

リンクの重みの異質性と協力の進化

2016年 3月

岩田 学

リンクの重みの異質性と協力の進化

岩田 学

システム情報工学研究科

筑波大学

2016年 3月

要旨

集団における協利行動の発生や維持については、様々な分野で関心が持たれており、アプローチの1つとして、ゲーム理論、特に進化ゲーム理論が挙げられる。ゲーム理論による協力の進化（集団内で協利戦略が広がること）の分析には、囚人のジレンマが用いられることが多い。囚人のジレンマの状況下でも協力が進化するメカニズムの解明について多くの研究が行われており、近年では特に集団のネットワーク特性に関心が持たれている。

協力の進化に影響を与えるネットワーク特性の1つに、リンクの重みの異質性がある。先行研究では、個人（個体）同士を繋ぐリンクの重みは、彼らの付き合いの量や頻度の程度を表すパラメータとしてモデル化されている。本研究では、重みのばらつきの程度を「リンクの重みの異質性」と呼称した。現実の集団では、リンクの重みは皆同じではなく、ばらつきが見られる。このような重みの異質性が協力の進化を促すか否かについて、近年様々な研究がなされている。なお、リンクの重みの異質性には、1人の個人が有する複数のリンクの間に見られる重みのばらつきと、各個人の持つリンク重みの総量に関する個人間のばらつきがあり、本論文では前者を重みの「内部異質性」、後者を「外部異質性」と呼称した。本研究ではリンクの重みの内部異質性に着目し、1次元レギュラーネットワーク及び2次元格子において、この異質性が協力の進化を促し得るか否かを分析した。また、リンク重みの異質性が協力の進化に何故影響を与えるのか、そのメカニズムを導出した。コンピュータ・シミュレーションにより集団の協利率を算出し、以下の2つの結果を得た：(i) 1次元レギュラーネットワークの場合、リンク重みにある程度の異質性があると協力が進化しやすいが、2次元格子の場合は進化しやすいとは言い難い。即ち、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、ネットワークの次元により異なる。(ii) 協利率が階段状に変化するような閾値が、リンク重みの異質性パラメータに存在する。

得られた(i)及び(ii)の原因を探るため、サイズの小さな小集団を用いてその戦略分布の変化を観察し、協利戦略の拡大または維持が起こるためにはリンク重みの異質性がどの程度あれば良いのか、その条件を導出した。また、重みの異質性が条件を満たすとき、集団の戦略分布がどのようになっていれば協利戦略の拡大または維持が起こるのかを調べた。この結果、協利者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊が集団に存在するとき、重みの異質性が大きければ、協利戦略の拡大または維持が起こりやすいことが分かった。一方、裏切者が協利者と重みの大きなリンクで繋がっている塊が存在するとき、重みの異質性が小さければ、協利戦略の拡大または維持が起こりやすいことが分かった。更に、上記の条件と戦略分布の組み合わせが、協利戦略の拡大や維持だけでなく、大集団における協力の進化に対しても同様に寄与することを確認した。

目次

第1章	はじめに	1
1.1	協利行動の進化：研究の背景	1
1.2	ネットワーク互惠	3
1.3	リンクの重みの異質性	8
1.3.1	リンクの重みの異質性と協力の進化	10
1.3.2	重みの内部異質性と外部異質性	12
1.4	本研究の目的	15
第2章	1次元レギュラーネットワークにおいて、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響	18
2.1	はじめに	18
2.2	モデル（リンク重みに異質性のある1次元レギュラーネットワーク上での、囚人のジレンマゲーム）	19
2.3	対戦におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響	22
2.3.1	計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる、集団協力率の導出）	22
2.3.2	計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化、異質性に対する協力率の階段状の変化）	23
2.3.3	リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明	25
2.3.4	結論（対戦におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響）	46
2.4	戦略更新におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響	47
2.4.1	計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる、集団協力率の導出）	47
2.4.2	計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化、異質性に対する協力率の階段状の変化）	47
2.4.3	リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明	49

2.4.4	結論（戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響）	59
2.5	対戦及び戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響	60
2.5.1	計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる，集団協力率の導出）	60
2.5.2	計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）	61
2.5.3	リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明	63
2.5.4	結論（対戦及び戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響）	69
2.6	対戦／戦略更新／対戦&戦略更新におけるリンク重みの異質性のそれぞれが協力の進化に与える影響に関する比較検討	70
2.7	まとめ（1次元レギュラーネットワークにおいて，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響）	73
第3章	2次元格子ネットワークにおいて，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響	77
3.1	はじめに	77
3.2	モデル（リンク重みに異質性のある2次元格子ネットワーク上での，囚人のジレンマゲーム）	79
3.3	対戦におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響	83
3.3.1	戦略分布のダイナミクスと，戦略の拡大するリンクの重み	83
3.3.2	計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる，集団協力率の導出）	91
3.3.3	計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）	92
3.3.4	リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因	95
3.3.5	結論（対戦におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響）	106
3.4	戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響	108
3.4.1	戦略分布のダイナミクスと，戦略の拡大するリンクの重み	108
3.4.2	計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる，集団協力率の導出）	116

3.4.3	計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）	117
3.4.4	リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因	117
3.4.5	結論（戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響）	126
3.5	まとめ（2次元格子ネットワークにおいて，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響）	127
第4章	おわりに	131
4.1	本研究のまとめ（1次元レギュラー及び2次元格子ネットワークにおいて，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響）	131
4.2	結果の解釈と今後の展望	135
	謝辞	140
	参考文献	141
	付録A シミュレーションの試行回数及び初期戦略分布	149
	付録B 各シミュレーション試行における，計算打ち切り要領	153
B.1	戦略分布の完全一致に関する判定	153
B.2	集団における協力者数の，周期的な循環に関する判定	154
B.3	集団における協力者数の，収束もしくは微小な振動状態に関する判定	155
B.4	計算打ち切りラウンドと判定されなかった場合の処理	156
	付録C 1次元レギュラーネットワークにおける分析に用いる小集団のサイズ	158
	付録D 2次元格子ネットワークにおける，リンク重みの分布パターン	161
	付録E 論文リスト	165
E.1	参考論文	165
E.2	その他の論文	165

第1章 はじめに

1.1 協力行動の進化：研究の背景

集団における個人（個体）の協力行動は、生態系や社会システムにおいて重要な役割を果たしている。このため、協力行動が如何にして発生・維持し得るのかについては経済学・生物学・社会心理学など様々な分野において非常に関心が持たれている [1-3]。例えば弱い動物は群れを作って行動するが、もし彼らが皆自己のことだけ考え、同じ群れの仲間と助け合うことを拒めば、その群れは外敵に対抗することはできなくなるだろう。また人間社会を見ても、もし我々が他者のことを考えずに自己利益のみを追求するのであれば、戦争や環境問題はなくならないであろう。このため、多数の個人（個体）により構成される生態系や社会システムにおいては、その発展と維持のために協力行動は必要不可欠であるといえる。

現実世界の社会・生物集団における協力行動の発生・維持については様々なアプローチにより分析が行われているが、その1つにゲーム理論 [4,5]、特に進化ゲーム理論 [6-11] を用いた分析がある。進化ゲーム理論とは、従来のゲーム理論に対して動学を導入し、集団における戦略の推移や結果を導出するものである。これは J. M. Smith が生物進化にゲーム理論を適用して生まれた理論であり、遺伝子の機能をゲームの戦略として解釈する。集団において異なる戦略を有するプレイヤー達がゲームを行い、高い利得を得たプレイヤーの戦略がより多くの子孫を残すことで、適応度の高い（高い利得を得やすい）戦略が集団内に広がるといえるものである。標準的なゲーム理論では、ゲームを行うプレイヤーが相手の取るであろう戦略を先読みすることで自身の戦略を決定することを仮定しているが、現実の個人（個体）は常に相手の行動を先の先まで読んで行動するとは限らないだろうという批判もある。これに対し、進化ゲーム理論では、プレイヤーが最初に何かしらの戦略を有し、これがゲームの結果に基づきシェアを増減させるため、プレイヤーの意思決定に先読みまで仮定しないという特徴がある。この進化ゲーム理論の枠組みを用いて、協力行動を取る「協力戦略」または裏切行動を取る「裏切戦略」を有するプレイヤーにより構成された集団を仮定し、如何にして集団内に協力戦略が広がっていくのか、即ち「協力の進化」が如何にして起こるのかを探る研究が近年数多く行われている。

現実世界の集団を見ると、ときに個人（個体）は自らコストを払ってでも他者に対して

協力することがある。もし協力することが自己の利益を損ねるのであれば、個人は協力行動を取ることではなく、進化ゲームの枠組みで考えた場合、集団内において協力の進化は起こり得ない（進化的には、集団は裏切者で占められることになる）。しかし、現実世界を見ると、様々な場面において協力行動は見られる。例えば、友人同士や企業同士の社会的関係、更には国家間の国際関係等でも協力行動は見られる。これについては、第一次世界大戦の塹壕戦において敵対する両軍が互いに殺し合わないような協力行動が発生したという例もある [12]。また、人間程ではないが、人間以外の生物集団においても協力行動は見られることがある。例えば、チスイコウモリの群れには吸血に失敗した仲間に対して自分の血を分け与えるという協力行動が起こることがある [13]。クジラの群れにおいても、仲間が捕鯨船に襲われているとき、その仲間を助けようとする協力行動が発生することが調べられている [14]。たとえ個人（個体）にとって裏切行動を取る方が得であるような状況下であっても、何故他者に協力することが起こり得るのか？そのメカニズムを解明するための方法の1つとして、囚人のジレンマを用いた分析がある。

	協力	裏切
協力	R, R	S, T
裏切	T, S	P, P

表 1.1.1: (2者間) 囚人のジレンマゲームの利得行列。2人のプレイヤーは、互いに協力すると2人とも R の利得を獲得し、互いに裏切ると2人とも P の利得を獲得する。自分に協力してくれた相手を一方的に裏切ったプレイヤーは最高利得 T を、逆に協力した相手に裏切られたプレイヤーは最低利得 S を獲得する。これらの利得は、不等式 $T > R > P > S$ 及び $2R > T + S$ を満たす。

表 1.1.1 は (2者間) 囚人のジレンマゲームの利得行列を示す。このゲームでは、2人のプレイヤーが相手に協力するか裏切るかを同時に選択し、その決定により異なる利得を獲得する。表から分かるとおり、2人のプレイヤーが個人合理的な（自己の利得を最大化する）プレイヤーであるなら、相手の戦略に関係なく裏切の方が得である。囚人のジレンマの場合、裏切戦略が進化的安定戦略¹であるため、集団内に協力戦略を有するプレイヤーが侵入しても、協力戦略が広がることはない。一方、協力戦略は進化的安定戦略でないため、集団内に裏切戦略を有するプレイヤーが侵入した場合、裏切戦略が広がっていくことになる。進化ゲームの枠組みに従えば、集団はいずれ裏切戦略を有するプレイヤーのみで占められることになり、協力戦略は進化し得ない。しかし、現実世界ではこのような囚人のジレンマ状況にあっても、協力の進化は見られることがあり、そのメカニズムの解明を

¹ある戦略が集団全てを占めるときに（突然変異等により）他の如何なる戦略が発生しても、それにより侵略されることはないような戦略のことを、進化的安定戦略と呼ぶ。このとき発生した他の戦略は、これを有するプレイヤーの得る利得が進化的安定戦略を有するプレイヤーよりも高くないため、集団内でのシェアを増加させることができない。

目的とした研究がなされている。

協力の進化を促すメカニズムとして、Nowak は「血縁選択」「直接互惠」「間接互惠」「グループ選択」「ネットワーク互惠」の 5 つを挙げている [15]。血縁選択 [16–19] とは、個人（個体）が血縁関係のある他者を助け、自分の遺伝子を次の世代に残そうとすることにより、協力が進化するというメカニズムである。直接互惠 [7, 8, 20, 21] とは、「協力行動を取ると、その相手からも協力してもらえる」という個人の考え方により協力の進化が起こるというものである。一方、間接互惠 [22–25] とは、「協力行動を取ると、評判等が形成されることで（その相手以外の）他者からも協力してもらえる」という個人の考え方により協力の進化を説明するものである。グループ選択 [26–29] とは、個人（個体）が自己を犠牲にして、同じ集団に属する他者あるいは集団全体の利得のために行動するというものである。ネットワーク互惠 [30–46] とは、集団のネットワーク構造それ自体が協力の進化を促進する要因になり得るというものである（詳細は後述）。上記のメカニズムのうち、近年では特にネットワーク互惠に着目した研究が数多くなされている。

1.2 ネットワーク互惠

ネットワーク互惠は、集団を構成する個人（個体）の意思決定機構に関わらず、集団のネットワーク特性自体が協力の進化を促すというものである。これは、個人（個体）が互惠的な意思決定機構を持たないような状況下においても協力行動が生まれることを説明し得るメカニズムであるという点において、重要な意味を持つ。また、現実世界に見られる多くの集団は、ネットワーク互惠に必要な「空間的制約」を有する構造をしているため（詳細は後述）、ネットワーク互惠に着目して分析を行うことは、現実の集団における協力の進化を分析することに対して有効であるといえる。このため、近年ではネットワーク互惠と協力の進化の関係を分析した研究が数多くなされている [30–46]。

従来の進化ゲーム理論では、集団を構成する各個人はゲームを行う相手がランダムに決まる（このような集団を well-mixed という）と仮定されていた。この場合、囚人のジレンマ状況では裏切戦略の方が協力戦略よりも高い利得を得ることができるため、進化ゲーム理論に従えば集団は最終的に裏切者だけで占められることとなる。しかし、現実の集団を見ると、個人は付き合い相手をランダムに選ぶのではなく、特定の相手と固定的に付き合い合うことが多い。集団を構成する個人が、誰とでもランダムに付き合いを持つのではなく、空間的な制約により特定の相手のみと付き合いを持つ（例えば空間上の位置が近い相手のみと付き合い等）ようなとき、その制約を空間的局所性という。例えば、人間同士の付き合いを考えると、我々は遠くの人もしくは自分と関係の薄い人と付き合いよりも、近所の人もしくは自身と関わりのある相手（学校の同級生や職場の同僚、SNS の友人

等)と付き合う機会の方が多いかもしれない。人間以外の生物でも、群れを成して生活する動物であれば、異なる群れに属する相手よりも、同じ群れに属する相手と付き合うことが多いであろう。このような局所性は、個人の意思決定機構における直接互惠性や間接互惠性と同様に、協力の進化を促す可能性があると考えられ、その影響を分析する研究が行われるようになった。

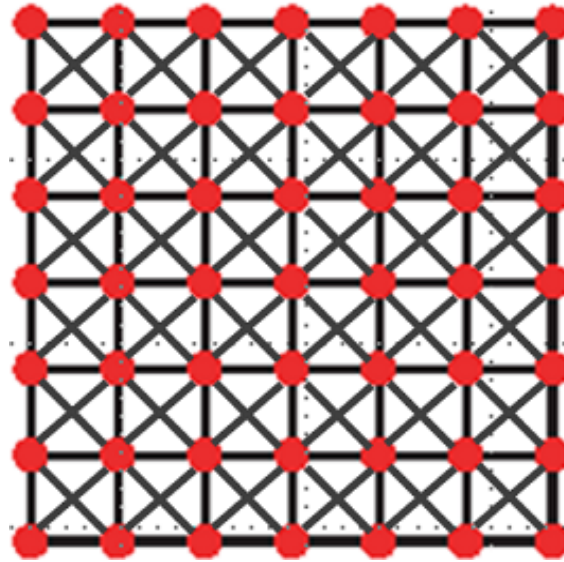


図 1.2.1: 2次元格子ネットワーク

集団の持つ空間的局所性が協力の進化に如何に影響を与えるのかという問題に対して、最初に行われた研究は、Nowak ら [30,31] による「2次元格子ネットワーク上での囚人のジレンマゲーム」を用いた協力の進化の分析である。彼らは、空間的局所性に基づく付き合いの偏りを表すモデルとして2次元セル・オートマトンを用いている²。プレイヤー達は、図 1.2.1 のように2次元格子の頂点上に配置される。なおネットワークは周期的境界条件を仮定しており、集団の上端、下端、左端、右端のプレイヤーはそれぞれ下端、上端、右端、左端のプレイヤーと繋がっている。

各プレイヤーは、自身と隣接するプレイヤーのみと(相手1人につき1回ずつ)2人囚人のジレンマゲームを行う。Nowak らは、各プレイヤーが上下左右及び斜め方向に隣接した8人のプレイヤーとゲームを行う場合、これに自分自身を含めた9人のプレイヤーと

²セル・オートマトンとは、格子状のセルと単純な規則による、離散的計算モデルである。有限種類の状態を持つ「セル」(細胞のような単位)によってセル・オートマトンは構成されており、離散的な時間経過により各セルの状態が変化する。各セルがどの状態に変化するのかは、当該セル及び近傍のセルの現在の状態に依存して決まる。

Nowak らは、このような計算モデルを進化ゲームに適用して計算と分析を行っている。彼らのモデルでは、各プレイヤーにそれぞれ1セルずつ割り当てられており、彼らの戦略及びゲームで得る総利得がセルの「状態」に該当する。詳細は本文で後述するが、各プレイヤーは自身及び近傍のプレイヤーの現在の戦略及び総利得に基づき、自身の次の戦略を決定する。このような戦略の変化をセルの状態変化として表現しているのである。

ゲームを行う場合，上下左右に隣接した4人のプレイヤー（斜め方向に隣接した相手を除く）とゲームを行う場合，これに自分自身を含めた5人のプレイヤーとゲームを行う場合のそれぞれを仮定してモデル化を行っている．プレイヤーの取る戦略は協力または裏切の2通りであり，このゲームでは戦略が行動にそのまま対応する．プレイヤーは対戦ごとに囚人のジレンマゲームの利得行列に従い利得を獲得し，全対戦による利得の総和を自身の総利得とする．なお，Nowakらは囚人のジレンマゲームにおける各利得値について $T=b \in (1.0, 2.0)$ 及び $R=1.0, P=S=0$ と仮定している．全プレイヤーの全対戦終了後，各プレイヤーは自身と隣接するプレイヤーのうち最も総利得の高かったプレイヤーの戦略（即ち，行動）を模倣し³，これを次回の自身の行動とする．この対戦から学習までの処理を定められた期間（ラウンド）だけ繰り返し行う．

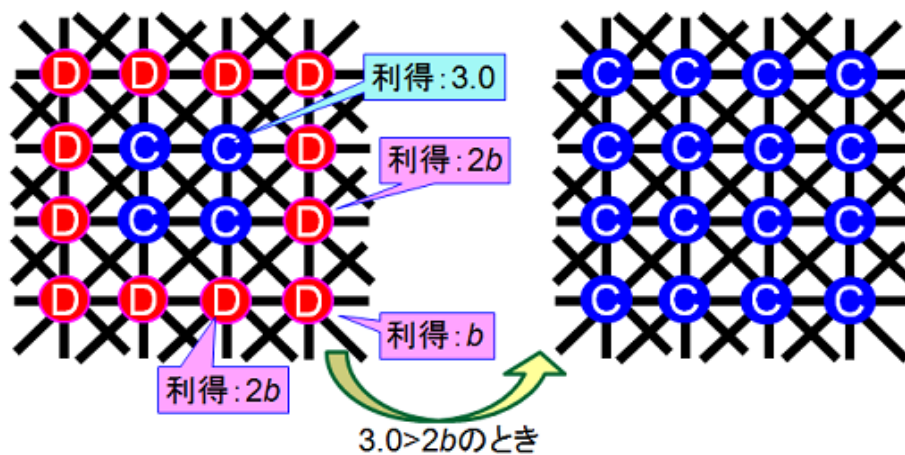


図 1.2.2: 2次元格子における協力クラスタの拡大例． C は協力行動を取るプレイヤー， D は裏切行動を取るプレイヤーを表す．図の 4×4 の集団は裏切者に囲まれているものとする．

各プレイヤーの相互作用の相手がランダムに決まる場合（well-mixed）は，総利得が最大となるのは裏切行動を取ったプレイヤーであるため，行動の模倣により，集団内で裏切戦略が広まってしまふ．しかし，図 1.2.2 のように協力行動を取るプレイヤー同士でクラスタ（塊）を形成することができた場合，彼らは相互に協力し合うことで裏切行動を取るプレイヤーよりも高い利得を得ることができることがある⁴．これにより，プレイヤーが

³プレイヤーの意思決定における互惠性に着目した先行研究と，ネットワーク互惠に着目した先行研究では，使用するモデルにおける戦略の進化プロセスに違いがある．前者の研究で使用されたモデルにおいては，各プレイヤーが獲得利得に応じた数の子孫（自身と同じ戦略を取る新しいプレイヤー）を次の世代に残す．これにより，獲得利得の高い「良い戦略」を取るプレイヤーの子孫が次の世代に多く生まれることで，戦略の進化が起こる．一方，後者の研究で使用されたモデルにおいては，各プレイヤーが自身の隣人の中から高い利得を獲得したプレイヤーの戦略を模倣する（即ち，学習する）．これにより，獲得利得の高い「良い戦略」を取るプレイヤーの数が集団内で増加することで，戦略の進化が起こる．

⁴各プレイヤーが上下左右及び斜め方向に隣接する計8人の相手（自分自身は含めない）とゲームを行うこととする．このとき，図 1.2.2 の 4×4 の集団が裏切者に囲まれている場合，クラスタを形成している4人の協力者の総利得はそれぞれ3.0，その周囲の12人の裏切者の総利得はそれぞれ $2b$ または b となる．

互惠主義に基づく意思決定を行わなくても、集団内で協力が進化する可能性が生まれるのである。Nowakらの成果は、集団の持つ空間的特性それ自体が協力の進化を促す要因となることを数理的に示しており、非常にインパクトの大きなものであった。そしてこれ以降、集団のネットワーク特性に着目して協力行動の進化を分析する研究が数多く生まれた [32–46]。

一方、2次元格子ネットワークの構造を有する集団では各プレイヤーの繋がり数 (= 隣人の数) は皆等しいため、集団構造を2次元格子とする仮定は現実的ではないと考えられる。現実の人間社会や生態系を見ると、各個人 (個体) の繋がり数は皆同一ではなく、異なることの方が多い。例として友人ネットワークを考えると、人によって友人の数は皆同じではなく、友人の多い人もいれば少ない人もいる方が自然であろう。他にも、インターネットの Web ページ等でも、ページ同士の繋がり (リンク) の数にはばらつきが見られる (有名で利用者の多いページは、他ページとのリンクも多いが、利用者の少ないページ等は他のページともそれ程リンクで繋がれていないことが多い) 。現実世界の様々な集団は、格子ネットワークのように各個人が同数のリンクを持つのではなく、リンク数に偏りがあるようなネットワークであることが明らかになっている。リンク数のばらつき等、現実世界で観察される何らかの特徴的な性質を持つネットワークを、一般的に複雑ネットワーク [47,48] と呼ぶ。複雑ネットワークの1つにスケールフリーネットワーク [48] があり、これはネットワークにおける各点 (これをノードと呼ぶ) の持つリンクの数の分布がべき乗則 $p(k) \propto k^{-\gamma}$ で表されるようなネットワークである。なお、 $p(k)$ は次数 (= リンク数) が k であるノードの数の集団全体における割合、 γ はべき乗指数と呼ばれる。べき乗指数 γ は、スケールフリーネットワークでは概ね 2~3 程度の値をとる (ネットワーク毎にこの値は異なる) 。スケールフリーネットワークは、多数のリンクを持つ「ハブ」と呼ばれるノード及びそれ以外の多数のノードにより構成されており、図 1.2.3(a) はその一例を表す。

より現実的な集団構造として複雑ネットワークが関心を持たれるようになり、このようなネットワーク構造を持つ集団において協力が如何に進化するのかについて、多くの研究が行われるようになった [32–38, 45]。例えば Santos ら [32] は、スケールフリーネットワーク上にプレイヤーを配置して囚人のジレンマゲーム及びスノードリフトゲーム⁵を行い、協力が進化するか否かについて、図 1.2.3(b) に示すような1次元レギュラーネット

3.0 > 2b のとき、即ち $b < 1.5$ のとき、協力者と隣接する裏切者は、戦略の模倣により協力戦略を取るようになる。このように、囚人のジレンマの利得の値によっては、集団内に生まれた協力者のクラスが集団内で広がり、協力が進化することがある。

⁵囚人のジレンマゲームは利得が $T > R > P > S$ を満たすのに対して、スノードリフトゲームは $T > R > S > P$ を満たす。なお、囚人のジレンマゲームの進化的安定戦略は第 1.1 節に述べたとおり裏切戦略であるが、スノードリフトゲームの進化的安定戦略は、協力戦略と裏切戦略を確率 $((T-R)/(T-R+S-P), (S-P)/(T-R+S-P))$ で取る混合戦略である。

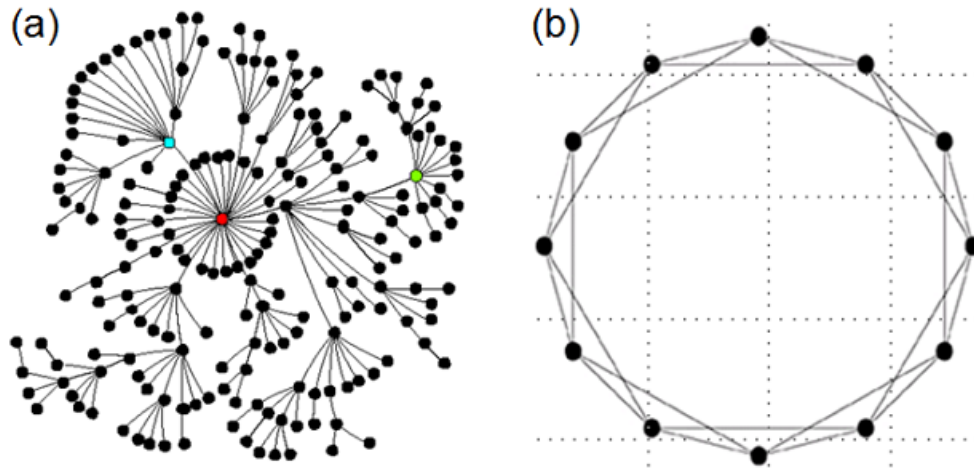


図 1.2.3: (a) スケールフリーネットワークと, (b)1次元レギュラーネットワーク

ワーク⁶の場合との比較を行った．分析の結果，ゲームで相手を裏切る利得が高い場合，1次元レギュラーネットワークでは集団の協力率（集団全体に対する協力者の数の割合）が低い値を取るが，スケールフリーネットワークではそれ程低い値にはならないことが分かった．これは，保有リンク数の多いハブと，保有リンク数の少ないその他のプレイヤーが集団内に混在していることが原因である．ハブは多くの相手と繋がっているため，その他のプレイヤーよりもゲームを行う回数が多くなりやすく，得られる総利得も他者より高くなる傾向にある⁷．Nowak ら [30,31] の研究と同様に，Santos らの研究でも，各プレイヤーは自身の隣人の中から総利得の高い相手の戦略を模倣しやすく，これを次回の自身の行動とするようモデル化を行っている⁸．このため，総利得が高くなりやすいハブの戦略は，模倣により集団内に広がりやすくなる．ハブが協力戦略を有する場合，自身と繋がっている隣人達にも協力戦略が広がるため，ハブは隣人達との相互協力により，更に高い利得を得ることができる．一方，ハブが裏切戦略を有する場合，自身と繋がっている隣人達

