると次の近似が成立する。

$$H(s) = \frac{0.5 \frac{10^4}{s} G(s)}{1 + 1.84 \frac{10^4}{s} G(s)} = \frac{0.5 G(s)}{\frac{s}{10^4} + 1.84 G(s)} \approx \frac{0.5}{1.84} \quad (4.1)$$

(4.1)式によると、実験装置の定電流制御回路は、低周波領域においてはゲインとして扱うことができる。このときの制御目標は、基準電流と出力信号が(4.1)式のゲイン関係を満たしていることである。式中の  $s/10^4$  が  $1.84G(s)$  に比べて十分に小さいとみなせる範囲を考慮して、閉ループ系のゲイン近似を成立させるための周波数の範囲として 100Hz 以下を選択する。基準電流  $r$  のパワースペクトルを解析すると、全周波数帯にわたってほぼ平坦であることが確認された。このとき、出力信号  $\bar{y}$  のパワースペクトルは閉ループ伝達関数のゲイン特性に等しくなる。したがって設計するデジタル定電流制御回路では A/D 変換して得られた出力信号  $y_k$  に 1 次ローパスフィルタを設定し、これを通して得た信号で制御システムを構成するものとする。この時のフィルタとして次の(4.2)式を使用する。

$$F(\varepsilon) = \frac{100}{\varepsilon + 100} \quad (4.2)$$

出力信号は回転速度によって逆起電力の影響を受ける。このとき、同じ値の基準電流に対して取り得る出力の値が低下する。ゲイン近似が実現されている場合には、この影響は閉ループ定常ゲインの低下として扱うことができる。設計するデジタル定電流制御システムでは、閉ループ系に対して可変ゲインをフィードフォワード的に接続して、この定常ゲインの低下を補償する。

## 4.2 可変ゲイン補償

ゲイン近似が実現されている閉ループ系において、 $\bar{r}$  から  $\bar{y}$  への理想特性を表す規範モデル  $H_M$  は次の(4.3)式で表される。

$$H_M = \frac{0.5}{1.84} (\approx 0.2717) \quad (4.3)$$

この(4.3)式を設計するデジタル定電流制御システムの規範モデルに設定する。その出力を  $y_{M,k}$  とおき、誤差方程式を次のように定義する。

$$\zeta_k = y_k - y_{M,k} \quad (4.4)$$

定義した誤差方程式を利用して、次式に基づいた可変ゲイン更新を行う。

$$\varepsilon \phi_k = -\Gamma \zeta_k \quad (4.5)$$

ここで  $\Gamma$  は適応ゲインと呼ばれ、可変ゲインの真値への収束速度を決めるパラメータである。連続時間系で更新則が議論される場合には、 $\Gamma$  が正の値であれば誤差方程式の 0 への収束が保証される。離散時間系では適応ゲインが次を満たす必要がある。

$$0 < \Gamma < \frac{2}{T|r_k|} \quad (4.6)$$

ただし  $r_k$  は実験装置の電流制御回路の  $\bar{r}$  を A/D 変換を通じて得た値である。実験装置では、電源がオンとなっている間は基準電流  $\bar{r}$  が 0 でない正の値となるように設計されている。このとき(4.2)式の 1 次ローパスフィルタによって離散時間閉ループ系のゲイン近似が実現されていると仮定すると次がいえる。

(4.4)式で定義した誤差方程式を利用して(4.5)式の可変ゲイン更新則を実行する時、(4.4)式は 0 に収束する。

以下でこれを示す。

離散時間閉ループ系がゲイン近似されているという仮定より, (4.4)式の誤差方程式は可変ゲイン $\phi_k$ を用いて次のように書き換えられる.

$$\zeta_k = \left( \phi_k - \frac{0.2717}{H} \right) H \cdot r_k \quad (4.7)$$

ここで  $H$  は離散時間閉ループ系のゲイン値である. 可変ゲインの更新目標は $\zeta_k \rightarrow 0$  を達成することである. システムの仕様より基準電流は常に 0 でない正の値であるから, 次の(4.8)式は更新目標の達成において(4.7)式と等価となる.

$$\zeta_k' = \left( \phi_k - \frac{0.2717}{H} \right) \quad (4.8)$$

ここで関数  $V_k$  を次のように定義する.

$$V_k = \zeta_k'^2 \quad (4.9)$$

(4.9)式の  $V_k$  は $\zeta_k' = 0$  のときのみ 0 であり, その他の値に対しては正となるから定義 2.1 より正定関数である. この正定関数の時間変化量は次式のようになる.

$$\delta V_k = \frac{V_{k+1} - V_k}{T} \quad (4.10)$$

(4.10)式を解くと,

$$\delta V_k = T (\delta \zeta_k')^2 + 2 \zeta_k' (\delta \zeta_k') \quad (4.11)$$

ここで正の適応ゲイン $\Gamma$ を用いて可変ゲイン更新則の候補として次式を挙げる.

$$\delta \phi_k = -\Gamma \zeta_k' r_k \quad (4.12)$$

(4.8)式より $\delta \zeta_k' = \delta \phi_k$  であるから, (4.12)式を用いて(4.11)式は以下のように書き換えられる.

$$\delta V_k = (T\Gamma r_k - 2) \Gamma \zeta_k'^2 r_k \quad (4.13)$$

ここで  $r_k > 0$  であるから, 適応ゲイン $\Gamma$ が(4.6)式を満たすとき,  $\delta V_k$  は負定関数となる. このとき, 定義した正定関数  $V_k$  はリアプノフ関数となり,  $\zeta_k' \rightarrow 0$  すなわち $\zeta_k \rightarrow 0$  が保証される. ここで $\zeta_k$  と $\zeta_k'$  の関係は(4.7), (4.8)式より導かれる通りであり, したがって(4.12)式で定義される可変ゲイン更新則の実行形式として(4.5)式を利用すると, (4.4)式の 0 への収束がサンプル時刻においてすべての  $T$  に対して保証される.

□

ここで得られた更新則には自由パラメータとして可変ゲインの初期値 $\phi_0$ と適応ゲイン $\Gamma$ が含まれている。ステッピングモータの実用場面を考慮すると、可変ゲインの初期値は電源投入直後からホールド状態に移行する際のシステム応答に影響する。可変ゲインの真値は実験的に 0.7 程度であることが確認された。設計したシステムでは初期値が真値から離れた値であっても安定な動作を実現できるが、あまり大きい値に設定すると電源投入直後の不整定状態のシステムに大きな電流を流すことにつながり、回路素子に負担がかかる。逆に値を小さくし過ぎると、プラントの不感帯の影響を受けて更新が開始されなくなる。これらを考慮すると、初期値の推奨される範囲として 0.3~5.0 程度が挙げられる。本稿では可変ゲインの初期値について $\phi_0=1$ と設定した。

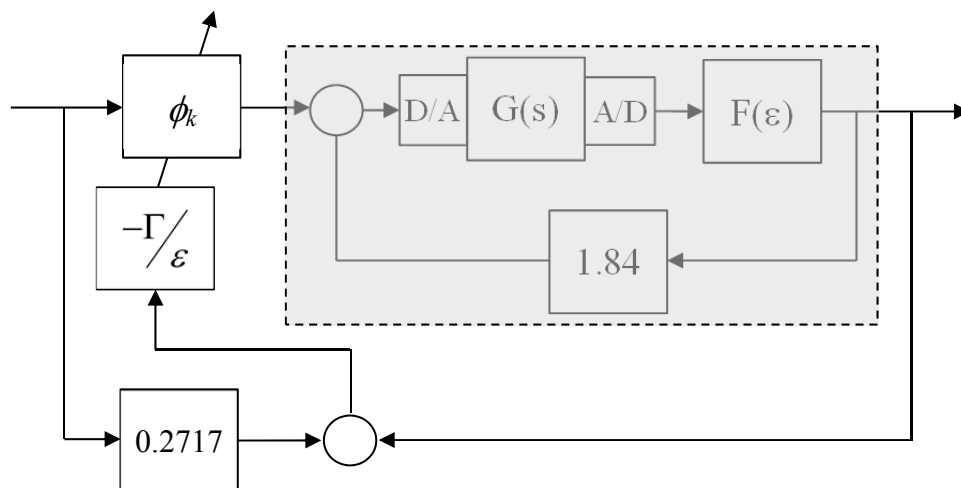


Fig. 4-1 設計したデジタル定電流制御回路.

### 4.3 実機実験

本章で設計したシステムの性能を、ステッピングモータの実用オペレーションに即した実機実験によって確認する。比較対象として IA-PIM 法で設計した定電流制御システムの結果を併せて示す。モータの駆動方式は Fig. 1-3 の台形駆動方式とする。実機実験では、定電流制御の目標である基準電流  $r_k$  と出力信号  $y_k$  の制御偏差の除去が実現できているかを確認する。この目的のために、プラント入力に飽和が生じない範囲でモータを回転させることにする。実際に実験で用いたパラメータを次の Table 4-1 に示す。

Table 4-1 駆動パラメータ。

	台形駆動
起動周波数[Hz]	100
最大周波数[Hz]	1000
加減速レート[ms/kHz]	10
パルス総数	800

なお実験結果の図では直感的な理解を優先するために基準電流に 0.5、プラント出力信号に 1.84 のゲインをかけている。これらのゲイン値は Fig. 3-6 に示した実験装置の定電流制御回路に実装されているフィードフォワード、フィードバックゲインに基づいている。

次の Figs. 4-2, 4-3 は適応ゲイン  $\Gamma$  を 100 と設定したときの実験結果であり、Fig. 4-2 は赤線が基準電流を、緑線が IA-PIM 法による定電流制御システムの出力信号を、青線が本章で得た定電流制御システムの出力信号をそれぞれ示している。一方で Fig. 4-3 は左の図がプラント入力の時間応答の図で、右の図が可変ゲインの時間応答である。左の図では、緑線が IA-PIM 法によるシステムのプラント入力で、青線が本章のシステムのプラント入力である。右の図は提案手法のシステムの可変ゲインである。

まず Fig. 4-2 より、IA-PIM 法と提案手法のどちらの場合においても定常状態で偏差の除去が実現できていることが確認できる。一方で過渡応答についてはどちらのシステムの場合も基準電流と異なる応答をしている。3 章で考察したように、モータが回転すると逆起電力の影響が生じる。この影響は加速時、定速回転時には出力信号を引き下げるように働き、減速時には引き上げるように働く。この点に注意すると、時刻 0[s] の回転駆動開始時には逆起電力の影響を受けて出力信号が大きく引き下げられ、0.8[s] の回転駆動終了時には出力信号が大きく引き上げられる。Fig. 4-3 でプラント入力を確認す



ると、駆動開始時には入力電圧を上昇させ、駆動終了時には下降させて逆起電力の影響を打ち消している。しかし、どちらのシステムも立ち上がりがそこまで速くないことから、過渡応答時には偏差を除去できておらず、さらに駆動終了時には大きなオーバーシュートを生じる結果となっている。なお Fig. 4-3 で両システムのプラント入力定常値が異なるのは、逆起電力の値が異なるためである。このことは(3.7)式で逆起電力がロータ角の関数となっていることから確認できる。Fig. 4-3 左図より IA-PIM 法のシステムに対して本章のシステムではプラント入力値が大きくなっており、また振動的であることが確認できる。結果として、Fig. 4-2 で提案手法のシステムで得られるプラント出力は IA-PIM 法のものよりも定常状態で振動的となっている。Fig. 4-3 右図で可変ゲインの挙動を見ると、振動は生じていないことが確認できる。したがってプラント入出力が振動的となる原因は閉ループ系自体にあり、この場合はゲイン近似のための1次ローパスフィルタによって位相余裕が十分に確保できていないことが考えられる。

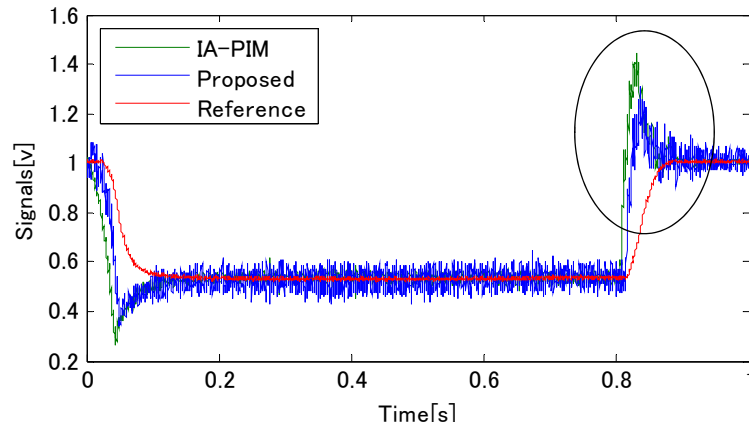


Fig. 4-2 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  ( $\Gamma=100$ ).

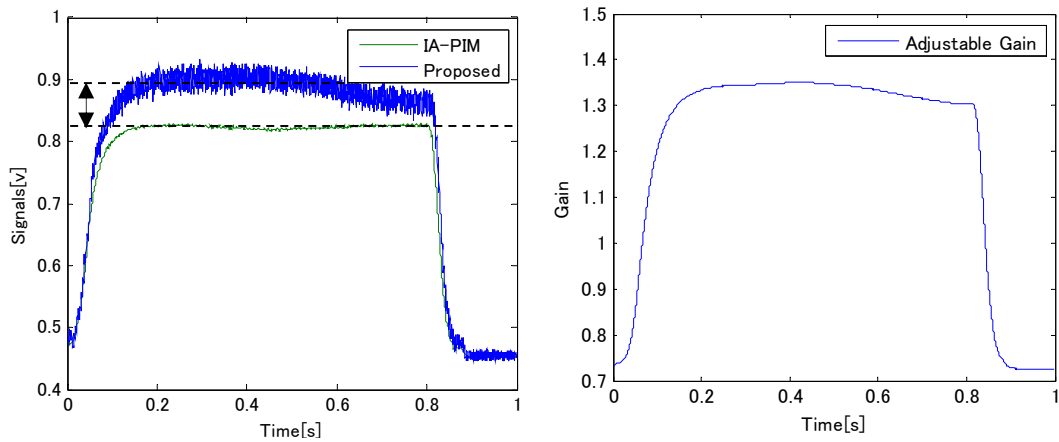


Fig. 4-3 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  ( $\Gamma=100$ ).

続いて Figs. 4-4, 4-5 に適応ゲイン $\Gamma$ を 500 と設定したときの実験結果を示す. まず Fig.4-4 よりこのときにも定常偏差の除去を実現できていることが確認できる. Fig. 4-5 の右図より, 適応ゲインが大きくなったことで可変ゲインの収束速度が向上していることが確認できる. その結果, 同左図より提案手法のシステムのプラント入力 $u_k$ の立ち上がり, 立ち下がり特性が速くなっていることが確認できる. これにより Fig. 4-4 で示されているように, 加減速時に生じる逆起電力の影響を抑えることができ, 過渡特性を改善することができている. IA-PIM 法では過渡特性を変更するためには積分ゲインの調節か, あるいは閉ループ系の再設計を行うことになる. いずれの方法にしても閉ループ極配置に影響を及ぼすため, PIM 法が保証する安定性の保存が崩れることになる. 一方で本章の制御システムにおいて適応ゲインの設定は閉ループの外側で実行されるものであるから, ゲイン近似の実現には影響を与えない. すなわち提案手法の可変ゲイン補償によると, 定常偏差の除去だけでなく, 適応ゲインの調節によって過渡特性の変更も同時に実行できることが, この実験結果より示されたといえる.

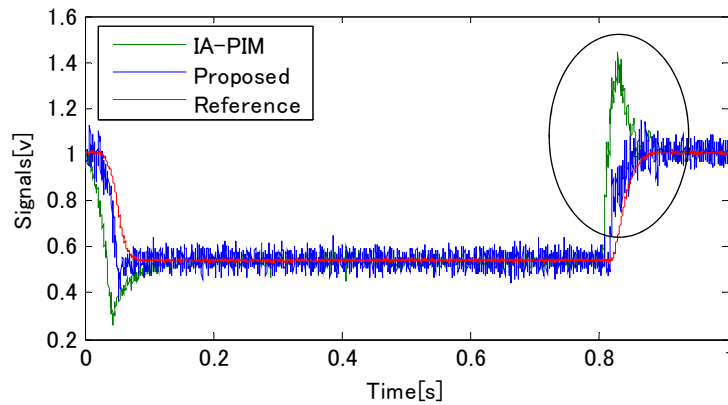


Fig. 4-4 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  ( $\Gamma=500$ ).

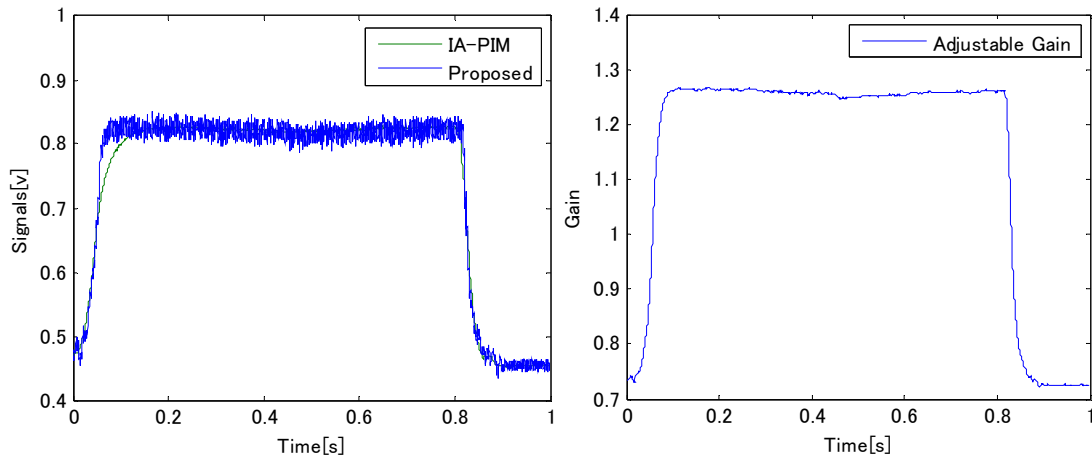


Fig. 4-5 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  ( $\Gamma=500$ ).

最後に適応ゲインを2000と大きく設定した場合の実験結果を Figs. 4-6, 4-7 に示す. Fig. 4-5 と Fig. 4-7 で提案手法のプラント入力の時応答を比べると, 適応ゲインを2000と設定した場合の方が立ち上がり, 立ち下がりともに速くなっていることが確認できる. 出力信号を Fig.4-6 で確認すると, 加速, 減速モードにおいて, わずかではあるが適応ゲインを500と設定した場合よりも速い応答が実現されていることも確認できる. 一方で Fig. 4-7 右の図より, 定速回転モードにおける可変ゲインの更新がわずかに振動的になっていることが確認できる. これらより, まず適応ゲインが大きいほど立ち上がり, 立ち下がり特性が速くなるといえる. しかし大きな適応ゲインは定速回転モードにおいて可変ゲイン更新を振動的にする. 提案手法を実システムに応用する際にはこれらを考慮して, 設計仕様に応じて適応ゲインを調節する必要がある.

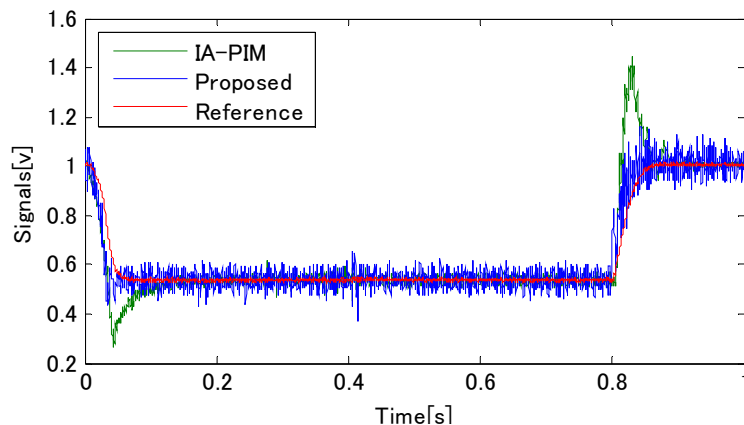


Fig. 4-6 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  ( $\Gamma=2000$ ).

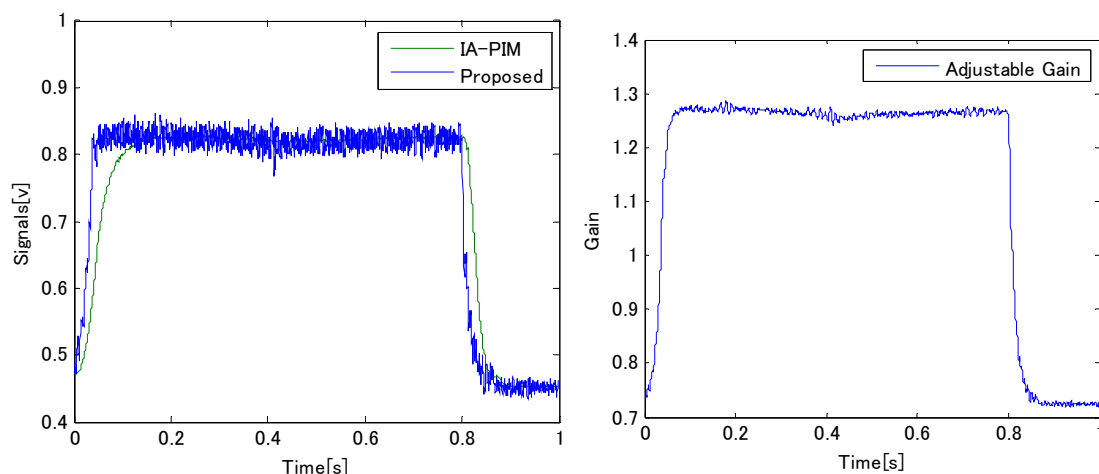


Fig. 4-7 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  ( $\Gamma=2000$ ).