⁶1次元レギュラーネットワークとは，図 1.2.3(b) のように，各ノードが近隣のノードと円環状にリンクで繋がれたネットワークであり，全ノードとも保有するリンクの数は同一である．

⁷先行研究の多くは，プレイヤーの戦略の組み合わせに関わらず，彼らが対戦で得る利得を全て正または0と仮定している．このため，保有リンク数の多いプレイヤーは対戦回数が多くなるため，そうでないプレイヤーよりも高い利得を得やすい．ただし，得られる利得に負の数も仮定したり，各プレイヤーの総合利得をそのリンク数で除して調整するようにモデル化を行っている研究もあり [33]，この場合は保有リンク数の多いプレイヤーが常に高い利得を得られるとは限らない．このような場合，リンクの数にばらつきがあっても協力が進化しにくい場合があるということが示されている．

⁸Nowak らの研究 [30,31] で用いられるモデルでは，プレイヤーは対戦終了後に自身の隣人のうち最も総利得の高い相手の戦略を模倣するような決定論的な戦略更新の要領を用いている．これに対し，Santos らのモデルにおける戦略更新の要領は Nowak らと同じではなく，以下に示す確率論的な戦略更新の要領を用いている．

プレイヤー i は自身の隣人の中からランダムに1人のプレイヤー j を選び， $P_j > P_i$ であれば，確率 $(P_j - P_i) / (\max\{k_i, k_j\} k_{>})$ でプレイヤー j の戦略を模倣する．このような戦略更新を，全プレイヤーについて行う．なお， P_i 及び P_j はプレイヤー i 及び j の総利得， k_i 及び k_j はプレイヤー i 及び j の次数である．また，囚人のジレンマゲームの場合は $k_{>} = T - S$ ，スノードリフトゲームの場合は $k_{>} = T - P$ としている．

にも裏切戦略が広がるため、ハブは隣人達との相互裏切に陥ることにより、得られる利得が低くなる。即ち、協力戦略を有するハブが集団内にいる場合、集団内に協力戦略が広がりやすい。裏切戦略を有するハブが集団内にいる場合は、一時的に裏切戦略が集団内に広がっても、彼らの得られる利得が低くなるため、裏切戦略は集団内に広がりにくくなる。以上のことから、集団内にハブとそれ以外のプレイヤーが混在しているとき、協力が進化しやすくなると言える。この研究で得られた結果は、たとえ相手を裏切ることの利得が高い状況であっても、スケールフリーネットワークの持つ特性の1つである「リンクの数のばらつき」が協力の進化に寄与するということを示している⁹。

Nowak らや Santos らの研究以外にも、ネットワークの持つ様々な特性に着目して協力の進化との関係を調べた研究が数多く生まれた。例えば、クラスタ係数を制御したスケールフリーネットワークを構築し、クラスタ性の程度と協力の進化の関係を分析した研究もある [36]。また、スケールフリーネットワークのべき乗指数 γ がどれぐらいの値のときに協力が進化しやすいのかを調べた研究 [37] や、ネットワークの次数相関¹⁰に焦点を当て、相関の程度と協力の進化の関係を示した研究 [38] もある。また、集団内の個人が裏切者とのリンクを切断して他の相手と繋ぎ直すことにより、ネットワーク構造がどのように変化するか（これを、ネットワークダイナミクスという）、そしてこの変化が協力の進化にどう影響するのかを調べた研究もある [40, 41]。また、3次元空間内にプレイヤーを配置し、階層構造を形成したときの協力の進化を分析した研究もなされている [42, 43]。さらに、協力戦略とその他の性質（ネットワーク構造、集団サイズ、評判等）との共進化を取り扱った研究もあり [45]、集団のネットワーク構造に関する研究は様々な側面から多数行われている。このように、特定の構造を持つネットワークには協力の進化に影響を与える要素が多くあるが、その要素の1つに個人同士を繋ぐリンクの「重み」がある。

1.3 リンクの重みの異質性

本節では、個人（個体）間を繋ぐリンクの重みについて述べる。重みの数値が何を意味するかは状況により異なるであろうが、ここでは個人同士の付き合いの頻度や量の程度

⁹リンク数のばらつきはスケールフリーネットワークが持つ特性の1つであり、協力の進化を促す要因がリンク数のばらつきだけであるとは限らない。しかし、プレイヤーごとに保有するリンク数が異なるのは、1次元レギュラーネットワークや2次元格子にはない複雑ネットワークが持つ特性の1つであり、このリンク数のばらつきは協力の進化の要因の1つであることが調べられている。本研究における最も重要な要素は、プレイヤーの付き合いにおける頻度や量の偏りであるため、ここではスケールフリーネットワークの持つ特性のうち、リンク数のばらつきが協力の進化に与える影響に着目して述べていくこととする。

¹⁰次数相関とは、ある次数（リンク数）の個人が自身と同じ（または異なる）次数の相手との繋がりやすさを表した統計的指標である。例えば、次数相関が正でその値が大きい（1に近い）場合、ハブのような次数の大きい個人は、自分と同様に次数の大きい相手と繋がりやすい。一方、次数相関が負でその値が大きい場合（-1に近い）、ハブのような次数の大きい個人は、逆に次数の小さな相手と繋がりやすいということの意味する。

を表すものと仮定する．即ち，重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー同士は付き合いの頻度や量が多く，逆に重みの小さなリンクで繋がれたプレイヤー同士は付き合いの頻度や量が少ないということになる．前述の通りネットワーク互惠に着目した研究は多くなされてきたが，これらの多くはリンクの重み（即ち，付き合いの頻度や量）を皆均一であると仮定している．しかし，現実世界の集団においては，各個人は相手によって異なる重みのリンクを持つ（即ち，相手によって付き合いの頻度や量が異なる）ことが調べられており [49-54]，この仮定は現実的ではない．

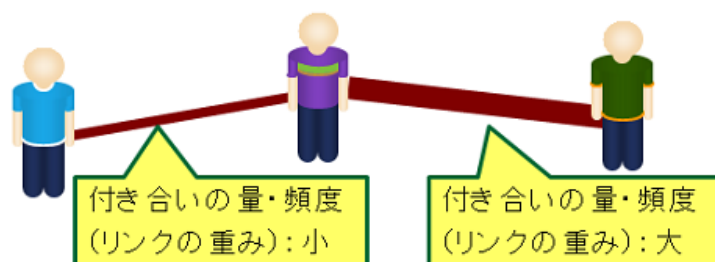


図 1.3.1: リンク重みに異質性のあるネットワークの例（友人ネットワーク）

例として，図 1.3.1 のような友人ネットワークを考える．ある個人（個体）が複数の友人とリンクで繋がっているとき，その全ての相手に対して同等の頻度や量で付き合うとは考え難い．特に親しい友人とは付き合いの頻度が高くなるであろうし，そうでない相手とは頻度も低くなるだろう．現実世界のネットワークには，このようにリンクの重みにばらつきがあることが調べられている [49-54]．以後，このばらつきを「リンクの重みの異質性」と呼称する．即ち，複数のリンクの重みを比較するときに，それらの重みの値が近ければ「異質性が小さい」，逆に重みの値に大きな差があれば「異質性が大きい」と呼ぶこととする¹¹．

現実の集団に見られるリンクの重みの異質性は，集団を構成する個人（個体）の様々な行動に影響を与える可能性があると考えられ，この影響を調べる研究が行われるようになった．これについての有名な研究として，Granovetter が行った調査がある [55]．彼は企業マネージャー数十名にインタビューを行い，転職活動を行うに際して普段付き合いの多い友人よりもむしろ付き合いの密でない知り合いから有用な情報を得ていたことを発見した．場合によっては付き合いの密な繋がりよりも，密でない繋がりの方が個人にとって重要な効果をもたらすことがあることが明らかとなり，彼はこれを「弱い紐帯の強さ（Strength of Weak Ties）」と呼称した．Granovetter の成果は，繋がり方の強さの異質性が

¹¹異質性とは本来は「質が異なる」という意味であるが，本論文ではこれを「リンク重みの違い（ばらつき）」の程度を表すパラメータとして用いることとする．質の違いではなく，あくまで付き合いにおける量や頻度に関する程度の違いを意味するものとして呼称する．

個人の行動に影響を与えるということを示す大きな発見であり、以降も関連する研究が行われた [56, 57]。リンクの重みの異質性が集団を構成する個人の行動に影響を及ぼすことから、この異質性は協力の進化を促す要因になり得る可能性があるのではないかと考えられるようになった。以後、リンクの重みの異質性と協力の進化の関係に着目した研究が行われるようになった。

1.3.1 リンクの重みの異質性と協力の進化

リンク重みの異質性と協力の進化の関係を分析した研究の 1 つに、Du らの行った研究 [58] がある。彼らのモデルでは、プレイヤーはリンクの重みに異質性のあるスケールフリーネットワーク上に配置され、リンクで繋がれた相手と囚人のジレンマゲームを行う。ここで彼らはプレイヤー同士を繋ぐリンクの重みを彼らの行う対戦の頻度または量の程度と定義しており、モデル上において各プレイヤーは、本来対戦で得られる利得に対して相手とのリンクの重みを乗じた値を、その対戦における利得として得ることと仮定されている。即ち、重みの大きなリンクで繋がれた相手との対戦では高い利得を得やすくなり、逆に重みの小さなリンクで繋がれた相手との対戦では本来得られる利得が縮小されるのである。なお、プレイヤー同士を繋ぐリンクの重みは式 $w_{ij} = (k_i k_j)^\beta$ で定義される。ここで、 w_{ij} はプレイヤー i 及び j を繋ぐリンクの重みであり、 k_i, k_j はプレイヤー i と j それぞれの次数を、 β は調整係数を示す。Du らは調整係数 β の値を変化させてリンクの重みを制御しており、調整係数 β の値と協力の進化との関係を分析している。全プレイヤーの全対戦終了後、各プレイヤーは以下の要領にて戦略の更新を行う。プレイヤー i は自身の隣人の中からランダムに 1 人のプレイヤー j を選び、確率 $1/\{1 + \exp[(P_i - P_j)/\kappa]\}$ でプレイヤー j の戦略を模倣する。このような戦略更新を、全プレイヤーについて行う。なお、 P_i 及び P_j はプレイヤー i 及び j の総利得、 κ は戦略更新におけるノイズパラメータであり、ここでは $\kappa=0.1$ としている。

彼らはコンピュータ・シミュレーションを行い、その結果、 β が $-6 \sim -4$ 程度の値を取る場合、相手を裏切る利得が高くても、 $\beta=0$ の場合（リンク重みに異質性がない場合）と比べて高い協力率が維持されることが分かった。これにより、リンクの重みにある程度の異質性があると、そうでない場合よりも協力の進化が起りやすいということが数理的に示された。ただし、本モデルではリンクの重みがプレイヤーの次数 k_i 及び k_j の関数で定義されているため、各プレイヤーの持つ次数のばらつきはリンクの重みに影響を与える。リンク数のばらつきが協力の進化を促進することは既に Santos ら [32] 等によって調べられているため、協力の進化がリンク数のばらつきによって促されたものなのか、リンク重みの異質性によって促されたものなのか、これらの影響を区別できないという問題がある。

その後、Maら [59] は2次元格子上に配置されたプレイヤーが囚人のジレンマゲームを行うモデルを用いて、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した。本モデルではリンクの重みが一様分布、指数分布、べき乗分布に従い確率的に決まるものと仮定している。Duらが使用したモデルとは異なり、Maらが用いるモデルでは、リンクの重みがそれを共有するプレイヤー達の次数に依存せず、また集団のネットワーク構造が2次元格子であるためリンク数のばらつきも存在しない。このため、リンク数のばらつきの影響を排除し、リンク重みの異質性のみが協力の進化に与える影響を調べることができる。彼らはコンピュータ・シミュレーションを行い、その結果、リンクの重みがべき乗分布に従う場合、一様分布や指数分布に従う場合よりも協力が進化することを明らかにした。また、リンクの重みにある程度の異質性があると、そうでない場合よりも協力の進化が起こりやすいということを数理的に示した。

さらに、リンクの重みと協力の進化の関係を分析した発展的研究も次々行われるようになった [60–76]¹²。例えば、Leiら [64] はリンクに重みのあるスケールフリーネットワークにおいて公共財ゲームを行い、協力が進化するか否かを分析した。Caoら [62] は、リンクの重みが常に一定ではなく、相手との対戦結果に応じて時間変動する（対戦で高い利得を得た相手とのリンクの重みを大きくし、低い利得を得た相手とのリンクの重みを小さくする）モデルを用いた。また、Caoら [62] は、対戦で得る利得だけでなく戦略の模倣のしやすさにもリンク重みを考慮している。これまでの研究で用いられたモデルでは、各プレイヤーは隣人の中から最も総利得の高い相手の戦略を模倣することを仮定しているが、彼らの用いたモデルでは、どの相手の戦略を模倣するか及び模倣自体を行うか否かの確率を、相手の総利得だけでなく相手とのリンクの重みをも考慮して決定することとしている。また、社会的多様性やランダム変数（ノイズ）をモデルに導入し、プレイヤーが対戦で得る利得のばらつきに着目した研究 [69–72] や、リンクで繋がれた相手と対戦を行うか否かを毎回確率的に決定する「パートナー選択」に着目した研究 [75, 76] 等もある。これらの研究は厳密にはリンク重みの異質性を分析対象としていないが、各プレイヤーが相手との対戦の頻度や量にばらつきを持たせるという点において、数理モデルにおけるプレイヤーの振る舞いの扱いはリンク重みの異質性を対象とする研究と類似する。

このように、近年多くの研究者によりリンク重みの異質性（及び、数理モデルにおける取り扱いが重みの異質性と類似する社会的多様性等の要素）が協力の進化に与える影響は

¹²ここで挙げた先行研究の中には、厳密にはリンクの重みの異質性を取り扱っていないものもある。但し、以降に述べられているように、これらの研究はゲームで得られる利得にばらつきを持たせたり、リンクで繋がれた相手との対戦頻度に偏りを持たせる等してモデル化を行っている。このため、これらの研究における数理モデルによる分析要領は、リンクの重みの異質性に着目した研究と実質的には類似したものとなっている。よって、リンク重みの異質性以外の要因に着目した研究であっても、プレイヤーの対戦における偏りと協力の進化の関係を分析しているという点において、類似する関連研究として紹介することとした。

調べられており、異質性が協力の進化を促進する要因になり得ることを数理的に示した研究も多い。しかし、これまで分析されてきたリンク重みの異質性は、次節で述べる2種類の異質性の両方を包含しているものが多い。

1.3.2 重みの内部異質性と外部異質性

プレイヤー同士を繋ぐリンクの重みの異質性は、以下に述べる2種類の異質性に区別することができると考えられる。1つめは、1人の個人が有する複数のリンクの間に見られる重みのばらつきであり、もう1つは各個人の持つリンク重みの総量に関する個人間のばらつきである。即ち、前者は個人内における重みのばらつきであり、本論文ではこれを重みの「内部異質性」と呼称する。一方、後者は個人間における重みのばらつきであり、これを重みの「外部異質性」と呼称することとする。先行研究で用いられるリンク重みの異質性は上記の2種類の異質性の両方の性質を包含していることが多く、これらの区別はなされていないのが現状である。

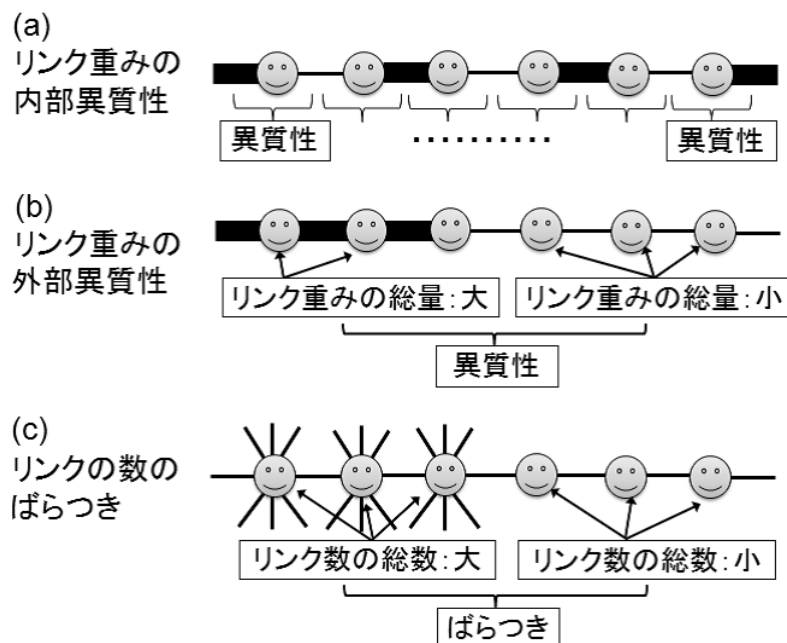


図 1.3.2: リンクの重みの異質性とリンク数のばらつきに関するイメージ図。(a) はリンクの重みの内部異質性、(b) はリンクの重みの外部異質性、(c) はリンク数のばらつきを示す。図内のリンクの太さはその重みの程度を表しており、太いリンクは重みの大きなリンクを、細いリンクは重みの小さなリンクを意味する。

図 1.3.2 は、次数 2 の 1 次元レギュラーネットワーク上に配置された個人（個体）が持つリンクに「重みの内部異質性がある場合」、「重みの外部異質性がある場合」、「リンク数にばらつきがある場合」のイメージ図である。リンク重みの内部異質性を示す図 1.3.2(a)

を見ると、各個人は重みの大きなリンクと小さなリンクを1本ずつ持っており、1人の個人が持つ複数のリンクの間に重みのばらつきがあることが分かる。一方、重みの外部異質性を示す図1.3.2(b)を見ると、ネットワークの左方にある個人は重みの大きなリンクを多く持ち、右方にある個人は重みの小さなリンクを持っており、各個人の持つリンク重みの総量が均一でないことが分かる。これらの図は、先に述べた内部異質性及び外部異質性の持つばらつきの違いをイメージとして記述している。リンクの重みに内部異質性のみがある場合、1人の個人が持つ複数のリンクの間に重みのばらつきがあるが、各人の持つリンク重みの総量は均一ということになる。一方、リンクの重みに外部異質性のみがある場合、1人の個人が持つ複数のリンクは皆等しい重みを有するが、各人のリンク重みの総量は均一でないということの意味する。

リンク重みの内部異質性、外部異質性、及びその両方を含有する異質性の例として、第1.3節に述べた友人ネットワークを考える。ここで、各個人は皆同じ数の友人を有するが（リンク数にばらつきがないことを意味するが、この時点であまり現実的な仮定ではない）、友人との付き合いの量や頻度は一定ではなく、相手ごとに異なる場合もあるような状況を仮定する。例えば、ネットワークを構成する個人がサラリーマン等の勤め人であるとし、友人との付き合いに割く時間をリンクの重みに相当するものと考え。この場合、各個人は友人との付き合いを行うことができるのが休日のみに限定されるため、付き合いに割く時間コストの個人ごとの違いはそれ程大きくはならないと考えられる。各個人は限られた時間をどの友人に多く割くかを検討し、おそらくは自身にとって親密な友人により多くの時間コストを割り当てるかもしれない。このように、各個人の持つ時間コスト（リンクの重みに相当）の総量に大きな違いはないが、それを複数の友人に割り当てる際にばらつきが生じる状況は、先に述べた「リンク重みに内部異質性があり、外部異質性がない状況」に該当すると思われる。次に、ネットワークを構成する個人が勤め人だけでなく、休日以外の日でも友人付き合いを行う時間がある個人も含むものとし、同様に付き合いに割く時間をリンクの重みに相当するものと考え。この場合、付き合いに時間コストを割くことができるのが休日だけである個人と、休日以外の時間も割くことができる個人の両方が集団に混在するため、各個人の持つ時間コスト（リンクの重みに該当）の総量は人により異なるのが自然となる。各個人が行う友人との付き合いを1対1のものとして仮定するならば、その付き合いに割く時間コストは相手により異なるであろう。一方、複数の友人と同時に付き合いを行う場合（例えばパーティ等を行う場合）であれば、彼らに割く時間コストは皆同一であると考えることができる。ここで前者のような状況を仮定すると、各個人の持つ時間コスト（リンクの重みに該当）の総量は個人ごとに異なり、かつそれを複数の友人に割り当てる際にも相手ごとに割く時間は異なるような状況は、先に述べた「リンク重み

に外部異質性と内部異質性が両方ある状況」に該当すると思われる。一方、後者のような状況を仮定すると、各個人の持つ時間コストの総量には違いがあるが、それを複数の友人に割り当てる際にばらつきが生じないような状況は、「リンク重みに外部異質性があるが、内部異質性がない状況」に該当するであろう¹³。

図 1.3.2(c) はリンク数のばらつきを表現したものであり、この例ではネットワークの左方にある個人（個体）はリンク数が多く、右方にある個人はリンク数が少ない。ここで各個人の持つリンクの重みが全て均一であるものと仮定すると（この例ではリンクの重みに異質性がないため）、左方にある個人は保有リンク数が多いため、リンク重みの総量が大きくなる。また、右方にある個人は保有リンク数が少ないため、リンク重みの総量が小さくなる。一方、図 1.3.2(b) に示したように、リンクの重みに外部異質性がある場合、ネットワークの左方にある個人は右方にある個人よりも重みの大きいリンクを多く持つため、左方にある個人は右方にある個人よりもリンク重みの総量が大きくなる。このようにリンクの数のばらつきは、個人ごとに保有するリンク重みの総量が異なるという点において、リンク重みの外部異質性と類似した特徴を持つ¹⁴。リンク数のばらつきが協力の進化を促し得る要因の 1 つであることは第 1.2 節に述べたとおりであり、Santos ら [32] 等の研究により既に示されている。よって、リンク重みの外部異質性が協力の進化にもたらす影響は、個人ごとのリンク重みの総量に異質性があるという点において、リンク数のばらつきがもたらす影響と類似している可能性が考えられる。

このように、リンク重みの異質性は内部異質性と外部異質性の 2 種類に大別され、特に外部異質性は（リンク重みの総量という観点から捉えると）協力の進化に対してリンク数のばらつきと類似する効果をもたらしている可能性がある。これまで行われてきた先行研究 [58–76] より、リンク重みの異質性は協力の進化を促す要因の 1 つであることが分かっている。しかし、これら先行研究の多くは、リンク重みが内部異質性と外部異質性の両方を包含するものとしてモデル化を行い、分析を行っている。重みの外部異質性が協力の進化に与える影響は、個人（個体）ごとのリンク重みの総量に異質性を生むという点において、前述の通りリンクの数のばらつきが与える影響と類似している可能性があり、リンク

¹³ここではリンク重みに内部異質性のみがある集団及び外部異質性のみがある集団の例として、友人ネットワークを挙げた。但し、各個人の友人の数にばらつきがないものと仮定したり、重みに内部異質性がない集団では友人との付き合いを 1 対 1 ではなく複数の友人と同時に付き合うものと仮定する等、現実の状況を記述するうえで現実的でない仮定が幾つか存在する。先に述べたとおり、現実世界の集団で見られるリンクの重みの異質性は内部異質性と外部異質性の両方を包含しているケースが多いため、片方だけを含むような状況を考える場合、多少現実的でない仮定が必要となるものと思われる。次段落以降に述べられているように、本研究ではリンク重みに内部異質性のみがあり、外部異質性がないような集団を対象として分析を行っているが、それはリンク重みの異質性がもたらす協力の進化には内部異質性も寄与しているのか否かを知るといった目的に基づいているためであり、リンク重みに内部異質性のみがあるような集団が現実的であると考えるではない。

¹⁴リンク重みの外部異質性とリンク数のばらつきは、個人ごとに保有するリンク重みの総量が異なるという点は類似するが、外部異質性と数のばらつきは本質的には異なるものであることに留意する必要がある。

数のばらつきが協力の進化を促すことは既に Santos ら等により示されている．そのため，リンク重みの異質性がもたらす協力の進化は，重みの外部異質性のみによるものであり，内部異質性は協力の進化を促す要因ではないという可能性もある．このことから，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響が外部異質性だけによるものなのか，もしくは内部異質性によってももたらされるものなのかを調べる必要があると考える．

1.4 本研究の目的

ここまで述べた問題点を踏まえ，本研究の目的を以下の2つとする．1つは，リンク重みの異質性，特に内部異質性が協力の進化に与える影響を分析することである．前節で述べたように，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響が外部異質性だけによるものなのか，内部異質性によってももたらされるのかを調べる必要がある．そのためには，重みの外部異質性が存在せず，内部異質性のみが存在するような集団を考え，このような集団においても協力の進化が促進されるのか否かを調べる必要があるだろう．リンク重みの内部異質性のみに着目して分析を行うため，各個人（個体）が持つリンクの重みにはばらつきがあるが，各個人の持つリンク重みの総量は皆同じであると仮定し，モデル化を行う．これによりリンク重みの外部異質性を排除し，内部異質性のみが存在する集団をモデル化することが可能となる．

リンク重みの異質性が個人（個体）の行動に与える影響は様々であるが，まず本研究では Du ら [58]，Ma ら [59] と同様に個人同士の「対戦」における量や頻度に影響するものと仮定する．即ち，個人は重みの大きなリンクで繋がれた相手との対戦において高い利得を得やすく，重みの小さなリンクで繋がれた相手との対戦において低い利得を得やすいものと仮定する．更に，Cao ら [62] を参考に，リンクの重みの異質性が戦略の更新時における相手の「戦略の模倣」のしやすさに影響するものと仮定する．即ち，個人は重みの大きなリンクで繋がれた相手の戦略を模倣しやすく，重みの小さなリンクで繋がれた相手の戦略を模倣しにくいものとしてモデル化する．

なお，あるリンクを2者の個人が共有するとき，その重みは個人により異なる場合もある．リンクの重みを個人間の付き合いの頻度や量を意味するものと考えれば，2者を繋ぐリンクの重みは両者にとって同じであろう．但し，重みの程度が個人の価値観に基づき決まるものとするならば，1本のリンクを共有する2者はそのリンクに異なる重みを付与することもあるだろう．しかし，本研究では重みの異質性（特に，内部異質性）が協力の進化に与える影響とそのメカニズムを分析するため，可能な限り簡易なモデルを用いることとしている．そのため本研究では，各リンクの重みはそれを共有する2者の個人にとって同一であると仮定し，分析を行うこととする．

目的の2つめは、リンク重みの異質性が何故協力の進化に影響を与えるのか、その理由を解明することである。これまでの先行研究の多くは「リンク重みの異質性が協力の進化を促すこと」は明らかにしているものの、何故異質性がそのような効果を持つのかについては十分な検証がなされていないのが現状である。先行研究において、リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムに関する検証が不十分であったのは、使用するモデルの仮定が複雑であるために分析が困難であったことが原因と考えられる。そのため、本研究では可能な限り簡易なモデルを用いることで、何故重みの異質性が協力の進化に影響を与えるのかを調べる。具体的には、集団の構造を最も簡易な1次元レギュラーネットワークと仮定してモデル化し、計算と分析を行う。

次に、1次元レギュラーネットワークよりも若干複雑な構造を有する2次元格子ネットワークも分析対象とする。1次元レギュラーネットワークは構造が簡易であるため、上に述べたメカニズムの解明が可能であると考えられるものの、現実世界における集団の構造を模擬するには適さない。現実世界に見られる集団は複雑ネットワークの構造を有することが多いということが知られているため、集団構造を複雑ネットワークとしてモデル化の方が、より現実に近い集団を模擬することが可能となる。しかし、複雑ネットワークにおいては各プレイヤーの持つリンクの数が同一ではないため、リンクの重みだけでなくリンク数にもばらつきが生まれることとなり、重みの異質性が協力の進化に与える影響とリンク数のばらつきが協力の進化に与える影響との切り分けが困難となる。さらに、モデルに用いる仮定が複雑になるため、リンク重みの異質性が何故協力の進化を促すのか、そのメカニズムを分析することも困難となる。2次元格子ネットワークは1次元レギュラーネットワークと同様にリンク数のばらつきが存在しないため、このばらつきが協力の進化に与える影響を排除し、リンク重みの異質性のみの影響を分析することができる¹⁵。このため、本研究では1次元レギュラーネットワークに加え、それよりも（複雑ネットワーク程ではないが）ある程度現実的な構造を有し、リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因が解明可能であると考えられる2次元格子ネットワークをも分析対象とする。そのうえで、リンク重みの異質性（内部異質性）が協力の進化に与える影響を分析するとともに、そのような効果が生まれる理由の解明を目指す。

本論文の第2章では、リンク重みに異質性（内部異質性）のある1次元レギュラーネットワークにおける協力の進化を分析する。なお、この異質性が「対戦に考慮される場合」、

¹⁵なお、ネットワークの構造を1次元レギュラーまたは2次元格子と仮定することで、リンク数のばらつきが協力の進化に与える影響を排除することはできるが、それぞれのネットワーク構造自体が協力の進化に与える影響までは排除できない。1次元レギュラーネットワークや2次元格子ネットワークも、それ自体が空間的局所性により協力の進化を促す効果を持つため、これらのネットワーク上でのゲームを行う場合、リンクの重みの異質性だけでなく空間的局所性も協力の進化に影響を与える可能性がある。本論文ではリンクの重みの異質性が協力の進化に与える影響を調べるため、リンクの数のばらつきが及ぼす影響は排除しているが、ネットワークが持つ空間的局所性等の特性までは排除していない。

「戦略の更新に考慮される場合」、「対戦と戦略更新の両方に考慮される場合」のそれぞれについて検討する。また、第3章では集団構造を2次元格子ネットワークとした場合を対象として、重みの異質性が「対戦に考慮される場合」及び「戦略の更新に考慮される場合」のそれぞれについて分析を行う¹⁶。最後に第4章で、本研究のまとめと結果の解釈、今後の展望等について述べる。

¹⁶2次元格子ネットワークの場合、1次元レギュラーネットワークと比べてネットワークの構造やリンクの重みの分布等が複雑であるため、リンクの重みの異質性が対戦と戦略更新のいずれか片方のみに考慮される場合であっても、分析が困難である。このため、本研究では2次元格子については、リンクの重みが対戦のみまたは戦略更新のみに考慮される場合を分析対象とし、対戦と戦略更新の両方に考慮される場合については将来課題とする。

第2章 1次元レギュラーネットワークにおいて、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響

2.1 はじめに

第1章で述べたように、協力の進化に影響を与える要因として集団を構成する個人（個体）間を繋ぐリンクの重みの異質性が着目されるようになり、重みの異質性と協力の進化の関係を分析した研究が生まれるようになった。しかし、これらの研究の多くにおいて用いられる重みの異質性は、第1.3.2節に述べた外部異質性と内部異質性の両方を包含しているケースが多い。リンク重みの外部異質性は、第1.3.2節に述べたとおり、各個人の持つリンク重みの総量のばらつきである。一方、リンクの数にばらつきがある場合、各個人の持つリンクの重みを皆均一であると仮定すると、個人ごとに保有リンク数が異なるため、リンク重みの総量も異なることとなる。このことから、リンクの数のばらつきは、個人ごとに保有するリンクの重みの総量が異なるという点において、リンク重みの外部異質性と類似した特徴を持つ。なお、リンク数のばらつきが協力の進化を促す要因の1つであることは、Santosら [32] 等の研究により既に示されている。よって、リンク重みの外部異質性が協力の進化にもたらす影響は、このリンク数のばらつきと類似する効果によるものである可能性がある。このことから、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は外部異質性のみに拠るものであるかもしれない。以上を踏まえ、本研究ではリンク重みに内部異質性のみが存在するような集団において協力が進化し得るかを分析する。

また、これまでの先行研究の多くは、使用するモデルの仮定が複雑であるために、重みの異質性が何故協力の進化に影響を与えるのかについては十分に検証していなかった。本研究では可能な限り簡易なモデルを用いることで、リンクの重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明を目指す。

本章では、集団の構造を最も簡易な1次元レギュラーネットワークと仮定し、その上にプレイヤーを配置し、重みに異質性のあるネットワーク上での囚人のジレンマゲームを行う。なお、本研究ではネットワークの次数を2とし、各プレイヤーは重み w_1 のリンクと重み w_2 のリンクを1本ずつ保有することとする。また、 $w_1=1.0+w$ 、 $w_2=1.0-w$ ($w \in [0,$

1))とする。これにより、リンク重みを1変数 w のみで制御することが可能になるとともに、1プレイヤーあたりのリンク重みの総量が w に関わらず一定値 2.0 となり、リンク重みの外部異質性が排除される。 $w=0$ のときの集団は、全リンクの重みが均一な「異質性のないネットワーク」である。一方、 w が 1.0 に近づくほど各プレイヤーが持つリンクの重み差が大きくなり、即ち集団は「重みの異質性の大きいネットワーク」となる。

本章では、リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」、「戦略の更新に考慮する場合」、「対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合」について、異質性が協力の進化に与える影響を分析する。リンク重みを対戦に考慮する場合、本モデルではプレイヤーの獲得利得の増減に影響するものと仮定する。即ち、プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がった相手とのゲームにおいて高い利得を、重みの小さなリンクで繋がった相手とのゲームにおいて低い利得を得やすいものとする。一方、リンク重みを戦略更新に考慮する場合、本モデルでは戦略の模倣のしやすさに影響するものと仮定する。即ち、プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がった相手の戦略を模倣しやすく、重みの小さなリンクで繋がった相手の戦略を模倣しにくいものとする。

第 2.2 節ではモデルの説明を行い、第 2.3 節ではリンク重みを対戦に考慮する場合、第 2.4 節ではリンク重みを戦略更新に考慮する場合、第 2.5 節では対戦と戦略更新の両方に考慮する場合の計算結果と分析について述べる。第 2.6 節では上記 3 パターンの比較分析を行い、第 2.7 節で結論のまとめを行う。

2.2 モデル(リンク重みに異質性のある1次元レギュラーネットワーク上での、囚人のジレンマゲーム)

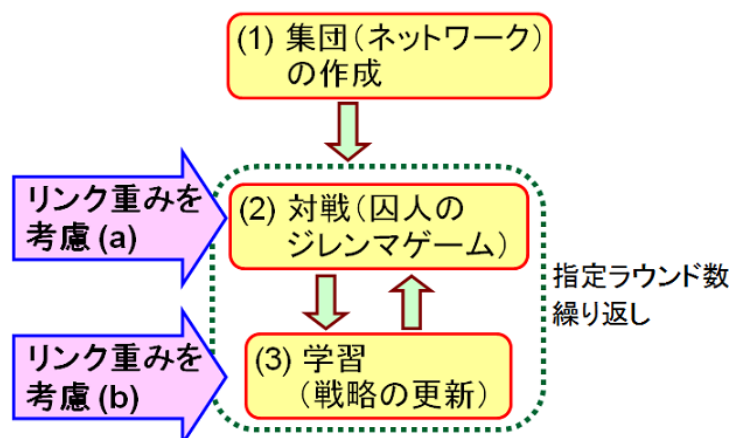


図 2.2.1: ネットワーク上での囚人のジレンマゲームにおける、シミュレーションの流れ

図 2.2.1 は、本モデルにおけるシミュレーションの流れを示す。シミュレーションの流れは Nowak ら [30,31] の先行研究で用いられたモデルと同様であり、まず「ネットワークの構築」が行われ、次に各プレイヤーの「対戦」、全対戦終了後に「戦略の更新」となる。また、本モデルは Du ら [58]、Ma ら [59] 及び Cao ら [62] が用いたモデルに従い、リンク重みの異質性を対戦や戦略の更新に考慮する。リンク重みを「対戦に考慮する場合」は図の (a) の矢印に該当し、「戦略更新に考慮する場合」は (b) の矢印に該当する。そして「対戦と戦略更新の両方に考慮する場合」は、図の (a) 及び (b) の両方の矢印のとおり、それぞれのフェーズでリンク重みの異質性が考慮される。シミュレーションにおける各フェーズについて、以下に詳しく述べていく。

(i) ネットワークの構築

図 2.2.2 のように、次数 2 の 1 次元レギュラーネットワーク上にプレイヤーを配置する。なお、集団サイズは 1,600 人とする。各プレイヤーは重み $1.0+w$ のリンクと重み $1.0-w$ ($w \in [0, 1)$) のリンクを 1 本ずつ有し、左右の 2 人のプレイヤーと繋がりを持つ。なおネットワークは、周期的境界条件を仮定した円環型とする。即ち、集団の右端のプレイヤーは左端のプレイヤーと繋がっているものとする。

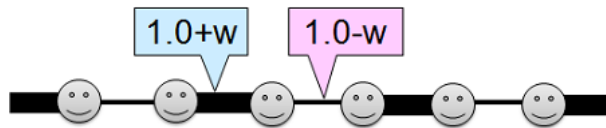


図 2.2.2: モデルに用いる 1 次元レギュラーネットワークの構造及びリンク重みの分布

(ii) 対戦

各ラウンドにおいて、プレイヤーはリンクで繋がれた 2 人の相手（隣人）と囚人のジレンマゲームを行う（自分自身を対戦相手に含めない）。なお、各ラウンドでプレイヤーは同じ相手と 2 回以上の対戦は行わないものとする。そのため、各プレイヤーの 1 ラウンドにおける対戦回数は自身の次数と等しく、2 回となる。プレイヤーの戦略は、Nowak ら [30,31] の先行研究と同様に、「隣人全員に協力」または「隣人全員に裏切」のいずれかの戦略を取る。初期ラウンドは確率分布に従い「協力」または「裏切」のいずれかの戦略が各プレイヤーに割り振られ（詳細は、付録 A を参照）、以後は「(iii) 戦略の更新」に記すアルゴリズムに従い、戦略を更新する。

ラウンド t におけるプレイヤー i 及び j のそれぞれの戦略（協力または裏切）を $s_i(t)$ 及び $s_j(t)$ 、プレイヤー i 及び j を繋ぐリンクの重みを w_{ij} と表す。また、リンクの重みを対戦に考慮しない場合、ラウンド t においてプレイヤー i がプレイヤー j との対戦により獲得する利得を $\pi_{s_i(t)s_j(t)}$ とする。表 1.1.1 に示す囚人のジレンマの利得行列に従えば、

$s_i(t) = \{C, D\}$, $\pi_{CC} = R$, $\pi_{DC} = T$, $\pi_{CD} = S$, $\pi_{DD} = P$ となる (C は協力戦略, D は裏切戦略を意味する)。なお, 本研究では先行研究 [30–36, 38, 39, 42–45, 58–60, 62, 68, 69, 75] に倣い利得行列を1パラメータで制御することとし, $R=1.0$, $T=b \in (1.0, 2.0)$ (0.01刻み), $P=S=0^1$ とする。このため, 本研究で用いる利得行列は表 2.2.1 に示す通りとなり, $\pi_{CC} = 1.0$, $\pi_{DC} = b$, $\pi_{CD} = \pi_{DD} = 0$ となる。

	協力	裏切
協力	1.0, 1.0	0, b
裏切	b, 0	0, 0

表 2.2.1: 本研究で用いる囚人のジレンマの利得行列 ($R=1.0$, $T=b \in (1.0, 2.0)$, $P=S=0$)

リンク重みを対戦に考慮する場合, Duら等の先行研究に従い, 各プレイヤーが対戦で得る利得は, 囚人のジレンマゲームの利得行列に従い得る利得に対戦相手とのリンクの重みを乗じたものとする。従って, リンク重みを対戦に考慮する場合, ラウンド t においてプレイヤー i が j との対戦で得る利得は $w_{ij}\pi_j^i(t)$ で表される。また, プレイヤーが各ラウンドで得る総利得は, 自身の隣人と1回ずつゲームを行い獲得した利得の総和とする。従って, プレイヤー i がラウンド t において得る総利得 $\pi^i(t)$ は, 以下のように表される。なお, プレイヤー i の隣人の集合を V_i と表す。

$$\pi^i(t) = \begin{cases} \sum_{j \in V_i} \pi_{s_i(t)s_j(t)} & (\text{リンク重みを対戦に考慮しない場合}) \\ \sum_{j \in V_i} w_{ij} \pi_{s_i(t)s_j(t)} & (\text{リンク重みを対戦に考慮する場合}) \end{cases}$$

(iii) 戦略の更新

各ラウンドの終わりに, プレイヤーは自分と繋がりのある2人の隣人のうち, 最も高い総利得を持つプレイヤーの戦略を模倣し, これを自身の次ラウンドでの戦略とする。但し, 戦略模倣対象である相手の総利得が自分の総利得を上回らない場合 (即ち, 自分自身が戦略模倣対象の1人である場合), プレイヤーは模倣を行わず, 自身の戦略を保持する。また, 戦略の模倣対象が自分自身以外に複数いる場合 (最も高い総利得を持つ隣人が複数いる場合) は, その中からランダムにプレイヤーを選び, その相手の戦略を模倣する。プレイヤー i がラウンド t において模倣する戦略 $s_i(t+1)$ は, 以下のように表される²。

¹ $T > R > P = S$ という設定は, 厳密には囚人のジレンマゲーム ($T > R > P > S$) とスノードリフトゲーム ($T > R > S > P$) との境界ゲームである。囚人のジレンマの条件 $P > S$ に反するが, $P=S$ としても $P > S$ としても得られる結果が変わらないということが調べられている [30, 31]。 $P=S$ と仮定することでパラメータ制約が減り, 分析が容易となるため, 本研究でも囚人のジレンマの利得を $P=S=0$ とする。

²本研究では, Caoら [62] の先行研究に従いリンク重みの異質性を戦略更新に考慮するが, モデルにおける計算要領は彼らとは異なるものを用いる。Caoらのモデルでは, 全プレイヤーが戦略更新を行うのではなく, 戦略更新を行うプレイヤーがランダムに選ばれる。プレイヤーは, 自身の隣人の中から戦略を模倣する相手を確率に従い決定する。プレイヤー i とプレイヤー j の間のリンクの重みを w_{ij} , プレイヤー j

$$s_i(t+1) = \begin{cases} s_i(t) & (\pi^i(t) \geq \max_{k \in V_i} \{\pi^k(t)\} \text{ のとき}) \\ s_j(t) & (\pi^j(t) = \max_{k \in V_i} \{\pi^k(t)\} > \pi^i(t) \text{ のとき}) \end{cases}$$

一方、リンク重みを戦略の更新に考慮する場合、各プレイヤーは隣人達の総利得を比較する際、相手とのリンクの重みを乗じた値を用いて比較を行うこととする。このとき、プレイヤー i がラウンド t において模倣する戦略 $s_i(t+1)$ は、以下のように表される。

$$s_i(t+1) = \begin{cases} s_i(t) & (\pi^i(t) \geq \max_{k \in V_i} \{w_{ik}\pi^k(t)\} \text{ のとき}) \\ s_j(t) & (w_{ij}\pi^j(t) = \max_{k \in V_i} \{w_{ik}\pi^k(t)\} > \pi^i(t) \text{ のとき}) \end{cases}$$

(iv) 繰り返し処理

集団のネットワーク作成後、各プレイヤーは自身の全隣人と囚人のジレンマゲームを行う。全プレイヤーの対戦終了後、各プレイヤーは自分及び隣人の総利得に基づき、戦略の更新を行う。上述のように、リンク重みを対戦に考慮する場合は (ii) において、戦略更新に考慮する場合は (iii) において、対戦と戦略更新の両方に考慮する場合は (ii) と (iii) の両方において、プレイヤーの利得にリンクの重みを考慮して処理を行う。対戦及び戦略更新の一連の処理を、定められたラウンド数だけ繰り返し実施する。

2.3 対戦におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響

2.3.1 計算要領 (コンピュータ・シミュレーションによる、集団協力率の導出)

本節では、リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」(戦略更新には考慮しない場合) について、異質性が協力の進化に与える影響を分析する。重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため、異質性の度合いを表すパラメータ w (及び協力者を裏切る利得 b) の値を変化させてシミュレーションを行い、集団における協力者の

の平均利得 (対戦で得た総利得を、そのプレイヤーが持つリンク重みの総量で除したものを) u_j 、プレイヤー i の隣人全体の集合を V_i とおく。このとき、プレイヤー i は確率 $(w_{ij}u_j)/(\sum_{k \in V_i} w_{ik}u_k)$ で、プレイヤー j を戦略の模倣相手に選び、彼の戦略を次ラウンドにおける自身の戦略とする。

本研究ではこの計算要領は用いず、プレイヤーは戦略更新の際に隣人の持つ総利得にその相手とのリンク重みを乗じて評価し、そのうえで総利得の評価値が最も高い相手の戦略を模倣することとする。これは、リンク重みを戦略更新に考慮する場合の計算要領を、重みを対戦に考慮する場合と可能な限り類似させるためである。また、戦略の模倣相手を確率的に選ぶ方法を用いないことで、モデルからランダム要素を可能な限り排除し、本研究の目的の1つであるメカニズムの導出を行いやすくするためでもある。

数の割合を算出する．具体的には， $b \in (1.0, 2.0)$ ， $w \in [0, 1)$ の範囲で値を 0.01 刻みで値を変化させ，比較分析を行う³．なお，集団サイズは第 2.2 節に述べたとおり 1,600 人とする．上述のように，リンク重みを対戦や戦略更新に考慮する場合，各フェーズにおいてプレイヤーの得る利得に重みを乗じた処理を行う．各シミュレーション試行において，集団における協力者数が周期的に循環もしくは概ね収束状態となった場合，当該ラウンドで計算を打ち切る（各試行における計算の打ち切り要領については，付録 B を参照）．そして，最終の一定ラウンド数における協力者数の割合の期間平均を求め，これを当該試行における出力値とする．この計算を 500 試行繰り返し行い（試行回数の決定要領については，付録 A を参照），各出力値の試行平均を最終出力値とし，これを「集団協力率」と呼ぶこととする．

2.3.2 計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）

本節では，囚人のジレンマにおいて協力者を裏切る利得 b が小さい場合及び大きい場合の例として， $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合を例に取り，リンク重みの異質性を示す変数 w の値を変化させ（0.01 刻み），第 2.3.1 節で述べた計算要領に基づき，集団協力率（試行平均）を算出する．

このときの結果は図 2.3.1 に示すとおりであり，図 2.3.1(a) は $b=1.2$ のときの結果を，図 2.3.1(b) は $b=1.8$ のときの結果を表す．まず $b=1.2$ の場合，図 2.3.1(a) より，リンク重みの異質性 w がある程度大きいとき ($w > 0$)，異質性がないとき ($w=0$) よりも集団協力率が高いことが分かる．一方 $b=1.8$ の場合は，図 2.3.1(b) から分かる通り，異質性の変数 w がある値に達するまではリンク重みが異質でないとき ($w=0$) の方が集団協力率が高いが， w がその値を超えると重みが異質であるとき ($w > 0$) の方が協力率が高くなる．

図 2.3.1(a) 及び図 2.3.1(b) より， $b=1.2$ と $b=1.8$ の場合の両方に見られる共通の特徴として，リンク重みの異質性 w が「ある程度大きい」と集団協力率が高くなること，即ち集団協力率が最大となるような最適な w の値が存在することが分かる．また， w の変化に対して集団協力率が階段状に変化しており，その変化を起こすような w の閾値が存在することが分かる．これらの閾値は「 $w=(b-1.0)/(b+1.0)$ 」及び「 $w=2.0/b-1.0$ 」の 2 式で与えられる（導出要領については後述する）．

以上より，リンクの重み w にある程度の異質性がある場合 ($w > 0$)，異質性がない場合 ($w=0$) よりも集団協力率が高いことが分かった．また，集団協力率が階段状に変化す

³なお，各パラメータ設定において，協力者を裏切る利得 b は全プレイヤーとも同一の値を取るものとする．同様に，リンク重みの異質性を示すパラメータ w も，各パラメータ設定において全プレイヤーとも同一の値を取るものとする

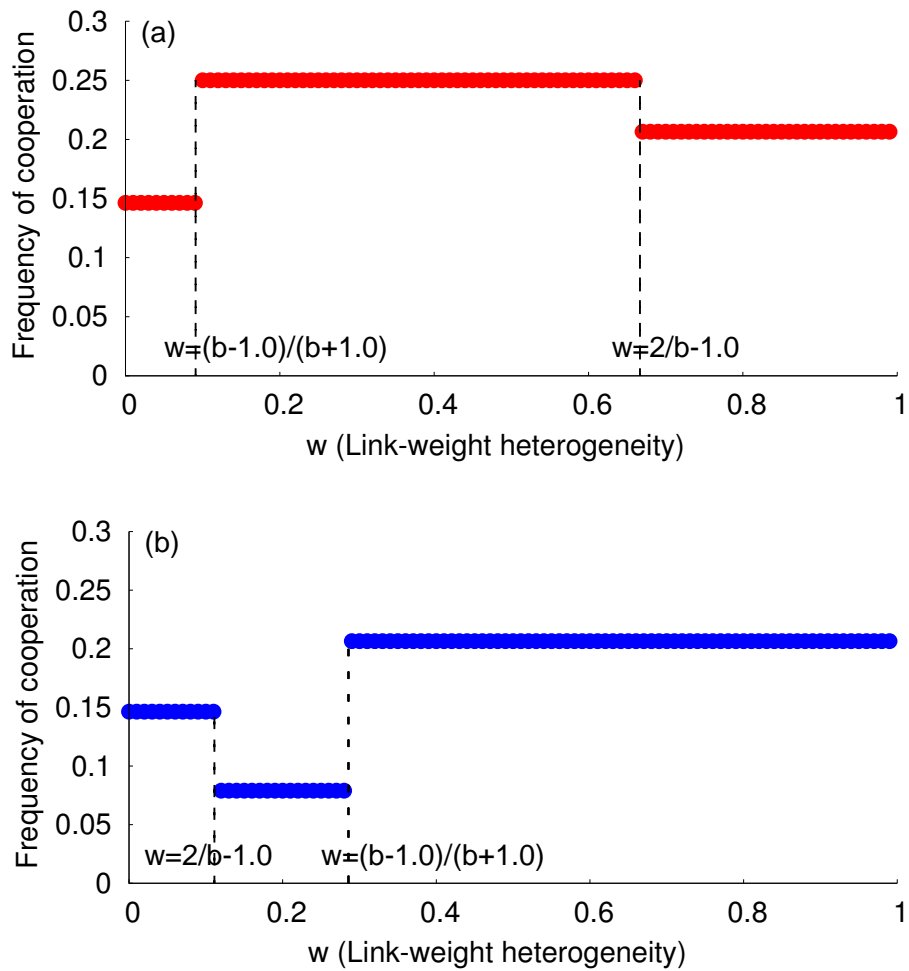


図 2.3.1: リンク重みの異質性 w と集団協力率 (1次元レギュラーネットワーク) . (a) は $b=1.2$, (b) は $b=1.8$ のときの結果を表す . また , グラフの横軸は重みの異質性 w を , 縦軸は集団協力率を示す .

るような閾値がリンク重みの異質性の値 w に存在することが分かった。

2.3.3 リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明

前節より、リンクの重み w にある程度の異質性がある場合、異質性がない場合よりも集団協力率が高いことが分かった。また、集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性の値 w に存在することが分かった。何故リンクの重みの異質性が協力の進化に影響を与えるのか、本節ではその原因について検討する。

Nowak ら [30,31] が示したように、空間的局所性のあるネットワーク上でゲームを行うようなモデルでは、協力戦略を有するプレイヤー同士が隣接した塊が集団内に形成されるとき、彼らが相互に協力し合うことで互いに高い利得を獲得し、これにより戦略の模倣を通して協力戦略が拡大する。Du ら [58] 等の提案したモデルに従えば、リンクの重みは対戦においてプレイヤーが得る利得を増加または減少させるため、協力戦略を有するプレイヤー同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が集団内に形成されるとき、彼らは高い利得を獲得しやすくなる。このため、リンク重みの異質性が大きい集団では、異質性が低い集団よりも、協力戦略の拡大が起こりやすいものと考えられる。このことを踏まえると、リンク重みの異質性が大きい集団で協力が進化することがあるのは、上に述べた「重みの大きなリンクで連結された協力者同士の塊」が集団内に多数存在することに拠るものと推測される。但し、協力者同士の塊があまりに多数存在する場合、リンク重みに異質性がある場合とない場合とに関わらず、協力が進化する可能性もあるだろう。つまり、リンク重みの異質性の違いにより協力率に差が生まれるのは、上に述べた重みの大きなリンクで連結された協力者同士の塊だけでなく、他の種類の塊（重みの大きなリンクで連結された裏切者同士の塊、または協力者と裏切者の塊）も組み合わせた戦略分布が存在することに拠るものであるという可能性もある。

以上のことを踏まえ、リンクの重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を探るため、単純な例として集団サイズ 10 人の小集団（サイズを 10 人とした理由については、付録 C を参照）を考え、戦略分布及びその変化に着目する。プレイヤー数 10 人の集団の場合、各自が取り得る戦略は「協力」または「裏切」の 2 通りであるため、集団内の戦略分布は「 $-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-$ 」, 「 $-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv D-$ 」, \dots , 「 $-D\equiv D-D\equiv D-D\equiv D-D\equiv D-D\equiv D-$ 」（ C は協力者 *cooperator* を、 D は裏切者 *defector* を、「 \equiv 」は重み $1.0+w$ のリンクを、「 $-$ 」は重み $1.0-w$ のリンクを示す）の、計 $2^{10}=1,024$ 通りとなる。なお、この小集団にも同様に周期的境界条件を仮定し、右端にいるプレイヤーは、左端にいるプレイヤーとリンクで繋がっていることとする。このため、1,024 通りの戦略分布は実質的に同じであるパターンが多く含まれる。例えば「 $-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-D\equiv$

D-」, 「-C≡C-C≡C-C≡C-D≡D-C≡C-」, 「-C≡C-C≡C-D≡D-C≡C-C≡C-」, 「-C≡C-D≡D-C≡C-C≡C-C≡C-」及び「-D≡D-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-」の5つの戦略分布は実質的に同じ分布であり, これらは「-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-D≡D-」にまとめられる. これにより, 総数 1,024 通りの戦略分布は実質的には 120 パターンにまとめられる.