以上の実験結果より、提案手法による定電流制御システムでは定常偏差を除去する目標を達成しつつ、可変ゲイン更新のための適応ゲイン値を変更することで過渡特性の調節も可能であることが示された。IA-PIM 法による定電流制御システムではシステム設計後に積分ゲインを変更すると閉ループ系の極配置が変動するため、過渡特性の変更をする際は閉ループ系自体の設計のやり直しをすることになる。また、本章のデジタル定電流制御システムの制御アルゴリズムを Simulink 上にシミュレーションモデルとして作成し、その計算速度を測定した。実験と同じ 1 秒間のステップ応答の計算にかかる時間を MATLAB の `cputime` 関数で求めたところ、0.055[s]程度であった。同じように IA-PIM 法によるシステムの計算時間を求めると 0.071[s]程度であり、提案手法による定電流制御システムの方が計算量についても優れている。これらより閉ループ系のゲイン近似と可変ゲイン補償器による定電流制御システムは従来の IA-PIM 法のものより実用的であるといえる。

#### 4.4 まとめ

4 章では実験装置のアナログドライバ(ADB5410)に実装されている定電流制御回路の制御目標を達成するようなデジタル定電流制御回路を設計した。アナログ定電流制御回路で使用されている積分器のゲインが他のブロックやプラントゲインに比べて大きいことを利用して、低周波領域に注目した閉ループ系のゲイン近似を行った。こうしてゲインとして得られた閉ループ系をデジタル定電流制御回路の制御目標とした。デジタル系においても閉ループ系をゲインと見なせるように、A/D 変換した出力信号値に 1 次ローパスフィルタを設定し、これを通して得られた信号を利用してシステム設計を行った。

アナログ定電流制御回路では基準電流と出力信号の偏差の除去、および逆起電力の影響の補正を積分器によって実現していた。設計したデジタルシステムでは閉ループ系はゲインとして扱えるから、フィードフォワード補償器に可変ゲインを利用して、定常偏差の除去や逆起電力の影響の補正を実現した。

設計したデジタル定電流制御回路について、商用のステッピングモータを使用した実機実験によってその性能を確認した。性能の比較対象として IA-PIM 法を利用して設計されたデジタル定電流制御回路による結果を併せて図示した。結果より、IA-PIM 法によるシステムと閉ループ系のゲイン近似と可変ゲイン補償によるシステムのどちらも定常偏差の除去および逆起電力の影響の補正の両方を実現できていることが確認さ

れた。加えて本章で設計したシステムでは可変ゲインの収束を決める値である適応ゲインを変更することによって、過渡特性の調節も行えることが確認された。IA-PIM 法では積分ゲインを変更すると閉ループ系の極配置が変わってしまうため、このような設計後の仕様変更は困難である。実験結果では適応ゲインの選び方によって過渡状態においても逆起電力の影響を補正できる可能性が示されている。可変構造に関わるアルゴリズムの計算量は IA-PIM 法よりも少なく、設計後の仕様変更も容易であることから本章のデジタル定電流制御回路は実用的なものであるといえる。

本章で注目すべき点として、設計したデジタル定電流制御回路のフィードバック系が内部モデル原理を満たしていないにも関わらず、定常偏差の除去を実現できていることが挙げられる。この点について次の 5 章で考察を行い、可変型規範入力ゲインを利用した制御法として提案する。

## 第5章 可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去

5章では4章でステッピングモータドライバに対して得られた結果を一般化して、可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去法を提案する。この手法は線形 SISO の制御対象で出力フィードバックによって閉ループ系が構成されるシステムであれば一般的に利用できるものである。

### 5.1 はじめに

PID 制御[41]に代表されるように、積分制御は多くの自動制御システムで利用されている制御方式である。積分制御を利用することで得られるメリットとしては、制御対象であるプラント出力のフィードバックで構成した閉ループ系において、プラント出力と規範入力の制御偏差を完全に 0 にできる点が挙げられる。これにより、システムのサーボ化やプラントの定常ゲイン変動に対するロバスト性の確保、入力外乱の影響の抑制など、様々な効果を得ることができる。しかも、これらの実現のために制御対象のモデルを必要としないため、導入が非常に容易である。こうした利点により、プロセス制御[42]を中心とした多くの制御システムで積分制御が利用されている。

一方で、物理システムには動作範囲に限界が存在しており、これはプラント入力に飽和を生じる原因となる。積分制御システムには、制御対象に含まれるアクチュエータの飽和などによって制御偏差が蓄積すると、プラント入力が発散するという欠点がある。このようなプラント入力の発散はワインドアップと呼ばれている。ワインドアップはアクチュエータの破損等につながるため、多くの対応策が検討されている[35]。

さらに、制御対象によっては積分制御の導入は非常に困難なものとなる。たとえば制御対象が不安定な極と零点を持つようなとき、積分器を利用して出力フィードバックによる閉ループ系を構成すると、積分極と正の零点との間の実軸が根軌跡となる場合がある[43]。このとき積分ゲインをどのように設定しても閉ループ極の実部は正の値となり、安定化を行うことができない。この場合のシステムを安定化することは不可能であるか、可能であっても補償器の零点を実部が正の領域に配置しなければならず、制御システムとして好ましいものではなくなる。

5章で提案する手法は、Principle of Equivalent Area (PEA)[44]を満たすプラント入力の存在に注目した定常偏差の除去法である。提案手法は閉ループ系の構造を2自由度構造とし、フィードフォワード補償器として可変型規範入力ゲインを利用するものである。

一般的に定常偏差の除去を実現するためには、内部モデル原理の考え方に基づいて積分要素をフィードバック系の内部に挿入する。これに対して提案手法では、定常偏差の除去をフィードバック系の特性ではなく、フィードフォワード補償器である可変型規範入力ゲインによって実現する。提案手法によると、制御対象が不安定な極と零点を持つような場合であっても、フィードバック系の安定化が可能であれば、可変型規範入力ゲインによって定常偏差の除去を実現できる。

本手法は適応構造を採用したシステムである。しかし従来の適応制御系とは異なり、可変型補償器がフィードバック系の極配置に影響を及ぼさない構造となっている。このようなフィードフォワード型の可変型補償器は単純適応制御系に見られる構造である。一般的な単純適応制御系では制御対象の ASPR 条件を根拠にしてフィードバック系の安定化を実現する。ASPR 条件は制御対象に対して、最小位相系であること、相対次数が 0 または 1 であること、分母多項式の最高位係数が正であること、の 3 点を課すものである。一方で提案手法では、可変型補償器を定常偏差の除去のみに利用するため、制御対象が ASPR 条件を満たしている必要はない。その意味で提案手法は単純適応制御系に比べてさらに簡略化した構造となる。また、フィードバック系の安定化には従来のフィードバック制御理論を用いることができるため、実システムへの導入も容易である。本章では以下の仮定のもとで議論を進める。

- 閉ループ系への規範入力は、サイズが  $r^*(\neq 0)$  のステップ入力である。
- フィードバック系の極配置はすべて安定である。
- フィードバック系の内部には微分要素が存在しない。

また、制御偏差は規範入力とプラント出力の差として次のように定義する。

$$\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - \bar{y}(t) \quad (5.1)$$

$$e_k = r_k - y_k \quad (5.2)$$

すなわち本章でいう定常偏差とは、 $\bar{e}(\infty)$ ,  $e_\infty$  のことを指す。

## 5.2 プラント入力の等価性

まず提案手法の根拠となる PEA について説明する. PEA は次のように定義される入力に関する等価性である.

### 定義 5.1

ある線形な連続時間システムに対して, 2 種類の波形が異なる入力  $u_1, u_2$  を考える. これらの入力が時間間隔  $T$  ( $T \ll 1$ ) に対して次の(5.3)式を満たすならば, これらはダイナミクスの的に等しい入力である

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \bar{u}_1(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{u}_2(\tau) d\tau \quad (5.3)$$

この定義はシステムへの入力信号に対して, 微小な時間間隔  $T$  において波形が作る面積が等しければ, この区間の波形自体が異なっていたとしても, ダイナミクスの意味で等しい入力であることを意味している. このように定義される PEA が成立するような 2 種類の入力に対して, 次の定理が成り立つ.

### 定理 5.1

ある線形な連続時間システムに対して任意の時刻  $t_0$  で PEA が成立する 2 種類の異なる信号  $(\bar{u}_1, \bar{u}_2)$  を入力する. この時,  $\bar{u}_1$  によって得られるシステムの状態変数  $\bar{x}_1$  と  $\bar{u}_2$  で得られる  $\bar{x}_2$  について,  $\bar{x}_1(t_0) = \bar{x}_2(t_0)$  ならば次の(5.4)式が成立する.

$$\bar{x}_1(t_0 + T) = \bar{x}_2(t_0 + T) + o(T^2) \quad (5.4)$$

ただし,  $o(T^2)$  は  $T$  の 2 乗オーダーの微小項を表す.

### 証明 [45]

状態方程式で次のように表される線形な連続時間システムを考える.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}\bar{u} \quad (5.5)$$

このシステムにおいて初期時刻を  $t_0$  とすると, 時刻が  $T$  [s] だけ経過したときの解は次のように求められる.

$$\bar{x}(t_0 + T) = e^{\bar{A}T} \bar{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_0+T} e^{\bar{A}(t_0+T-\tau)} \bar{B} \bar{u}(\tau) d\tau \quad (5.6)$$

ここで



$$e^{\bar{A}\tau} = 1 + \bar{A}\tau + \frac{(\bar{A}\tau)^2}{2!} + \dots + \frac{(\bar{A}\tau)^\ell}{\ell!} + \dots \quad (5.7)$$

より, (5.6)式は次のように変形できる.

$$\bar{\mathbf{x}}(t_o + T) = e^{\bar{A}T} \bar{\mathbf{x}}(t_o) + \bar{B} \int_{t_o}^{t_o+T} \bar{\mathbf{u}}(t_o + T - \tau) d\tau + \sum_{\ell=1}^{\infty} \int_{t_o}^{t_o+T} \frac{(\bar{A}\tau)^\ell}{\ell!} \bar{B} \bar{\mathbf{u}}(t_o + T - \tau) d\tau \quad (5.8)$$

上式の右辺第二項は時刻  $t_o$  から  $T$  [s]の区間の入力 $\bar{\mathbf{u}}$ の面積を表しており, 第三項は $\tau$ が2次以上の項の総和を表している. したがって, PEA を満たす2つの入力 $(\bar{\mathbf{u}}_1, \bar{\mathbf{u}}_2)$ をシステムに入力したとき, 時刻  $t_o+T$ におけるシステムの状態変数は次のように得られる.

$$\bar{\mathbf{x}}_1(t_o + T) = e^{\bar{A}T} \bar{\mathbf{x}}_1(t_o) + \bar{B} \int_{t_o}^{t_o+T} \bar{\mathbf{u}}_1(t_o + T - \tau) d\tau + o_1(T^2) \quad (5.9)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_2(t_o + T) = e^{\bar{A}T} \bar{\mathbf{x}}_2(t_o) + \bar{B} \int_{t_o}^{t_o+T} \bar{\mathbf{u}}_2(t_o + T - \tau) d\tau + o_2(T^2) \quad (5.10)$$

ここで両式の差を取ると, PEA が成立しているときには右辺第二項が等しくなるから,

$$\bar{\mathbf{x}}_1(t_o + T) - \bar{\mathbf{x}}_2(t_o + T) = e^{\bar{A}T} \bar{\mathbf{x}}_1(t_o) - e^{\bar{A}T} \bar{\mathbf{x}}_2(t_o) + o(T^2). \quad (5.11)$$

ただし  $o(T^2) = o_1(T^2) - o_2(T^2)$  である. このとき  $\bar{\mathbf{x}}_1(t_o) = \bar{\mathbf{x}}_2(t_o)$  ならば, (5.11)式の右辺において第一項と第二項は等しくなる. よって(5.4)式が導出される.  $\square$

PEA を満たす入力に関する定理では入力と状態変数の関係を考察しているが, 状態変数をプラント出力に置き換えても同様のことが成立する. この定理を利用すると, 次の定理 5.2 がいえる.

## 定理 5.2

同一のプラントに対して, Fig. 5-1 のように構造やパラメータの異なる2種類の閉ループ系を考える. どちらの閉ループ系もある時刻  $t_1$  で定常状態に至っていると仮定すると, 規範入力 $(\bar{\mathbf{r}}_1, \bar{\mathbf{r}}_2)$ の値の組み合わせが, ある時刻  $t_0 > t_1$ 以降で2つの閉ループ系のプラント入力 $(\bar{\mathbf{u}}_1, \bar{\mathbf{u}}_2)$ について  $\bar{\mathbf{u}}_1(t_0) = \bar{\mathbf{u}}_2(t_0)$  を成立させるとき,  $\bar{\mathbf{y}}_1$  と  $\bar{\mathbf{y}}_2$  の最終値は等しくなる.

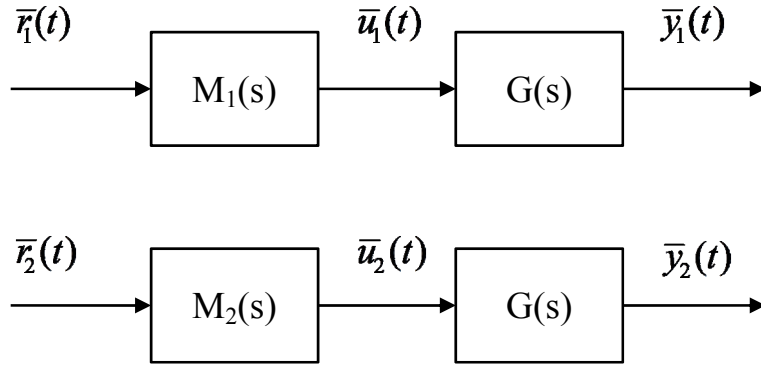


Fig. 5-1 構造の異なる 2 つの閉ループ系 (PITF 表現).

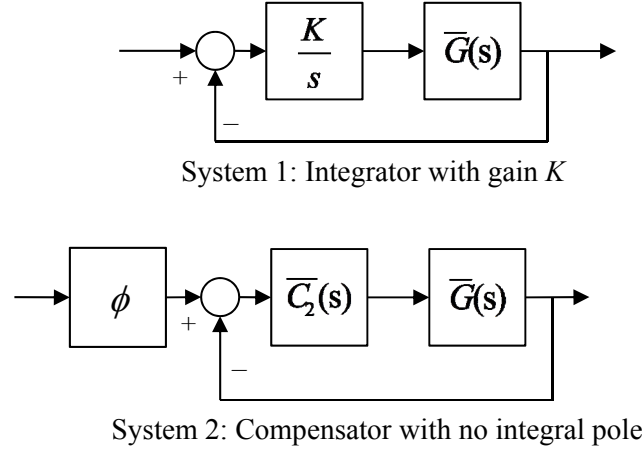
証明

本章では閉ループ系への規範入力ステップ状を仮定している. したがって, 定常状態において  $(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$  の値の組み合わせによって  $\bar{u}_1(t_0) = \bar{u}_2(t_0)$  が成立するとき, ある正の値  $T(\ll 1)$  で定義される  $[t_0, t_0+T]$  なる区間において  $\bar{u}_1(\tau) = \bar{u}_2(\tau)$  となる. このとき (5.3) 式が成立し 2 つの閉ループ系のプラント入力は PEA の意味で等しい入力となる. 線形システムはステップ入力に対する定常状態において  $G(s) \rightarrow G(0)$  となり, 単純な比例要素として扱われる. したがって  $\bar{u}_1(t_0) = \bar{u}_2(t_0)$  のとき  $\bar{y}_1(t_0) = \bar{y}_2(t_0)$  も同様に成立する. このとき, 定理 5.1 より, (5.4) 式が成立する. ステップ入力の場合は,  $\bar{u}_1$  と  $\bar{u}_2$  の微小時刻間の面積だけでなく, この時刻間の  $\bar{u}_1$  と  $\bar{u}_2$  の値自体が等しくなっている. これにより (5.4) 式の右辺にある  $T$  の 2 乗オーダーの微小項は 0 となる. したがって, 時刻  $t_0+T$  において

$$\bar{y}_1(t_0+T) = \bar{y}_2(t_0+T) \quad (5.12)$$

が成立する. ここで  $t=t_0+kT$  とすると,  $k \rightarrow \infty$  のときに最終値が等しくなる.  $\square$

定理 5.2 によると, 内部構造の異なる 2 つの閉ループ系の出力は, ループに入力される規範入力値を調節することによっても最終値が等しくなるように操作できるといえる. このことは, 一方が内部モデル原理を満たすフィードバック系で, 他方が満たさない系であっても同様である. この点を根拠として Fig. 5-2 に示した 2 つの安定な閉ループ系を考える. なお両システムのプラントは同一かつ 0 型であるとする.



**Fig. 5-2** 対象とする 2 種類の閉ループ系.

System 1 はゲインを  $K$  に設定した一般的な I 型の制御系である. System 2 は 0 型の前置補償器を利用したフィードバック系に, 固定フィードフォワードゲイン  $\phi$  が接続されている. System 1 のようにステップ状の規範入力に対して I 型の補償器を利用した場合には, 制御偏差について次がいえる.

$$\bar{e}_1(\infty) \rightarrow 0 \quad (5.13)$$

すなわち,  $\bar{y}_1(\infty) \rightarrow r^*$  である. 一方で定理 5.2 より,  $r^*$  と  $r^* \cdot \phi$  の組み合わせによって  $\bar{u}_1$  と  $\bar{u}_2$  が PEA を満たす場合には, System 1, 2 の出力について  $\bar{y}_1(\infty) = \bar{y}_2(\infty)$  が成立する. すなわち,  $\bar{y}_2(\infty) \rightarrow r^*$  である.

System 1 のような I 型の制御系の場合には, プラントパラメータの変動やステップ状の入力外乱に対してロバストに(5.13)式を実現できる. 一方で System 2 の場合はこうしたロバスト性は無い. しかし, パラメータ変動が起きた場合にもプラント入力の PEA を成立させるような別のゲイン  $\phi$  が(5.14)式で表される値として常に 1 つ存在している.

$$\phi = \frac{1 + \bar{C}_2(0)\bar{G}(0)}{\bar{C}_2(0)\bar{G}(0)} = \frac{1}{\bar{H}_2(0)} \quad (5.14)$$

またステップ状の入力外乱は, 定常状態においてプラントゲインの変動と等価であると見なせるからこの場合にも(5.14)式で表される  $\phi$  が 1 つ存在する. したがって,  $\phi$  を可変ゲイン  $\bar{\phi}(t)$  として適切なアルゴリズムのもとで更新を行うと, 閉ループ系の内部モデル原理の成立いかんに関わらず,  $\bar{y}(\infty) \rightarrow r^*$  を実現することができる.

### 5.3 可変ゲイン更新則

可変システムの実行は多くの場合 DSP で行われるため、本節以降は Fig. 5-3 のような離散時間系で考察を進める。ただし図中の各システムは 0 型とする。離散時間演算子として 2 章で説明したデルタ、オイラー演算子を用いる。なおオイラー演算子を用いた場合の最終値の定理は(5.15)式で得ることができる。[46]

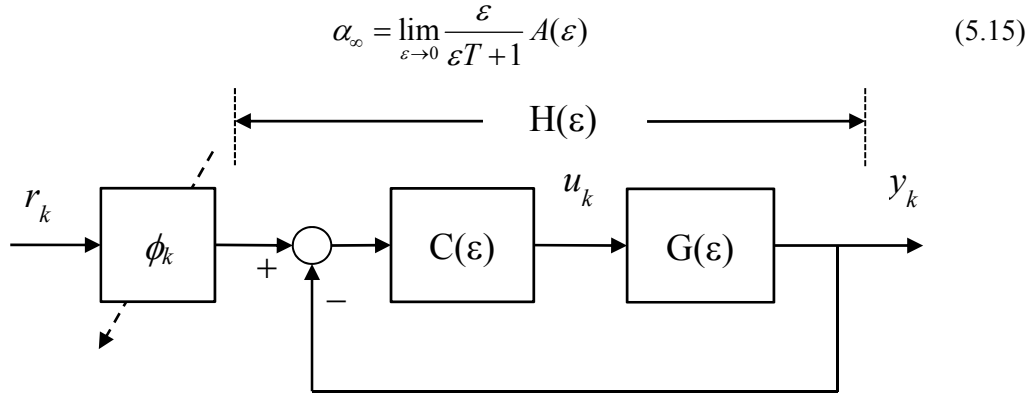


Fig. 5-3 提案する離散時間制御系の構造。

可変ゲインの更新目標は定常偏差の除去である。前節までの考察より、定常偏差を除去するための可変ゲイン  $\phi_k$  の真値は(5.14)式である。そこで閉ループ伝達関数  $H(\varepsilon)$  を用いて誤差方程式を次のように定義する。

$$\zeta_k = \phi_k - \frac{1}{H(0)}. \quad (5.16)$$

(5.16)式において  $k \rightarrow \infty$  で  $\zeta_k \rightarrow 0$  となるとき、定常偏差の除去が実現される。ここではこのための更新則を、リアプノフ関数を利用して導出する。はじめに誤差方程式の関数として次の(5.17)式を定義する。

$$V_k(\zeta_k) = \zeta_k^2 \quad (5.17)$$

(5.17)式で定義した  $V_k$  は、 $\zeta_k=0$  のときのみ 0 となり他の  $\zeta_k$  に対しては必ず正の値となるから、定義 2.1 より正定関数である。この  $V_k$  の時間変化量は次式のように得られる。

$$\begin{aligned} \delta V_k(\zeta_k) &= \frac{\zeta_{k+1}^2 - \zeta_k^2}{T} \\ &= T(\delta \zeta_k)^2 + 2\zeta_k(\delta \zeta_k) \end{aligned} \quad (5.18)$$

定義した(5.16)の誤差方程式について、右辺の第 2 項が定数であるから、そのサンプリング間隔あたりの時間変化量は次式となる。

$$\delta\zeta_k = \delta\phi_k \quad (5.19)$$

(5.17)式で定義した正定関数がリアプノフ関数となるためには, (5.18)式の $\delta V_k$ が負定関数となればよい. (5.19)式を利用すると(5.18)式は可変ゲイン $\phi_k$ の時間変化量, すなわち可変ゲイン更新則の関数とみなすことができる. ここで更新則の候補として次式を考える.

$$\delta\phi_k = -\Gamma \zeta_k r_k \operatorname{sgn}(r_k) \quad (5.20)$$

(5.20)式中の $\Gamma$ は適応ゲインと呼ばれる値であり, 可変ゲインの真値への収束速度に影響を与える. また,  $\operatorname{sgn}(r_k)$ は(5.21)式で定義される符号を示す関数である.

$$\operatorname{sgn}(r_k) = \begin{cases} +1 & (r_k > 0) \\ 0 & (r_k = 0) \\ -1 & (r_k < 0) \end{cases} \quad (5.21)$$

すなわち,  $r_k \operatorname{sgn}(r_k) = |r_k|$ である. このとき, (5.18)式について(5.19), (5.20)式より,

$$\delta V_k(\zeta_k) = \{T\Gamma|r_k| - 2\} \Gamma \zeta_k^2 |r_k|. \quad (5.22)$$

ここで適応ゲイン $\Gamma$ が取り得る値の範囲を次のように定める.

$$0 < \Gamma < \frac{2}{T|r_k|} \quad (5.23)$$

このとき $\delta V_k$ は $\zeta_k=0$ のときのみ0となり他の $\zeta_k$ に対しては必ず負の値となるから, 定義2.2より負定関数である. したがって(5.17)式で定義した正定関数 $V_k$ はリアプノフ関数となり,  $k \rightarrow \infty$ で $\zeta_k \rightarrow 0$ である. 以上より, 可変ゲイン $\phi_k$ の真値への収束が保証される.