表 2.3.1 は, 上に述べた 120 通りの戦略分布パターンを図示したものである. これらの戦略分布のそれぞれについて, 第 2.3.1 節で述べた計算要領に従い, 集団協力率を求める. リンク重みの違いが集団協力率にどのような影響を与えるのかを分析するため, 上述の 120 通りのパターンを初期の戦略分布とするそれぞれの小集団について, 重みの異質性の値 w の違いにより集団協力率が異なるようなケースを抽出する. 協力者を裏切る利得 b のそれぞれの値 (0.01 刻み) について, リンク重みの異質性 w の値を変えていき (0.01 刻み), w の値が異なると集団協力率も異なるような戦略分布パターンを抽出する.

この結果, 上記の 120 通りの戦略分布パターンは, (i) リンク重みがある値よりも大きい場合, そうでない場合よりも集団協力率が高いようなパターン, (ii) リンク重みがある値よりも大きい場合, そうでない場合よりも集団協力率が低いようなパターン, (iii) リンク重みの値に関係なく集団協力率が等しいパターンの 3 種類に分類される. なお, (i) 及び (ii) における集団協力率の違いを与える w の値は, b の値により異なる. ここでは, w の違いが協力の進化に与える影響を調べるため, (i) 及び (ii) に該当する戦略分布パターンに着目して分析を行う.

まず, (i) の「リンク重みがある値よりも大きい場合の方が集団協力率が高い」ような戦略分布パターンについて述べる. なお, これらは短期的な (1 ラウンド経過時) 協力者数の割合が多くなるような分布パターンと, 長期的な (最終状態) 協力率が多くなるような分布パターンの 2 種類に分けられる. リンク重みの違いによるプレイヤーの戦略変化を調べるため, ここではリンク重みがある値よりも大きいときに短期的な協力者数の割合が多くなるような分布パターンに着目する. これに該当する戦略分布パターンは複数あるが (詳細は後述), ここでは例としてパターン 3 に着目し, 集団の短期的な戦略分布の変化を観察する.

図 2.3.2 は, 戦略分布パターン 3 「-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-D≡D-」における戦略分布の推移状況を示したものである. この図の右から 2 番目のプレイヤーに着目し, 彼の戦略及び利得の時間変化を調べる. 本モデルでは, 各プレイヤーがゲームで得る利得は, 囚人のジレンマの利得表に従う利得に相手とのリンクの重みを乗じた値となるため, 彼は $b(1.0-w)$ の総利得を得ることとなる. 同様に右から 3 番目のプレイヤーについて見ると, 彼は協力者と重みの大きなリンクで繋がっているため, $1.0+w$ の総利得を得る. 一方, 右

パターン番号	戦略分布パターン	重複する戦略分布の個数
1	-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-	1
2	-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-C≡D-	10
3	-C≡C-C≡C-C≡C-C≡C-D≡D-	5
4	-C≡C-C≡C-C≡C-C≡D-C≡D-	10
5	-C≡C-C≡C-C≡C-C≡D-D≡C-	5
6	-C≡C-C≡C-C≡C-C≡D-D≡D-	10
7	-C≡C-C≡C-C≡C-D≡C-C≡D-	5
8	-C≡C-C≡C-C≡C-D≡C-D≡D-	10
9	-C≡C-C≡C-C≡C-D≡D-D≡D-	5
10	-C≡C-C≡C-C≡D-C≡C-C≡D-	10
11	-C≡C-C≡C-C≡D-C≡C-D≡C-	5
12	-C≡C-C≡C-C≡D-C≡C-D≡D-	10
13	-C≡C-C≡C-C≡D-C≡D-C≡D-	10
14	-C≡C-C≡C-C≡D-C≡D-D≡C-	10
15	-C≡C-C≡C-C≡D-C≡D-D≡D-	10
16	-C≡C-C≡C-C≡D-D≡C-C≡D-	10
17	-C≡C-C≡C-C≡D-D≡C-D≡D-	10
18	-C≡C-C≡C-C≡D-D≡D-C≡D-	10
19	-C≡C-C≡C-C≡D-D≡D-D≡C-	5
20	-C≡C-C≡C-C≡D-D≡D-D≡D-	10
21	-C≡C-C≡C-D≡C-C≡C-C≡D-	5
22	-C≡C-C≡C-D≡C-C≡C-D≡D-	10
23	-C≡C-C≡C-D≡C-C≡D-C≡D-	10
24	-C≡C-C≡C-D≡C-C≡D-D≡D-	10
25	-C≡C-C≡C-D≡C-D≡C-D≡D-	10
26	-C≡C-C≡C-D≡C-D≡D-C≡D-	5
27	-C≡C-C≡C-D≡C-D≡D-D≡D-	10
28	-C≡C-C≡C-D≡D-C≡C-D≡D-	5
29	-C≡C-C≡C-D≡D-C≡D-D≡D-	10
30	-C≡C-C≡C-D≡D-D≡D-D≡D-	5
31	-C≡C-C≡D-C≡C-C≡D-C≡D-	10
32	-C≡C-C≡D-C≡C-C≡D-D≡C-	10
33	-C≡C-C≡D-C≡C-C≡D-D≡D-	10
34	-C≡C-C≡D-C≡C-D≡C-C≡D-	10
35	-C≡C-C≡D-C≡C-D≡C-D≡C-	10
36	-C≡C-C≡D-C≡C-D≡C-D≡D-	10
37	-C≡C-C≡D-C≡C-D≡D-C≡D-	10
38	-C≡C-C≡D-C≡C-D≡D-D≡C-	10

パターン番号	戦略分布パターン	重複する戦略分布の個数
39	-C≡C-C≡D-C≡C-D≡D-D≡D-	10
40	-C≡C-C≡D-C≡D-C≡C-D≡D-	10
41	-C≡C-C≡D-C≡D-C≡D-C≡D-	10
42	-C≡C-C≡D-C≡D-C≡D-D≡C-	10
43	-C≡C-C≡D-C≡D-C≡D-D≡D-	10
44	-C≡C-C≡D-C≡D-D≡C-C≡D-	10
45	-C≡C-C≡D-C≡D-D≡C-D≡C-	5
46	-C≡C-C≡D-C≡D-D≡C-D≡D-	10
47	-C≡C-C≡D-C≡D-D≡D-C≡D-	10
48	-C≡C-C≡D-C≡D-D≡D-D≡C-	10
49	-C≡C-C≡D-C≡D-D≡D-D≡D-	10
50	-C≡C-C≡D-D≡C-C≡C-D≡D-	5
51	-C≡C-C≡D-D≡C-C≡D-C≡D-	10
52	-C≡C-C≡D-D≡C-C≡D-D≡C-	5
53	-C≡C-C≡D-D≡C-C≡D-D≡D-	10
54	-C≡C-C≡D-D≡C-D≡C-C≡D-	10
55	-C≡C-C≡D-D≡C-D≡C-D≡D-	10
56	-C≡C-C≡D-D≡C-D≡D-C≡D-	10
57	-C≡C-C≡D-D≡C-D≡D-D≡C-	10
58	-C≡C-C≡D-D≡C-D≡D-D≡D-	10
59	-C≡C-C≡D-D≡D-C≡C-D≡D-	10
60	-C≡C-C≡D-D≡D-C≡D-C≡D-	10
61	-C≡C-C≡D-D≡D-C≡D-D≡D-	10
62	-C≡C-C≡D-D≡D-D≡C-C≡D-	10
63	-C≡C-C≡D-D≡D-D≡C-D≡D-	10
64	-C≡C-C≡D-D≡D-D≡D-C≡D-	10
65	-C≡C-C≡D-D≡D-D≡D-D≡C-	5
66	-C≡C-C≡D-D≡D-D≡D-D≡D-	10
67	-C≡C-D≡C-C≡D-C≡C-D≡D-	5
68	-C≡C-D≡C-C≡D-C≡D-C≡D-	10
69	-C≡C-D≡C-C≡D-C≡D-D≡D-	10
70	-C≡C-D≡C-C≡D-D≡C-C≡D-	5
71	-C≡C-D≡C-C≡D-D≡C-D≡D-	10
72	-C≡C-D≡C-C≡D-D≡D-C≡D-	10
73	-C≡C-D≡C-C≡D-D≡D-D≡D-	10
74	-C≡C-D≡C-D≡C-C≡D-C≡D-	5
75	-C≡C-D≡C-D≡C-C≡D-D≡D-	10
76	-C≡C-D≡C-D≡C-D≡C-D≡D-	10

パターン番号	戦略分布パターン	重複する戦略分布の個数
77	-C≡C-D≡C-D≡C-D≡D-C≡D-	10
78	-C≡C-D≡C-D≡C-D≡D-D≡D-	10
79	-C≡C-D≡C-D≡D-C≡C-D≡D-	10
80	-C≡C-D≡C-D≡D-C≡D-D≡D-	10
81	-C≡C-D≡C-D≡D-D≡C-D≡D-	10
82	-C≡C-D≡C-D≡D-D≡D-C≡D-	5
83	-C≡C-D≡C-D≡D-D≡D-D≡D-	10
84	-C≡C-D≡D-C≡C-D≡D-D≡D-	5
85	-C≡C-D≡D-C≡D-C≡D-D≡D-	10
86	-C≡C-D≡D-C≡D-D≡C-D≡D-	5
87	-C≡C-D≡D-C≡D-D≡D-D≡D-	10
88	-C≡C-D≡D-D≡C-C≡D-D≡D-	5
89	-C≡C-D≡D-D≡C-D≡D-D≡D-	10
90	-C≡C-D≡D-D≡D-D≡D-D≡D-	5
91	-C≡D-C≡D-C≡D-C≡D-C≡D-	2
92	-C≡D-C≡D-C≡D-C≡D-D≡C-	10
93	-C≡D-C≡D-C≡D-C≡D-D≡D-	10
94	-C≡D-C≡D-C≡D-D≡C-D≡C-	10
95	-C≡D-C≡D-C≡D-D≡C-D≡D-	10
96	-C≡D-C≡D-C≡D-D≡D-D≡C-	10
97	-C≡D-C≡D-C≡D-D≡D-D≡D-	10
98	-C≡D-C≡D-D≡C-C≡D-D≡C-	10
99	-C≡D-C≡D-D≡C-C≡D-D≡D-	10
100	-C≡D-C≡D-D≡C-D≡C-D≡D-	5
101	-C≡D-C≡D-D≡C-D≡D-D≡C-	10
102	-C≡D-C≡D-D≡C-D≡D-D≡D-	10
103	-C≡D-C≡D-D≡D-C≡D-D≡C-	10
104	-C≡D-C≡D-D≡D-C≡D-D≡D-	10
105	-C≡D-C≡D-D≡D-D≡C-D≡C-	5
106	-C≡D-C≡D-D≡D-D≡C-D≡D-	10
107	-C≡D-C≡D-D≡D-D≡D-D≡C-	10
108	-C≡D-C≡D-D≡D-D≡D-D≡D-	10
109	-C≡D-D≡C-C≡D-D≡C-D≡D-	5
110	-C≡D-D≡C-C≡D-D≡D-D≡C-	5
111	-C≡D-D≡C-C≡D-D≡D-D≡D-	10
112	-C≡D-D≡C-D≡D-C≡D-D≡D-	10
113	-C≡D-D≡C-D≡D-D≡D-D≡D-	5
114	-C≡D-D≡D-C≡D-D≡D-D≡C-	10

パターン番号	戦略分布パターン	重複する戦略分布の個数
115	-C≡D-D≡D-C≡D-D≡D-D≡D-	10
116	-C≡D-D≡D-D≡C-D≡D-D≡D-	5
117	-C≡D-D≡D-D≡D-D≡C-D≡D-	5
118	-C≡D-D≡D-D≡D-D≡D-D≡C-	5
119	-C≡D-D≡D-D≡D-D≡D-D≡D-	10
120	-D≡D-D≡D-D≡D-D≡D-D≡D-	1

表 2.3.1: プレイヤー数 10 人の小集団における, 120 通りの戦略分布パターンの一覧. 表の 2 列目は各分布パターンの図を, 3 列目にはその戦略分布パターンと実質的に同じである戦略分布が幾つあるのか (2 列目の戦略分布自体も含めて), その個数を示す. なお, C は協力者 cooperater を, D は裏切者 defector を, 「≡」は重みの大きなリンク ($1.0+w$) を, 「-」重みの小さなリンク ($1.0-w$) を示す.

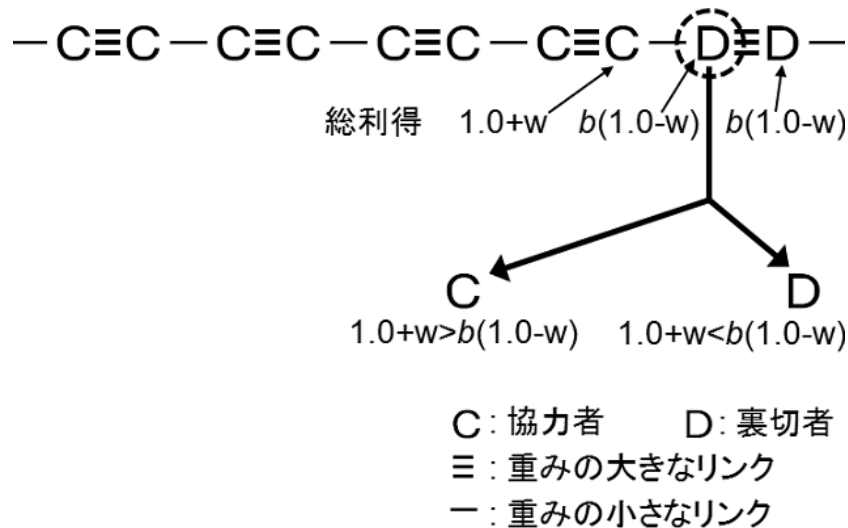


図 2.3.2: 戦略分布パターン 3 における, w の違いによる戦略分布の推移状況. C は協力者 cooperater を, D は裏切者 defector を, 「≡」は重みの大きなリンク ($1.0+w$) を, 「-」重みの小さなリンク ($1.0-w$) を示す. 図中の点線の丸で囲んだプレイヤーについて, 対戦及び戦略更新に基づく彼の戦略の変化状況を示す.

端のプレイヤーは、協力者と重みの小さなリンクで繋がっているため、 $b(1.0-w)$ の総利得を得る。よって、右から 2 番目のプレイヤーは、自身と右から 3 番目のプレイヤーの総利得を比較し、右から 3 番目のプレイヤーの総利得の方が高ければその戦略を模倣し、そうでない場合は自身の戦略を保持する。彼らの総利得を比較すると、もし $1.0+w > b(1.0-w)$ 、即ち $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ が満たされれば、右から 2 番目のプレイヤーは右から 3 番目のプレイヤーの戦略を模倣し、自身の戦略を「裏切」から「協力」に変化させるのである。このように、協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっていることで得られる総利得 $1.0+w$ と、裏切者が協力者から搾取するも両者を繋ぐリンクの重みが小さいことで得る総利得 $b(1.0-w)$ の比較が行われるとき、リンクの重み w が $1.0+w > b(1.0-w)$ を満たすことで協力戦略の拡大が起こる。もし裏切者が協力者と重みの小さなリンクでなく重みの大きなリンクで繋がっている場合、彼の総利得は $b(1.0+w)$ となるため、 w の値に関係なく常に $1.0+w$ を上回る値となり、 w の値に関わらず協力戦略の拡大は起こらないこととなる。一方、もし裏切者が協力者と繋がっていない場合、彼の総利得は 0 となるため、 w の値に関わらず協力戦略の拡大が起こることとなる。即ち、 w が $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ を満たすときに協力戦略の拡大が起こるためには、戦略分布パターン 3 のように、協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊と、裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊が隣接しているような構造が必要となる。なお、これは右から 2 番目のプレイヤーだけでなく右端のプレイヤーも同様であり、もし $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ が満たされれば、彼は左端のプレイヤーの戦略を模倣し、自身の戦略を「裏切」から「協力」に変化させるのである。これより、集団の戦略分布はパターン 3 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - D \equiv D -$ 」からパターン 1 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C -$ 」へと変化する。一方、条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ が満たされない場合、右端の 2 人のプレイヤーは自身の戦略である「裏切」を保持するため、戦略分布はパターン 3 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - D \equiv D -$ 」のままとなる。このように、初期の戦略分布がパターン 3 である小集団においては、 w が上述の条件を満たすとき、2 人のプレイヤーは自身の戦略を「協力」に変化させるため、 w が条件を満たさない場合よりも協力者の数が多くなる。あるプレイヤーの戦略を「協力」から「裏切」に変化させるような w の条件を、以後は協力戦略の拡大条件と呼ぶこととする。

次に、(ii) の「リンク重みがある値よりも大きい場合の方が集団協力率が低い」ような戦略分布パターンについて述べる。これらについても、短期的な（1 ラウンド経過時）協力者数の割合が多くなるような分布パターンと、長期的な（最終状態）協力率が多くなるような分布パターンの 2 種類に分けられる。(i) の場合と同様に、リンク重みの違いによるプレイヤーの戦略変化を調べるため、リンク重みがある値よりも大きいときに短期的な協力者数の割合が少なくなるような分布パターンに着目する。これに該当する戦略分布パ

ターンは複数あるが（詳細は後述），ここでは例としてパターン5に着目し，集団の短期的な戦略分布の変化を観察する．

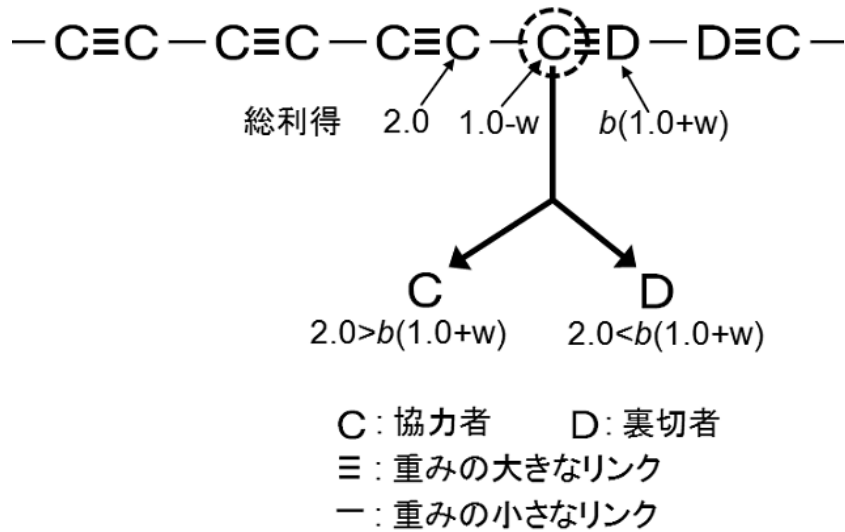


図 2.3.3: 戦略分布パターン5における， w の違いによる戦略分布の推移状況．Cは協力者 cooperators を，Dは裏切者 defectors を，「≡」は重みの大きなリンク（ $1.0+w$ ）を，「-」重みの小さなリンク（ $1.0-w$ ）を示す．図中の点線の丸で囲んだプレイヤーについて，対戦及び戦略更新に基づく彼の戦略の変化状況を示す．

図 2.3.3 は，戦略分布パターン5「 $\text{--- C} \equiv \text{C} \text{--- C} \equiv \text{C} \text{--- C} \equiv \text{C} \text{--- C} \equiv \text{D} \text{--- D} \equiv \text{C} \text{---}$ 」における戦略分布の推移状況を示したものである．この図の左から7番目のプレイヤーに着目し，彼の戦略及び利得の時間変化を調べる．本モデルでは，各プレイヤーがゲームで得る利得は，囚人のジレンマの利得表に従う利得に相手とのリンクの重みを乗じた値となるため，彼は $1.0-w$ の総利得を得ることとなる．同様に左から6番目のプレイヤーについて見ると，彼は2人の協力者と重みの大きなリンク及び小さなリンクの両方で繋がっているため，合わせて 2.0 の総利得を得る．一方，左から8番目のプレイヤーは，協力者と重みの大きなリンクで繋がっているため， $b(1.0+w)$ の総利得を得る． w の値に関わらず，左から7番目のプレイヤーの総利得 $1.0-w$ は自身の両隣の2プレイヤーのいずれの総利得よりも低いため，彼は左から6番目のプレイヤーの総利得 2.0 と左から8番目のプレイヤーの総利得 $b(1.0+w)$ を比較し，総利得が高い方のプレイヤーの戦略を模倣する．彼らの総利得を比較すると，もし $2.0 > b(1.0+w)$ ，即ち $w < 2.0/b - 1.0$ が満たされれば，左から7番目のプレイヤーは6番目のプレイヤーの戦略を模倣し，自身の戦略である「協力」を「裏切」に変化させずに済む．このように，協力者が左右2人の協力者と繋がっていることで得られる総利得 2.0 と，裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっていることで得る総利得 $b(1.0+w)$ の比較が行われるとき，リンクの重み w が $2.0 > b(1.0+w)$ を満たすことで協力

戦略が維持される。もし裏切者が協力者と重みの大きなリンクだけでなく重みの小さなリンクでも繋がっている場合、彼の総利得は $2.0b$ となるため、 w の値に関係なく常に 2.0 を上回る値となり、 w の値に関わらず協力戦略の維持は起こらないこととなる。一方、もし裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっていない場合（重みの小さなリンクのみで繋がっている場合もしくは協力者と繋がっていない場合）、彼の総利得は w の値に関係なく常に 2.0 を上回る値となるため、 w の値に関わらず協力戦略の維持が起こることとなる。即ち、 w が $w < 2.0/b - 1.0$ を満たすときに協力戦略の維持が起こるためには、戦略分布パターン5のように、協力者同士が重みの大きなリンクと小さなリンクの両方で繋がっている塊と、裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっている（かつ重みの小さなリンクで協力者と繋がっていない）塊が隣接しているような構造が必要となる。なお、これは右端のプレイヤーも同様であり、もし $w < 2.0/b - 1.0$ が満たされれば、彼は左端のプレイヤーの戦略を模倣するため、自身の戦略を「協力」から「裏切」に変化させずに済む。これより、集団の戦略分布はパターン5「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - D \equiv C -$ 」が維持される。一方、条件 $w < 2.0/b - 1.0$ が満たされない場合、左から7番目のプレイヤー及び右端のプレイヤーは自身の戦略である「協力」を「裏切」に変化させるため、戦略分布はパターン5「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - D \equiv C -$ 」からパターン9「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - D \equiv D - D \equiv D -$ 」へと変化する。このように、初期の戦略分布がパターン5である小集団においては、 w が上述の条件を満たすとき、左から7番目及び右端のプレイヤーは自身の戦略である「協力」を保持するため、 w が条件を満たさない場合よりも協力者の数が多くなる。あるプレイヤーの戦略である「協力」が維持されるような w の条件を、以後は協力戦略の維持条件と呼ぶこととする。

なお、先程条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ を協力戦略の拡大条件と定義したが、これは厳密には維持条件も兼ねている。戦略分布のパターン12「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - C \equiv C - D \equiv D -$ 」を例にとると、条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ が満たされるとき、右端及び右から2番目のプレイヤーは自身の戦略を「裏切」から「協力」に変化させる、即ち協力戦略の拡大が起こる。一方、右から3番目のプレイヤーは、上記の条件が満たされるとき、彼の戦略は「協力」から「裏切」に変化せずに済む（これまでと同じ要領で確認できるため、図の掲載や詳細な説明については割愛する）。よって、当該条件は右端及び右から2番目のプレイヤーにとっては協力戦略の拡大条件であるが、右から3番目のプレイヤーにとっては維持条件となる。即ち、条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ は、どの戦略分布パターンに着目するか、そしてどのプレイヤーの戦略の変化を観察するかによって、協力戦略の拡大条件にも維持条件にもなり得るのである。このことを踏まえ、以後は協力戦略の拡大/維持条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ を条件1、協力戦略の維持条件 $w < 2.0/b - 1.0$ を条件2と呼称する

(なお、条件 2 は維持条件のみであり、拡大条件とはなり得ないことを確認済みである)。

ここまで、協力戦略の拡大または維持が発生するための w の条件ならびにそれが機能するような戦略分布パターンについて述べた。ここで条件 1 及び 2 について、それが機能するような戦略分布パターンについて考察する。条件 1 が機能する分布パターンの例としてパターン 3 を挙げたが(図 2.3.2 より)、これは協力者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊と、裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が隣接していることにより、条件 1 がその効果を発揮する。このときに重みの異質性 w が大きければ、同じ塊に属する協力者の利得は高くなる。一方で、裏切者は同じ塊に属する裏切者からは利得を得ることができず、重みの小さなリンクで繋がった協力者から得られる利得も小さい。即ち、上で述べた戦略分布のパターンは、重みの異質性 w が大きいとき、協力者の利得が裏切者よりも高くなりやすいような構造となっているのである。条件 2 が機能する分布パターンの例としてはパターン 5 を挙げたが(図 2.3.3 より)、これは協力者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊と、協力者と裏切者が重みの大きなリンクで繋がれた塊が隣接していることにより、条件 2 がその効果を発揮する。パターン 5 では、協力者同士の塊に属する協力者が得る利得は w に依存しないが、裏切者は重みの大きなリンクで繋がった協力者から高い利得を得やすくなるため、裏切者の利得が協力者より低い値であるためには、重みの異質性 w が低い値である必要がある。即ち、このような戦略分布のパターンは、重みの異質性 w が小さいとき、協力者の利得が裏切者よりも高い値となりやすいような構造となっている。このことから、重みの異質性 w は協力者だけでなく裏切者の得る利得も同様に変動させる効果があるため、 w が大きい場合と小さい場合とでどちらが協力の進化を促進するかは、集団の戦略分布により異なると言える。

表 2.3.2 は、 w が上述の条件 1 または条件 2 を満たすときに、満たさないときよりも短期的な(1 ラウンド経過時)協力者数が多いような戦略分布パターン、最終的な集団協力率が高いような戦略分布パターンを示す。例えば図 2.3.2 に挙げた戦略分布パターン 3 は、 w が条件 1 を満たす場合、満たさない場合よりも短期的な協力者数の割合が多くなるような戦略分布パターンの 1 つである。また、図 2.3.3 に挙げた戦略分布パターン 5 は、 w が条件 2 を満たす場合、満たさない場合よりも短期的な協力者数の割合が多くなるような戦略分布パターンの 1 つである。表から分かるとおり、 w が条件を満たすとき、満たさないときと比べて短期的な協力者数の割合は多くなるものの、最終的な集団協力率は高くないような戦略分布パターンもあり、例えば条件 1 の場合は分布パターン 37 が該当する(詳細は後述)。但し、 w が条件を満たすことで、満たさないときよりも短期的な協力者数の割合や最終的な集団協力率が低下するような戦略分布パターンは、条件 1 と 2 とともに存在しないことを確認済みである。即ち、全ての戦略分布パターンにおいて、 w が条件を

w の条件	条件 1 (拡大 / 維持条件)
条件式	$w > (b-1.0)/(b+1.0)$
戦略分布パターン (短期)	3, 6, 8, 9, 12, 15, 17, 20, 22, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 33, 36, 37, 38, 39, 40, 43, 46, 49, 50, 53, 55, 58, 59, 61, 63, 66, 67, 69, 71, 73, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90
戦略分布パターン (最終)	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 50, 52, 53, 55, 57, 58, 59, 61, 63, 65, 66, 67, 79, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90

w の条件	条件 2 (維持条件)
条件式	$w < 2.0/b - 1.0$
戦略分布パターン (短期)	5, 6, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 32, 33, 38, 42, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
戦略分布パターン (最終)	2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 50, 52, 53, 55, 57, 58, 59, 61, 63, 65, 66, 67, 79, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90

表 2.3.2: w が条件 1 または条件 2 を満たすか否かで, 短期に (1 ラウンド経過時) 協力者数の割合が異なるような戦略分布パターン, 最終的な集団協力率が異なるような戦略分布パターン. 表の 1 行目及び 2 行目は, w が満たすべき条件及び条件式を示す. w が当該条件を満たすとき, 満たさないときよりも短期的な協力者数の割合が多くなるような戦略分布パターンの番号を 3 行目に, 最終的な集団協力率が高くなるような戦略分布パターンの番号を 4 行目に記す.

満たすときの短期的な協力者数の割合及び最終的な集団協力率は、満たさないときと同等もしくはそれを上回る値となる。

ここまで、協力戦略の拡大/維持が起こるための条件として、条件1「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」及び条件2「 $w < 2.0/b-1.0$ 」について述べた。しかし、これらはサイズ10の小集団における条件であり、大集団での最終的な集団協力率がこれらの条件に対応するのかどうかを調べる必要がある。

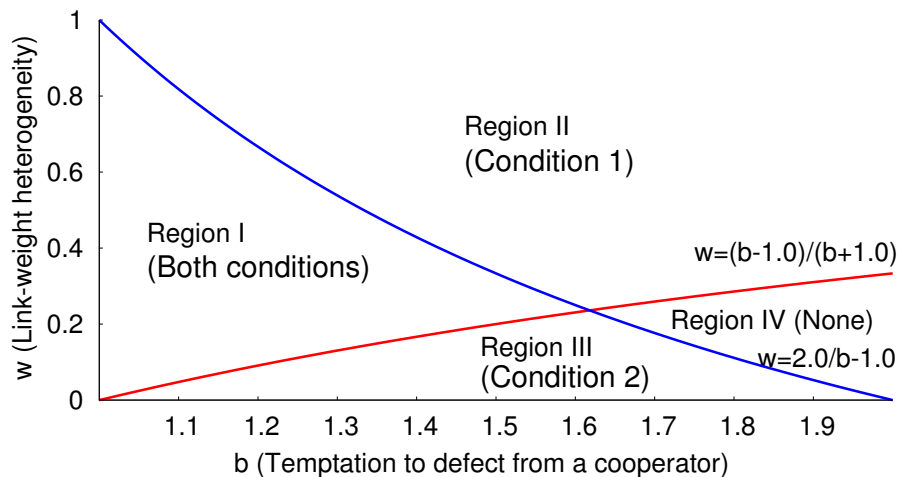


図 2.3.4: 導出した協力戦略の拡大/維持条件(条件1及び2の,計2条件)。グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を,縦軸はリンク重みの異質性 w を表す。図の2本の線は,導出した w の各条件が成り立つか否かの境界線を示す。なお,条件1「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」を赤の線,条件2「 $w < 2.0/b-1.0$ 」を青の線で示す。

図 2.3.4 は,導出した2つの条件について, w が満たすか否かの境界線を図示したものである。 (b, w) が図の Region I 内にあるとき, $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ かつ $w < 2.0/b-1.0$ が成り立ち,条件1と条件2の両方が満たされる。 (b, w) が図の Region II 内にあるとき, $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ は成り立つが $w < 2.0/b-1.0$ とはならないため,条件1のみが満たされる。同様に,Region III は条件2のみが満たされる領域を,Region IV はいずれの条件も満たされない領域を示す。

小集団で導出した協力戦略の拡大や維持の条件と大集団における集団協力率との関係調べるため,集団協力率と w の関係を示した図 2.3.1(a) 及び (b) に着目し,図 2.3.4 と比較する。まず図 2.3.4 のグラフについて $b=1.2$ と固定し, w の値を0から増加させていくと, (b, w) は Region III から始まり,条件1の閾値 $w = (b-1.0)/(b+1.0)$ を通過した後,Region I へと遷移する。この w の値の変化に合わせて図 2.3.1(a) を見ると,条件1を満たすときの値を w が超えたところで集団協力率は階段状に上昇している。これは,図 2.3.4 において w が「条件1だけ満たす領域」から「条件1と2の両方を満たす領域」に遷移し

ていることに対応する。更に w の値を増加させたときに図 2.3.4 を見ると、 (b, w) は条件 2 の閾値 $w=2.0/b-1.0$ を通過した後、Region II へと遷移する。この w の変化に合わせて図 2.3.1(a) を見ると、条件 2 を満たさなくなるような値を w が超えたところで集団協力率は階段状に下降している。これは、図 2.3.4 において w が「条件 1 と 2 の両方を満たす領域」から「条件 2 だけ両方を満たす領域」に遷移していることに対応する。

$b=1.8$ の場合についても同様である。図 2.3.4 のグラフについて $b=1.8$ と固定し、 w の値を 0 から増加させていくと、 (b, w) は Region III から始まり、条件 2 の閾値 $w=2.0/b-1.0$ を通過し、更に Region IV を超え、条件 1 の閾値 $w=(b-1.0)/(b+1.0)$ を通過した後、最終的には Region II まで遷移する。このときの w の変化に合わせて図 2.3.1(b) を見ると、 w が図 2.3.4 の Region III から Region IV へ遷移するときに図 2.3.1(b) では集団協力率が不連続に低下する。同様に、 w が図 2.3.4 の Region IV から Region II に遷移するとき、図 2.3.1(b) では集団協力率が不連続に上昇する。このように、 w が値の変化に伴い各条件の閾値を超えるところで集団協力率は階段状に変化しており、図 2.3.4 の各 Region における w の条件達成状況に応じて、協力率が上昇または下降していることが分かる。

以上より、 $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合について、小集団で導出した 2 条件が大集団における集団協力率の変化に対応することを確認した。但し、これらは $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合のみの結果であり、 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において同様の確認を行う必要がある。

図 2.3.5 は、パラメータ b と w の組合せ（ともに 0.01 刻み）に対する集団協力率を示す。なお、集団協力率の計算要領は第 2.3.1 節のとおりである。図を見ると、パラメータ空間は集団協力率の大小により 4 つの領域に分かれている。これらを集団協力率の高い領域から順に Region I', II', III', IV' と呼称する。この領域を分断する線は協力率を不連続に変化させる (b, w) の閾値であり、対応する (b, w) の値について協力戦略の拡大/維持条件である条件 1 と条件 2 の線が図 2.3.4 内に存在していることが分かる。先程の図 2.3.4 の Region I, II, III, IV のそれぞれの領域が、図 2.3.5 の Region I', II', III', IV' のそれぞれに対応していることが分かる。例えば (b, w) が図 2.3.4 において条件 1 と条件 2 の両方を満たす Region I に存在するとき、図 2.3.5 では (b, w) は Region I' に存在し、集団協力率は 4 領域の中では最大となっている。同様に、 (b, w) が図 2.3.4 において条件 1 だけ満たす Region II、条件 2 だけ満たす Region III、いずれの条件も満たさない Region IV に存在するとき、図 2.3.5 においては (b, w) は Region II', Region III', Region IV' に存在しており、集団協力率はこの順番で低下していることが分かる。

以上より、図 2.3.5 における各領域 (Region I'~IV') が、小集団で導出された条件式 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 及び $w < 2.0/b-1.0$ により分けられた領域 Region I, II, III, IV のそれぞれに対応していること、また図 2.3.5 における各領域の間の境界線が、導出した条件

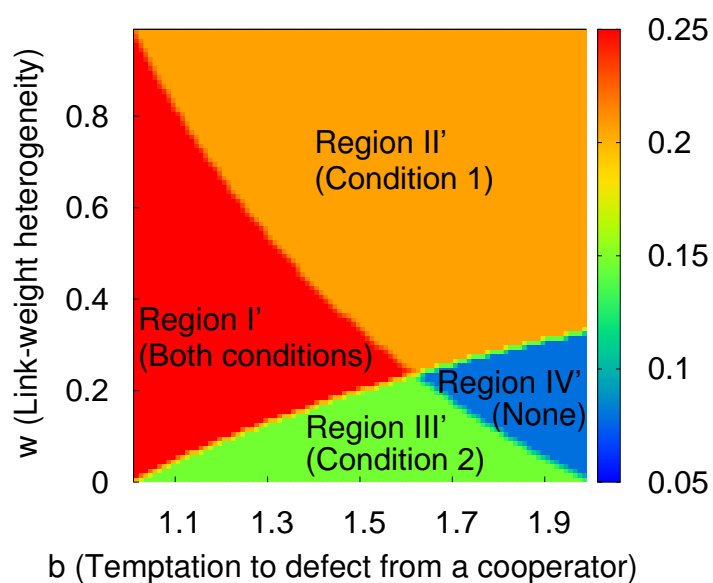


図 2.3.5: 重みの異質性 $w \in [0, 1)$ と利得 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲における, 集団協力率 (1次元レギュラーネットワーク). グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を, 縦軸はリンク重みの異質性 w を, パラメータ空間における各ポイントの色は集団協力率の程度を表す. (b, w) で構成される空間は集団協力率の大小により 4 領域に分けられ, 集団協力率の高い領域から順に Region I', II', III', IV' と呼称する.

式と一致することを確認した．これにより， $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において，小集団で導出した 2 条件が大集団における集団協力率の変化にも同様に対応することを確認した．

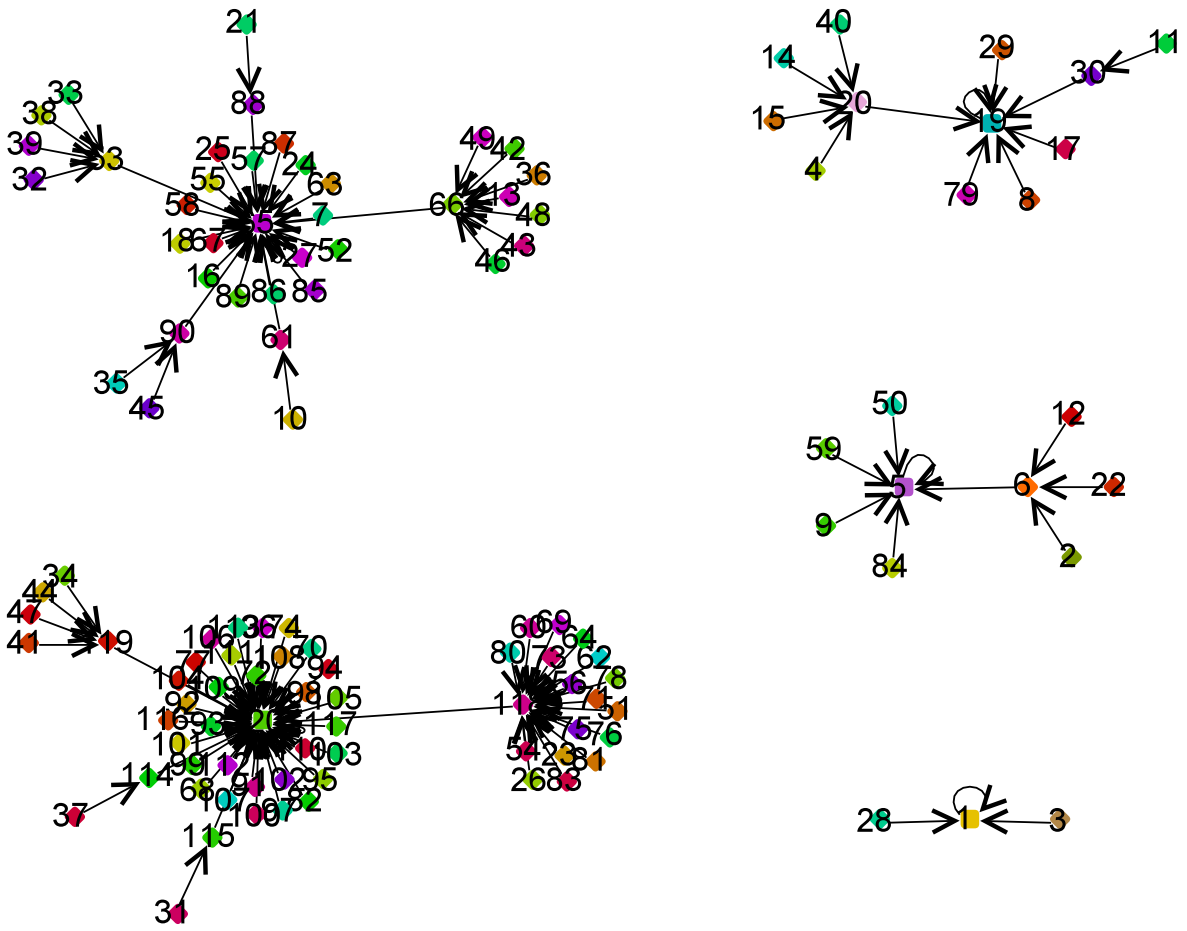
ここまで，プレイヤー数 10 人の小集団を考え，想定される 120 通りの戦略分布パターンについて，リンク重みの異質性 w の値の違いにより集団協力率が異なるケースを抽出し，協力戦略の拡大／維持条件の導出を行い，大集団における集団協力率との比較を行った．しかし， w の条件導出に際しては，1 ラウンド経過したときのプレイヤーの短期的な戦略変化しか見ていないため，一時的な協力戦略の拡大／維持が最終的な集団協力率には寄与しない可能性も考えられる．一方で，短期的には w の値の違いが協力者の数に影響を与えない場合でも，プレイヤーの戦略変化により集団の戦略分布パターンが変化することで，最終的な集団協力率には違いが生まれる可能性もある．そこで，図 2.3.5 に示した Region I~IV' の 4 領域に属する各 (b, w) について，前述の 120 種類の戦略分布パターンを初期分布とする小集団を考え，これらがどのようなパターンへ推移していくのかを観察する．

図 2.3.6(a)~(d) は，図 2.3.5 に示した Region I~IV' の 4 領域に属する各 (b, w) について，120 個の戦略分布パターンを初期の分布とする小集団における分布パターンの推移状況を示す．まず図 2.3.6(d) (いずれの条件も満たされない場合) を見ると，多くの戦略分布パターンが最終的にパターン 120 へ推移していることが分かる．パターン 120 は「-D≡D-D≡D-D≡D-D≡D-D≡D-」であり，協力者数は 0/10 である． w がいずれの条件も満たさない場合は，多くの戦略分布パターンが最終的にパターン 120 へ到達するため，大集団の集団協力率も低くなることが予想される⁴．一方，図 2.3.6(a) (条件 1 と 2 の両方が満たされる場合) を見ると，最終的にパターン 120 へ推移する分布が多数見られる一方で，パターン 65 へ推移する分布パターンも多く見られる．パターン 65 は「-C≡C-C≡D-D≡D-D≡D-D≡C-」であり，協力者数は 4/10 である． w が条件 1 と 2 の両方を満たす場合，最終的にパターン 65 へ到達する分布パターンが多く存在するため，いずれの条件も満たさない場合と比べて集団協力率が高くなると考えられる．

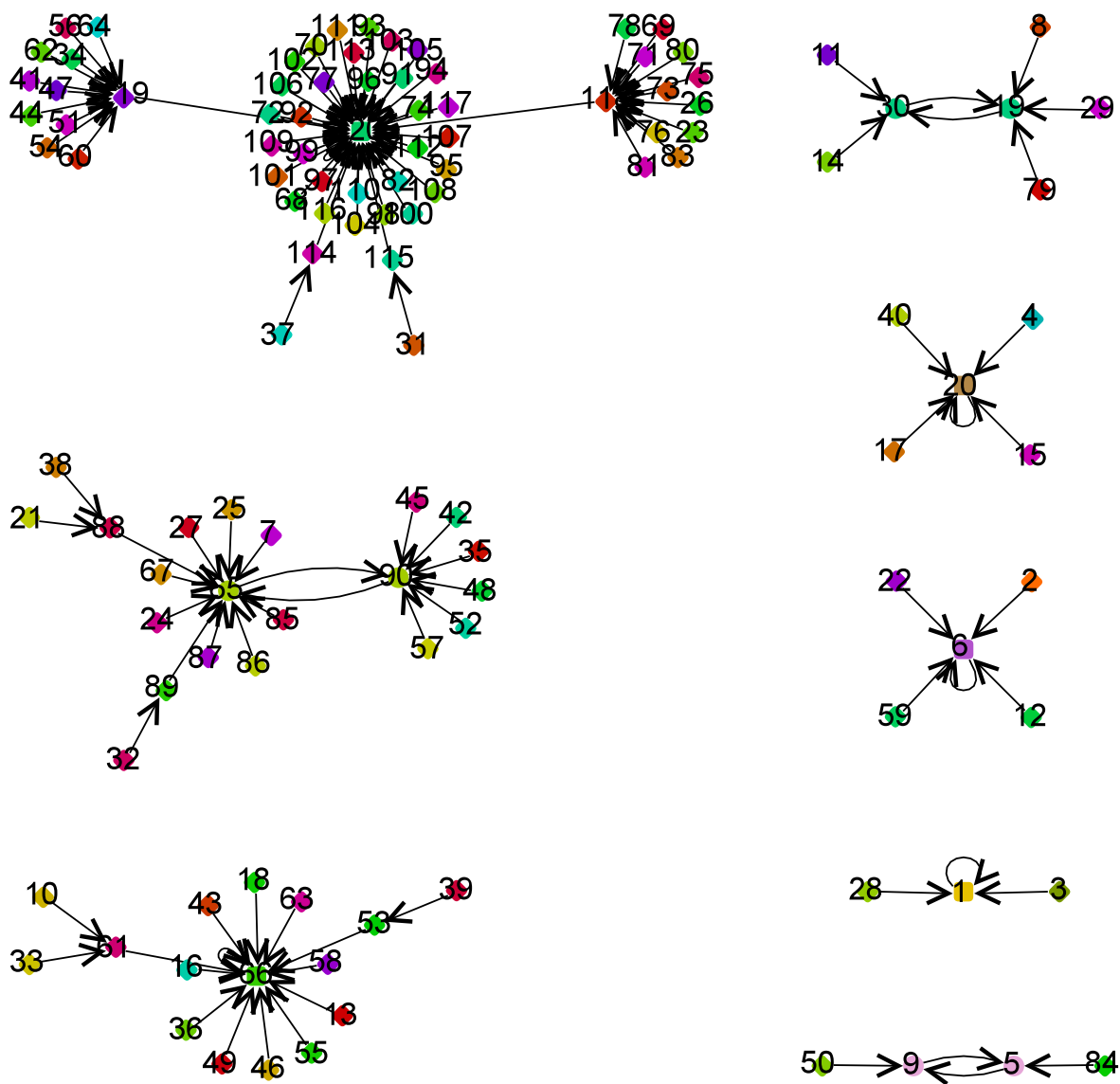
次に，図 2.3.6(d) (いずれの条件も満たされない場合) と図 2.3.6(b) (条件 1 のみ満たされる場合) の状態推移を比較することで， w が条件 1 を満たすか否かで戦略分布の推移にどのような違いがあるのかを確認できる ((c) と (a) の比較でも，確認できる)．また，図 2.3.6(d) (いずれの条件も満たされない場合) と図 2.3.6(c) (条件 2 のみ満たされる場合) の状態推移を比較することで， w が条件 2 を満たすか否かで戦略分布の推移にどのような違いがあるのかを確認できる ((b) と (a) の比較でも，確認できる)．

⁴初期ラウンドにおけるプレイヤーの戦略分布は付録 A に述べた確率分布に従うため，これら 1,024 通りの分布は集団内に等確率で存在することになる．このため，戦略分布パターンの多くが協力者数 0/10 のパターン 120 へ推移するのであれば，それらの集合体と考えられる大集団においても，同様に集団協力率は低くなるものと推測できる．

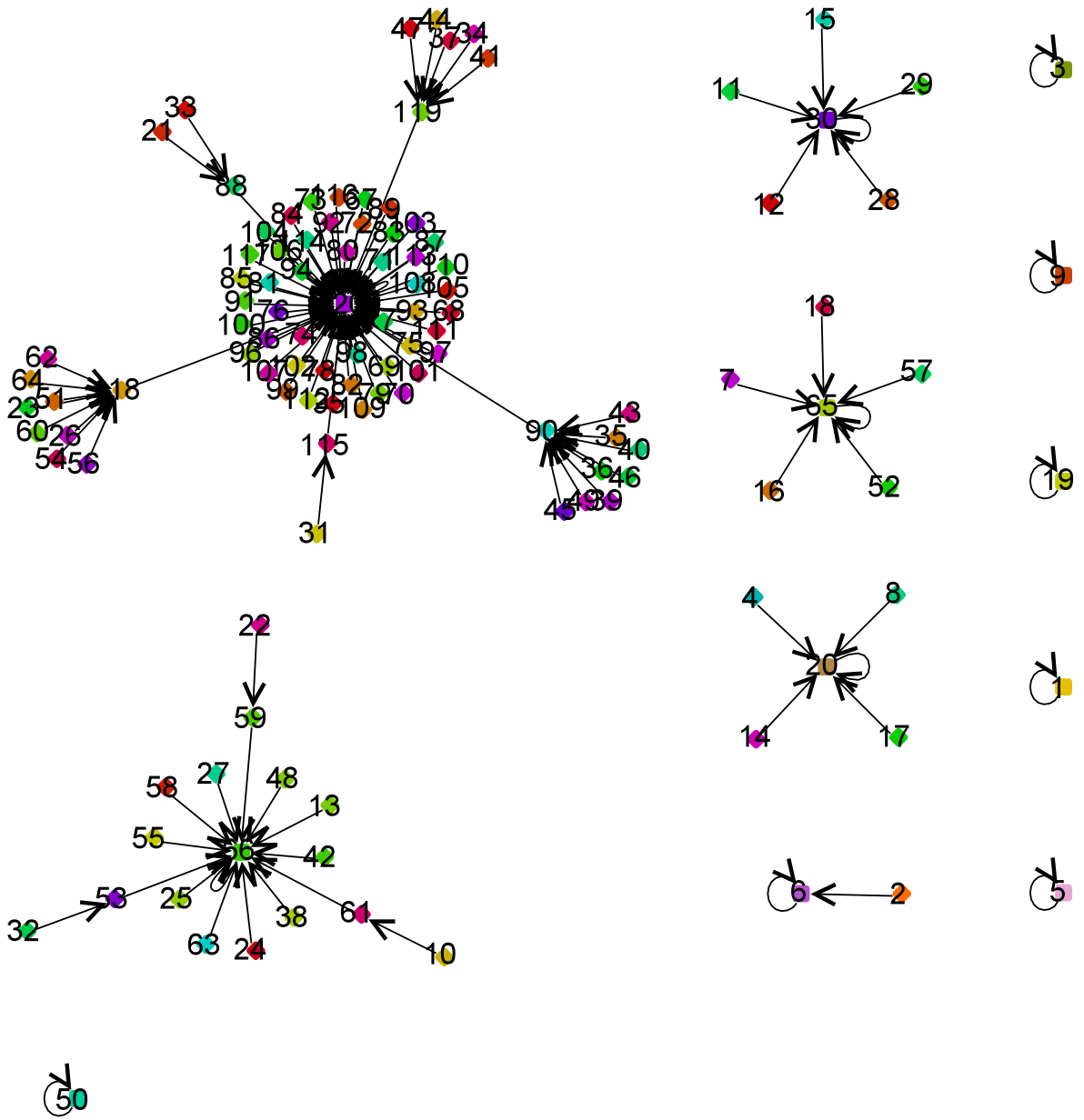
(a)



(b)



(c)



(d)

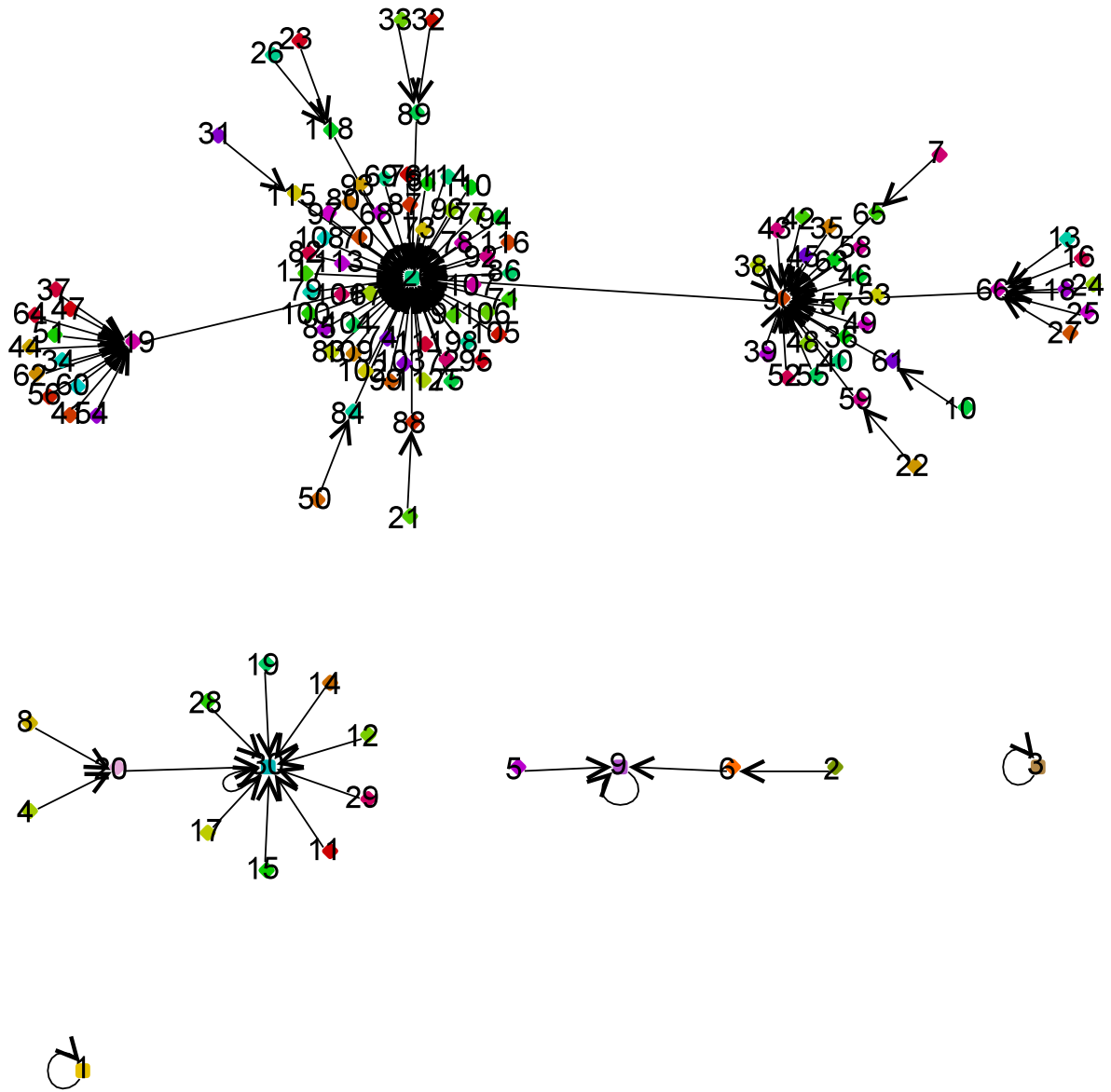


図 2.3.6: 120 個の戦略分布パターンの時間経過に伴う推移．図 2.3.5 における Region I~I V' の 4 領域に属する各 (b, w) について，120 個の戦略分布パターンの推移先を示す．(a) は (b, w) が Region I' に属する（条件 1 と 2 の両方が満たされるとき）とき，(b) は Region II' に属する（条件 1 のみ満たされる）とき，(c) は Region III' に属する（条件 2 のみ満たされる）とき，(d) は Region IV' に属する（いずれの条件も満たされない）ときの推移状況を示す．