実際のシステムでは閉ループ伝達関数 $H(\varepsilon)$ が常に厳密に導出されているとは限らない. また, 仮に $H(\varepsilon)$ の導出が事前に行われていたとしても, モデル化誤差や時変性などの存在を考慮すると, その値が不正確である場合も考えられる. 積分制御を利用して内部モデル原理を満たすように設計されたフィードバック系には, このような場合に対してロバストに定常偏差の除去を実現できる. 提案手法においてこのようなロバスト性を獲得するためには, 可変ゲイン更新則の実行形式として誤差方程式を次のように設定する.

$$\zeta_k' = y_k - r_k. \quad (5.24)$$

閉ループ伝達関数  $H(\varepsilon)$  を利用すると、このときの誤差方程式は次式となる。

$$\zeta_k' = \left( \phi_k - \frac{1}{H(\varepsilon)} \right) H(\varepsilon) r_k. \quad (5.25)$$

ここで  $r_k$  は 0 でない値である。さらに閉ループ伝達関数  $H(\varepsilon)$  の極配置が安定であることを仮定しているから、次の 2 つは互いに独立して成立することがいえる。

- 閉ループ伝達関数の極配置の安定性より、ステップ状の規範入力  $r_k$  に対して  $k \rightarrow \infty$  で  $H(\varepsilon) \rightarrow H(0)$  となる。
- 更新則(5.19)式の漸近安定性より、 $k \rightarrow \infty$  で  $\phi_k \rightarrow 1/H(0)$  となる。

また、定常状態においては(5.16)式と(5.25)式より次の関係が成り立つ。

$$\zeta_k' = \zeta_k H(0) r_k \quad (5.26)$$

したがって、可変ゲイン更新則の実行形式として次の(5.27)式を利用すると、プラントゲインの変動やステップ状の入力外乱に対してロバストに定常偏差の除去を実現することが期待できる。

$$\delta \phi_k = -\Gamma(y_k - r_k) \text{sgn}(r_k). \quad (5.27)$$

#### 5.4 ワインドアップへの対応

制御対象となるシステムには物理的な制約があり、プラントにはこれに起因する飽和要素が存在する。積分制御を行うシステムで飽和の影響を受けると、制御偏差が蓄積してプラント入力にwindupが発生する。提案手法においても、可変ゲインの更新則が飽和の影響を受けた時に可変ゲインが発散し、したがってプラント入力にwindupが発生する。ここでは提案手法におけるwindup対策について説明する。なお飽和が生じている間のプラント入力や出力を定数値  $u_{\text{sat}}, y_{\text{sat}}$  と表記する。定常状態において飽和が生じている間は実際のプラント入力  $u_k$  と、飽和の影響を受けた実効値  $u_{\text{sat}}$  との間に  $|u_k| > |u_{\text{sat}}|$  なる関係が成り立つ。本節ではこの関係と、システムに変動やノイズ混入が無いという仮定のもとで、 $|r_k| > |y_{\text{sat}}|$  として考察を行う。

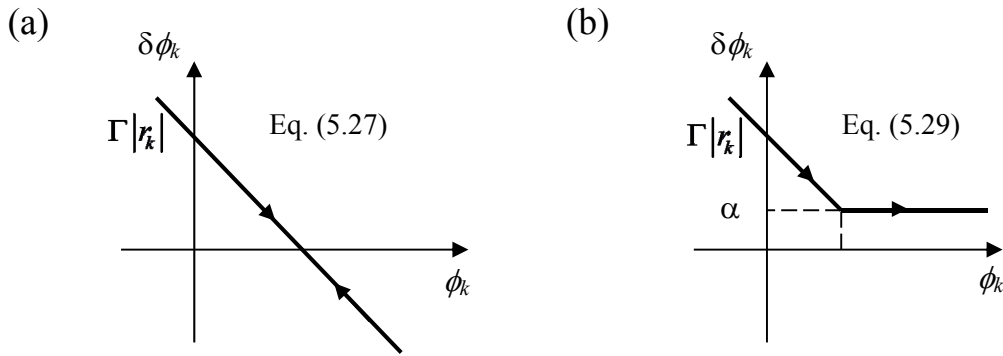
可変ゲイン更新則とwindupの影響を考察するために、 $\phi_k$  と  $\delta \phi_k$  の関係を調べる。(5.27)式で得た可変ゲイン更新則の実行形式を変形すると、両者の関係について次の(5.28)式が得られる。

$$\delta\phi_k = -\Gamma|r_k|H(\varepsilon)\phi_k + \Gamma|r_k| \quad (5.28)$$

ここで $\Gamma$ は正の値である。また可変ゲイン更新則は(5.16)式の $\zeta_k \rightarrow 0$ を保証しているから、 $H(0)$ が正の場合は $\phi_k$ が正の値となり、 $H(0)$ が負の場合には $\phi_k$ が負の値となる。したがって、可変ゲイン更新則の挙動は $(\phi_k, \delta\phi_k)$ 平面上で Fig. 5-4(a)のように表される。このようにプラント入力に飽和が生じない場合には、 $\phi_k$ は $T \rightarrow 0$ で一定値に収束することが確認できる。一方で飽和が生じる場合には、可変ゲイン更新則について、ある0でない正の値 $\alpha$ を用いて次の関係が成り立つ。

$$\delta\phi_k = -\Gamma(y_{sat} - r_k)\text{sgn}(r_k) = \alpha \quad (5.29)$$

したがって飽和が生じた場合の可変ゲイン更新則の離散時刻における挙動は、 $(\phi_k, \delta\phi_k)$ 平面上で Fig. 5-4 (b)のように表される。



**Fig. 5-4 飽和の影響と可変ゲイン更新則の挙動.**

このように飽和が生じた場合には可変ゲインの変化量が一定値となり、これが蓄積することによって可変ゲインが発散する。そこで飽和による偏差 $\alpha$ の蓄積を防ぐために、飽和が生じている範囲では次の(5.30)式の可変ゲイン更新則の利用を考える。

$$\delta\phi_k = \Gamma(y_k - r_k)\text{sgn}(r_k) \quad (5.30)$$

この更新則の挙動は、 $(\phi_k, \delta\phi_k)$ 平面上で Fig. 5-5 (a)のように表される。この図より飽和が生じていない場合には、 $\phi_k$ は正の方向あるいは負の方向に発散していくことが確認できる。一方で飽和が生じている場合には可変ゲインの変化量は次のようになる。

$$\delta\phi_k = \Gamma(y_{sat} - r_k)\text{sgn}(r_k) = -\alpha \quad (5.31)$$

したがって Fig. 5-5 (b)のように、 $\phi_k$ は正の無限大から負の無限大に向かって発散していくことが確認できる。

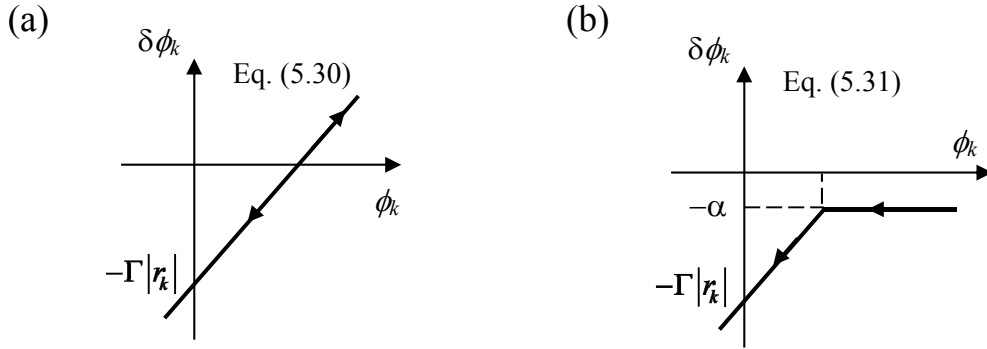


Fig. 5-5 飽和の範囲で利用する可変ゲイン更新則の挙動.

このことより, プラント入力の飽和値  $u_{sat}$  を閾値としてアルゴリズムの切り替えを実行するような, (5.32)式の可変ゲイン更新則の利用を考える.

$$\delta\phi_k = \begin{cases} -\Gamma(y_k - r_k) \operatorname{sgn}(r_k) & (|u_k| \leq |u_{sat}|) \\ \Gamma(y_k - r_k) \operatorname{sgn}(r_k) & (|u_k| > |u_{sat}|) \end{cases} \quad (5.32)$$

このとき, この更新則の  $(\phi_k, \delta\phi_k)$  平面上での挙動は Fig. 5-6 のように表され, 可変ゲインに発散が生じないことが確認できる. したがって, プラント入力のワインドアップを抑制することができる.

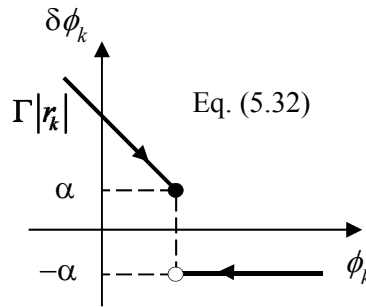


Fig. 5-6 飽和の存在を考慮した可変ゲイン更新則の挙動.

提案手法のように制御則の中でアルゴリズムの切り替えを実行する場合には, スイッチングが瞬時に実行できないなどの理由によりチャタリング[15]と呼ばれる振動現象が生じる. チャタリングへの対策はスライディングモード制御の枠組みの中で様々な手法が提案されている[15], [16], [20]. 提案手法で生じるチャタリングはこうした枠組みで議論されているものと同等に考えることが可能であり, したがってこれらの知見を利用してその抑制を検討することができる.



## 5.5 例題

可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去法は、不安定な極と零点を持つようなプラントが制御対象であっても、閉ループ系が安定化可能で微分要素が存在していなければ定常偏差の除去を実現するようなシステムが設計可能である。ここでは正の実零点と正の複素極を持つ3次プラントを制御対象として扱い、可変型規範入力ゲインによって定常偏差の除去が実現できることを示す。このような構造を示すプラントの一例として、垂直離着陸機の昇降舵によるピッチ角制御システム[47]が挙げられる。ただし例題では提案手法の効果を確認しやすいように、プラントの応答が多少速くなるようパラメータの調整を行っている。

### ● 制御システム設計

制御対象とするプラントモデルとして次の(5.33)式を考える。

$$G(s) = \frac{-s + 0.5}{s^3 - s^2 - 0.91s + 1.09} \quad (5.33)$$

サンプリング周期を  $0.1[s]$ ( $10[Hz]$ )とするとステップ不変モデルは(5.34)式のように求められた。

$$G(\varepsilon) = \frac{-0.05\varepsilon^2 - \varepsilon + 0.53}{\varepsilon^3 - 1.14\varepsilon^2 - 0.79\varepsilon + 1.15} \quad (5.34)$$

また、その極零配置を Fig. 5-7 に示す。

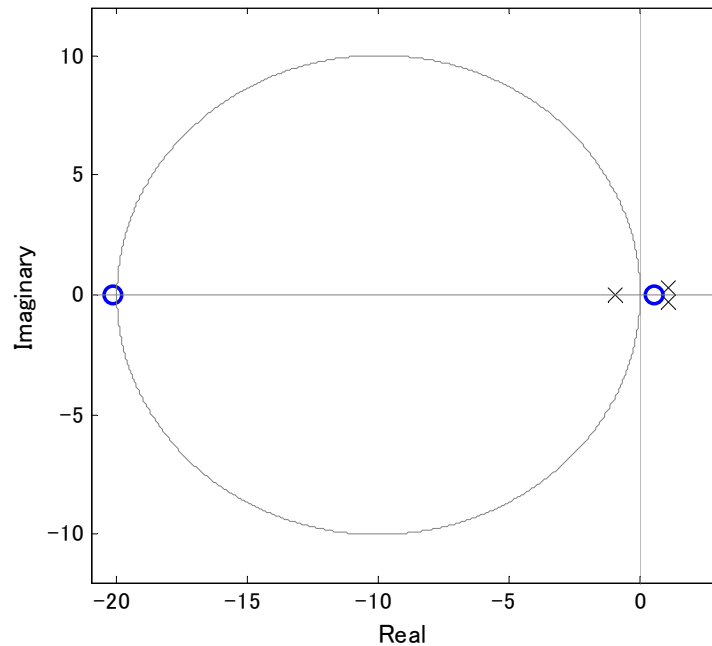
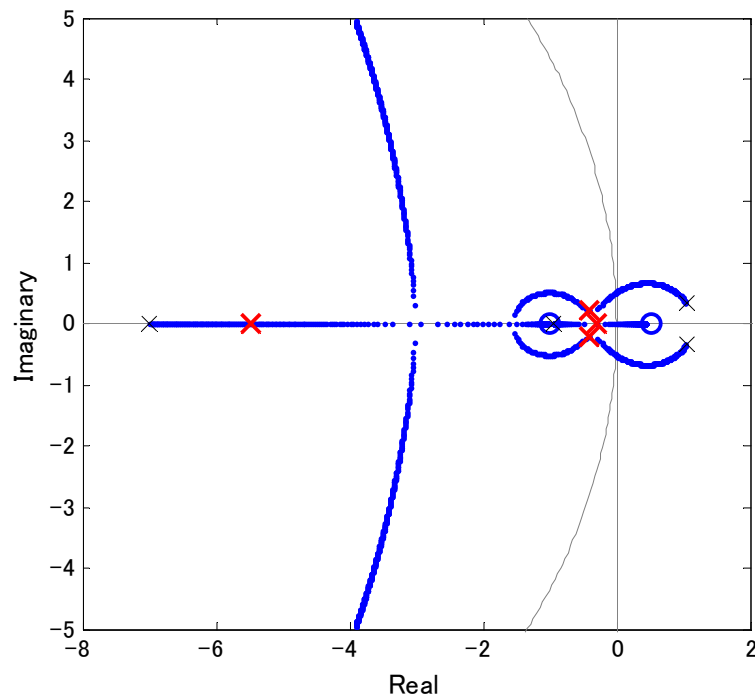


Fig. 5-7 プラントステップ不変モデルの極零配置.

図中のバツ印はステップ不変モデルの極を表しており、丸印は零点を表している。中心を(-10, j0)とする半径 10 の円は  $T=0.1[s]$ におけるオイラー平面上の安定領域を表している。図より、このプラントは正の不安定な零点と、サンプリングの影響によって生じた負の不安定な零点、さらに複素成分をもつ不安定な極を持っていることが確認できる。提案手法を適用するために、まずはフィードバックループを安定化する。プラントには正の零点が含まれており、安定化のために正の出力フィードバックでループを構成する。安定化を達成するための補償器は 1 次位相進み補償器とし、そのパラメータを根軌跡法によって決定する。補償器の零点はステップ不変モデルの安定な極の近くとなる実軸上の-1 の点に配置し、極は適度な過渡応答を示すように実軸上の-7 の点に配置することにする。ここで Fig. 5-8 のように根軌跡を描き、安定な極配置が得られるようにゲインを決定した。



**Fig. 5-8 閉ループ系の根軌跡と極配置.**

図中で黒色のバツ印が開ループ極であり、青点の描く軌跡が根軌跡を表している。赤色のバツ印が決定された閉ループ極である。また、青色の丸印はシステムの零点を表している。ここで得た補償器のパラメータを(5.35)式に示す。

$$C(\varepsilon) = 14.6 \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon + 7} \quad (5.35)$$

(5.35)式で表される補償器を用いて閉ループ伝達関数  $H(\varepsilon)$ を導出すると、次の(5.36)式のように得られた。

$$H(\varepsilon) = \frac{-0.74\varepsilon^3 - 15.4\varepsilon^2 - 6.92\varepsilon + 7.68}{\varepsilon^4 + 6.60\varepsilon^3 + 6.57\varepsilon^2 + 2.56\varepsilon + 0.35} \quad (5.36)$$

閉ループ伝達関数  $H(\varepsilon)$  の定常ゲインに注目すると、約 22 となっていることが確認できる。定常状態では可変型規範入力ゲインによってこの値は 1 に補正される。しかし、可変ゲイン自体にも過渡応答が存在し、真値に対してオーバーシュートを生じる可能性がある。これがシステム応答に与える影響を抑えるためには、閉ループ伝達関数の定常ゲイン値を -1~-3[dB] 程度に設定することが望ましい。ここでは閉ループ系の極配置に影響しないようフィードバックループの外側に固定ゲイン 0.03 をかけ、定常ゲインを 0.71(約-3[dB]) に設定する。

こうして得た(5.35)式のデジタル補償器と固定ゲイン 0.03、(5.33)式の連続時間プラントより、次の Fig. 5-9 に示されるデジタル制御システムを Simulink 上に構成する。

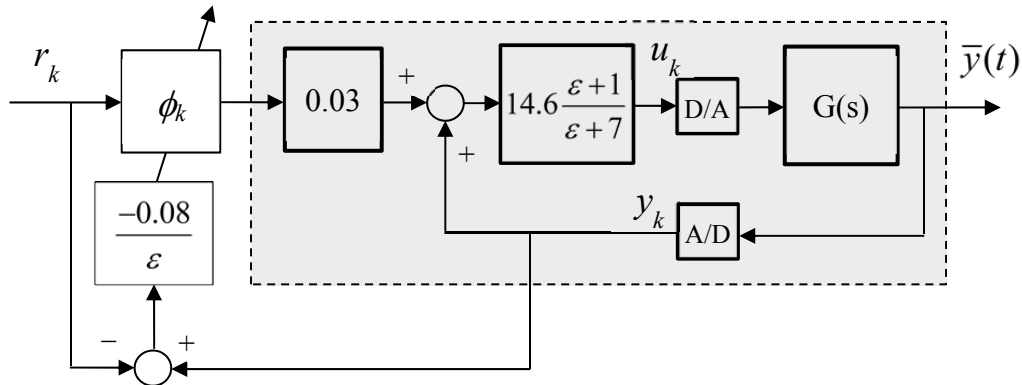


Fig. 5-9 設計したデジタル制御システム。

まずは可変型規範入力ゲインを使用せずに Fig. 5-9 の点線の内側のフィードバック系のみで単位ステップ応答のシミュレーションを実行する。シミュレーションの実行は固定ステップで行うものとし、ソルバとして ode4(Runge-Kutta 法)を選択する。プラントとして連続時間モデルを使用することを考慮して、固定ステップサイズは 0.001[s] とする。ただしデジタル制御システムの動作は最初に設定したサンプリング周期 0.1[s] で行われる。規範入力として時刻 1[s] から単位ステップを加えた時のシステムの時間応答は次の Fig. 5-10 のように得られた。シミュレーションではプラントとして連続時間モデルを利用しているから、図中の青線で表されるプラント出力は連続時間信号  $\bar{y}(t)$  である。また黒線が閉ループ系への規範入力  $r_k$  であり、赤線がプラント入力  $u_k$  である。この図より、閉ループ系の安定化が実現されているが、定常偏差が残っていることが確認できる。

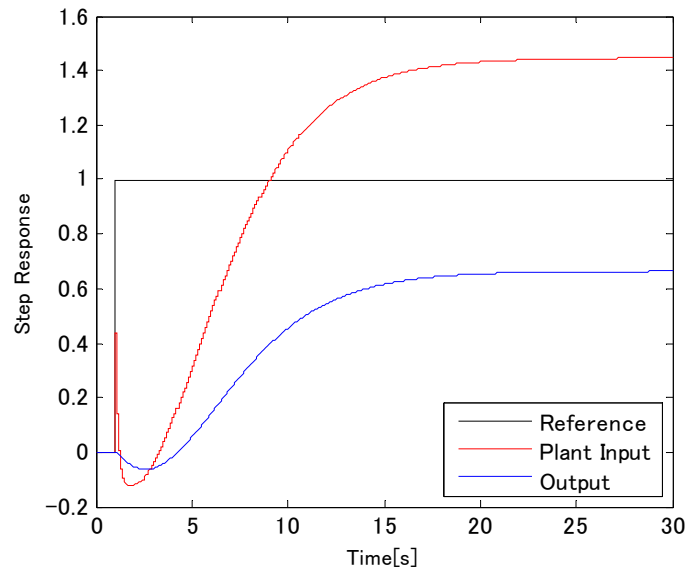


Fig. 5-10 閉ループ系のステップ応答(可変型規範入力ゲイン無し).

次に可変型規範入力ゲインを利用して偏差の除去を実現する. 5.3 節で(5.27)式のように得た更新則による可変ゲイン補償器を, Fig. 5-9 で点線の外側に示されるように実装する. 更新則中の適応ゲイン $\Gamma$ は0.08に設定する. Simulink 上でステップ応答シミュレーションを実行し, 提案した可変型規範入力ゲインが定常偏差の除去を実現できているか確認する.

作成した閉ループ系に規範入力として時刻 1[s]から単位ステップを加えたときのシミュレーション結果を Fig. 5-11 に示す. ここでは定常状態における偏差の除去を確認するために 100[s]までの時間応答を図示している.

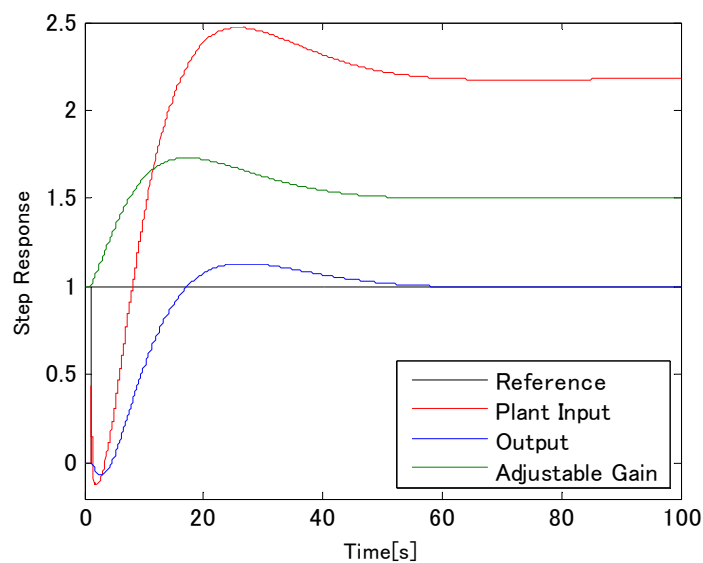


Fig. 5-11 閉ループ系のステップ応答(可変型規範入力ゲイン有り).

ここでもシミュレーションは連続時間を仮定して実行しているため Fig. 5-11 中の青線が表すプラント出力は時間信号  $\bar{y}(t)$  である。また黒線が閉ループ系への規範入力  $r_k$  であり、赤線がプラント入力  $u_k$  である。この図よりプラント出力は定常偏差なく規範入力に追従できていることが確認できる。元のフィードバック系の応答を表した Fig. 5-10 と Fig. 5-11 を比較すると、オーバーシュートを生じる分だけ過渡応答が長くなっているが、定常偏差を除去する目標に対しては、可変ゲインによってプラント入力が適切に調整されていることが確認できる。以上より、提案手法によって不安定な極と零点を持つプラントに対して定常偏差の除去を実現する制御システムが設計されたといえる。

#### ● 外乱に対する応答の確認

設計したデジタル制御システムの、プラント入力外乱およびフィードバック外乱への応答を考察する。入力外乱を  $d_1$ 、フィードバック外乱を  $d_2$  として、Fig. 5-12 に示すようにシステムに入力する。

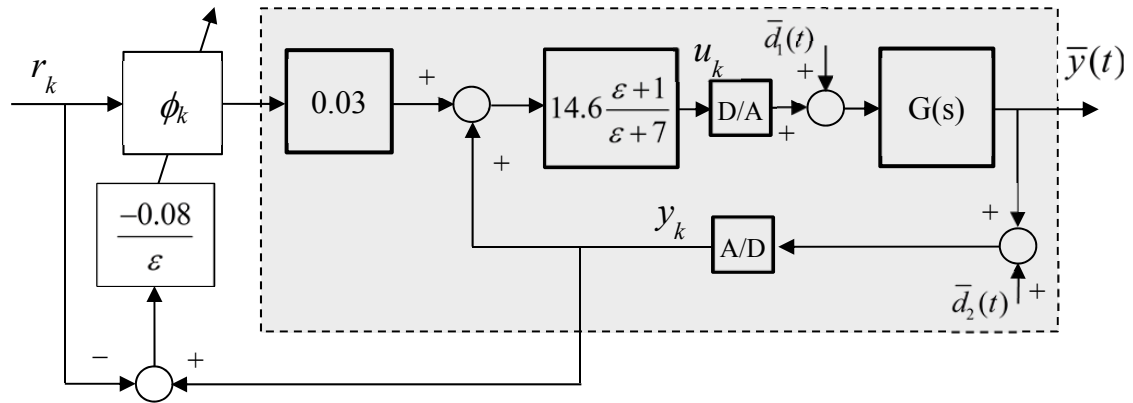


Fig. 5-12 システムへの外乱の入力位置.

ここで  $T \rightarrow 0$  として制御システムの連続時間での動作を想定すると、規範入力や各種外乱から出力への伝達関数は(5.37)式のように表される。また、可変型規範入力ゲインの更新則は(5.38)式となる。

$$\bar{y}(t) = 0.03 \frac{\bar{C}\bar{G}}{1-\bar{C}\bar{G}} \bar{\phi}(t) \bar{r}(t) + \frac{\bar{G}}{1-\bar{C}\bar{G}} \bar{d}_1(t) + \frac{\bar{C}\bar{G}}{1-\bar{C}\bar{G}} \bar{d}_2(t) \quad (5.37)$$

$$\dot{\bar{\phi}}(t) = -0.08 \left\{ \left( \bar{y}(t) + \bar{d}_2(t) \right) - \bar{r}(t) \right\} \text{sgn}(\bar{r}(t)) \quad (5.38)$$

ただし(5.37)式は正の出力フィードバックによって安定化が実現されているために分母多項式の符号が一般的な負の出力フィードバックと異なる点に注意されたい。可変型規範入力ゲインは2自由度の閉ループ構造を基本としている。したがって(5.37)式より、

可変型規範入力ゲインは出力に対する入力外乱およびフィードバック外乱の影響を増幅するものではないことが確認できる。

入力外乱は出力信号を通じて可変型規範入力ゲインの更新則に混入する。すなわち閉ループ系自体が入力外乱の影響を受けにくいように設計されているとき、更新則への影響も抑えられるといえる。フィードバック外乱は、その混入が Fig. 5-12 に示す位置であることから、出力  $\bar{y}(t)$  への影響と可変ゲイン更新に利用される信号  $y_k$  への影響とが異なる。フィードバック外乱の可変ゲインの更新への影響は(5.38)式に示される通りである。実際に更新に利用される値はフィードバック外乱に適応ゲインが掛かったものであるから、適応ゲインを小さく設定すると、この外乱が可変ゲイン更新に与える影響を小さくすることができる。ただし、このとき可変ゲインの真値への収束速度の向上とフィードバック外乱の抑制とがトレードオフの関係となる点に注意する必要がある。

シミュレーションではプラント入力外乱として、サイズを-0.05に設定したステップ状の値と、分散を 0.1 に設定したランダムな値の 2 種類を使用する。一方でフィードバック外乱にはセンサノイズとして振幅が 0.01 程度となるように強度を設定したホワイトノイズを用いる。この値は規範入力のステップサイズを 1 とすることからその 1%程度として選択した。プラント入力の飽和値は $\pm 5$ に設定する。なおシミュレーションでは各種外乱入力の他に、閉ループ系への規範入力として時刻 1[s]から単位ステップを加えるものとする。

Fig. 5-13 はステップ状の入力外乱に対する応答のシミュレーション結果であり、Fig. 5-14 はランダムな値の入力外乱に対する応答である。どちらの場合もフィードバック外乱としてホワイトノイズが入力されている。図中の線の色と信号の関係はFig. 5-11と同様であり、この場合にも青線が示すプラント出力は  $\bar{y}(t)$  である。まず Fig. 5-13 でステップ状の入力外乱に対するシステムの応答を確認する。外乱は矢印で示したように時刻 100[s]から入力を開始している。このとき可変ゲインが外乱に対応して上昇していることが確認できる。これによって、入力外乱の影響で低下したプラント入力や出力が外乱入力以前の定常値に戻されている。すなわち提案手法は、ステップ状の入力外乱によって生じた偏差を除去できているといえる。

続いて Fig. 5-14 でランダムな値をとる入力外乱に対するシステムの応答を確認する。サンプル点ごとに値が変わる外乱に対して、特に大きな影響を受けることもなく偏差

の除去を実現できていることが確認できる。これらの結果より、提案した可変型規範入力ゲインは外乱状況下においても安定な閉ループ系における規範入力とプラント出力の定常偏差の除去を実現できることが示されたといえる。

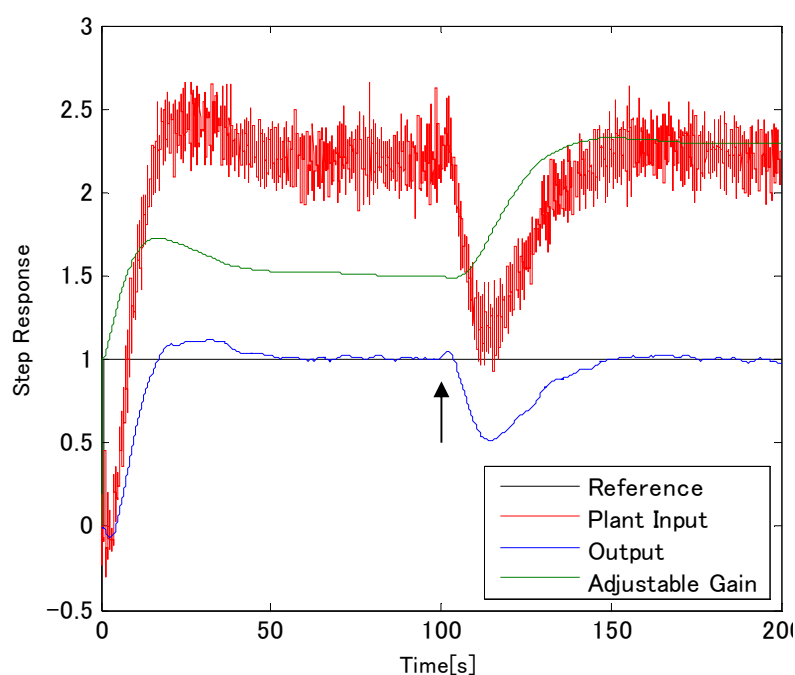


Fig. 5-13 ステップ状の入力外乱に対する応答.

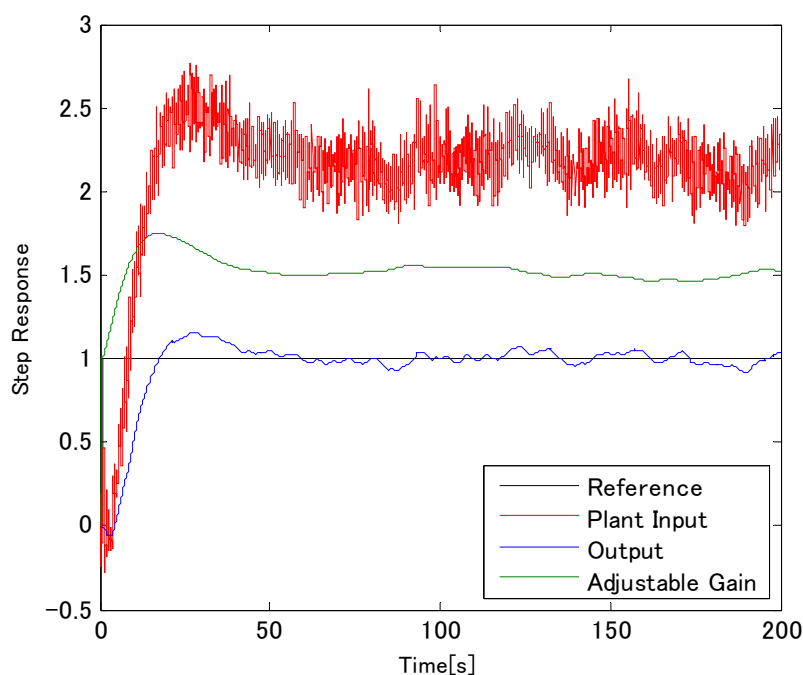


Fig. 5-14 ランダムな値の入力外乱に対する応答.

## 5.6 まとめ

本章では可変型規範入力ゲインによる閉ループ系の定常偏差の除去法を提案した。この手法はフィードバック系が次の条件を満たしているとき、可変型規範入力ゲインを利用してサイズが 0 でないステップ状の規範入力とプラント出力の間の定常偏差を除去するものである。

- フィードバック系の極配置がすべて安定
- フィードバック系内部に微分要素が存在しない

提案手法によると、ステップ状の規範入力に対して、フィードバック系の内部モデル原理の成立いかんに関わらず定常偏差を除去することができる。同様の目的のために利用される他の手段として積分器を利用して内部モデル原理を成立させる方法がある。しかし積分器を利用すると、プラントが不安定な極と零点を持っている場合には、出力フィードバックによる閉ループ系の安定化が行えない場合がある。安定化が可能であっても、そのための補償器として不安定な零点が複数個必要になるなど、実用上好ましいとは言えない構造になる。これに対して提案手法は、閉ループ系の極配置が安定となっていれば、プラント自体の極と零点の配置に制約は無いため、積分器による方法に比べると幅広いシステムに応用できる。プラントの極や零点が安定な場合でも、提案手法は構造的に 2 自由度となっているから、フィードバック系の安定化や外乱への強度などを従来のロバスト制御理論に基づいて決定し、あとから可変型規範入力ゲインによって定常偏差の除去を行う、というような独立したシステム設計が可能となる利点がある。



## 第6章 可変型規範入力ゲインによる定電流制御法

5 章で提案した可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去法を利用して、ステッピングモータのデジタル定電流制御法を提案する。5 章の方法を適用するために閉ループ系に課せられる条件は、閉ループ系が安定であることと、閉ループ系内部に微分要素が存在しないことである。

### 6.1 はじめに

5 章で提案した可変型規範入力ゲインを利用したステッピングモータのデジタル定電流制御システムは次の手順に従って設計される。

1. 過渡特性が理想的となるように安定な閉ループ電流制御系を任意に設計する。
2. 可変型規範入力ゲインによって定常偏差の除去を実現する。
3. ステッピングモータの実装先に合わせて適応ゲインで応答を調節する。

ステッピングモータはパルス信号と同期した回転を行うが、無理な加減速や負荷トルクによってこの同期回転が損なわれる場合がある。このように同期が損なわれた状態は脱調[31]と呼ばれ、ステッピングモータの欠点として対策が講じられる(付録参照)。実用的には、脱調が発生するタイミングとして駆動開始から加速モードの区間が最も多い。この原因として加速時のトルク不足が指摘されている。これを考慮すると、ステッピングモータの入力電圧には立ち上がりの速さが望まれる。一方で電子回路の素子の寿命を考慮すると、不用意なオーバーシュートやアンダーシュートは無い方が望ましい。これらを考慮するとステッピングモータの閉ループ電流制御系の特性として、ゲイン要素に近い時間応答を示すことが理想的であるといえる。

本章では提案手法の適用範囲の広さを示すために、まず閉ループ電流制御系を 3 通りの方法で設計して、これらに対して可変型規範入力ゲインを接続する。閉ループ設計に利用する 3 通りの方法は、エミュレーション法の手順に従った PIM 法と、ダイレクト設計法の手順に従った Direct PIM 法、離散時間周波数応答法である。それぞれの閉ループ電流制御系の設計目標は、PIM 法ではアナログ定電流制御回路の離散時間化とし、Direct PIM 法ではゲインに近い応答を示すこと、離散時間周波数応答法ではゲインに近いことと制御システムを低次で実現することの 2 つとする。いずれの方針の場合も最終的に設

計されるデジタル定電流制御回路の構造は Fig. 6-1 に示す通りである。図の構造において、3 通りの閉ループ系設計で決めるべきパラメータは  $A(\varepsilon)$ ,  $B(\varepsilon)$ ,  $C(\varepsilon)$  である。

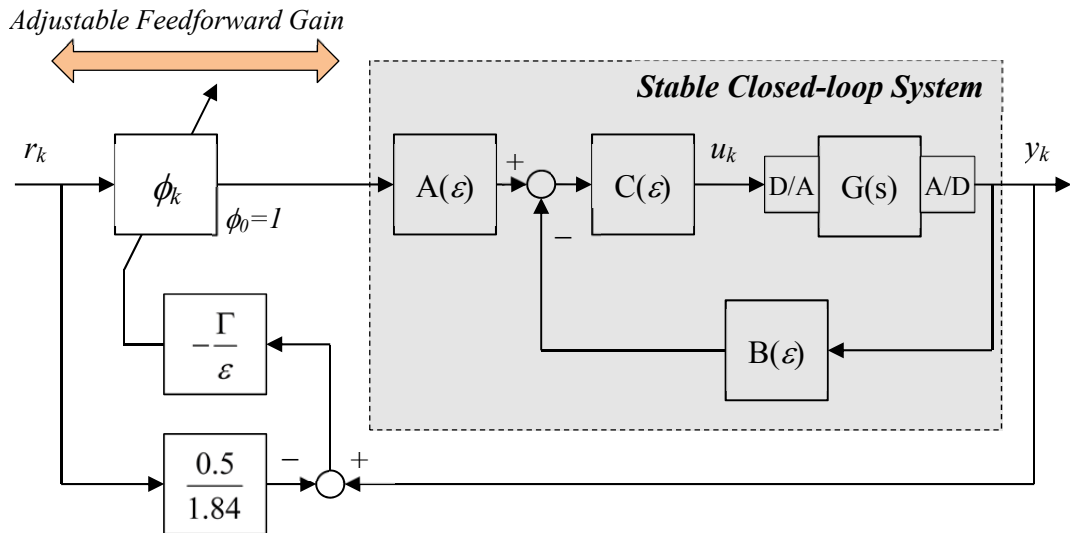


Fig. 6-1 デジタル定電流制御回路の制御構造.

## 6.2 閉ループ電流制御系の設計

本節では実際に 3 通りの方針で閉ループ電流制御系を設計する。なお、どの方針で設計された補償器であるかを区別するため、各システムには添え字を付けることにする。以降、添え字の 1 は PIM 法で設計されたシステムを表し、添え字の 2 は Direct PIM 法で設計されたシステムを、添え字の 3 は離散時間周波数応答法によって設計されたシステムを表す。例えば  $C_2(\varepsilon)$  と表記されている場合には、Direct PIM 法によって設計された閉ループ系の前置補償器を指す。

### ● PIM 法による閉ループ系

まずエミュレーション法の手順に従い、PIM 法によって安定な離散時間閉ループ系を設計する。2.3 節で説明したように、まずは安定な連続時間閉ループ系を用意する。ここでは Fig. 4-1 で表されるアナログ定電流制御回路を選択する。なおプラントの伝達関数モデルとしては(3.22)式を利用する。

次にプラントの離散時間モデルを導出する。実験装置では DSP との信号のやり取りにサンプラと 0 次ホールドから成る A/D, D/A 変換を利用している。したがって、ここでは離散時間モデルとしてステップ不変モデルを利用する。(3.22)式よりプラントのステッ

プ不変モデルは次の(6.1)式のように導出された.

$$G(\varepsilon) = \frac{1.5 \times 10^4 \varepsilon^2 + 7.5 \times 10^6 \varepsilon + 1.0 \times 10^{10}}{\varepsilon^3 + 3937 \varepsilon^2 + 5.7 \times 10^6 \varepsilon + 2.5 \times 10^9} \quad (6.1)$$

また, Fig. 6-2 に示すようにステップ不変モデルの極と零点はすべてオイラー平面上の安定領域にあることが確認できる.

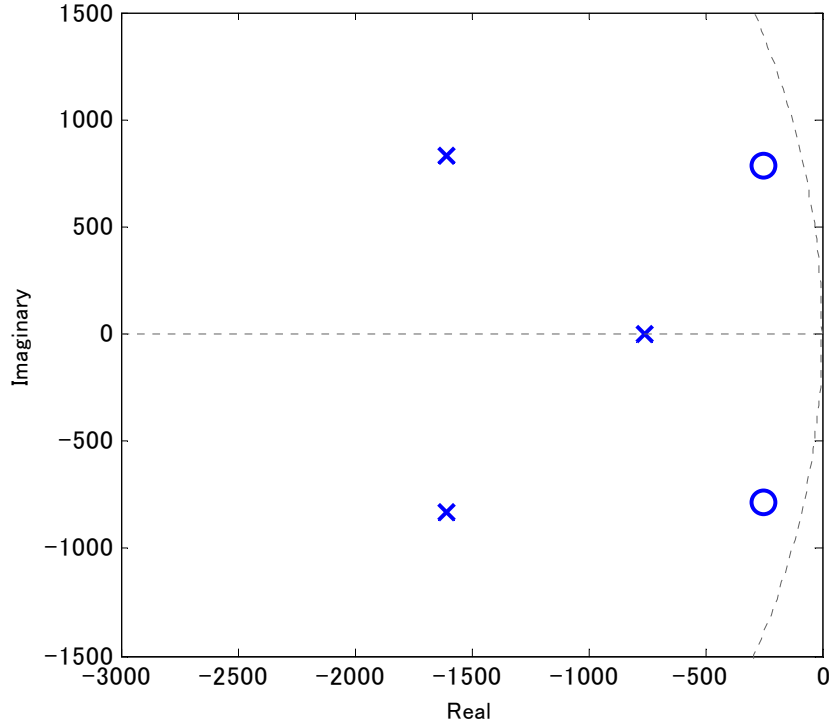


Fig. 6-2 ステップ不変モデルの極と零点の配置.

続いて連続時間 PITF を導出し, その極零対応モデルとして離散時間 PITF を得る. Fig. 3-6 で表される連続時間閉ループ系でプラントを(3.22)式とすると, その連続時間 PITF は次の(6.2)式のように導出できる.

$$\bar{M}_1(s) = 5000 \frac{s^3 + 4500s^2 + 8.20 \times 10^6 s + 4.30 \times 10^9}{s^4 + 4500s^3 + 4.72 \times 10^8 s^2 + 1.65 \times 10^{11} s + 3.22 \times 10^{14}} \quad (6.2)$$

この極零対応モデルは次の(6.3)式となる.

$$M_1(\varepsilon) = 171 \frac{\varepsilon^3 + 3973\varepsilon^2 + 5.71 \times 10^6 \varepsilon + 2.48 \times 10^9}{\varepsilon^4 + 5498\varepsilon^3 + 1.28 \times 10^7 \varepsilon^2 + 8.06 \times 10^9 \varepsilon + 6.33 \times 10^{12}} \quad (6.3)$$

これより(2.18)式のダイオファンタイン方程式を解き,  $B_1(\varepsilon)$ の分子多項式と  $C_1(\varepsilon)$ の分母多項式を決定する. (2.18)式のダイオファンタイン方程式が唯一解を持つ条件はプラントの次数3次に対して左辺の多項式の次数が5次である必要がある. ここでは次数を

揃えるために $(\varepsilon+400)$ なる安定多項式を(6.3)式の分子多項式と分母多項式に挿入する．  
 こうして次数の条件を満たしてダイオファンタイン方程式を解くと， $B_1(\varepsilon)$ の分子多項式  
 と  $C_1(\varepsilon)$ の分母多項式が得られる．また，(6.3)式の分子多項式を用いて(2.19)式を解くこ  
 とで， $A_1(\varepsilon)$ の分子多項式が得られる．

最後にオブザーバ極を $-1/10T$  に対応する位置に配置するように，任意安定多項式とし  
 て次の(6.4)式を使用する．

$$\lambda_1(\varepsilon) = \varepsilon^2 + 800\varepsilon + 160000 \quad (6.4)$$

以上のようにして PIM 法によって得られた離散時間閉ループ系の補償器パラメータ  
 を(6.5)～(6.7)式に示す．

$$A_1(\varepsilon) = \frac{8700}{\varepsilon + 400} \quad (6.5)$$

$$B_1(\varepsilon) = \frac{5.0\varepsilon^2 + 2.1 \times 10^4 \varepsilon + 5.2 \times 10^6}{\varepsilon^2 + 800\varepsilon + 1.6 \times 10^5} \quad (6.6)$$

$$C_1(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2 + 800\varepsilon + 1.6 \times 10^5}{51\varepsilon^2 + 2.4 \times 10^4 \varepsilon + 3.1 \times 10^7} \quad (6.7)$$

これらの式より，設計された離散時間閉ループ系の内部には積分極が存在していない  
 ことが確認できる．また，この時の閉ループ系の極零配置を Fig. 6-3 に示す．

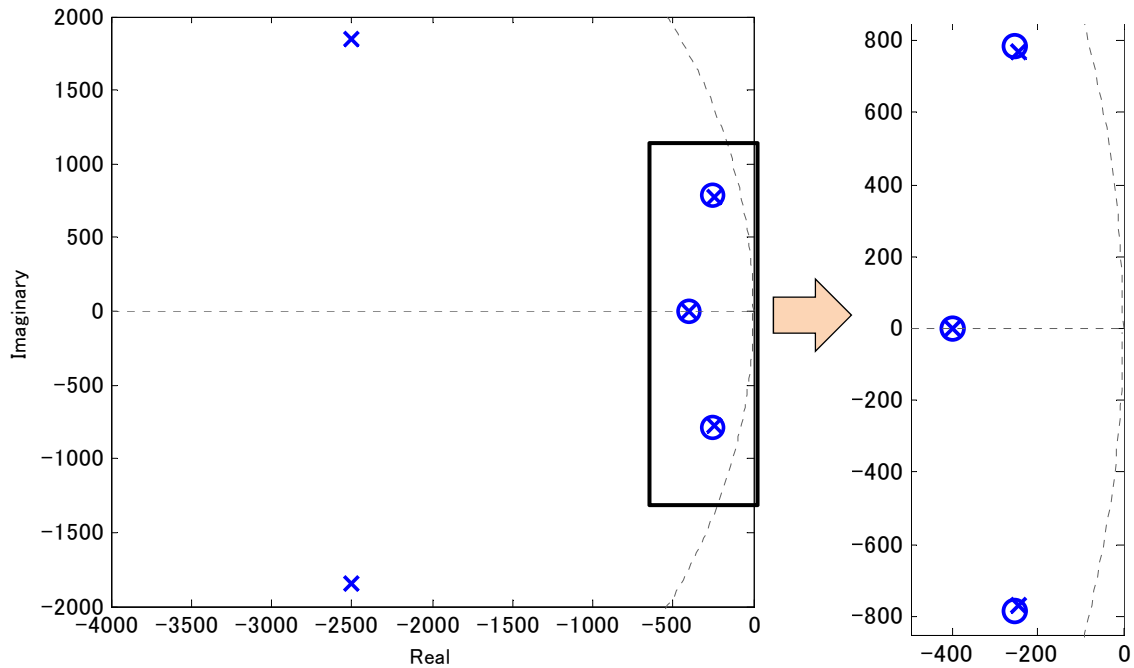


Fig. 6-3 PIM 法によって設計されたシステムの極と零点の配置．

ダイオファンタイン方程式を解くために(6.3)式の分子多項式と分母多項式に挿入した安定多項式は, Fig. 6-3 の(-400, j0)の点で極零消去されていることが確認できる.