まず図 2.3.6(d) と (b) を比較すると、 w が条件 1 を満たさない場合は分布パターン 3 は他の分布パターンへ推移しないが、満たす場合はパターン 1 へ推移することが分かる。パターン 3 は「 $-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-D\equiv D-$ 」(協力者数 6/10)、パターン 1 は「 $-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-C\equiv C-$ 」(協力者数 10/10) であるため、パターン 3 を初期の戦略分布パターンとする小集団は、 w が条件 1 を満たす場合、満たさない場合よりも短期的な協力者数の割合が多くなる。更にパターン 3 の最終的な推移先を見ると、 w が条件 1 を満たす場合も満たさない場合も短期的な推移先から他パターンへは推移せず、パターン 1 及びパターン 3 に固定されていることが分かる。よって、戦略分布パターン 3 を初期の分布とする小集団は、 w が条件 1 を満たす場合、満たさない場合よりも短期的な協力者数の割合が多く、更に最終的な集団協力率も高い。条件 2 についても同様であり、例えば分布パターン 5 を初期の分布とする小集団は、 w が条件 2 を満たす場合、満たさない場合よりも短期的な協力者数の割合が多く、最終的な集団協力率も高い。これも図 2.3.6(d) (いずれの条件も満たされない場合) と (c) (条件 2 のみ満たされる場合) を比較し、分布パターン 5 の短期的及び最終的な推移先の違いを見ることで、確認できる。

なお、 w が条件を満たすことで、条件を満たさない場合と比べて短期的には協力者数の割合が多いものの、最終的には条件を満たさない場合と同じ協力率となるような分布パターンもある。例として分布パターン 37 に着目し、 w が条件 1 を満たす場合とそうでない場合とでこのパターンの推移先を比較する。まず図 2.3.6(d) (いずれの条件も満たされない場合) を見ると、パターン 37 は短期的にはパターン 119 (協力者数 1/10) へ推移している。一方、図 2.3.6(b) (条件 1 のみ満たされる場合) を見ると、パターン 37 は短期的にはパターン 114 (協力者数 2/10) へ推移している。よって、 w が条件 1 を満たす場合、初期戦略分布がパターン 37 である小集団は、条件 1 を満たさない場合よりも短期的な協力者数の割合は多くなる。しかし、その後のラウンド経過により、パターン 119 もパターン 114 も最終的にはパターン 120 (協力者数 0/10) へ推移することが、これらの図から分かる。よって、戦略分布パターン 37 は、 w が条件 1 を満たすか否かにより「最終的な集団協力率は同じだが、短期的に協力者数の割合が異なる」ようなパターンであるといえる。

また、逆に w が条件を満たすことで、条件を満たさない場合と比べて短期的な協力者数の割合に違いがないものの、最終的には条件を満たさない場合よりも高い集団協力率を得るような分布パターンもある。例として分布パターン 11 に着目し、 w が条件 1 を満たす場合とそうでない場合とでこのパターンの推移先を比較する。まず図 2.3.6(d) (いずれの条件も満たされない場合) 及び (b) (条件 1 のみ満たされる場合) を見ると、 w が条件 1 を満たすか否かに関わらず、パターン 11 は短期的にはパターン 30 へと推移していることが分かる。しかし、 w が条件 1 を満たす場合、その後のラウンド経過により、戦略分

布パターンがパターン 19 と 30 を交互に推移し続けることが図 2.3.6(b) から分かる．集団協力率の計算は第 2.3.1 節及び付録 B に基づいて行われるため，このときの小集団の協力率はパターン 19 での値 $6/10$ 及びパターン 30 での値 $4/10$ の平均である $5/10$ となる．一方， w が条件 1 を満たさない場合，ラウンドが経過しても戦略分布パターンは 30 から動かなくなることが図 2.3.6(a) から分かる．即ち，分布パターンがパターン 11 の小集団は， w が条件 1 を満たすか否かでその推移先及び短期的な協力者数の割合に違いは見られないが，推移先のパターン 30 の小集団は， w が条件 1 を満たすか否かでその推移先が異なる．よって，戦略分布パターン 11 は， w が条件 1 を満たすか否かにより「短期的な協力者数の割合は同じだが，最終的な集団協力率が異なる」ようなパターンであるといえる．

プレイヤー数 10 人の小集団の戦略分布のパターンは計 $2^{10}=1,024$ 通りあることを，先に述べた．初期ラウンドにおけるプレイヤーの戦略分布は付録 A に述べた確率分布に従うため，これら 1,024 通りの分布は集団内に等確率で存在することになる．よって，図 2.3.5 における (b, w) の各領域における集団協力率は，図 2.3.6(a)~(d) を用いてその推定値を近似的に導出することが可能である⁵．

例として， w が条件 1 「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」(図 2.3.5 の Region II') のみを満たす場合について述べる．図 2.3.6(b) から分かるとおり，例えば初期の戦略分布がパターン 2 である場合，最終的にはパターン 6 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - D \equiv D -$ 」に推移するため，集団協力率は $7/10$ となる．また表 2.3.1 より，戦略分布が本質的にパターン 2 と同じである戦略分布は，パターン 2 自体を含めて 10 通り存在する．よって，集団全体において初期の戦略分布がパターン 2 であるような小集団の集団協力率の期待値は，期待値 $7/10 \times 10/1,024$ を取る．これをパターン 1 から 120 まで繰り返し計算し，その総和を取ることで，集団全体の協力率の期待値を導出することができる．以上の要領に従い集団協力率の期待値を計算すると， w が条件 1 と 2 の両方を満たす場合 (Region I') は 0.254，条件 1 のみを満たす場合 (Region II') は 0.205，条件 2 のみを満たす場合 (Region III') は 0.141，いずれの条件も満たさない場合 (Region IV') は 0.062 となる．これらの結果を図 2.3.1 及び図 2.3.5 と比較すると，図 2.3.5 の 4 領域全てにおいて，算出した集団協力率の期待値とシミュレーション結果とほぼ一致することが分かる．

以上より，プレイヤー数 10 人の小集団を用いて計 120 通りの戦略分布パターンに着目し， w の値の違いが集団協力率に違いを与えるようなパターンを抽出した．また，これらの短期的及び最終的なパターンの推移先を調べることで，リンク重みの異質性パラメータ w がどのような値を取ると集団協力率に違いが発生するか，その閾値を導出した．

⁵厳密には 1,024 通りの戦略分布パターンは集団内に等確率で存在するため，集団内の各分布パターンの数は期待値としては皆等しくなるが，シミュレーション試行ごとに数のばらつきが生まれる．このため，図 2.3.6(a)~(d) により得られる集団協力率の推定値は，シミュレーションによる計算値とは完全には一致しない．

2.3.4 結論（対戦におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響）

本節では、リンク重みに異質性のある1次元レギュラーネットワークを用い、その上にプレイヤーを配置し、囚人のジレンマゲームを行った。なお、リンク重みを対戦のみに考慮する場合について、重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した。即ち、本節で用いたモデルでは、プレイヤーが対戦で得る利得が対戦相手とのリンクの重みにより増減するものと仮定した。

コンピュータ・シミュレーションを行い、以下に示す2つの結果を得た：(i) リンク重みにある程度の異質性がある場合、異質性がない場合よりも協力が進化しやすい。(ii) 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの値に存在する。得られた結果(i)及び(ii)の原因を調べるため、プレイヤー数10人の小集団を考え、考え得る1,024通りの戦略分布について本質的に同じものをまとめ、計120通りの戦略分布パターンに分類した。これらの戦略分布パターンを初期状態とするそれぞれの小集団について、リンク重みの異質性 w の値の違いにより短期的な協力者数の割合または最終的な集団協力率が異なるようなパターンを抽出した。この結果、例えば図2.3.2のように、協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊と、裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊が隣接しているような戦略分布パターンの構造が集団内にある場合、重みの異質性 w が $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ を満たすことで協力戦略の拡大が起これることを確認した。また、例えば図2.3.3のように、協力者同士が重みの大きなリンクと小さなリンクの両方で繋がっている塊と、裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっている塊が隣接しているような戦略分布パターンの構造が集団内にある場合、重みの異質性 w が $w < 2.0/b-1.0$ を満たすことで協力戦略の維持が起これることを確認した。更に、導出した各条件を重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。これにより、小集団において導出した協力戦略の拡大/維持条件が大集団における集団協力率の変化に対応することを示した。

以上の分析から、協力戦略の拡大/維持が起これるためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件を導出するとともに、この拡大/維持が起これるような戦略分布のパターンを特定した。このようなリンク重みの異質性 w の条件及び戦略分布パターンの組合せにより、大集団においてリンク重みにある程度の異質性があると協力が進化すること、異質性 w の値の変化に伴い集団協力率に階段状の変化が起これることを説明できるということが明らかになった。

2.4 戦略更新におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響

2.4.1 計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる、集団協力率の導出）

本節では、リンク重みの異質性を「戦略の更新に考慮する場合」（対戦には考慮しない場合）について、異質性が協力の進化に与える影響を分析する。重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため、異質性の度合いを表すパラメータ w （及び協力者を裏切る利得 b ）の値を変化させてシミュレーションを行い、集団における協力者の数の割合を算出する。具体的には、 $b \in (1.0, 2.0)$ 、 $w \in [0, 1)$ の範囲で値を 0.01 刻みで値を変化させ、比較分析を行う。

計算要領は第 2.3.1 節と同様であり、各シミュレーション試行において、集団における協力者数が周期的に循環もしくは概ね収束状態となり、付録 B に示す計算打ち切り条件が満たされた場合、当該ラウンドで計算を打ち切る。そして、最終の一定ラウンド数における協力者数の割合の期間平均を求め、これを当該試行における出力値とする。この計算を 500 試行繰り返し行い、各出力値の試行平均を最終出力値とし、これを「集団協力率」と呼ぶこととする。

2.4.2 計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化、異質性に対する協力率の階段状の変化）

本節では、囚人のジレンマにおいて協力者を裏切る利得 b が小さい場合及び大きい場合の例として、 $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合を例に取り、リンク重みの異質性を示す変数 w の値を変化させ（0.01 刻み）、第 2.4.1 節で述べた計算要領に基づき、集団協力率（試行平均）を算出する。このときの結果は図 2.4.1 に示すとおりであり、図 2.4.1(a) は $b=1.2$ のときの結果を、図 2.4.1(b) は $b=1.8$ のときの結果を表す。

まず $b=1.2$ の場合、図 2.4.1(a) より、リンク重みの異質性 w がある程度大きいとき ($w > 0$)、異質性がないとき ($w=0$) よりも集団協力率が高いことが分かる。一方 $b=1.8$ の場合は、図 2.4.1(b) から分かる通り、異質性の変数 w がある値に達するまではリンク重みが異質でないとき ($w=0$) の方が集団協力率が高いが、 w がその値を超えると、重みが異質であるとき ($w > 0$) の方が協力率が高くなる。これらの結果は、第 2.3 節の「リンク重みを対戦に考慮する場合」と同じ傾向を示している。

図 2.4.1(a) 及び (b) より、 $b=1.2$ と $b=1.8$ の場合の両方に見られる共通の特徴として、リンク重みの異質性 w が「ある程度大きい」と集団協力率が高くなること、即ち集団協力

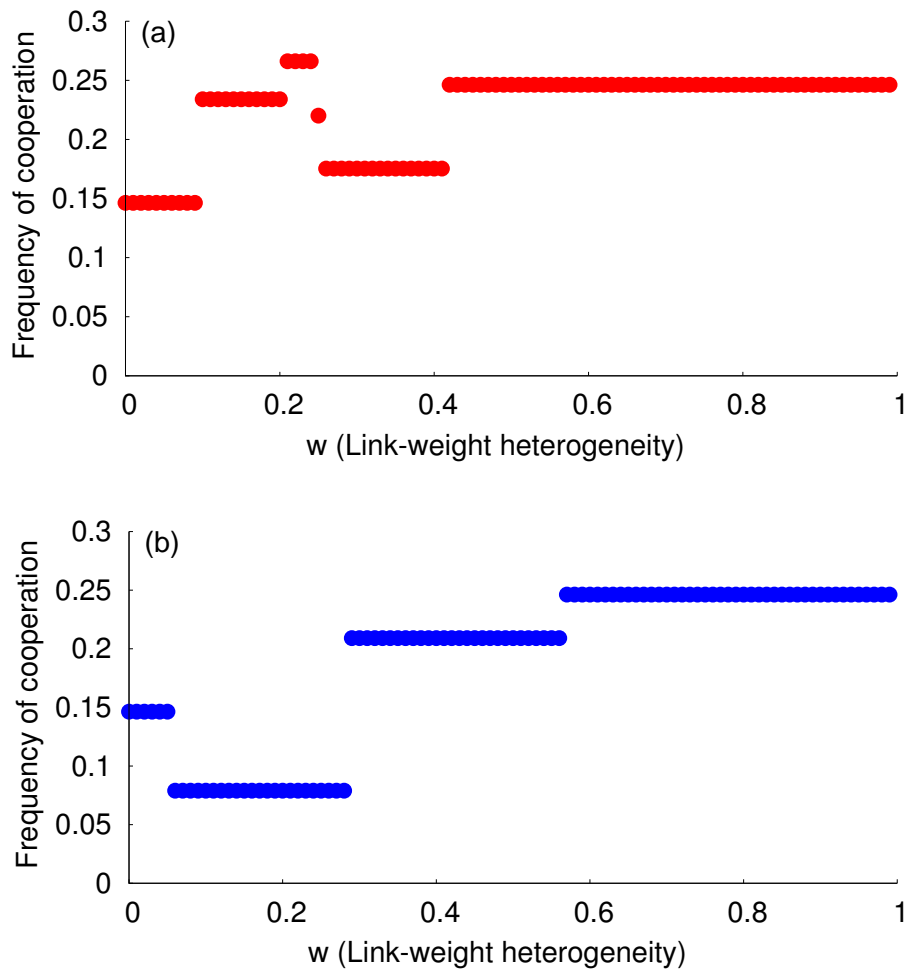


図 2.4.1: リンク重みの異質性 w と集団協力率 (1次元レギュラーネットワーク) . (a) は $b=1.2$, (b) は $b=1.8$ のときの結果を表す . また , グラフの横軸は重みの異質性 w を , 縦軸は集団協力率を示す .

率が最大となるような最適な w の値が存在することが分かる．また， w の変化に対して集団協力率が階段状に変化しており，その変化を起こすような w の閾値が存在することが分かる．これらの結果も第 2.3 節の「リンク重みを対戦に考慮する場合」と同じ傾向を示すものの， w の変化に伴う集団協力率の不連続な変化が多数発生しており，上述の閾値が第 2.3 節の場合よりも多く存在するものと推測できる．

2.4.3 リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明

前節より，リンクの重み w にある程度の異質性がある場合，異質性がない場合よりも集団協力率が高いことが分かった．また，集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性の値 w に存在することが分かった．これらの結果に対する原因を明らかにするため，第 2.3.3 節と同様に，単純な例としてプレイヤー数 10 人の小集団を考え，分析を行う．プレイヤー数 10 人の集団の場合，集団内の初期の戦略分布は $2^{10}=1,024$ 通りとなるが，実質的に同じであるパターンをまとめると，表 2.3.1 に示すとおり，120 パターンとなる．

リンク重みの違いが集団協力率にどのような影響を与えるのかを分析するため，第 2.3.3 節と同様に，この 120 通りのパターンを初期の戦略分布とするそれぞれの小集団について，重みの異質性の値 w の違いにより集団協力率が異なるようなケースを抽出する．協力者を裏切る利得 b のそれぞれの値（0.01 刻み）について，リンク重みの異質性 w の値を変えていき（0.01 刻み）， w の値が異なると集団協力率も異なるような戦略分布パターンを抽出する．更に，抽出した戦略分布パターンにおいて，協力戦略の拡大／維持が発生するために w が満たすべき条件を導出する．

表 2.4.1 は，導出した w の拡大／維持条件， w がそれらの条件を満たすか否かで短期的に協力者数が異なるような戦略分布パターン及び最終的な集団協力率が異なるような戦略分布パターンを示す．表に示す各戦略分布パターンにおいて，リンク重みの異質性 w が 4 つの条件 $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ ， $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ ， $w < (2.0-b)/(2.0+b)$ ， $w > b-1.0$ をそれぞれ満たすとき（小集団における 1 プレイヤー単位での）協力戦略の拡大または維持がなされる．なお，導出された 4 条件のうち条件 1~3 は協力戦略の維持条件，条件 4 は拡大条件である．表から分かるとおり， w が条件を満たすとき，満たさないときと比べて短期的な協力者数の割合は多くなるものの，最終的な集団協力率は高くないような戦略分布パターンもあり，例えば条件 2 の場合は分布パターン 12 が，条件 4 の場合は分布パターン 24 が該当する．但し， w が条件を満たすことで，満たさないときよりも短期的な協力者数の割合や最終的な集団協力率が低下するような戦略分布パターンは，条件 1~3 のいずれにも存在しないことを確認済みである．即ち，全ての戦略分布パターンにお

<i>w</i> の条件	条件 1 (維持条件)
条件式	$w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$
戦略分布パターン (短期)	11, 12, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83
戦略分布パターン (最終)	11, 12, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83

<i>w</i> の条件	条件 2 (維持条件)
条件式	$w > (b-1.0)/(b+1.0)$
戦略分布パターン (短期)	2, 4, 7, 8, 10, 12, 13, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40, 41, 44, 47, 51, 54, 56, 59, 60, 62, 64, 67, 69, 71, 73, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90
戦略分布パターン (最終)	2, 4, 7, 8, 10, 13, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 79, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90

<i>w</i> の条件	条件 3 (維持条件)
条件式	$w < (2.0-b)/(2.0+b)$
戦略分布パターン (短期)	5, 6, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 32, 33, 38, 42, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
戦略分布パターン (最終)	2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 24, 25, 27, 32, 33, 38, 42, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66

<i>w</i> の条件	条件 4 (拡大条件)
条件式	$w > b-1.0$
戦略分布パターン (短期)	5, 6, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 32, 33, 38, 42, 44, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 70, 71, 72, 73, 75, 88, 92, 96, 98, 99, 101, 103, 107, 109, 110, 111, 114, 118
戦略分布パターン (最終)	5, 6, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 32, 33, 38, 42, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66

表 2.4.1: 短期的 (1 ラウンド経過時) な協力者数の割合または集団協力率が高くなるための, w が満たすべき 4 条件. また, w が 4 条件のそれぞれを満たすか否かで, 短期の協力者数の割合が異なるような戦略分布パターン, 最終的な集団協力率が異なるような戦略分布パターン. 表の 1 行目及び 2 行目は, w が満たすべき条件及び条件式を示す. w が当該条件を満たすとき, 満たさないときよりも短期的な協力者数の割合が多くなるような戦略分布パターンの番号を 3 行目に, 最終的な集団協力率が高くなるような戦略分布パターンの番号を 4 行目に記す.

いて、 w が条件 1~3 のいずれかの条件を満たすときの短期的な協力者数の割合及び最終的な集団協力率は、満たさないときと同等もしくはそれを上回る値となる。但し、条件 4 については w が当該条件を満たすときに、満たさないときよりも集団協力率が低くなるような戦略分布パターンも存在することが確認されている（詳細は後述）。

第 2.3.3 節と分析要領が同じであるため、ここでは例として条件 1 の導出要領についてのみ述べることにする。表 2.4.1 に示すように、例えば戦略分布パターンが 11 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - C \equiv C - D \equiv C -$ 」であるとき、 w が条件 1 「 $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ 」を満たすときの方が満たさないときよりも短期的な協力者数の割合が多くなり、最終的な集団協力率も高くなる。そこでパターン 11 の戦略分布を例に取り、 w が条件 1 を満たすか否かで戦略分布がどのように変化するかを調べる。

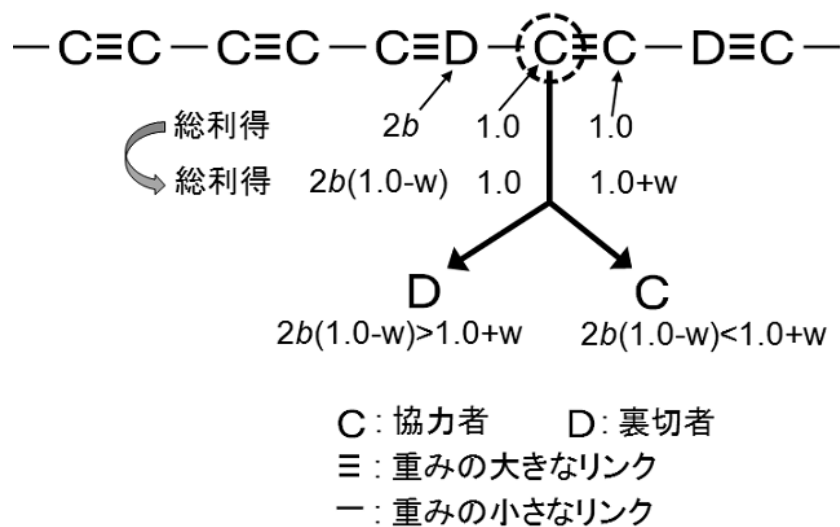


図 2.4.2: 戦略分布パターン 11 における、 w の違いによる戦略分布の推移状況。C は協力者 cooperators を、D は裏切者 defectors を、「≡」は重みの大きなリンク（ $1.0+w$ ）を、「-」は重みの小さなリンク（ $1.0-w$ ）を示す。図中の点線の丸で囲んだプレイヤーについて、対戦及び戦略更新に基づく彼の戦略の変化状況を示す。

図 2.4.2 は、戦略分布パターン 11 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - C \equiv C - D \equiv C -$ 」における戦略分布の推移状況を示したものである。この図の左から 7 番目のプレイヤーに着目し、彼の戦略及び利得の時間変化を調べる。ここではプレイヤーが対戦で獲得する利得にリンク重みは考慮されていないため、囚人のジレンマの利得行列に従い、彼の総利得は 1.0 となる。同様に、左から 6 番目のプレイヤーは $2b$ 、左から 8 番目のプレイヤーは 1.0 の総利得を得る。戦略更新においてリンク重みが考慮されるため、左から 7 番目のプレイヤーは左から 6 番目のプレイヤーの総利得を $2b(1.0-w)$ 、左から 8 番目のプレイヤーの総利得を $1.0+w$ と評価し、これらを自身の総利得 1.0 と比較する。よって、もし $2b(1.0-w) < 1.0+w$ 、即ち $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ が満たされれば、左から 7 番目のプレイヤーは 6 番目のプレ

イヤーの戦略である「裏切」を模倣せず，左から 8 番目のプレイヤーの戦略である「協力」を模倣することになる．これにより，彼は自身の戦略である「協力」を「裏切」に変化させずに済む，即ち協力戦略の「維持」がなされる．このように，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっており，かつその協力者が戦略更新における評価者と重みの大きなリンクで繋がっていることで得る総利得の評価値 $1.0+w$ と，裏切者が左右 2 人の協力者と繋がっており，かつ戦略更新における評価者とは重みの小さなリンクで繋がっていることで得る総利得の評価値 $2b(1.0-w)$ の比較が行われるとき，リンクの重み w が $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ を満たすことで協力戦略が維持される．なお，左から 8 番目のプレイヤーも同様であり，もし $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ が満たされれば，彼は左から 7 番目の戦略を模倣し，自身の戦略である「協力」を保持するのである．これにより，集団の戦略分布パターンはパターン 11 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - C \equiv C - D \equiv C -$ 」からパターン 28 「 $-C \equiv C - C \equiv C - D \equiv D - C \equiv C - D \equiv D -$ 」へと変化する（ w が条件 1 を満たすか否かに関わらず，左から 5 番目のプレイヤーと右端のプレイヤーは自身の協力戦略を維持できない）．一方，条件 $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ が満たされない場合，2 人のプレイヤーは自身の戦略である「協力」を保持できずに「裏切」へと変化させるため，戦略分布パターンは 11 からパターン 30 「 $-C \equiv C - C \equiv C - D \equiv D - D \equiv D - D \equiv D -$ 」へと変化する．このように，初期の戦略分布がパターン 11 である小集団においては， w が上述の条件を満たすとき，左から 7 番目及び 8 番目のプレイヤーが自身の戦略である「協力」を保持するため， w が条件を満たさない場合よりも協力者の数が多くなる．

第 2.3.3 節において，リンク重みが対戦に考慮される場合， w の条件 1 「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」が機能するためには，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊と，裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が隣接しているような戦略分布の構造が必要であると述べた．本節のようにリンク重みが戦略更新に考慮される場合でも，同様に協力者同士が重みの大きなリンクで連結された塊が集団内に存在するということが，重みの異質性 w が協力の進化を促すために必要であると言える．左から 7 番目のプレイヤーが協力戦略を維持するためには，隣接する協力者の利得が裏切者よりも高い必要がある．リンク重みが戦略更新に考慮される場合，各プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がった相手の戦略を模倣しやすくなることから，隣接する協力者とのリンクの重みが大きい程，左から 7 番目のプレイヤーにとって，協力者の総利得の評価値が大きくなる．一方，左から 7 番目のプレイヤーは裏切者と重みの小さなリンクで繋がっているため，このリンクの重みが小さい程，裏切者の総利得の評価値が小さくなる．よって，リンク重みが対戦に考慮される場合と同様で，上に述べたような戦略分布のパターンは，重みの異質性 w が大きいとき，協力者の利得が裏切者よりも高くなりやすいような構造となっているのである．