#### ● Direct PIM 法による閉ループ系設計

続いてダイレクト設計法の手順に従い, Direct PIM 法によって安定な離散時間閉ループ系を設計する. Direct PIM 法では離散時間 PITF のパラメータを直接決定する. (6.1)式および Fig. 6-2 より, プラントのステップ不変モデルの極と零点がすべて安定であることから, 離散時間 PITF の一部としてプラントの逆モデルを利用できる. このとき, プラントの特性は逆モデルによって打ち消されるため, 閉ループ系の特性をフィードフォワード系のように設計できる.

6.1 節で考察したようにステッピングモータの閉ループ電流制御系の特性として, 速い立ち上がりとオーバーシュートの抑制が理想とされる. したがって設計するシステムがゲインに近い時間応答を示すことを目標とする. フィードフォワード特性の決定には様々な方法があるが, ここでは離散時間 PITF のうち閉ループ特性を定める多項式として, ベッセル多項式[48]を利用する. バンド幅がサンプリング周波数の 1/10 である 400[Hz]程度となるようにベッセル多項式を決定すると, 離散時間 PITF は次のように得られた.

$$M_2(\varepsilon) = \frac{1.5 \times 10^6}{\varepsilon^3 + 8.8 \times 10^3 \varepsilon^2 + 2.7 \times 10^7 \varepsilon + 2.9 \times 10^{10}} G^{-1}(\varepsilon) \quad (6.8)$$

ただし(6.8)式の分子には閉ループ系の定常ゲインを調節するための値が設定されている. この値は可変ゲイン更新の過渡応答を考慮したものであり, 5.5 節で説明した考えのもとで  $1.5 \times 10^6$  に設定されている.

以上のようにして得られた離散時間 PITF よりダイオファンタイン方程式を立式し, これを解くことで  $A_2(\varepsilon)$  および  $B_2(\varepsilon)$  の分子多項式と  $C_2(\varepsilon)$  の分母多項式が得られる. また, オブザーバ極をオイラー平面上で  $-1/10T$  に配置するように, 任意安定多項式  $\lambda_2(\varepsilon)$  を次式とする.

$$\lambda_2(\varepsilon) = \varepsilon^2 + 800\varepsilon + 160000 \quad (6.9)$$

こうして得られた閉ループ系の各補償器のパラメータを(6.10)~(6.12)式に示す.

$$A_2(\varepsilon) = \frac{1.5 \times 10^6}{\varepsilon^2 + 800\varepsilon + 1.6 \times 10^5} \quad (6.10)$$

$$B_2(\varepsilon) = \frac{0.33\varepsilon^2 + 1458\varepsilon + 1.8 \times 10^6}{\varepsilon^2 + 800\varepsilon + 1.6 \times 10^5} \quad (6.11)$$

$$C_2(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2 + 800\varepsilon + 1.6 \times 10^5}{\varepsilon^2 + 507\varepsilon + 6.8 \times 10^5} \quad (6.12)$$

これらの式より，設計された離散時間閉ループ系の内部には積分極が存在していないことが確認できる．また，このときの閉ループ系の極配置を Fig. 6-4 に示す．

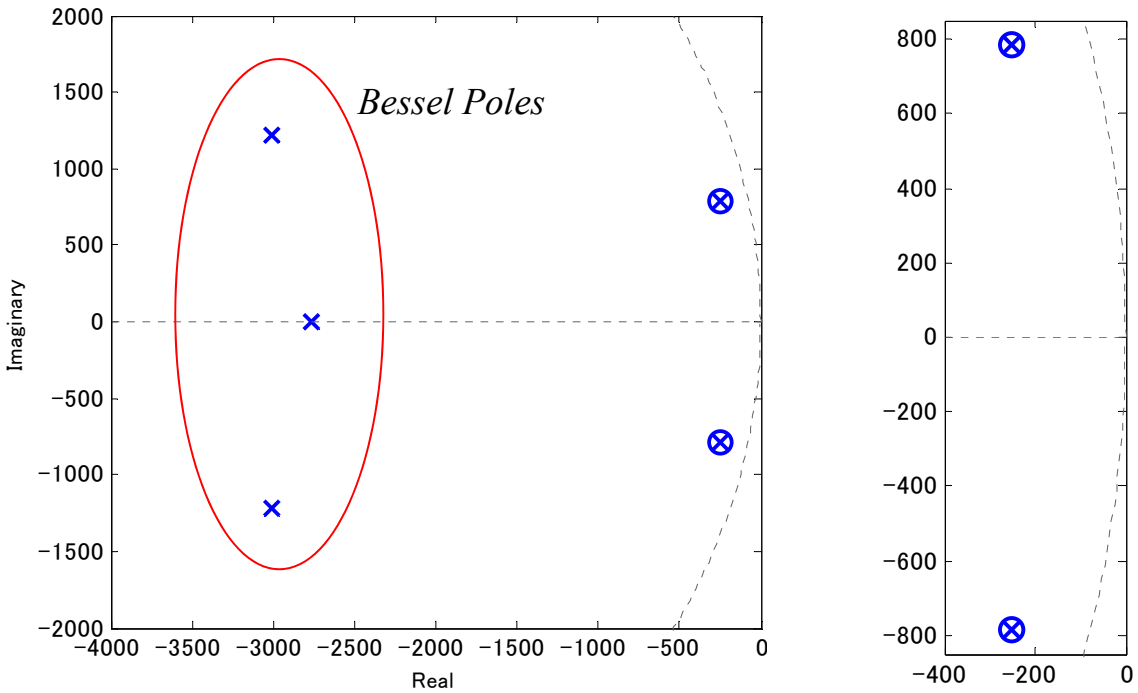


Fig. 6-4 Direct PIM 法によって設計された閉ループ系の極と零点の配置.

Fig. 6-4 よりプラントのステップ不変モデルの零点と離散時間 PTF 極の間で極零消去が発生し，閉ループ極としてベッセル極のみが残っていることが確認できる．ただしこれらのベッセル極はオイラー平面上で原点から遠い振動極となっており，高周波ノイズに影響されやすい点に注意が必要となる．

#### ● 離散時間周波数応答法による閉ループ系設計

最後にダイレクト設計法の手順に従い， $w$  演算子を利用した離散時間周波数応答法によって安定な離散時間閉ループ系を設計する．6.1 節で考察したように，ここでの設計目標をシステムの立ち上がりの速さとオーバーシュートの抑制とし，さらにこれを低次の補償器で実現する．このためにまず  $A_3(\varepsilon)$  および  $B_3(\varepsilon)$  を次のように定める．

$$A_3(\varepsilon) = K, B_3(\varepsilon) = 1 \quad (6.13)$$

ただし  $K$  は正のゲインであり，設計した離散時間閉ループ系の定常ゲイン調節のために利用される．閉ループ系の特性としては前置補償器  $C_3(\varepsilon)$  のみで先の設計目標の達成を目指す．

はじめに(6.1)式のステップ不変モデルを定義に従って  $w$  演算子表現に変換する．このときステップ不変モデルは次の(6.14)式のように変換される．

$$G(w') = \frac{-1.36w'^4 - 1.04 \times 10^4 w'^3 + 1.62 \times 10^8 w'^2 + 5.15 \times 10^{10} w' + 1.17 \times 10^{14}}{w'^4 + 1.13 \times 10^4 w'^3 + 3.90 \times 10^7 w'^2 + 5.95 \times 10^{10} w' + 2.86 \times 10^{13}} \quad (6.14)$$

(6.14)式で  $w' = j\omega$  とすると  $w$  演算子による仮想周波数領域でボード線図を描くことができる．このボード線図では直線近似などが利用でき，連続時間におけるシステム設計と同様にして補償器のパラメータを決定することができる．(6.14)式から得られる，ナイキスト周波数 2000[Hz] までのボード線図を Fig. 6-5 に示す．

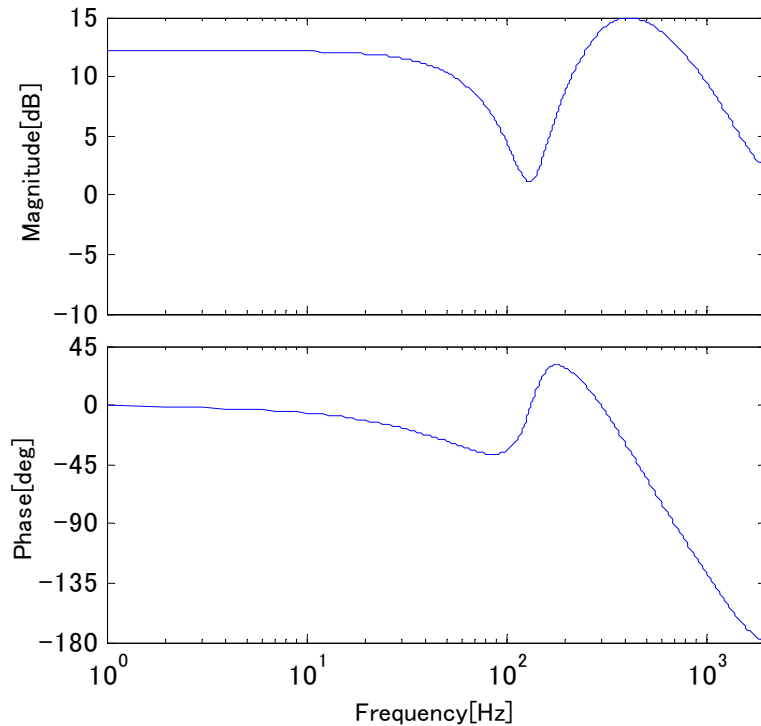


Fig. 6-5 ステップ不変モデルのボード線図( $w'$ 領域).

この図においてゲイン特性に注目すると，50~200[Hz]の範囲で定常ゲインより低い値となり，400[Hz]付近で定常ゲインより大きいピークを生じていることが確認できる．前

置補償器を低次で設計することを考慮すると、まず 400[Hz]付近のピークを定常ゲイン以下に抑えるような 1 次遅れ要素の利用が考えられる。また 2.1 節で考察したように、離散時間領域では連続時間領域に比べて高周波成分の位相が遅れがちになる。加えて  $w'$  演算子が双プロパーな演算子である点も考慮すると、補償器の形式を 1 次遅れ進みとすることが理想的である。以上の観点から前置補償器として次の(6.15)式を得た。

$$C_3(w') = 0.5 \frac{w' + 2513}{4w' + 2513} \quad (6.15)$$

この補償器をプラントのステップ不変モデルに接続して得られた一巡伝達関数のボード線図を Fig. 6-6 に示す。

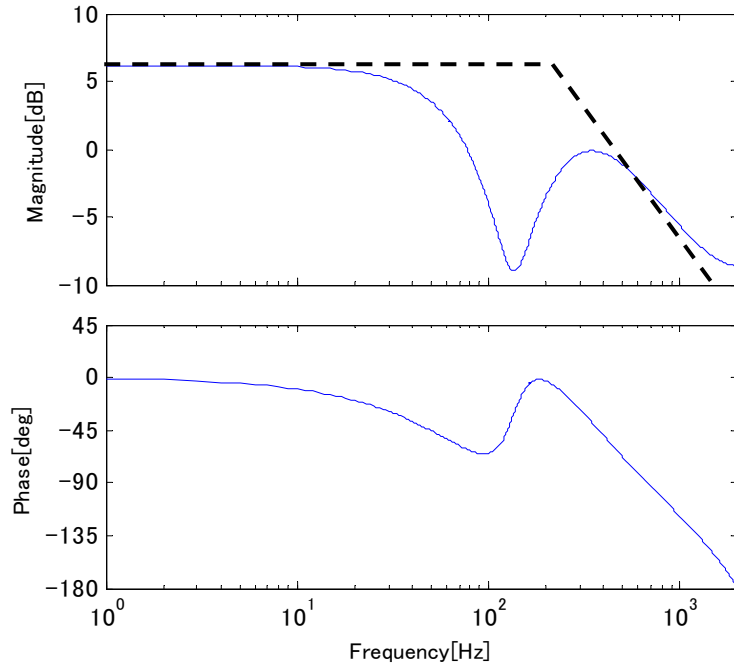


Fig. 6-6 設計された補償器による一巡伝達関数のボード線図( $w'$ 領域)。

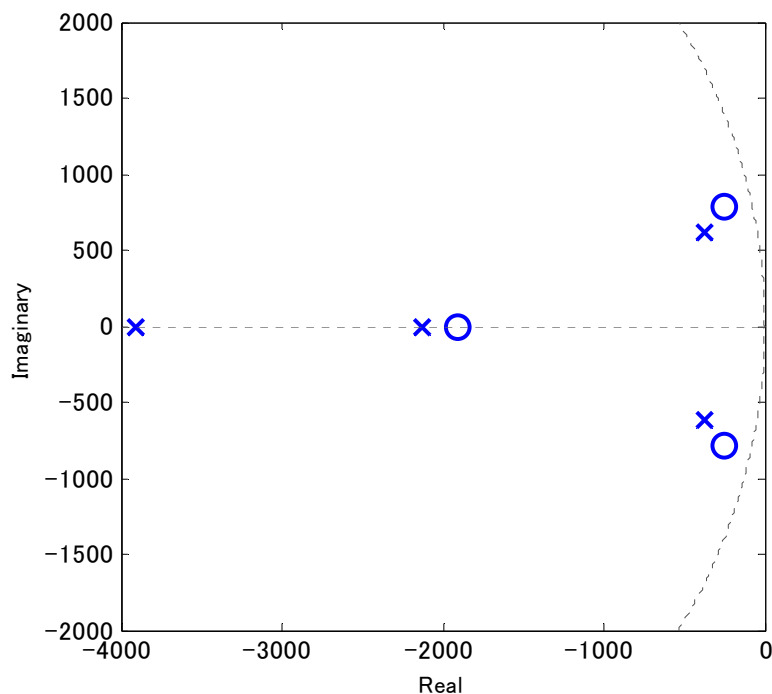
Fig. 6-6 のゲイン特性図中に示した点線は、得られた一巡伝達関数と定常ゲイン値が等しく、カットオフ周波数が 200[Hz]である 1 次遅れ系のゲイン特性である。点線が示す 1 次遅れ系にはピークが存在していない。この図において(6.14)式のプラントと(6.15)式の補償器から成る一巡伝達関数のゲイン特性は、点線の 1 次遅れ系と定常ゲインが等しく、またこの点線を越えるようなピークが存在していないことが確認できる。

Fig. 6-6 より位相余裕やゲイン余裕は十分に確保できており、閉ループ系が安定となることが確認できる。設計した(6.15)式を定義に従ってオイラー演算子に再変換すると次の(6.16)式が得られる。

$$C_3(\varepsilon) = 0.5 \frac{0.30\varepsilon + 582.6}{\varepsilon + 582.6} \quad (6.16)$$



(6.13)式と(6.16)式より閉ループ系を構成すると、このときの極と零点の配置は Fig. 6-7 に示すようになる。



**Fig. 6-7 周波数応答法によって設計された閉ループ系の極と零点の配置.**

Fig. 6-7 より設計された閉ループ極配置はすべて安定であることが確認できる. オイラー平面上では点 $(-1/T, j0)$ がラプラス平面上の無限遠点に対応する. この点より左側は実軸上ではあるものの極配置の性質としては振動極になる. 図より原点から最も遠い極は点 $(-1/T, j0)$ よりも右側に位置していることが確認でき, したがって得られた閉ループ系に応答の速い振動極は存在していないといえる.

手順の最後に, Direct PIM 法の設計手順の時と同様に閉ループ系の定常ゲインを調節する目的で,  $A_3$  ブロックのゲイン  $K$  を 1.2 と設定する.

以上のようにして 3 通りの閉ループ系を設計した. 次節でこれらに可変型規範入力ゲインを接続して, デジタル定電流制御システムとして実機実験を行う. 閉ループ系はそれぞれ方針や特性, 構造が異なるが, いずれの場合も可変型規範入力ゲインによって定常偏差の除去が実現できることを示す.

### 6.3 実機実験

前節で設計した離散時間閉ループ系に対して次の(6.17)式で更新される可変型規範入力ゲインを接続し、デジタル定電流制御システムとする。可変ゲイン更新則の切替値は、プラント入力に飽和が生じる実測値 1[V]に少し余裕を持たせて 1.05 と設定している。なお適応ゲイン  $\Gamma$  は 3 通りのどの場合も 500 (ただし Figs. 6-18, 19 は 100) に設定する。

$$\begin{cases} \delta\phi_k = -500(y_k - 0.2717r_k) & (u_k \leq 1.05) \\ \delta\phi_k = 500(y_k - 0.2717r_k) & (u_k > 1.05) \end{cases} \quad (6.17)$$

この制御システムを DSP にダウンロードし、性能確認のための実機実験を行う。実験は様々な駆動パラメータの下で行ったが、ここではそのうちの Table 6-1 に示す駆動条件で得られた結果を示す。なお、比較のために 3 種類の各制御系に対し IA-PIM 法で設計したデジタル定電流制御システムの制御結果を併せて示す。

**Table 6-1 駆動条件ごとの設定パラメータ。**

	Case 1	Case 2
起動周波数[Hz]	100	100
最大周波数[Hz]	1000	5000
加減速レート[ms/kHz]	10	10
パルス総数	800	4000

Table 6-1 において Case 1 はプラント入力に飽和が生じない駆動条件である。この条件のもとでは、設計したデジタル定電流制御システムが基準電流とプラント出力信号の定常偏差の除去を実現できているか確認する。Case 2 はプラント入力に飽和が生じるような駆動条件である。この条件のもとでは、可変ゲインの更新のスイッチングによってワインドアップが抑制できているか確認する。なお実験結果における基準電流とプラント出力は、4 章と同様に実測値にフィードフォワードゲイン 0.5 とフィードバックゲイン 1.84 をかけたものが図示されている。

#### ● Case 1: 飽和が生じない場合

はじめに飽和の生じない加減速を伴う駆動方式において、PIM 法で設計したデジタル定電流制御回路の実験結果を確認する。次の Fig. 6-8 は基準電流と出力信号であり、Fig. 6-9 は左の図がプラント入力、右の図が可変ゲインの時間応答をそれぞれ表してい

る. Fig. 6-8 の赤線, 緑線, 青線はそれぞれ基準電流, IA-PIM 法によるシステムの出力信号, 提案手法によるシステムの出力信号に対応している. Fig. 6-9 左図の緑線は IA-PIM 法によるシステム, 青線は提案手法によるシステムのプラント入力である. まず Fig. 6-8 よりどちらのシステムも定常偏差の除去を実現できていることが確認できる. このとき Fig. 6-9 の左図でプラント入力を見ると定常値に若干の差が確認できる. これは 4 章で考察したものと同様に逆起電力の影響が異なるためである. 提案手法のシステムには閉ループ内部に積分器が存在しないが, Fig. 6-9 の右図に表されるように可変型規範入力ゲインが適切に更新されることで定常状態における逆起電力の影響を補償している. 一方で過渡状態においてはどちらのシステムも逆起電力の影響を補償できておらず, 加速モードにおいてアンダーシュートを生じ, また減速モードにおいてオーバーシュートを生じている. ただし, 提案手法のシステムでは 4 章で示したように適応ゲイン値を変更することで過渡特性の改善が可能である.

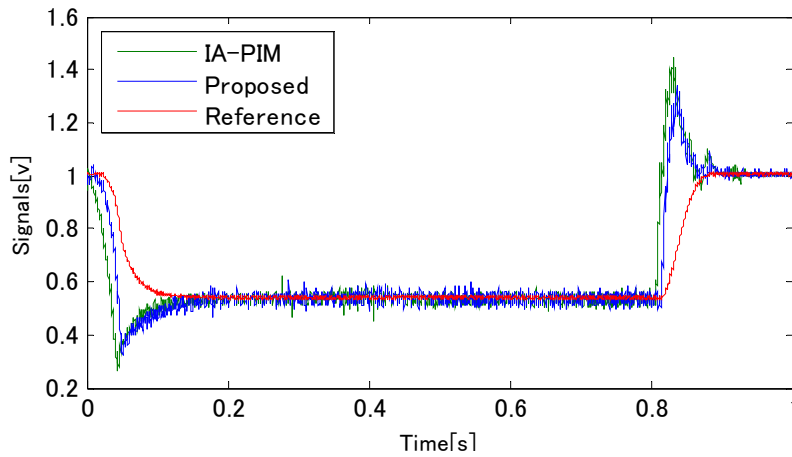


Fig. 6-8 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 1, PIM 法).

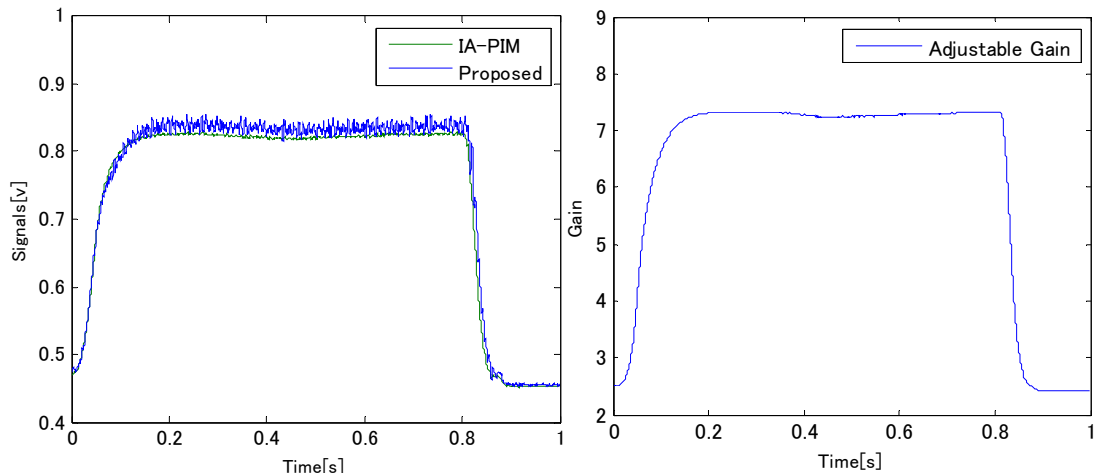


Fig. 6-9 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 1, PIM 法).

続いて閉ループ設計に Direct PIM 法を利用した定電流制御回路の結果を Figs. 6-10, 6-11 に示す. 図の見方は Figs. 6-8, 6-9 と同様である. まず Fig. 6-10 より閉ループ系を Direct PIM 法で設計した場合にも基準電流と出力信号の定常偏差の除去を実現できていることが確認できる. 加えて Direct PIM 法によるシステムでは過渡状態においても追従誤差の除去を実現できている. Direct PIM 法のシステムでは IA-PIM 法のシステムに比べてパスバンドのゲインが高く, これによって基準電流の変動や逆起電力の影響に対して速い応答を実現できたと考えられる. Fig. 6-11 で Direct PIM 法のシステムのプラント入力と可変ゲインの時間応答を比べると, プラント入力にオーバーシュートが生じている一方で可変ゲインにはこれが生じていないことが確認できる. このことより加速時の逆起電力の補償は閉ループ系自体の応答の速さによって行われ, 可変ゲインは定速回転時の目標値に対する定常偏差の除去のみに利用されているといえる. ただし Fig. 6-10 で時刻 0.4[s] 付近を見ると, 信号の振幅の増大が確認できる. これは Direct PIM 法のシステムでベッセル極が複素極かつオイラー平面上で原点から遠い位置にあり, これらが励磁相切り替えのノイズ等の影響を受けたからであると考えられる.

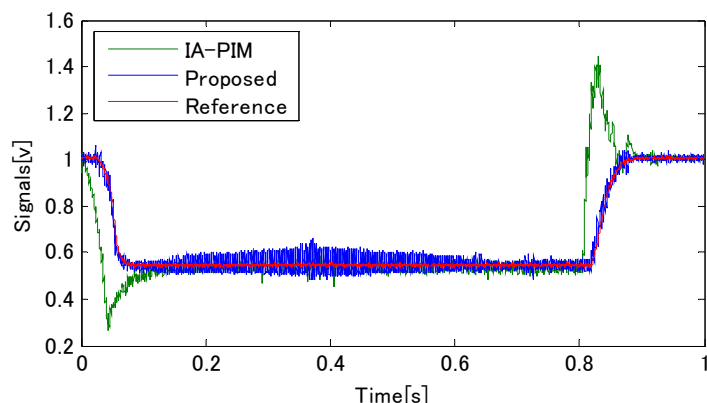


Fig. 6-10 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 1, Direct PIM 法).

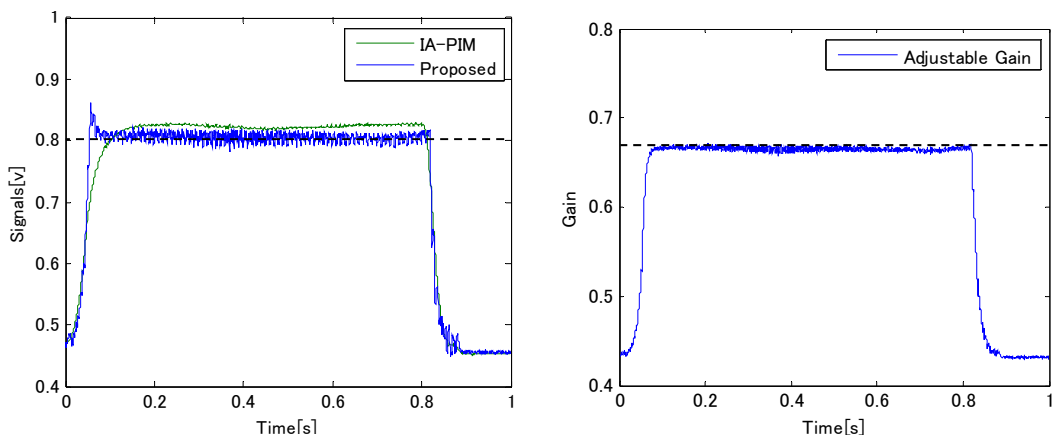


Fig. 6-11 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 1, Direct PIM 法).

続いて閉ループ系設計に周波数応答法を利用した定電流制御回路の実験結果を Figs. 6-12, 6-13 に示す. 図の見方はこれまでと同様である. まず Fig. 6-12 よりこの場合にも定常偏差の除去を実現できていることが確認できる. また, 過渡状態における追従偏差も IA-PIM 法に比べて小さくなっていることが確認できる. このシステムのバンド幅はそれほど広く取れていないため, Fig. 6-10 に示される Direct PIM 法の時のように規範入力の応答にプラント出力を追従させるには至っていない. しかし, 周波数応答法のシステムの場合には, 応答の速い振動極が無いことから, 励磁相切り替えのノイズなどの影響を受けにくいといえる. また, プラント入力と可変ゲインの時間応答を Fig. 6-13 で確認すると, 両方ともオーバーシュートを生じていないことが確認できる.

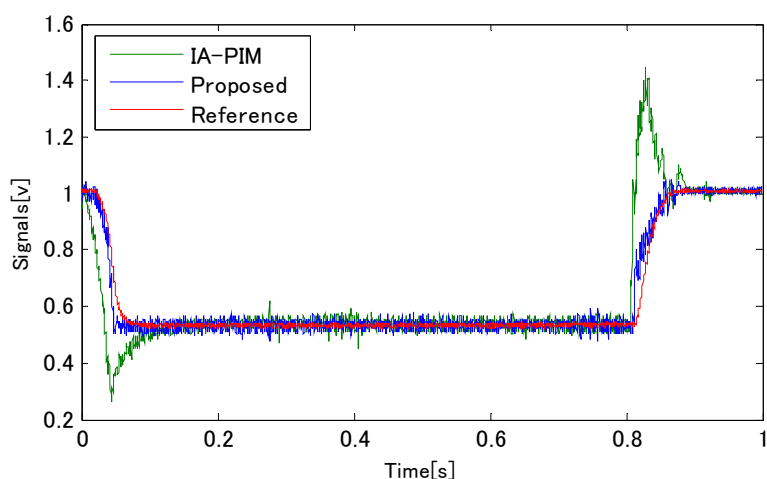


Fig. 6-12 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 1, 周波数応答法).

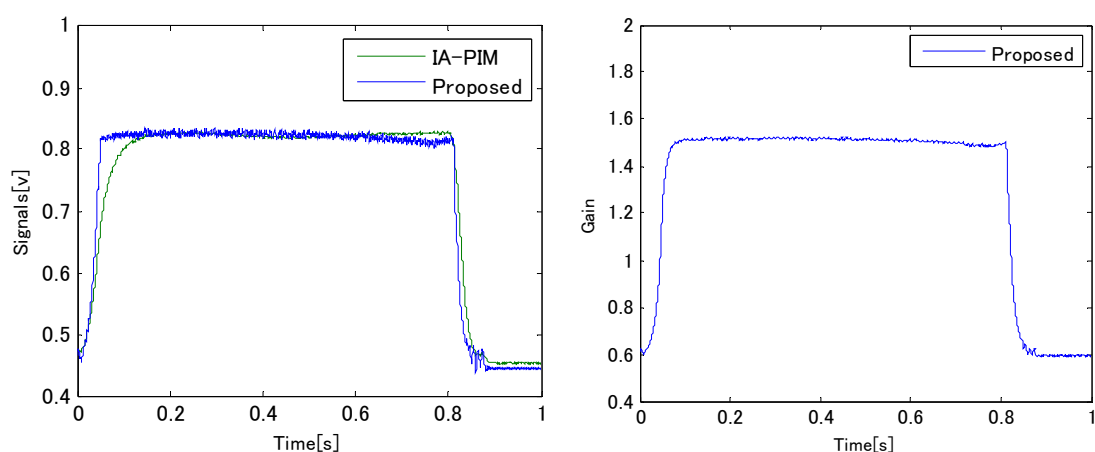


Fig. 6-13 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 1, 周波数応答法).

● Case 2: 飽和が生じる場合

次に飽和が生じるような駆動方式において、提案する可変型規範入力ゲインのスイッチング構造がプラント入力のワインドアップ現象を防げることを確認する。はじめに閉ループ系を PIM 法で設計した場合の定電流制御回路の実験結果を Figs. 6-14, 6-15 に示す。これらの図にも IA-PIM 法によるシステムの結果が合わせて示されており、図の見方はこれまでと同様である。プラント入力に飽和が生じる場合には Fig. 6-14 で示されるように定常偏差の除去を実現することができない。このとき Fig. 6-15 に示されるように積分制御システムでは制御偏差の蓄積によってプラント入力が発散する。一方で提案手法では、プラント入力に切替値に到達する時刻 0.05[s]付近において、右図でこの時刻を境に可変ゲインの挙動が変化しており、これによってプラント入力の発散を防いでいることが確認できる。Fig. 6-14 において時刻 0.8[s]以降の減速モードおよび Hold モードの時間応答を見ると、IA-PIM 法ではプラント入力の立ち下がりが遅れる影響で大きなオーバーシュートと振動を生じている。一方で提案手法では基準電流の動作に速やかに追従できていることが確認できる。

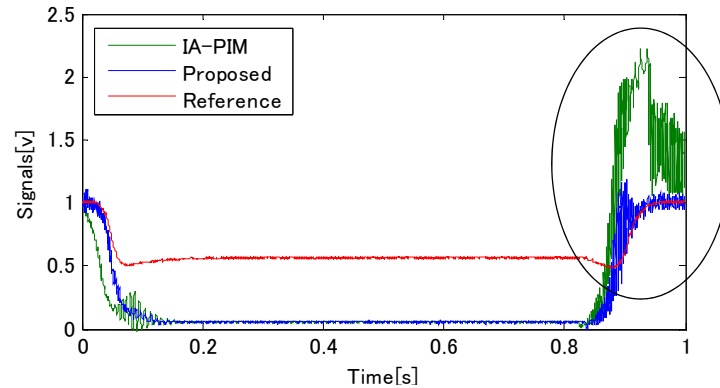


Fig. 6-14 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 2, PIM 法).

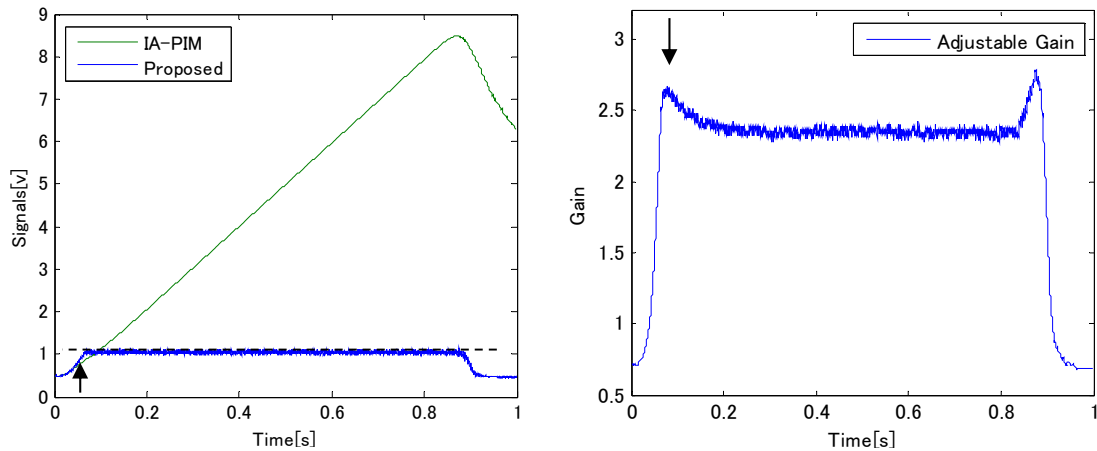


Fig. 6-15 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 2, PIM 法).

次に閉ループ系を Direct PIM 法で設計した場合について Figs. 6-16, 6-17 に示す. 図の見方はこれまでと同様である. Fig. 6-16 より, 飽和が生じる場合には偏差を除去することができていないことが確認できる. Fig. 6-17 左図よりプラント入力の変動を防げていることが確認できるが, 一方で右図に示されるように更新則のスイッチングによって大きな振動が生じている. このシステムはベッセル極が振動極となるためにスイッチングによるノイズの影響を強く受けると考えられる. 提案する可変型規範入力ゲインによる定電流制御法において, このスイッチングノイズの改善には2通りの方針がある. 1 つは単に高周波ノイズと捉え, 閉ループ系としてこれに影響されにくいシステムを設計し直すことである. もう1つはスイッチング構造としての改善を試みることである. スwitching構造による振動はチャタリングと呼ばれ, スライディングモード制御の枠組みで対応策が検討されている. チャタリングの改善法の1つとしてスイッチング制御則のゲイン値を下げる事が挙げられる. たとえば(6.17)式の適応ゲインを100と設定した場合に同一駆動条件下で実験を行うと, 基準電流と出力信号の時間応答はFig. 6-18のように, プラント入力と可変ゲインはFig. 6-19のようにそれぞれ得ることができる. このように適応ゲインを調節することでもチャタリングの影響はある程度抑えることができる. チャタリングの影響をより抑えるためには, 更新則の適応ゲインを複数用意して, スwitchingのための切替値の周辺では適応ゲインを小さく, それ以外の範囲では大きく取ることや, あるいは適応ゲインをプラント入力の関数として指定して, 更新則を連続的に変化させるなどの方法が考えられる.

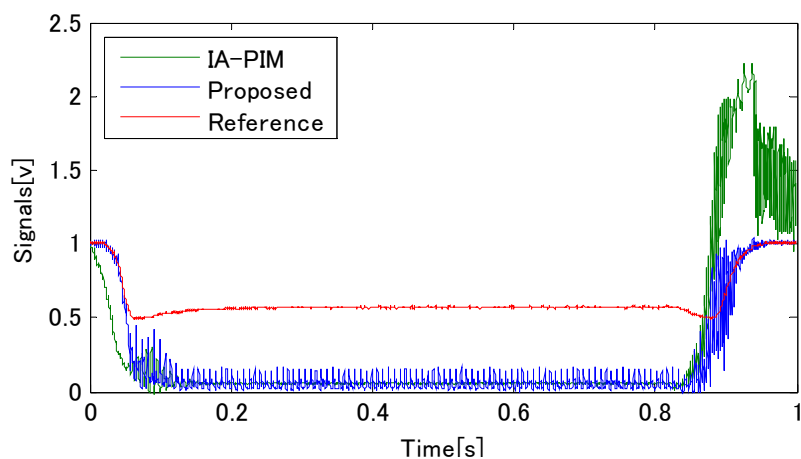


Fig. 6-16 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 2, Direct PIM 法).

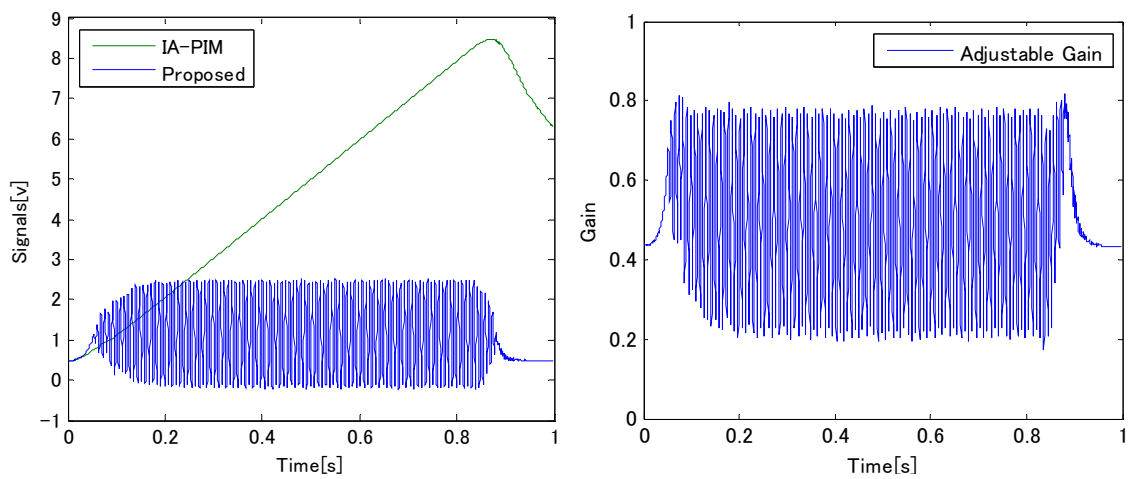


Fig. 6-17 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 2, Direct PIM 法).

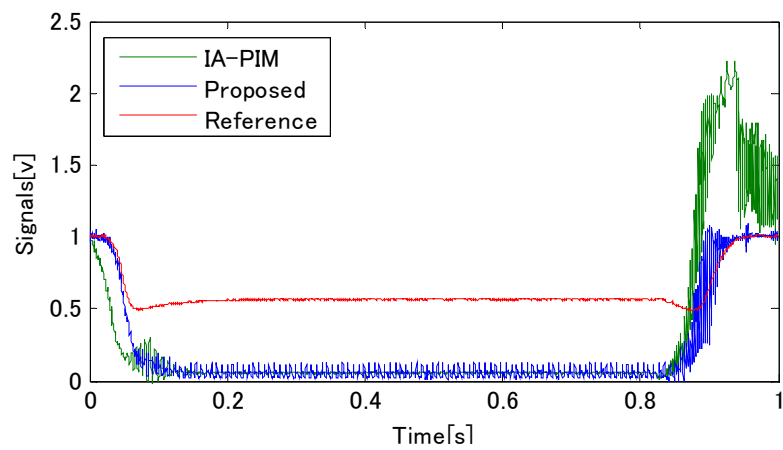


Fig. 6-18 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 2, Direct PIM 法,  $\Gamma=100$ ).

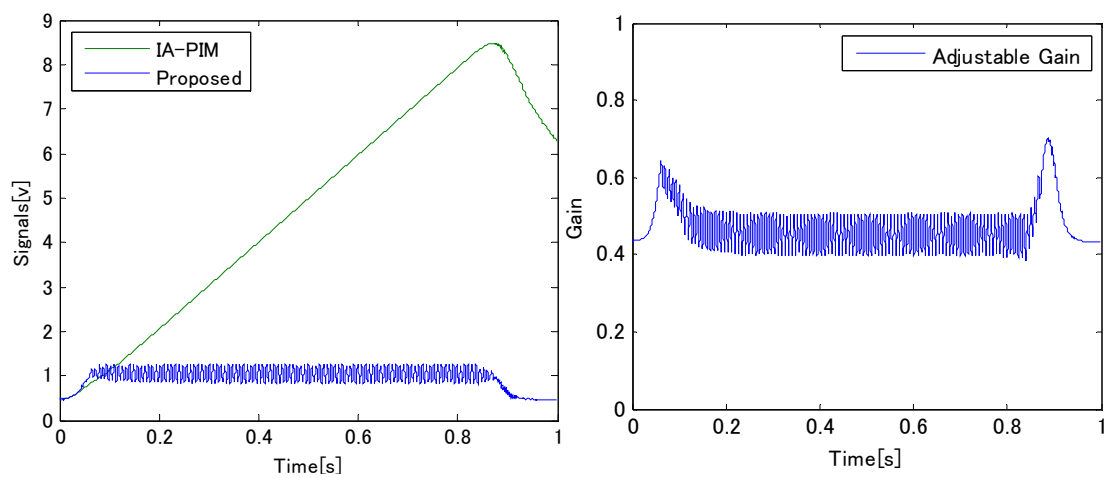


Fig. 6-19 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 2, Direct PIM 法,  $\Gamma=100$ ).



最後に周波数応答法で閉ループ系を設計した場合を示す. Fig. 6-21 左図より, プラント入力が切替値に到達するのは時刻 0.05[s] 付近である. 右図ではこの時刻より可変ゲインにチャタリングと思われる振動が始まっており, 更新則の切り替わりが確認できる. これにより, これまでと同様にスイッチング構造によってプラント入力のワインドアップを防いでいることが確認できる. これにより, 減速モードから Hold モードへの移行もオーバーシュートを生じることなく実行できていることが Fig. 6-20 で示されている. また, このシステムには応答の速い振動極がないために, 可変ゲインのチャタリングはプラント入力にほとんど影響していないことが Fig. 6-21 で確かめられる.

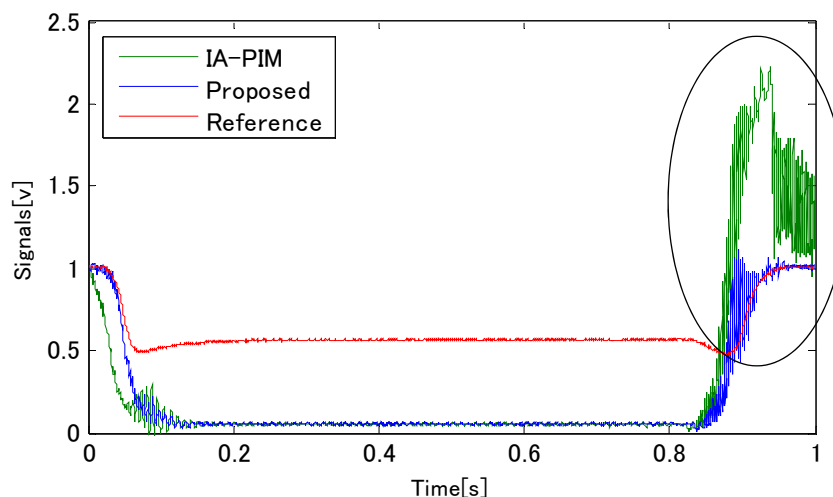


Fig. 6-20 基準電流  $r_k$  とプラント出力  $y_k$  (Case 2, 周波数応答法).