ここまで、協力戦略の拡大/維持条件ならびにこれらが機能するような戦略分布のパターンについて述べた。しかし、これらはサイズ10の小集団における条件であり、第2.3.3節と同様に、大集団での最終的な集団協力率がこれらの条件に対応するのかどうかを調べる必要がある。

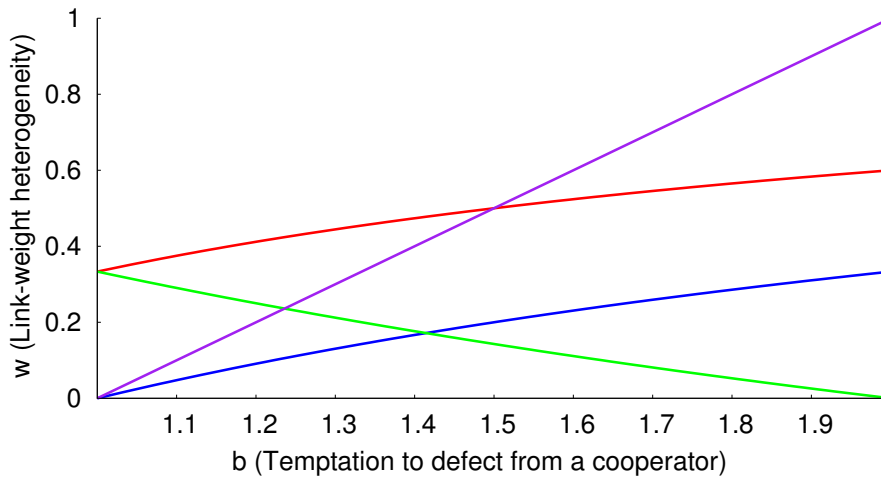


図 2.4.3: 導出した協力戦略の拡大/維持条件(維持条件 1~3 及び拡大条件の、計 4 条件)。グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を、縦軸はリンク重みの異質性 w を表す。図の 4 本の線は、導出した w の各条件が成り立つか否かの境界線を示す。なお、条件 1 「 $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ 」を赤の線、条件 2 「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」を青の線、条件 3 「 $w < (2.0-b)/(2.0+b)$ 」を緑の線、条件 4 「 $w > b-1.0$ 」を紫の線で示す。

図 2.4.3 は、導出した 4 つの条件について、 w が満たすか否かの境界線を図示したものである。第 2.3.3 節のときと同様に、大集団における集団協力率を示した図 2.4.1(a) 及び (b) を図 2.4.3 と比較する。まず $b=1.2$ の場合について図 2.4.3 を見ると、 w の値が 0 に近い領域では条件 3 のみが満たされているが、 w の増加に伴い、条件 2 も満たされるようになる。このときの w の値について図 2.4.1(a) を見ると、 w が条件 2 の閾値を超えたときに図 2.4.1(a) において集団協力率の不連続な上昇が起こっていることを確認できる⁶。以降、 w の値の増加に伴い、図 2.4.3 において w が閾値を通過し、存在する領域が変化するたびに、図 2.4.1(a) において集団協力率の階段状の変化が発生していることを観測できる。

⁶ 図 2.4.1(a) を見ると、 $w=0.25$ のとき、その前後とは異なる集団協力率を示すことが確認できる。これは、 $b=1.2$ かつ $w=0.25$ のときに $w=(2.0-b)/(2.0+b)$ となる、即ち図 2.4.3 において w の値が条件 3 の閾値と等しくなることが理由である。 $w < (2.0-b)/(2.0+b)$ のときは条件 3 が満たされ、協力戦略の維持がなされる。 $w > (2.0-b)/(2.0+b)$ となると、条件 3 が満たされず、協力戦略の維持はなされず、裏切戦略が拡大する。

$w=(2.0-b)/(2.0+b)$ の場合は、プレイヤーが戦略を模倣する際にその対象が複数存在する。このとき、第 2.2 節に述べたとおり、プレイヤーは戦略模倣対象の候補の中から模倣相手をランダムに選ぶため、「協力戦略を有する相手を模倣対象にすることで、協力戦略が維持される」場合と「裏切戦略を有する相手を模倣対象にすることで、協力戦略が維持されない」場合がある。このため、 $w=(2.0-b)/(2.0+b)$ のときの集団協力率は、 $w < (2.0-b)/(2.0+b)$ のときの結果と $w > (2.0-b)/(2.0+b)$ のときの結果の間の値を取る(試行回数が増える程、 $w < (2.0-b)/(2.0+b)$ のときの値と $w > (2.0-b)/(2.0+b)$ のときの値の平均値に近づく)。

$b=1.8$ の場合についても同様で，図 2.4.3 において w が各条件の閾値を超えるたびに，図 2.4.1(b) において集団協力率に階段状の変化が起こっていることを確認できる．但し，図 2.4.3 において w が条件 4 を満たす，即ち $w > b-1.0$ を満たすとき，図 2.4.1(b) では集団協力率が変化していない．導出した w の条件が 4 つあるにも関わらず， $b=1.8$ の場合，集団協力率の変化をもたらすような閾値が w に 3 つしか存在しないことが分かる．

第 2.3.3 節のときと同様に， $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において w の 4 条件が大集団における集団協力率の変化に対応するかどうかを調べるため，そして $b=1.8$ のときに w が条件 4 を満たしても集団協力率が変化しない原因を探るため， b と w の全範囲における集団協力率を求める．

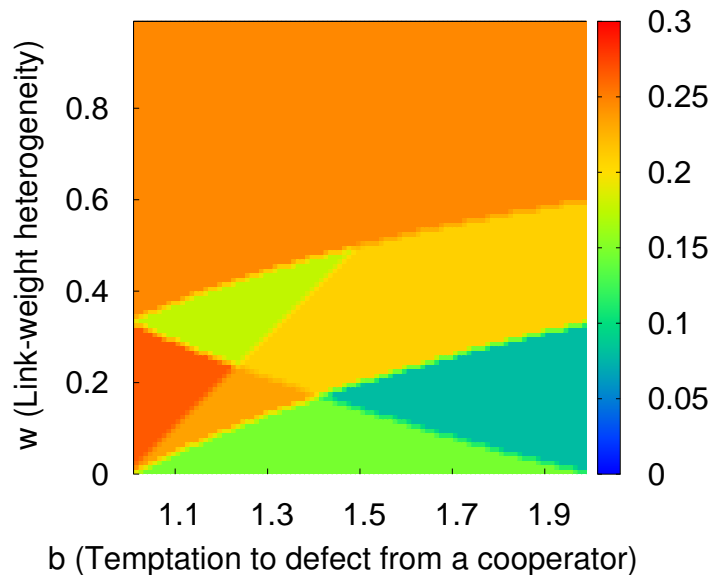


図 2.4.4: 重みの異質性 $w \in [0, 1)$ と利得 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲における，集団協力率（1次元レギュラーネットワーク）．グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を，縦軸はリンク重みの異質性 w を，パラメータ空間における各ポイントの色は集団協力率の程度を表す．

図 2.4.4 は，パラメータ b と w の組合せ（0.01 刻み）に対する集団協力率を示す．なお，集団協力率の計算要領は第 2.4.1 節のとおりである．図を見ると，パラメータ空間は集団協力率の大小により 7 つの領域に分かれている．この領域を分断する線は集団協力率を不連続に変化させる (b, w) の閾値であり，対応する (b, w) の値について 4 条件の線が図 2.4.3 内に存在することが分かる． (b, w) が図 2.4.4 の青い領域内にあるとき，集団協力率が全領域で最低となっているが，図 2.4.3 では (b, w) が 4 条件のいずれも満たされない領域に存在していることが確認できる．一方，図 2.4.3 において (b, w) が条件 2, 3, 4 の 3

条件を満たすような値を取るとき，図 2.4.4 において集団協力率が最も高い領域に (b, w) が存在することが分かる．また，図 2.4.3 において w が値の増加に伴い各閾値を通過すると，図 2.4.4 において対応する w で集団協力率が階段状に上昇または下降していることが分かる．

但し， w が条件 4 の閾値を通過する場合については，図 2.4.4 に示す通り， b の値によって集団協力率が変化するか否かが異なる．具体的には， $b < \sqrt{5}-1.0$ の範囲では w が条件 $w > b-1.0$ を満たすことで集団協力率は上昇しているが， $\sqrt{5}-1.0 < b < 1.5$ の範囲では逆に下降している．また， $b > 1.5$ の範囲では， w が条件 $w > b-1.0$ を満たしても集団協力率に違いが見られない．この原因を探るため，最終的な集団協力率ではなく，1 ラウンド経過時の短期的な協力者数の割合を算出する．

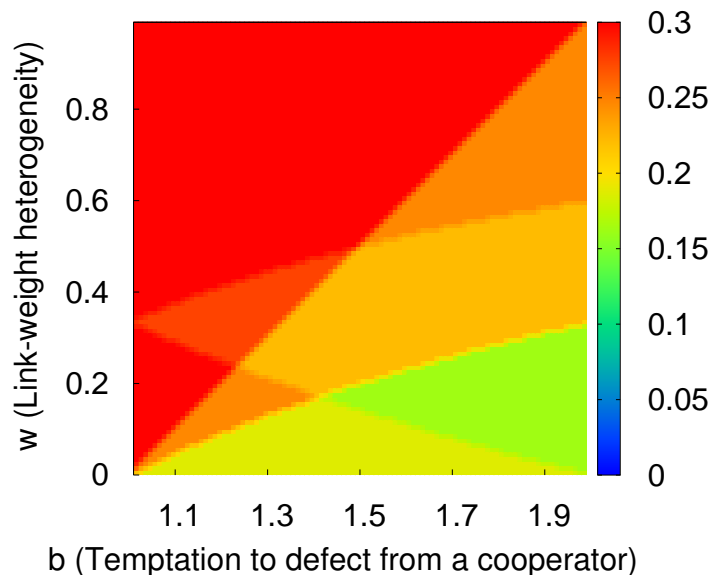


図 2.4.5: 重みの異質性 $w \in [0, 1)$ と利得 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲における，1 ラウンド経過時の協力者数の割合（1次元レギュラーネットワーク）．グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を，縦軸はリンク重みの異質性 w を，パラメータ空間における各ポイントの色は集団協力率の程度を表す．

図 2.4.5 は，初期状態から 1 ラウンド経過したときの，パラメータ b と w の組合せ（0.01 刻み）に対する協力者数の割合を示す．なお，1 ラウンド経過時のデータを 500 試行分だけ出力し，その試行平均を図示している．図から分かるとおり，1 ラウンド経過時点では b の値に関わらず， w が条件 4 を満たすことで協力者数の割合は常に上昇している．即ち， w が条件 4 を満たす場合，満たさない場合と比べ，短期的には協力者数が増えるものの，

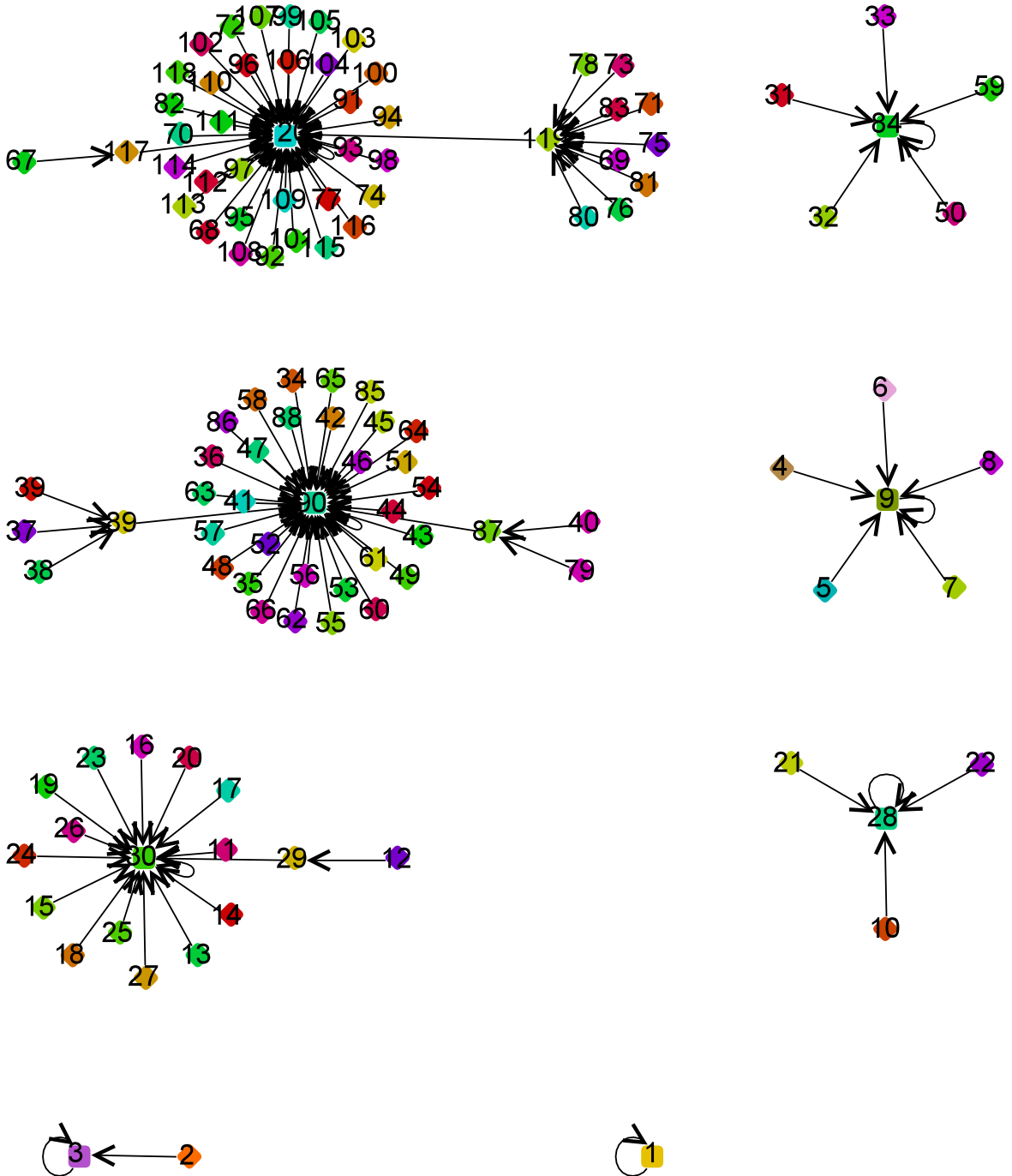
b の値によっては最終的な集団協力率は等しくなる場合や低下する場合もあるということである。

この原因を探るため、 $\sqrt{5}-1.0 < b < 1.5$ の場合を例に取り、第2.3.3節と同様に120ケースのパターンを初期の戦略分布とするような小集団を考え、これらの時間推移を観察する。そして、 w が条件4「 $w > b-1.0$ 」を満たすことで最終的な集団協力率が何故低下するのかを調べる。

図2.4.6(a)及び(b)は、 w が条件4「 $w > b-1.0$ 」を満たさない場合及び満たす場合のそれぞれについて、表2.3.1に記した120個の戦略分布パターンを初期の分布とする小集団の推移状況を示す。図2.4.6(a)と(b)を比較すると、分布パターンの推移先に違いが見られるのは複数あるが、そのうちの1つとしてパターン32「 $-C \equiv C - C \equiv D - C \equiv C - C \equiv D - D \equiv C -$ 」を例に取る。 w が条件4を満たさない場合、パターン32の戦略分布はパターン84「 $-C \equiv C - D \equiv D - C \equiv C - D \equiv D - D \equiv D -$ 」に推移し、協力者数の割合は7/10から4/10へと変化する。その後、パターン84の戦略分布は他パターンへ推移することなく、パターン84に固定となる。一方、 w が条件4を満たす場合、パターン32の戦略分布はパターン67「 $-C \equiv C - D \equiv D - C \equiv C - D \equiv C - C \equiv D -$ 」に推移し、協力者数の割合は7/10から6/10へと変化する。この時点での協力者数の割合は、 w が条件4を満たさない場合よりも高い割合を得ている。しかし、その後のラウンド経過によりパターン67の戦略分布はパターン117「 $-D \equiv C - D \equiv D - C \equiv D - D \equiv D - D \equiv D -$ 」、パターン120「 $-D \equiv D - D \equiv D - D \equiv D - D \equiv D - D \equiv D -$ 」へと推移していき、最終的にはパターン120で固定される。このとき、最終的な集団協力率は0/10となり、 w が条件4を満たさない場合よりも小さい値となる。 $\sqrt{5}-1.0 < b < 1.5$ の範囲においては、上記のパターン32のように、 w が条件4を満たすことで短期的には条件4を満たさない場合よりも協力者数の割合が多くなるものの、最終的な集団協力率が低くなるようなものがある。なお、120通りの戦略分布パターン全てについて確認を行った結果、 $\sqrt{5}-1.0 < b < 1.5$ の場合、 w が条件4を満たすときの最終的な集団協力率は、満たさないときと同等もしくはそれを下回る値となることが分かった。このため、 w が当該条件を満たす場合の集団全体としての最終的な集団協力率は、満たさない場合よりも低くなる。

ここまで $\sqrt{5}-1.0 < b < 1.5$ の範囲について、 w が条件4を満たす場合に、満たさない場合よりも集団協力率が低くなる原因を述べた。説明は割愛するが、 $b > 1.5$ の場合、 w が条件4を満たすとき、満たさないときよりも短期的な協力者数の割合が多くなるような戦略分布パターンが存在する。しかし、これらのパターンは全てその後のラウンド経過に伴うパターンの推移により、最終的な集団協力率は w が条件4を満たさない場合と等しくなることが確認されている。120通りの戦略分布パターン全てについて確認を行った結果、 $b > 1.5$ の場合、 w が条件4を満たすときの最終的な集団協力率は、満たさないときと同等

(a)



(b)

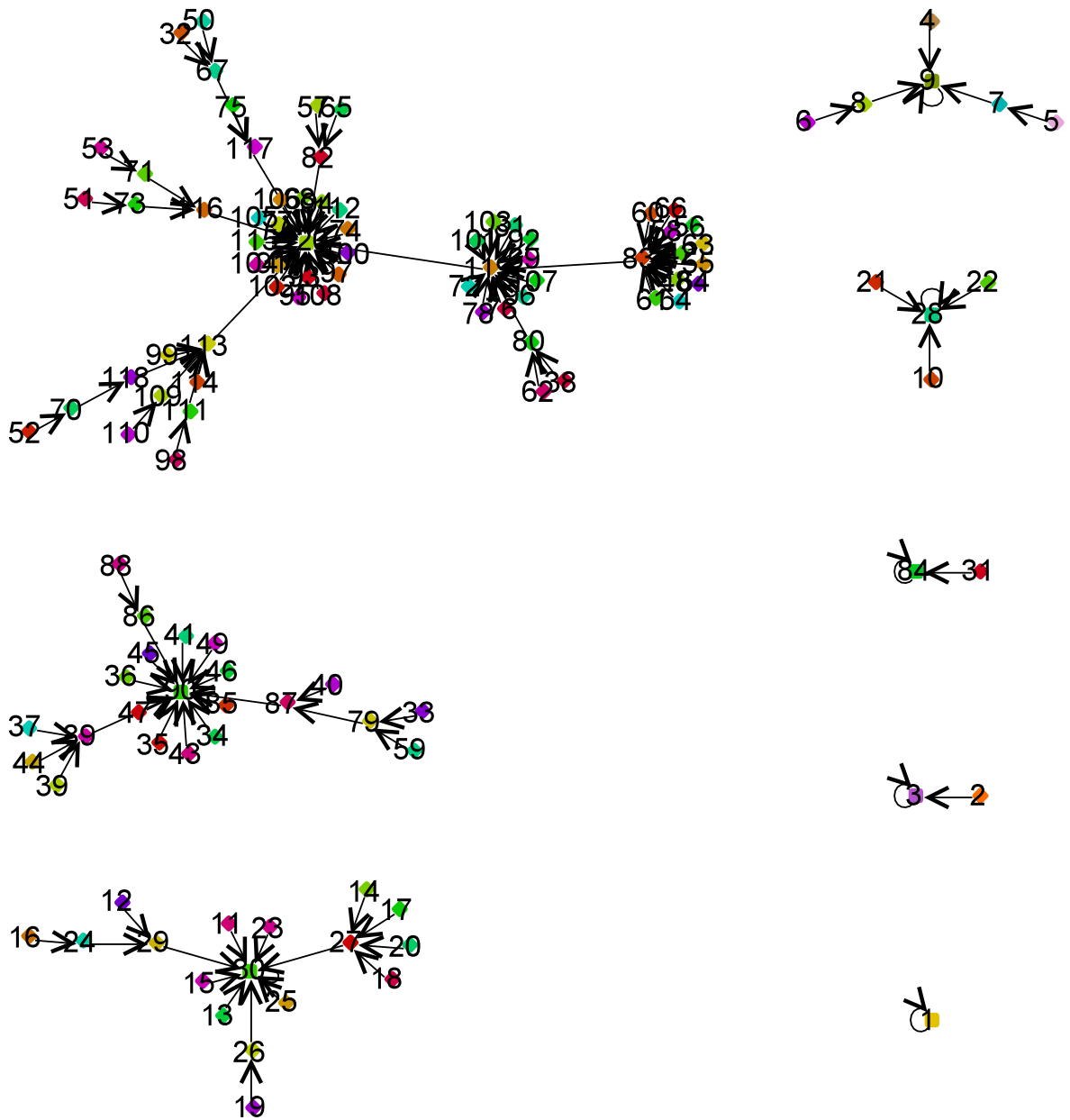


図 2.4.6: 120 個の戦略分布パターンの時間経過に伴う推移．(a) w が条件 4 を満たさない場合，(b) 条件 4 を満たす場合のそれぞれについて，戦略分布パターンの推移先を示す．図の丸印は表 2.3.1 に記した戦略分布パターンの番号を，矢印はその推移を示す．

となることが分かった．このため，集団全体としても最終的な集団協力率は， w が条件 4 を満たすか否かに関わらず，同じ集団協力率となるのである．以上のことから，協力戦略の拡大条件 4 は「一時的な」拡大条件ともいえる．なお，本節では協力戦略の維持条件を 3 つ（条件 1～3），拡大条件を 1 つ（条件 4）得ているが，リンク重みの異質性が条件を満たしても最終的に集団協力率が高くなることはないことがあるのは条件 4 のみであることを確認済みである．

以上より，図 2.4.4 における各領域の間の境界が，小集団で導出された 4 つの条件式と一致することを確認した．これにより， $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において，小集団で導出した条件が大集団における集団協力率の変化にも同様に対応することを確認した．

2.4.4 結論（戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響）

本節では，リンク重みに異質性のある 1 次元レギュラーネットワークを用い，その上にプレイヤーを配置し，囚人のジレンマゲームを行った．なお，リンク重みを戦略の更新のみに考慮する場合について，重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した．即ち，本節で用いたモデルでは，プレイヤーは戦略更新において隣人が得た総利得をその隣人のリンクの重みにより増減して評価し，そのうえで戦略を模倣する相手を決定するものと仮定した．

コンピュータ・シミュレーションを行い，以下に示す 2 つの結果を得た：(i) リンク重みにある程度の異質性がある場合，異質性がない場合よりも協力が進化しやすい．(ii) 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの値に存在する．これら (i) 及び (ii) は，リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」と同様の結果であるが，重みを対戦だけに考慮する場合と比べ，集団協力率が不連続に変化するような閾値の数が多い．これはリンク重みの異質性が満たすべき協力戦略の拡大 / 維持条件が多いことに拠る．

得られた結果の原因を調べるため，前章と同様に，プレイヤー数 10 人の小集団を考え，考え得る 1,024 通りの戦略分布について本質的に同じものをまとめ，計 120 通りの戦略分布パターンに分類した．これらの戦略分布パターンを初期状態とするそれぞれの小集団について，リンク重みの異質性 w の値の違いにより短期的な協力者数の割合または最終的な集団協力率が異なるようなパターンを抽出した．この結果，例えば図 2.4.2 のように，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっており，かつその協力者が戦略更新における評価者と重みの大きなリンクで繋がっているような塊と，裏切者が左右 2 人の協力者と繋がっており，かつ戦略更新における評価者とは重みの小さなリンクで繋がっているような塊が隣接しているような戦略分布パターンの構造が集団内にある場合，重みの異質性 w が条

件1「 $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ 」を満たすことで協力戦略の維持が起これることを確認した。また、同様にして w が満たすべき条件2~4及びそれらが機能するような戦略分布パターンを確認した。更に、導出した各条件を重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。これにより、小集団において導出した協力戦略の拡大/維持条件が大集団における集団協力率の変化に対応することを示した。

以上の分析から、協力戦略の拡大/維持が起これるためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件を導出するとともに、この拡大/維持が起これるような戦略分布のパターンを特定した。このようなリンク重みの異質性 w の条件及び戦略分布パターンの組合せにより、大集団においてリンク重みにある程度の異質性があると協力が進化すること、異質性 w の値の変化に伴い集団協力率に階段状の変化が起これることを説明できるということが明らかになった。

なお、リンク重みの異質性を戦略の更新に考慮する場合、対戦に考慮する場合とは異なり、導出した w の条件の中には、満たしても集団協力率に違いが生まれえない場合、逆に集団協力率が低下する場合もあることが分かった。これは、重みの異質性 w が当該条件を満たす場合に一時的には協力戦略が拡大するものの、協力者を裏切る利得の値によっては、集団の戦略分布が協力戦略の拡大/維持を妨げるようなパターンに推移するため、最終的には w が条件を満たさない場合と等しい集団協力率もしくは低い集団協力率を得ることがあるからである。なお、協力戦略について維持条件を3つ(条件1~3)、拡大条件を1つ(条件4)得ているが、重みの異質性 w が条件を満たしても最終的に集団協力率が高くなる可能性のあるものは条件4のみであることを確認済みである。

2.5 対戦及び戦略更新におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響

2.5.1 計算要領(コンピュータ・シミュレーションによる、集団協力率の導出)

本節では、リンク重みの異質性を「対戦及び戦略の更新の両方に考慮する場合」について、異質性が協力の進化に与える影響を分析する。重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため、異質性の度合いを表すパラメータ w (及び協力者を裏切る利得 b) の値を変化させてシミュレーションを行い、集団における協力者の数の割合を算出する。具体的には、 $b \in (1.0, 2.0)$ 、 $w \in [0, 1)$ の範囲で値を0.01刻みで値を変化させ、比較分析を行う。