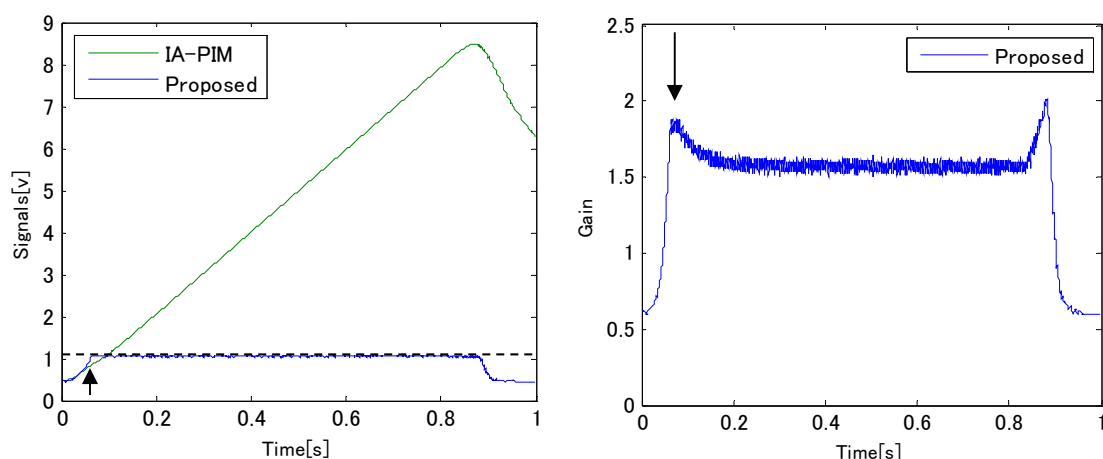


Fig. 6-21 プラント入力  $u_k$  と可変ゲイン  $\phi_k$  (Case 2, 周波数応答法).

以上の実験結果より、提案する可変型規範入力ゲインによる定電流制御法では閉ループ系をどのような方針で設計してもステッピングモータの定電流制御を実現できることが示された。この設計自由度の高さによって、従来の IA-PIM 法に比べて過渡特性の良いシステムを設計できるようになった、また設計終了後であっても適応ゲインの調節によってある程度の仕様変更は簡単に行えるようになった。提案手法ではさらに飽和によるプラント入力のワインドアップ問題についても、閉ループ系の安定性に影響を与えることなく解決することができる。ステッピングモータは実装されるシステムによって要求される特性が大きく異なるために、本章で実機実験によって示されたような、提案する定電流制御法の持つ自由度の高さは大きな利点である。

なお可変ゲイン更新則を長時間実行するような駆動条件の実験も行ったが、どのシステムにおいてもバーストと呼ばれる可変パラメータの発散は生じなかった。

#### 6.4 まとめ

本章では可変型規範入力ゲインを利用したステッピングモータのデジタル定電流制御法を提案した。これによると安定な閉ループ系をどのような方針、手法で設計しようとも、可変型規範入力ゲインによって定電流制御を実現できることが示された。また、この方法によると閉ループ系の安定性はそのままに、更新則の適応ゲイン $\Gamma$ によってシステムの過渡応答や低速回転時の特性などを変更することも確認された。

ステッピングモータは実装するアプリケーションによって要求される特性が大きく異なる。提案したデジタル定電流制御法では基準電流とプラント出力の定常偏差を除去するために閉ループ系が内部モデル原理を満たしている必要はなく、したがって過渡応答のみに注目して閉ループ系設計を実行できる。また設計が終了した後も、可変ゲイン更新則の適応ゲイン $\Gamma$ によって閉ループ系の安定性に影響することなく過渡応答の調整が可能である。このように従来のアナログ定電流制御回路や IA-PIM 法によるシステムに比べて設計の自由度が高く、なおかつ実装時の特性変更も容易に行える提案手法は、ステッピングモータの定電流制御法として非常に適しているといえる。

## 第7章 結論

本稿で扱った内容を振り返ってまとめ、本研究の結論を述べる。

### ● 本稿の内容のまとめ

3 章ではステッピングモータの回転動作の解析と実験装置の動作解析を行った。特に実験装置の定電流制御システムがプラントとして考慮すべき範囲の特性に注目し、周波数応答によるシステム同定を実行してプラントの伝達関数モデルを得た。

4 章では実験装置のステッピングモータとドライバに対して、この駆動系の制御目標を実現するようなデジタル定電流制御法を提案した。実験装置では定常状態における偏差の除去が目標となっている。この目標に対して、一般的には実験装置のように積分器を利用する定電流制御回路が実装される。これに対して提案するデジタル定電流制御法では、閉ループ電流制御系のゲイン近似および可変ゲインによるフィードフォワード補償によって、制御目標を実現した。

5 章では 4 章の手法を理論的に考察し、閉ループ系における規範入力と出力の定常偏差を除去する一般的方法として可変型規範入力ゲインの利用を提案した。この方法は、可変ゲインによって規範入力を調節し、制御システムの定常プラント入力が望ましい値となるように操作するものである。

6 章では 5 章で扱った可変ゲインを利用する、可変型規範入力ゲインによるデジタル定電流制御法を提案し、実機実験を通じて従来の IA-PIM 法との比較を行った。

### ● 本研究の結果と貢献

本研究の貢献の中でも特徴的なものは、5 章で提案した可変型規範入力ゲインによる定常偏差の除去法である。この方法において可変型規範入力ゲインは、単純適応制御システムのように閉ループ系に対してフィードフォワード的に接続される構造となっている。ただし従来の適応制御システムと異なり、可変システムを定常偏差の除去という 1 点に絞って利用するものである。これによりプラントの ASPR 性が不要となり、実システムへの導入が容易となった。本稿では提案手法の有効性を示すために数値例題として正の複素極と実零点を持つプラントを扱った。このプラントは明らかに ASPR 条件を満たしていないが、シミュレーション結果より、このようなプラントに対しても提案手法によって定常偏差の除去を実現できることが示された。デジタル制御システムによると、ある制御問題に対して従来の連続時間制御システムでは実現できなかった

様々なアプローチを取ることができる。5章の可変型規範入力ゲインは積分制御に代わる手段と成り得るものであり、今後さらに様々なシステムへの応用が期待できる。

6章では5章で得た可変型規範入力ゲインを利用してステッピングモータのデジタル定電流制御法を提案した。ステッピングモータの電子回路モデルが積分特性を持たないため、従来の定電流制御法では積分器を用いて閉ループ系を構成する必要があった。このときの閉ループ系設計では、積分極も含めて安定化や特性を検討しなければならなかった。これに対して可変型規範入力ゲインによる定電流制御法は、閉ループ系に微分要素がなく、安定であれば適用することができ、この点においてシステム設計の自由度が高い。6章では実際に可変型規範入力ゲインを利用したデジタル定電流制御回路設計を行い、3通りの制御システムを得た。得られたシステムではいずれも制御偏差の除去という最大の目標を達成できており、提案手法の汎用性を示すことができた。ステッピングモータは利用するアプリケーションによって要求される特性が異なる。そのため、定電流制御を達成しながらも、その他の要求に合った閉ループ系を独立して設計できる提案手法は、ステッピングモータの電流制御回路の設計法として非常に適したものであるといえる。

## 謝辞

筑波大学 システム情報系 知能機能工学域 教授 堀 憲之 先生には、指導教員として研究の進め方や論文の執筆、国際会議での発表準備などに至るまで終始丁寧なご指導を頂きました。また直接のご教授のみならず、日頃のゼミや研究テーマの議論における、堀先生の学問に対する真摯な姿勢から数多くの事を学ばせて頂きました。ここに深く感謝いたしますと共に、心より御礼を申し上げます。

本論文を執筆するにあたり、筑波大学 システム情報系 知能機能工学域 教授 坪内 孝司 先生、同 准教授 望山 洋 先生、同 准教授 川村 洋平 先生、ならびに同大学 システム情報系 構造エネルギー工学域 教授 磯部 大吾郎 先生には、論文内容や発表に関して様々な視点や角度から鋭いご指摘や貴重なご助言を頂きました。心より御礼を申し上げます。

McGill 大学 工学部 機械工学科 教授 Mayer Nahon 先生には、本研究の内容について貴重なご意見を頂きました。それだけでなく、Nahon 先生の研究室に短期留学する機会を与えて下さり、そこで様々な体験をさせて頂きました。ここに深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、株式会社メレック 中出 高史 氏 を始めとする技術開発 3 課の皆様には実験機材をご提供頂いただけでなく、モータに関わる関連技術や、制御のアイデアなどについて、実用現場の視点から多くのご助言を頂きました。ここに深く感謝いたします。

一般財団法人 関彰育英会の皆様には、経済的なご支援を頂くに留まらず、交流会という形で異なる研究分野でご活躍されている方々とお話する機会を設けて頂きました。心より御礼を申し上げます。

デジタル制御研究室 OB の坂本 崇 氏、Nguyen Van Triet 氏には、研究に限らず様々な面でいつも温かいアドバイスを頂きました。日々の研究生活におきましては、デジタル制御研究室の皆様との普段の何気ない会話が研究のヒントとなることも多く、特に同期である河合 新 氏とは、良き友人としても充実した時間を過ごさせて頂きました。ここに深く感謝いたします。

最後に、博士後期課程への進学を快諾し、温かく見守って下さった両親を始めとする家族に、心からの感謝をいたします。

## 参考文献

- [1] K. J. Åström and K. Årzén, “Computer Control : An Overview,” *IFAC Professional Brief*, pp. 1–93, 2002.
- [2] D. Tabak, “Digitalisation of control systems,” *Computer-Aided Design*, vol. 3, no. 2, pp. 13–18, 1971.
- [3] H. Hanselmann, “Implementation of digital controllers—A survey,” *Automatica*, vol. 23, no. 1, pp. 7–32, 1987.
- [4] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems Second Edition*, Second Edi. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1995.
- [5] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman, *Digital Control of Dynamic Systems 2nd Edition*. Addison-Wesley, 1980.
- [6] K. Rattan, “Digitalization of existing continuous control systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 29, no. 3, pp. 282–285, 1984.
- [7] R. A. Kennedy and R. J. Evans, “Digital redesign of a continuous controller based on closed loop performance,” *Proc. IEEE Conference on Decision and Control 1990*, pp. 1898–1901, 1990.
- [8] J. P. Keller and B. D. O. Anderson, “A new approach to the discretization of continuous-time controllers,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 2, pp. 214–223, 1992.
- [9] A. Markazi and N. Hori, “A New Method with Guaranteed Stability for Discretization of Continuous-Time Control Systems,” *Proc. American Control Conference 1992*, pp. 1397–1402, 1992.
- [10] M. K. Sain and C. B. Schrader, “The role of zeros in the performance of multiinput, multioutput feedback systems,” *IEEE Transactions on Education*, vol. 33, no. 3, pp. 244–257, 1990.
- [11] I. Sejimo and N. Hori, “Models for PIM Digital Redesign of a Stepping Motor Current Regulator,” *Proc. SICE Annual Conference 2004*, pp. 355–360, 2004.
- [12] R. F. Whitbeck and L. G. Hofmannf, “Digital Control Law Synthesis in the w’ Domain,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 1, no. 5, pp. 319–326, 1978.
- [13] J. T. Tou, *Digital and Sampled Data Control Systems*. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [14] R. H. Middleton, “Improved Finite Word Length Characteristics in Digital Control Using Delta Operators,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 31, no. 11, pp. 1015–1021, 1986.
- [15] J. Y. Hung, W. Gao, and J. Hung, “Variable structure control: a survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 1, pp. 2–22, 1993.

- [16] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212–222, 1977.
- [17] G. M. Aly and W. G. Ali, "Digital design of variable structure control systems," *International Journal of Systems Science*, vol. 21, no. 8, pp. 1709–1720, 1990.
- [18] J. Aseltine, A. Mancini, and C. Sarture, "A survey of adaptive control systems," *IRE Transactions on Automatic Control*, vol. 6, no. 1, pp. 102–108, 1958.
- [19] K. J. Åström, "Theory and applications of adaptive control—A survey," *Automatica*, vol. 19, no. 5, pp. 471–486, 1983.
- [20] R. Hirschorn, "Sliding-Mode Control Variations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 3, pp. 468–480, 2007.
- [21] K. D. Young, V. I. Utkin, and U. Ozguner, "A control engineer's guide to sliding mode control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 328–342, 1999.
- [22] J.-L. Shi, T.-H. Liu, and Y.-C. Chang, "Adaptive controller design for a sensorless IPMSM drive system with a maximum torque control," *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 153, no. 6, p. 823–833, 2006.
- [23] M. A. Henson and D. E. Seborg, "Adaptive nonlinear control of a pH neutralization process," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 2, no. 3, pp. 169–182, 1994.
- [24] P. Tomei and C. M. Verrelli, "A nonlinear adaptive speed tracking control for sensorless permanent magnet step motors with unknown load torque," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 22, no. 3, pp. 266–288, 2008.
- [25] H. Fakham, M. Djemai, and K. Busawon, "Design and practical implementation of a back-EMF sliding-mode observer for a brushless DC motor," *IET Electric Power Applications*, vol. 2, no. 6, pp. 353–362, 2008.
- [26] A. Steinberg and M. Corless, "Output feedback stabilization of uncertain dynamical systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 30, no. 10, pp. 1025–1027, 1985.
- [27] I. Barkana, "Simple Adaptive Control - A Stable Direct Model Reference Adaptive Control Methodology - Brief Survey," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 28, no. 7–8, pp. 567–603, 2014.
- [28] Z. Iwai, I. Mizumoto, and Mingcong Deng, "A parallel feedforward compensator virtually realizing almost strictly positive real plant," *Proc. IEEE Conference on Decision and Control* 1994, pp. 2827–2832, 1994.

- [29] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*. Dover Publications Inc., 2012.
- [30] L. M. Fridman, “An averaging approach to chattering,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 8, pp. 1260–1265, 2001.
- [31] P. Acarnley, *Stepping Motors a guide to theory and practice 4th edition*. IET control Engineering Series 63, 2001.
- [32] M. Bendjedia, Y. Ait-Amirat, B. Walther, and A. Berthon, “Position Control of a Sensorless Stepper Motor,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 2, pp. 578–587, 2012.
- [33] S. Peresadas and R. Marino, “Nonlinear Adaptive Control of Permanent Motors,” vol. 31, no. 11, pp. 1595–1604, 1995.
- [34] M. Fukuzawa, N. Hori, and I. Sejimo, “Reducing the Sampling-Rate of Digital Driver for a Stepping-Motor by Frequency-Response Reshaping,” *Proc. Int. Conference CARs & FOF*, 2005.
- [35] K. J. Astram and L. Rundqwist, “Integrator Windup and How to Avoid It,” *Proc. American Control Conference* 1989, pp. 1693–1698, 1989.
- [36] G. C. Goodwin and R. H. Middleton, *Digital Control and Estimation - A Unified Approach*. Englewood Cliffs, N. J. : Prentice-Hall, 1990.
- [37] R. Golden, “Digital filter synthesis by sampled-data transformation,” *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, vol. 16, no. 3, pp. 321–329, 1968.
- [38] C. M. Rader and B. Gold, “Digital Filter Design Techniques in the Frequency Domain,” *Proc. IEEE*, vol. 55, pp. 149–171, 1967.
- [39] N. Hori, R. Cormier Jr., and K. Kanai, “Matched pole-zero discrete-time models,” *IEE Proceedings D, Control Theory and Applications*, vol. 139, no. 3, pp. 273–278, 1992.
- [40] V. Kučera, “Diophantine equations in control—A survey,” *Automatica*, vol. 29, no. 6, pp. 1361–1375, 1993.
- [41] P. L. Charles and H. D. Royce, *Feedback Control Systems*, Third. Prentice-Hall Inc., 1996.
- [42] A. O. Babatunde and H. R. W., *Process Dynamics, Modeling, and Control*. Oxford University Press, 1994.
- [43] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 4th Editio. Prentice-Hall Inc., 2002.
- [44] R. E. Andeen, “The principle of equivalent areas,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part II: Applications and Industry*, vol. 79, no. 5, pp. 332–336, 1960.
- [45] 家子達, “目標値応答特性に着目したデジタル再設計法の提案とその応用,” 博士論文, 1999.



- [46] 金井喜美雄 and 堀憲之, デジタル制御システム入門 - デルタオペレータの適用. 槇書店, 1992.
- [47] 金井喜美雄, フライトコントロール. 槇書店, 1985.
- [48] J. R. Martinez, “Transfer Functions of Generalized Bessel Polynomials,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 24, no. 6, pp. 325-328, 1977.

## 著者文献

### ・学位請求に関連のあるもの

[J1] K. Yagi, N. Hori, and M. Nahon, “Experimental Verification of a Practical Digital Driver with Switched Gain-Tuning for Five-Phase Stepping Motors,” Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol. 39, No. 2, pp. 239-252, 2015.

[C1] K. Yagi and N. Hori, “A study on Loss-of-Synchronism in Stepping Motors based on Equilibrium Rotor-Angles,” Proc. IEEE IECON2015, pp. 327-332, Yokohama, Japan, Nov., 2015.

[C2] K. Yagi and N. Hori, “Steady-State Error-Compensation by Feedforward-Gain Tuning for Digital PIM Current Regulation of a Stepping-Motor Driver,” IASTED Int. Conference on Modeling, Identification, and Control 2016, (6 pages), Innsbruck, Austria. (To be presented in February, 2016)

### ・学位請求に関連の無いもの

[C3] K. Yagi and N. Hori, “Prediction of loss-of-synchronism for a five-phase stepping motor,” SICE Annual Conference 2011, pp. 2754-2759, Tokyo, Japan, Sep., 2011.

[C4] K. Yagi and N. Hori, “Prevention of Loss-of-Synchronism in Stepping Motors Through Self-Tuning Current Regulation,” IASTED Int. Conference on Control and Applications 2012, pp. 343-348, Crete, Greece, June, 2012.

[C5] M. Ishizawa, K. Yagi, and N. Hori, “Design of a fail-safe mechanism for a five-phase stepping motor,” SICE Annual Conference 2013, Position Paper, pp. 967-972, Nagoya, Japan, Sep., 2013.



## 付録 ステッピングモータの脱調現象に関する研究

ステッピングモータの実用時に問題となる、脱調と呼ばれる現象に関する考察資料を付録として添付する。この内容は著者文献[C1]の一部にて発表済みである。

### A.1 はじめに

制御装置のアクチュエータとして同期式モータを利用する場合には、脱調への対応を考慮する必要がある。ステッピングモータも例外ではなく、実用現場では脱調をどのように扱うかが必ず検討される。ステッピングモータは回転指令パルス信号に同期した回転を行うモータであるから、ステッピングモータにおける脱調とは、パルス信号と回転角の同期が損なわれることを指す。脱調の主な原因は急加速あるいは急減速指令と、外部負荷トルクである。パルス信号の周波数を急激に上昇あるいは低下させると、慣性モーメントの存在によって励磁コイル相の切り替えにロータの回転が追従できなくなる。このとき、パルス信号数と回転角の同期が損なわれる。あるいは励磁コイル相に関係なく、外部トルクによってロータが回転させられたときにも、同期が損なわれる。

脱調はセンサレス位置決め制御を不可能にする欠点である一方で、動作ライン上に人や異物が挟まった時のセーフティ機構[C5]として働く一面もある。したがって、場面によっては外部負荷に対して無理に出力トルクを上昇させて脱調を回避するよりも、逆にトルクを切って脱調を発生させてしまった方がよいこともある。脱調のこうした面を考慮すると、実用現場において最も汎用性の高い脱調対応策は、その発生をセンサレスで検出する機能である。

これまでに駆動回路の内部信号を利用した脱調の検出法が考案されてきた。しかしこのような脱調検出法は、脱調が電気信号に及ぼす影響に基づいた試行錯誤的なものである。脱調が生じる場合には必ず電気信号に影響が現れるという暗黙裏の仮定があり、その仮定の妥当性に関する議論もされていない。したがって、脱調発生を完全に検出できる保証はなく、また誤判定が無いという保証もない。脱調は、本来は電氣的な現象ではなく、ロータの運動によって生じる機械的な現象である。すなわちコイル相の励磁パターンによって決められた位置と実際のロータ角との関係から、その発生を定義、議論されるべきものである。しかし、脱調本来のメカニズムというものに踏み込んで解析を行った研究報告はこれまでにない。このため、そもそもの脱調の定義自体が曖昧であり、このような曖昧なものに対して試行錯誤的に対応策を検討しているのが現状である。

ここでは 3 章で得た回路方程式および運動方程式をもとに、ロータ角平衡点に基づくステッピングモータの脱調現象の考察を行う。脱調現象をロータ角平衡点の観点から定義付けし、さらにその発生条件を導出する。なお付録の内容はすべて連続時間領域における考察である。そのため、システムや信号に上付きバーを加えないものとする。

## A.2 脱調の定義と発生条件[C1]

3 章の考察でステッピングモータの安定なロータ角平衡点は(3.14)式で得られることがわかった。パルス信号が 1 つ入力されると(3.1)式の目標角が変わり、これにともなって(3.14)式で表される安定なロータ角平衡点もすべて変動する。

脱調はパルス信号数とステップ角数の同期が損なわれることであるとされている。パルス信号数とステップ角数の同期が実現されている時、現在のロータ角は時間の経過とともに目標角に収束する。一方で現在のロータ角が目標角以外の安定な平衡点に収束した時、パルス信号数とステップ角数の同期が損なわれており、この状態が脱調と呼ばれる。すなわち、脱調が発生した場合には、(3.14)式において  $l \neq 0$  で表される位置に停止していることになる。このようにロータ角平衡点に基づいて考察すると、ステッピングモータの脱調現象は次のように定義することができる。

### 定義 A.1

ステッピングモータにおいて、現在のロータ角  $\theta$  が(3.1)式で指定される目標角  $\theta_{\text{ref}}$  以外の、いずれかの安定な平衡点に収束した状態を脱調と呼ぶ。

定義 A.1 は現在のロータ角がいずれかの平衡点に収束した時点で、その位置によって脱調の有無を判断できるものである。したがって、回転動作が継続している間はこの定義によって脱調を判断することはできない。このことは従来の感覚的な理解である、パルス信号数とステップ角数の同期、という点に基づいても同様のことがいえる。この同期状態が真に実現されているかを判断するためにはロータ角がいずれかの平衡点に収束するのを待たなければならない。しかし、ロータ角平衡点に基づいた定義 A.1 では、ロータダイナミクスの存在を導入して、ある平衡点への到達条件を考慮することができる。具体的には、角速度や角加速度といったロータの状態を考慮して、目標角以外の安定な平衡点に到達する条件を考察することで、これを脱調の発生条件として導出することができる。このようにして得られた脱調の発生条件は、機械系における脱調のメ

カニズムをとらえているため、負荷トルクや無理な加速、減速などといった脱調発生原因の別なく適用することができる。ここでは現在のロータ角が目標角に収束する場合を中心に据えて、ロータダイナミクスの組み合わせについての場合分けを行う。

現在のロータの状態(角度, 角速度)と、ステップ状に変化する収束目標角とのある時間間隔における状態との差を取り、これを誤差方程式として(A.1), (A.2)式のように定義する。

$$e = \theta - \theta_{eq} \quad (\text{A.1})$$

$$\dot{e} = \dot{\theta} \quad (\text{A.2})$$

ただし(A.1)式の $\theta_{eq}$ は(3.14)式で表されるロータ角平衡点であり、同期状態では $\ell=0$ として $\theta_{eq}=\theta_{ref}$ である。ロータの回転運動系へのトルク入力 $T$ はロータ角の関数であり、(3.15)式で定義される不安定な平衡点を境にして、その方向が切り替わる。脱調が発生するための必要条件として次式がいえる。

$$|e| > \frac{\pi}{N_r} \quad (\text{A.3})$$

(A.3)式は現在のロータ角と目標角とのずれが $\pi/N_r$ より大きくなったとき、(3.2)式の運動方程式におけるトルクの符号が切り替わることを意味している。すなわち、コイル相電流によって生じるトルクが、ロータを目標角以外の安定な平衡点に引きつけるように働くようになる。

脱調とロータダイナミクスの関係を考察するため、関数 $V$ を次のように定義する。

$$V(e, \dot{e}) = \frac{1}{2}(e^2 + \dot{e}^2) > 0 \quad (\text{A.4})$$

定義した関数 $V$ はロータが目標角に収束したときのみ0となり、他の状態では正の値となるから定義2.1より正定関数である。この $V$ の時間に関する変化量は次式のように得られる。

$$\dot{V}(e, \dot{e}) = e \cdot \ddot{e} + \dot{e} \cdot \ddot{e} \quad (\text{A.5})$$

ここで $\dot{V}$ が負定関数であるとき、正定関数 $V$ はリアプノフ関数となり、ロータは目標角に収束することが保証される。一方で $\dot{V}$ が負定関数とならない場合には、ロータが目標角に収束する場合もあるし、しない場合もある。いま脱調発生条件として導出した結論は $\theta$ が $\theta_{ref}$ に収束しない場合を示す条件である。したがって $\dot{V}$ の符号を決定する3

つの要素( $e, \dot{e}, \ddot{e}$ )について、それぞれの符号の組み合わせで得られる全 8 通りの場合のロータの振る舞いを確認する。得られた結果を Table A-1 に示す。

**Table A-1** ロータダイナミクスの全ての組み合わせ.

Case	$e$	$\dot{e}$	$\ddot{e}$	$e\dot{e}$	$\dot{e}\ddot{e}$	$\dot{V}$
1	+	+	+	+	+	+
2	-	-	-	+	+	+
3	+	+	-	+	-	
4	-	-	+	+	-	
5	+	-	+	-	-	-
6	-	+	-	-	-	-
7	+	-	-	-	+	
8	-	+	+	-	+	

Case 1, 2 は 3 つの要素の符号がすべて一致している場合である。このとき、 $e$  と  $\dot{e}$  の両方が発散する。したがって時間が経過すると、ある時刻で脱調が発生する。Case 5, 6 は定義した正定関数  $V$  がリアプノフ関数となる場合である。このときロータ角は目標角へ収束することが保証され、脱調は発生しない。Case 3, 4 および Case 7, 8 は各要素の大きさ次第で  $\dot{V}$  の符号が変化するため、この段階では脱調発生の有無を判断することはできない。ただしステッピングモータの仕組上、Case 3, 4, 7, 8 より時間が経過し、ロータが目標角へ収束するならば状態は必ず Case 5, 6 を経由するし、脱調が発生するならば必ず Case 1, 2 を経由することが言える。したがって、脱調発生を判断するためには Case 1, 2 を考慮すればよいことになる。以上より、ロータの 3 つの情報(角度、角速度、角加速度)について次の 3 つの条件が成り立つ場合に、脱調が発生すると判断できる。

$$\text{条件(a): } |e| > \frac{\pi}{N_r}$$

$$\text{条件(b): } e \cdot \dot{e} > 0$$

$$\text{条件(c): } \dot{e} \cdot \ddot{e} > 0$$

なお、ここで導出した脱調発生条件はすぐにセンサレスで実用できるものではない。しかし、脱調が発生する時のロータの状態が解明されたことで、これまでに行われてきた内部信号による脱調検出法の精度向上に大きく貢献できる。

### A.3 シミュレーション

前節で導出したステッピングモータの脱調発生条件の正当性を確認するために、シミュレーションを行う。Table A-2 に示される、本研究で使用した実験装置のパラメータをモデルパラメータとして利用する。

**Table A-2 モデルパラメータ.**

慣性モーメント[kgm <sup>2</sup> ]	$2.8 \times 10^{-5}$	ロータ歯数	50
粘性摩擦係数[Nms]	$1.0 \times 10^{-2}$	1 ステップ角[deg]	0.72
トルク定数[Nm/A]	0.1975	インダクタンス[H]	$4.2 \times 10^{-3}$
		巻線抵抗[Ω]	1.43

Table A-2 のパラメータを 3 章で導出したシミュレーションモデルに設定する。さらにこのモデルに、条件(a)~(c)の脱調条件に基づく脱調診断ブロックを加える。このブロックは(a)~(c)がすべて成立しているときに  $H_i$  を出力し、それ以外は  $Low$  を出力する。また脱調診断ブロックの  $H_i$  から  $Low$  への立ち下がりトリガーとして、(3.14)式の整数  $l$  が 1 ずつ更新されるように設定する。脱調が発生するとロータが収束する平衡点が目標角から 1 つずつ隣にずれていくが、この更新操作により(A.1)式において、その時点でロータが向かっている平衡点を表すことができるようになる。したがって、最初の目標角からどのくらいずれた平衡点にロータ角が収束するのかを過渡状態で予測することができる。

ステッピングモータの脱調発生シミュレーションは、システムが連続時間系であるとして実行される。ソルバには ode4 (Runge-Kutta)を使用し、固定ステップサイズは 1[μs]とした。脱調発生シミュレーションは様々な駆動条件の下で行ったが、ここでは次の Table A-3 に示す駆動条件で得られた結果をもとにして、導出した脱調発生条件について考察する。なお、回転モードの駆動方式は Fig. 1-3 に示される矩形駆動である。

**Table A-3 駆動条件.**

	Hold モード	定速回転モード
パルス周波数 [Hz]	0	500
入力電圧 [v]	4	15
負荷トルク [Nm]	1	1.92
負荷継続時間 [s]	0.01	0.01



はじめに Hold モードの結果を Figs. A-1, A-2 に示す. どちらも上側が目標角とロータ角の時間応答であり, 下側が脱調判断ブロックの論理値信号(LOS 信号)である. なお Fig. A-2 は Fig. A-1 において, 脱調が発生する時刻 0.05[s]前後の拡大図である. 黒線が目標角, 青線が現在のロータ角, 赤線が LOS 信号である. Hold モードではロータの目標角は 0[deg]である. トルク負荷は 0.04[s]の時点から入力が始まり, 0.05[s]まで継続する. 図中に青線で示されているロータ角の応答を確認すると, 0.05[s]付近で-3.6[deg]まで移動して条件(a)が達成される. 応答の波形から, すでに条件(b)と(c)が満たされていることが確認されるが, LOS 信号自体は条件(a)の達成を待って  $H_i$  を出力している. その後の時間応答より, ロータ角は目標角の隣の平衡点である -7.2[deg]に向かい, 収束していることが確認できる. 従来の定義ではこの収束が完了した時点で初めて脱調発生の有無を判断できるようになるが, 導出した条件を利用すると, このように過渡応答においても脱調の発生を判断することができる. なお LOS 信号は 0.05[s]で立ち下がっているが, これは LOS 信号によってロータが向かっている平衡点が更新されたからであり, 脱調状態から同期状態に復帰することを示すものではない.

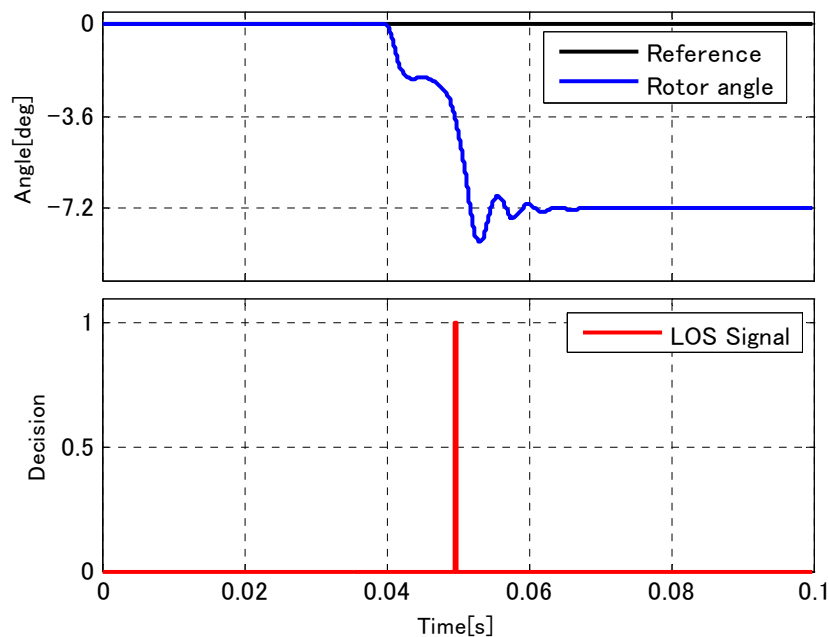


Fig. A-1 Hold モードにおける脱調判定.

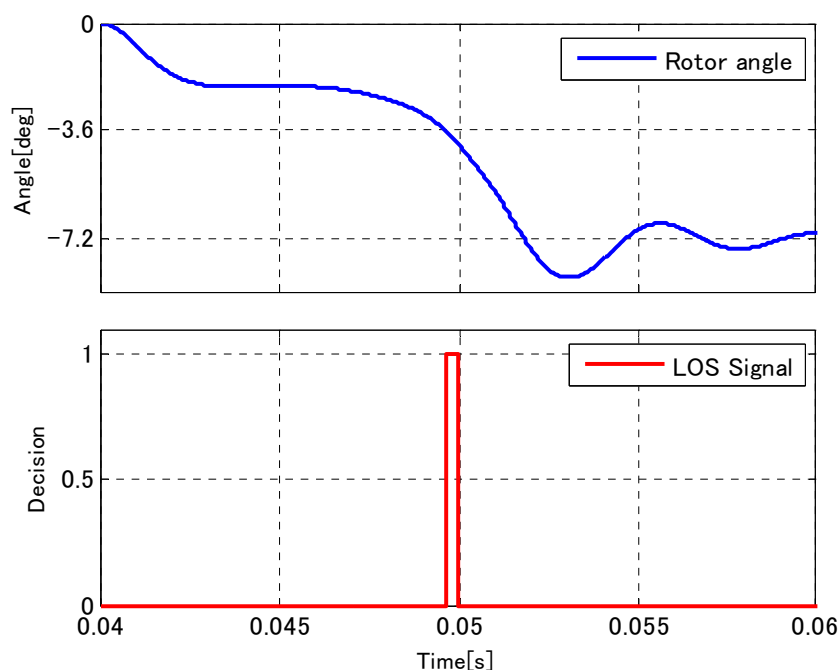


Fig. A-2 Hold モード脱調発生付近の拡大図.

続いて定速回転モードの結果を Fig. A-3, A-4 に示す. いずれも Hold モードの時と同様に図中の黒線が目標角を表しており, 青線が現在のロータ角, 赤線が LOS 信号を表している. トルク負荷は 0.095[s]から 0.105[s]の間で加えられている. 脱調の発生が判断されると, (A.1)式の平衡点の更新が行われる. Fig. A-4 の下図によると, 今回のシミュレーションでは収束する平衡点が 3 回移動したことになる. 安定な平衡点は 7.2[deg]間隔であるから, 3 回の移動では目標角から 21.6[deg]ずれることになる. グラフから読み取れる, 収束したロータ角と目標角との差は 21.6[deg]である. したがって, 脱調発生条件が適切に働き, 過渡状態においてロータ角が向かっている平衡点を予測できたといえる.

なお LOS 信号の立ち下がり,  $\ddot{\theta}$  の符号が変化して条件(c)が解除されることで実現される. ところがステータトルクの最大値に対して 5~6 倍の負荷トルクが加わっている場合, 一度条件(a)~(c)が成立したのちに  $\ddot{\theta}$  の符号が変化せず, LOS 信号が常に  $Hi$  となる. このとき LOS 信号自体は  $Hi$  となるため, 過渡状態において脱調発生の有無は判断できないが, 一方でロータが収束する平衡点を予測することはできない.

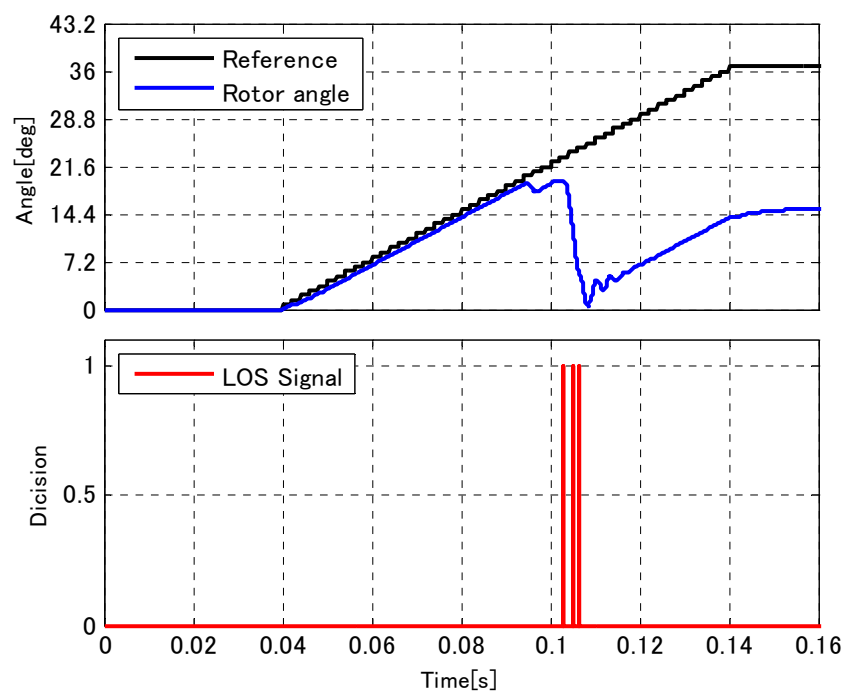


Fig. A-3 定速回転モードの脱調判定.

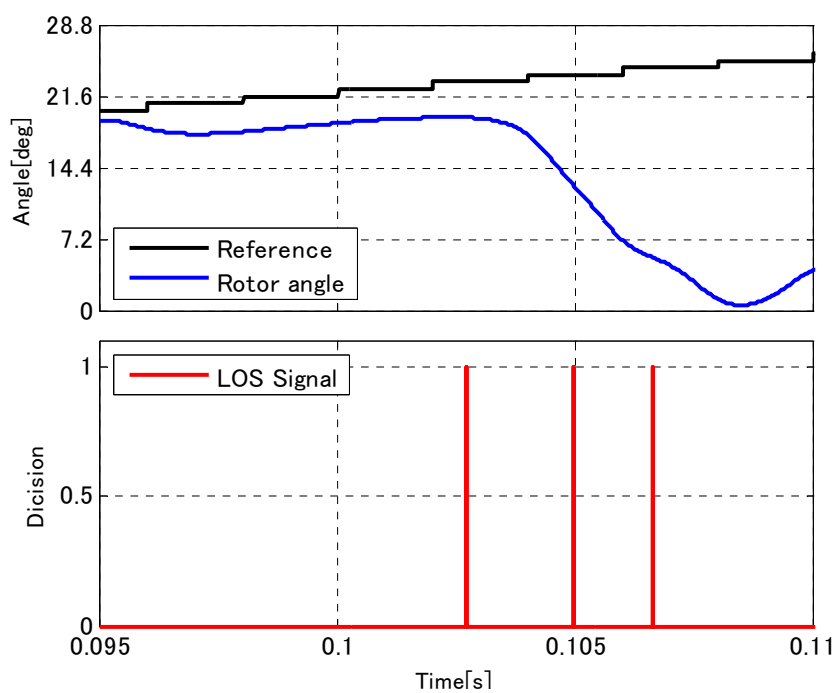


Fig. A-4 定速回転モード脱調発生付近の拡大図.

ステッピングモータにおいて条件(a)の成立は、コイル相がロータ角運動方程式に入力するトルクの符号の向きが変わることを意味する。脱調発生を判断する実用上は、ほとんどの場合で条件(a)のみを使用すれば十分と思われるが、理論上は条件(a), (b), (c)すべてが満たされた時に初めて脱調が発生する。すなわち導出した脱調発生条件を用いると、実用上のケースとしては多くないものの、条件(a)のみではカバーできない範囲の誤判定を防ぐことができる。参考として、条件(a)を満たしながらダイナミクスの関係で脱調が生じない場合のシミュレーション結果を Figs. A-5, A-6 に示す。図中の黒線と青線、赤線はこれまでと同様に目標角、現在のロータ角、LOS 信号を示している。緑線は条件(a)が成立する閾値を表している。青線で示されるロータ角が緑線より低い値を取ると、条件(a)が成立する。Figs. A-5, A-6 によると、今回の駆動では条件(a)を満たしているが、ロータ角は目標角に収束しており、脱調が発生していないと判断できる。すなわちここで導出した脱調条件をすべて利用したことで誤判定を防いだといえる。ただしこのような応答は負荷トルクや継続時間を細かく設定しなければ実現できないため、実用上は条件(a)のみで十分と考えられる。

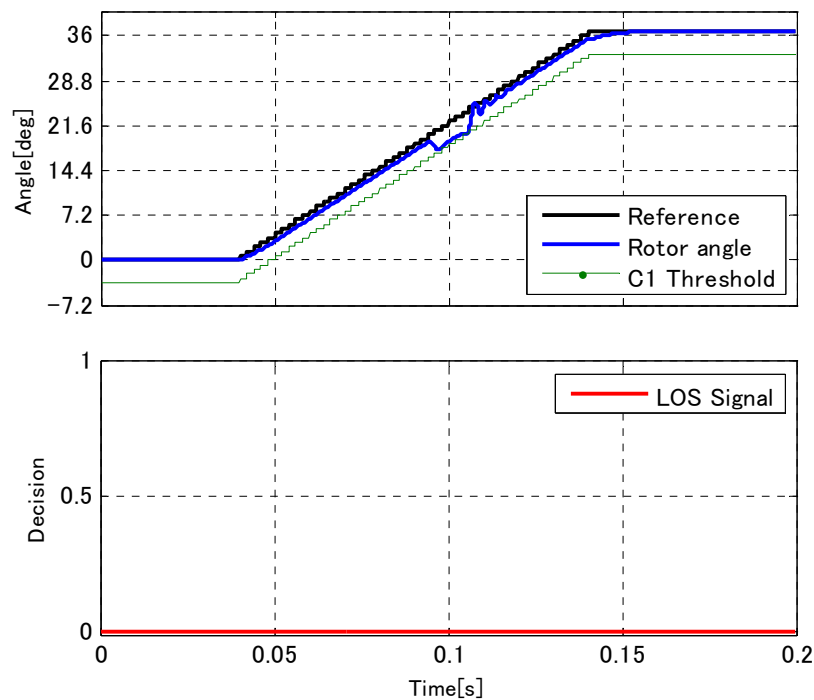


Fig. A-5 脱調が発生しない場合.

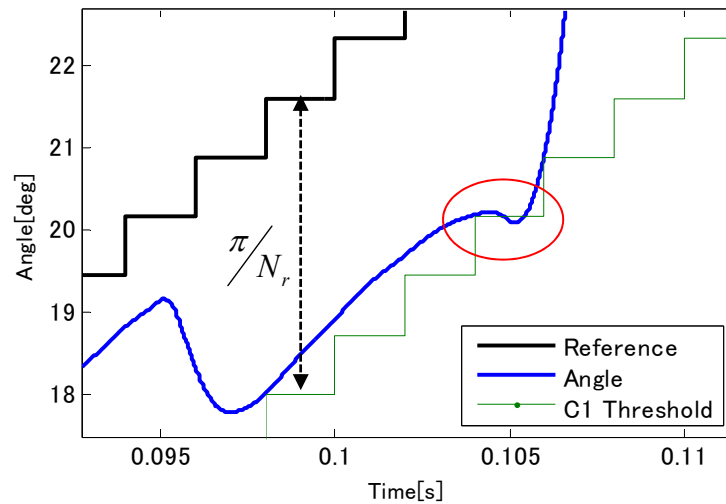


Fig. A-6 条件(a)の成立時刻付近の拡大図.

#### A.4 まとめ

付録ではステッピングモータの脱調現象に関する基礎研究についてまとめた。ここで提案したものとしてまずロータ角平衡点による脱調の定義付けが挙げられる。従来の実用現場における脱調の解釈は定常状態における経験的なものであったが、提案した定義はロータ角平衡点に注目した数式によるものであり、さらに過渡状態との関係性も視野に入れたものである。この定義に基づくと、一般的な平衡点の概念から脱調の発生を議論できるようになる。ここでは平衡点への到達条件を利用して、脱調が発生するロータダイナミクスの条件を導出した。この条件は、注目する時刻におけるロータの位置や、速度、加速度の符号の組み合わせに基づくものである。導出した条件が成立したとき、脱調が発生することが確実となる。したがって、ロータが定常状態に至るまで待つことなく、脱調発生の有無を判断することができる。脱調発生の条件は(a)~(c)の3つが成立することであるが、実用上は(a)のみでも脱調発生の大半をカバーすることができる。ただしシミュレーション例でも示したように、条件(a)のみの場合にはごく僅かではあるが誤判定の余地がある。

ここで導出した脱調条件は現在のロータの状態の検出を必要とする。ステッピングモータ自体は主に位置センサレスで利用されるため、本条件を脱調検出システムとして実装するには別途オブザーバなどの構成が必要となる。そのため、現状ではシミュレーションモデル上での利用に留まる。しかし脱調の基礎研究が進められた意義は非常に大きく、今後の脱調対策システムの発展に大きく貢献すると期待できる。