計算要領は第 2.3.1 節と同様であり，各シミュレーション試行において，集団における協力者数が周期的に循環もしくは概ね収束状態となり，付録 B に示す計算打ち切り条件が満たされた場合，当該ラウンドで計算を打ち切る．そして，最終の一定ラウンド数における協力者数の割合の期間平均を求め，これを当該試行における出力値とする．この計算を 500 試行繰り返し行い，各出力値の試行平均を最終出力値とし，これを「集団協力率」と呼ぶこととする．

2.5.2 計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）

本節では，囚人のジレンマにおいて協力者を裏切る利得 b が小さい場合及び大きい場合の例として， $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合を例に取り，リンク重みの異質性を示す変数 w の値を変化させ（0.01 刻み），第 2.5.1 節で述べた計算要領に基づき，集団協力率（試行平均）を算出する．このときの結果は図 2.5.1 に示すとおりであり，図 2.5.1(a) は $b=1.2$ のときの結果を，図 2.5.1(b) は $b=1.8$ のときの結果を表す．

まず $b=1.2$ の場合，図 2.5.1(a) より，リンク重みの異質性 w がある程度大きいとき ($w > 0$)，異質性がないとき ($w=0$) よりも集団協力率が高いことが分かる．一方 $b=1.8$ の場合は，図 2.5.1(b) から分かる通り，異質性の変数 w がある値に達するまではリンク重みが異質でないとき ($w=0$) の方が集団協力率が高いが， w がその値を超えると，重みが異質であるとき ($w > 0$) の方が協力率が高くなる．これらの結果は，第 2.3 節の「リンク重みを対戦に考慮する場合」や第 2.4 節の「リンク重みを戦略の更新に考慮する場合」と同じ傾向を示している．但し，図 2.5.1(a) 及び (b) から分かる通り，リンク重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合，片方だけに考慮する場合と比べて，重みの異質性 w が大きい程集団協力率も大きくなる傾向が強い．リンク重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合，異質性 w の増加に伴い集団協力率が概ね右肩上がりに上昇する傾向が強く，重みの異質性が最大であるときに集団協力率も最大となっていることが分かる．これは，リンクの重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合，片方だけに考慮する場合よりも重みの異質性が協力の進化を促しやすいため，異質性の程度を示す w の値が大きくなると更に協力率が上昇しやすくなるものと考えられる．

第 2.3.2 節及び第 2.4.2 節と同様に，リンク重みの異質性 w がある程度大きいと集団協力率が高くなる (w が最大であるときに集団協力率も最大となる点は異なる) こと，集団協力率が階段状に変化するような w の閾値が存在することが分かる．これらの結果は第 2.3.2 節（リンク重みを対戦に考慮する場合）や第 2.4.2 節（重みを戦略更新に考慮する場合）と同じ傾向を示すが，図 2.5.1(a) 及び (b) より，上述の閾値はリンク重みを対戦また

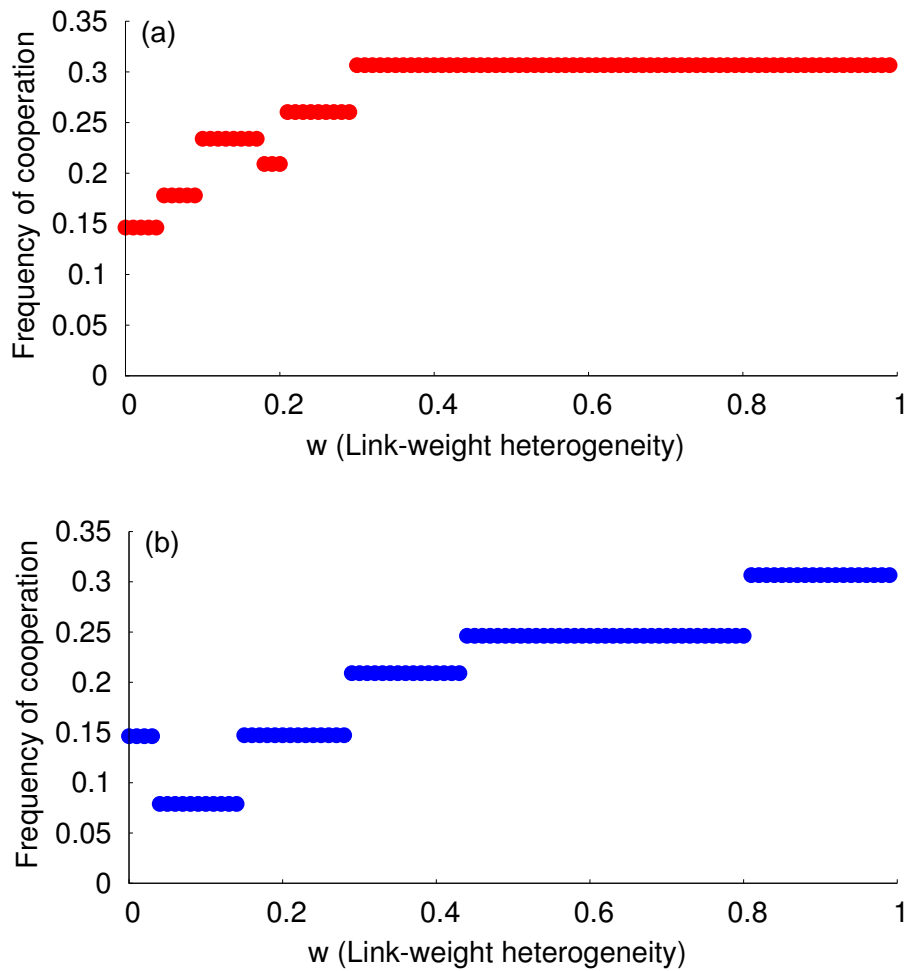


図 2.5.1: リンク重みの異質性 w と集団協力率 (1次元レギュラーネットワーク) . (a) は $b=1.2$, (b) は $b=1.8$ のときの結果を表す . また , グラフの横軸は重みの異質性 w を , 縦軸は集団協力率を示す .

は戦略更新の片方だけに考慮する場合よりも更に多く存在するものと推測できる。

2.5.3 リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明

前節より、リンクの重み w にある程度の異質性がある場合、異質性がない場合よりも集団協力率が高いことが分かった。また、集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性の値 w に存在することが分かった。これらの結果に対する原因を明らかにするため、第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節と同様に、単純な例としてプレイヤー数 10 人の小集団を考え、分析を行う。プレイヤー数 10 人の集団の場合、集団内の初期の戦略分布は $2^{10}=1,024$ 通りとなるが、実質的に同じであるパターンをまとめると、表 2.3.1 に示すとおり、120 パターンとなる。

リンク重みの違いが集団協力率にどのような影響を与えるのかを分析するため、第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節と同様に、この 120 通りのパターンを初期の戦略分布とするそれぞれの小集団について、重みの異質性の値 w の違いにより集団協力率が異なるようなケースを抽出する。協力者を裏切る利得 b のそれぞれの値 (0.01 刻み) について、リンク重みの異質性 w の値を変えていき (0.01 刻み)、 w の値が異なると集団協力率も異なるような戦略分布パターンを抽出する。更に、抽出した戦略分布パターンにおいて、協力戦略の拡大/維持が発生するために w が満たすべき条件を導出する。

表 2.5.1 は、導出した w の拡大/維持条件、 w がそれらの条件を満たすか否かで短期的に協力者数が異なるような戦略分布パターン及び最終的な集団協力率が異なるような戦略分布パターンを示す。表に示す各戦略分布パターンにおいて、リンク重みの異質性 w が 5 つの条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$, $w > -(b+1.0)+\sqrt{b^2+4b}$, $w > (b+1.0-2\sqrt{b})/(b-1.0)$, $w < (-(b+1.0)+\sqrt{4b+1})/b$, $w > b-1.0$ をそれぞれ満たすとき (小集団における 1 プレイヤー単位での) 協力戦略の拡大または維持がなされる。なお、導出された 5 条件のうち条件 1~4 は協力戦略の維持条件、条件 5 は拡大条件である。表から分かるとおり、 w が条件を満たすとき、満たさないときと比べて短期的な協力者数の割合は多くなるものの、最終的な集団協力率は高くないような戦略分布パターンもあり、例えば条件 3 の場合は分布パターン 12 が該当する。但し、 w が条件を満たすことで、満たさないときよりも短期的な協力者数の割合や最終的な集団協力率が低下するような戦略分布パターンは、条件 1~5 のいずれにも存在しないことを確認済みである。即ち、全ての戦略分布パターンにおいて、 w が条件を満たすときの短期的な協力者数の割合及び最終的な集団協力率は、満たさないときと同等もしくはそれを上回る値となる。

第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節と分析要領が同じであるため、ここでは例として条件 1 の導出要領についてのみ述べることにする。表 2.4.1 に示すように、例えば戦略分布パターンが

w の条件	条件 1 (維持条件)
条件式	$w > (b-1.0)/(b+1.0)$
戦略分布パターン (短期)	2, 4, 7, 8, 10, 13, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 31, 32, 33, 34, 37, 41, 44, 47, 51, 54, 56, 60, 62, 64
戦略分布パターン (最終)	2, 4, 7, 8, 10, 13, 16, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 31, 32, 33, 34, 37, 41, 44, 47, 51, 54, 56, 60, 62, 64

w の条件	条件 2 (維持条件)
条件式	$w > -(b+1.0) + \sqrt{b^2 + 4b}$
戦略分布パターン (短期)	11, 12, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83
戦略分布パターン (最終)	11, 12, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83

w の条件	条件 3 (維持条件)
条件式	$w > (b+1.0 - 2\sqrt{b})/(b-1.0)$
戦略分布パターン (短期)	12, 28, 37, 38, 39, 40, 59, 67, 69, 71, 73, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90
戦略分布パターン (最終)	7, 10, 13, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 27, 28, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 46, 48, 49, 50, 52, 53, 55, 57, 58, 59, 61, 63, 65, 66, 79, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90

w の条件	条件 4 (維持条件)
条件式	$w < (-(b+1.0) + \sqrt{4b+1})/b$
戦略分布パターン (短期)	5, 6, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 32, 33, 38, 42, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
戦略分布パターン (最終)	2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 79, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90

w の条件	条件 5 (拡大条件)
条件式	$w > b-1.0$
戦略分布パターン (短期)	6, 9, 15, 20, 24, 27, 29, 30, 33, 38, 39, 43, 49, 53, 58, 59, 61, 66, 69, 73, 75, 78, 80, 83, 84, 85, 87, 88, 89, 90
戦略分布パターン (最終)	4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90

表 2.5.1: 短期的 (1 ラウンド経過時) な協力者数の割合または集団協力率が高くなるための、 w が満たすべき 5 条件 . また、 w が 5 条件のそれぞれを満たすか否かで、短期に (1 ラウンド経過時) 協力者数の割合が異なるような戦略分布パターン、最終的な集団協力率が異なるような戦略分布パターン . 表の 1 行目及び 2 行目は、 w が満たすべき条件及び条件式を示す . w が当該条件を満たすとき、満たさないときよりも短期的な協力者数の割合が多くなるような戦略分布パターンの番号を 3 行目に、最終的な集団協力率が高くなるような戦略分布パターンの番号を 4 行目に記す .

7「-C≡C-C≡C-C≡C-D≡C-C≡D-」であるとき、 w が条件 1「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」を満たすときの方が満たさないときよりも短期的な協力者数の割合が多くなり、最終的な集団協力率も高くなる . そこでパターン 7 の戦略分布を例に取り、 w が条件 1 を満たすか否かで戦略分布がどのように変化するかを調べる .

図 2.5.2 は、戦略分布パターン 7「-C≡C-C≡C-C≡C-D≡C-C≡D-」における戦略分布の推移状況を示したものである . この図の左から 6 番目のプレイヤーに着目し、彼の戦略及び利得の時間変化を調べる . 各プレイヤーの得る利得は囚人のジレンマの利得行列に従う値に対戦相手とのリンク重みを乗じて計算されるため、彼の総利得は $1.0+w$ となる . 同様に左から 5 番目のプレイヤーについて見ると、彼は 2 人の協力者と重みの大きなリンク及び小さなリンクの両方で繋がっているため、合わせて 2.0 の総利得を得る . 一方、左から 7 番目のプレイヤーは、2 人の協力者と重みの大きなリンク及び小さなリンクの両方で繋がっているため、合わせて $2b$ の総利得を得る . また、戦略更新においてもリンク重みが考慮されるため、左から 6 番目のプレイヤーは自身と重みの大きなリンクで繋がっている 5 番目のプレイヤーの総利得を $2(1.0+w)$ と評価し、自身と重みの小さなリンクで繋がっている 7 番目のプレイヤーの総利得を $2b(1.0-w)$ と評価し、これらを自身の総利得 $1.0+w$ と比較する . w の値に関わらず、左から 6 番目のプレイヤーの総利得 $1.0+w$ は左から 5 番目のプレイヤーの総利得よりも低いため、彼は左から 5 番目のプレイヤーの総利得 $2(1.0+w)$ と 7 番目のプレイヤーの総利得 $2b(1.0-w)$ を比較し、総利得が高い方のプレイヤーの戦略を模倣する . 彼らの総利得を比較すると、もし $2(1.0+w) > 2b(1.0-w)$ 、即ち $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ が満た

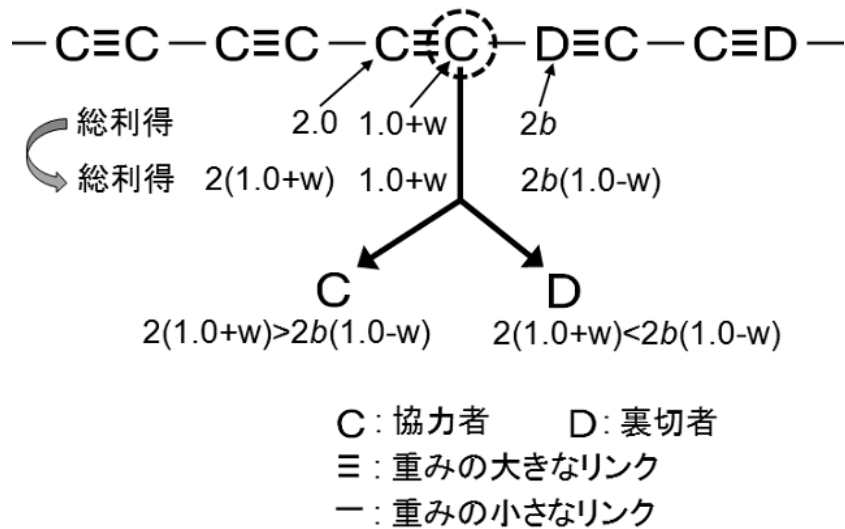


図 2.5.2: 戦略分布パターン 7 における, w の違いによる戦略分布の推移状況. C は協力者 cooperators を, D は裏切者 defectors を, 「 \equiv 」は重みの大きなリンク ($1.0+w$) を, 「 $-$ 」は重みの小さなリンク ($1.0-w$) を示す. 図中の点線の丸で囲んだプレイヤーについて, 対戦及び戦略更新に基づく彼の戦略の変化状況を示す.

されれば, 左から 6 番目のプレイヤーは左から 7 番目のプレイヤーの戦略である「裏切」を模倣せず, 5 番目のプレイヤーの戦略である「協力」を模倣することになる. よって, 彼は自身の戦略である「協力」を「裏切」に変化させずに済む, 即ち協力戦略の「維持」がなされる. このように, 協力者が左右 2 人の協力者と繋がっており, かつその協力者が戦略更新における評価者と重みの大きなリンクで繋がっていることで得る総利得の評価値 $2(1.0+w)$ と, 裏切者が左右 2 人の協力者と繋がっており, かつ戦略更新における評価者とは重みの小さなリンクで繋がっていることで得る総利得の評価値 $2b(1.0-w)$ の比較が行われるとき, リンクの重み w が $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ を満たすことで協力戦略が維持されるのである. なお, これは左端のプレイヤーも同様であり, もし $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ が満たされれば, 彼は左から 2 番目の戦略を模倣し, 自身の戦略である「協力」を保持するのである. これにより, 集団の戦略分布パターンはパターン 7 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - D \equiv C - C \equiv D -$ 」からパターン 9 「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - D \equiv D - D \equiv D -$ 」へと変化する (w が条件 1 を満たすか否かに関わらず, 左から 8 番目及び 9 番目のプレイヤーは, 自身の協力戦略を維持できない). 一方, 条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ が満たされない場合, 2 人のプレイヤーは自身の戦略である「協力」を保持できずに「裏切」へと変化させるため, 戦略分布パターンは 7 からパターン 65 「 $-D \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - D \equiv D - D \equiv D -$ 」へと変化する. このように, 初期の戦略分布がパターン 7 である小集団においては, w が条件 1 を満たすとき, 左から 6 番目及び左端のプレイヤーが自身の戦略である「協力」を保持するため, w が条件を満

たさない場合よりも協力者の数が多くなる。

第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節において，リンク重みが対戦または戦略更新に考慮される場合， w の条件 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ や $w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$ が機能するためには，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が集団内に存在しているような戦略分布の構造が必要であると述べた．これは本節のようにリンク重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合でも同様であり，協力者同士が重みの大きなリンクで連結された塊が集団内に存在することが，重みの異質性 w が協力の進化を促すために必要であると言える．左から 6 番目のプレイヤーのプレイヤーが協力戦略を維持するためには，隣接する協力者の利得が裏切者よりも高い必要がある．上に述べたパターン 7 のような戦略分布パターンの場合，隣接する協力者と裏切者の両方が 2 人の協力者と繋がっているため，リンクの重みが対戦に考慮される仮定があっても，彼らの得る総利得は w の値に依存しない．各プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がった相手の戦略を模倣しやすくなることから，隣接する協力者とのリンクの重みが大きい程，左から 6 番目のプレイヤーにとって，協力者の総利得の評価値が大きくなる．一方，左から 6 番目のプレイヤーは裏切者と重みの小さなリンクで繋がっているため，このリンクの重みが小さい程，裏切者の総利得の評価値が小さくなる．よって，リンク重みが対戦のみまたは戦略更新のみに考慮される場合と同様で，上で述べた戦略分布のパターンは，重みの異質性 w が大きいとき，協力者の利得が裏切者よりも高くなりやすいような構造となっているのである．

ここまで，協力戦略の拡大／維持条件ならびにこれらが機能するような戦略分布のパターンについて述べた．しかし，これらはサイズ 10 の小集団における条件であり，第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節と同様に，大集団での最終的な集団協力率がこれらの条件に対応するかどうかを調べる必要がある．

図 2.5.3 は，導出した 5 つの条件について， w が満たすか否かの境界線を図示したものである．第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節のときと同様に，大集団における集団協力率を示した図 2.5.1(a) 及び (b) を図 2.5.3 と比較する．まず $b=1.2$ の場合について図 2.5.3 を見ると， w の値が 0 に近い領域では条件 4 のみが満たされているが， w の増加に伴い，条件 3 も満たされるようになる．このときの w の値について図 2.5.1(a) を見ると， w が条件 3 の閾値を超えたときに図 2.5.1(a) において集団協力率の不連続な上昇が起こっていることを確認できる．以降， w の値の増加に伴い，図 2.5.3 において w が閾値を通過し，存在する領域が変化するたびに，図 2.5.1(a) において集団協力率の階段状の変化が発生していることを観測できる． $b=1.8$ の場合についても同様で，図 2.5.3 において w が各条件の閾値を超えるたびに，図 2.5.1(b) において集団協力率に階段状の変化が起こっていることを確認できる．

第 2.3.3 節及び第 2.4.3 節のときと同様に， $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において w の 5 条件

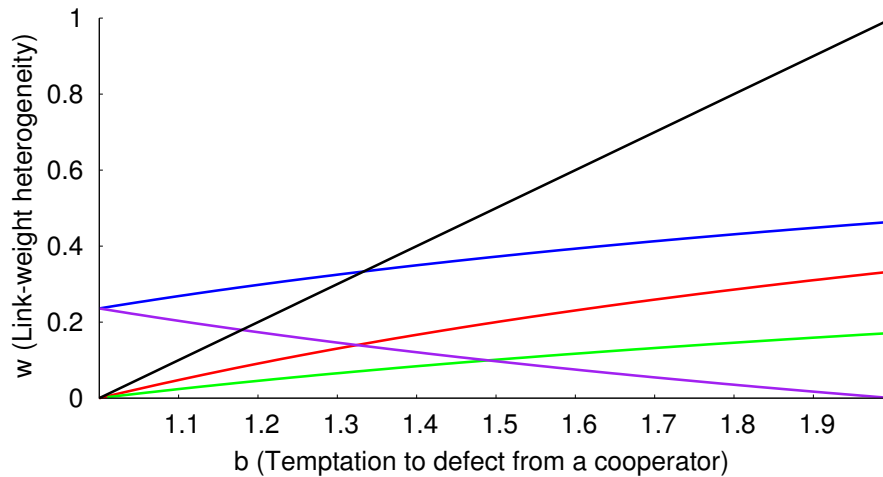


図 2.5.3: 導出した協力戦略の拡大 / 維持条件 (維持条件 1~4 及び拡大条件の, 計 5 条件). グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を, 縦軸はリンク重みの異質性 w を表す. 図の 5 本の線は, 導出した w の各条件が成り立つか否かの境界線を示す. なお, 条件 1 「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」を赤の線, 条件 2 「 $w > -(b+1.0)+\sqrt{b^2+4b}$ 」を青の線, 条件 3 「 $w > (b+1.0-2\sqrt{b})/(b-1.0)$ 」を緑の線, 条件 4 「 $w < (-(b+1.0)+\sqrt{4b+1})/b$ 」を紫の線, 条件 5 「 $w > b-1.0$ 」を黒の線で示す.

が大集団における集団協力率の変化に対応するかどうかを調べるため, b と w の全範囲における集団協力率を求める.

図 2.5.4 は, パラメータ b と w の組合せ (0.01 刻み) に対する集団協力率を示す. なお, 集団協力率の計算要領は第 2.5.1 節のとおりである. 図を見ると, パラメータ空間は集団協力率の大小により 10 個の領域に分かれている. この領域を分断する線は協力率を不連続に変化させる (b, w) の閾値であり, 対応する (b, w) の値について 5 条件の線が図 2.5.3 内に存在することが分かる. (b, w) が図 2.5.4 の青い領域内にあるとき, 集団協力率が全領域で最低となっているが, 図 2.5.3 では (b, w) が 5 条件のいずれも満たされない領域に存在していることが確認できる. 一方, 図 2.5.3 において (b, w) が条件 1, 2, 3, 5 の 4 条件または条件 1, 3, 4, 5 の 4 条件を満たすような値を取るとき, 図 2.5.4 において集団協力率が非常に高い領域に (b, w) が存在することが分かる. また, 図 2.5.3 において w が値の増加に伴い各閾値を通過すると, 図 2.5.4 において対応する w で集団協力率が階段状に上昇または下降していることが分かる.

以上より, 図 2.5.4 における各領域の間の境界が, 小集団で導出された 5 つの条件式と一致することを確認した. これにより, $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において, 小集団で導出した条件が大集団における集団協力率の変化にも同様に対応することを確認した.

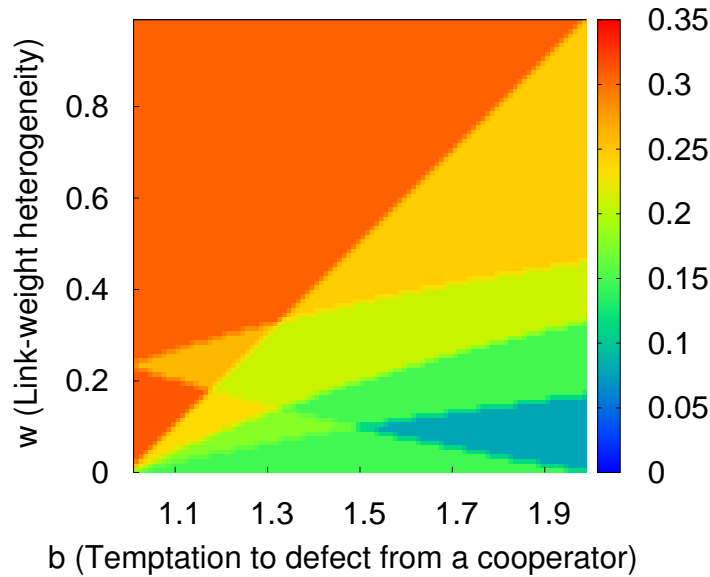


図 2.5.4: 重みの異質性 $w \in [0, 1)$ と利得 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲における, 集団協力率 (1次元レギュラーネットワーク). グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を, 縦軸はリンク重みの異質性 w を, パラメータ空間における各ポイントの色は集団協力率の程度を表す.

2.5.4 結論 (対戦及び戦略更新におけるリンク重みの異質性が, 協力の進化に与える影響)

本節では, リンク重みに異質性のある1次元レギュラーネットワークを用い, その上にプレイヤーを配置し, 囚人のジレンマゲームを行った. なお, リンク重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合について, 重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した. 即ち, 本節で用いたモデルでは, プレイヤーが対戦で得る利得が対戦相手とのリンクの重みにより増減するものと仮定し, かつプレイヤーは戦略更新において隣人が得た総利得をリンクの重みにより増減して評価し, そのうえで戦略を模倣する相手を決定するものと仮定した.

コンピュータ・シミュレーションを行い, 以下に示す2つの結果を得た: (i) リンク重みにある程度の異質性がある場合, 異質性がない場合よりも協力が進化しやすい. (ii) 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの値に存在する. これら (i) 及び (i) は, リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」, 「戦略更新に考慮する場合」と同様の結果であるが, 以下の点が異なる. まず, リンク重みを対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合, 片方だけに考慮する場合と比べ, 重みの異質性が大きければ大きい程集団協力率も高い傾向が強く, 重みの異質性が最大の際に集団協力率も最大となる. これは, リ

リンクの重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合、片方だけに考慮する場合よりも重みの異質性が協力の進化を促しやすいため、異質性の程度が大きくなると更に協力率が上昇しやすくなるものと考えられる。また、リンク重みを対戦または戦略更新の片方だけに考慮する場合と比べ、集団協力率が不連続に変化するような閾値の数が多い。これはリンク重みの異質性が満たすべき協力戦略の拡大/維持条件が多いことに拠る。

得られた結果の原因を調べるため、前章と同様に、プレイヤー数10人の小集団を考え、考え得る1,024通りの戦略分布について本質的に同じものをまとめ、計120通りの戦略分布パターンに分類した。これらの戦略分布パターンを初期状態とするそれぞれの小集団について、リンク重みの異質性 w の値の違いにより短期的な協力者数の割合または最終的な集団協力率が異なるようなパターンを抽出した。この結果、例えば図2.5.2のように、協力者が左右2人の協力者と繋がっており、かつその協力者が戦略更新における評価者と重みの大きなリンクで繋がっているような塊と、裏切者が左右2人の協力者と繋がっており、かつ戦略更新における評価者とは重みの小さなリンクで繋がっているような塊が隣接しているような戦略分布パターンの構造が集団内にある場合、重みの異質性 w が条件1「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」を満たすことで協力戦略の維持が起これることを確認した。また、同様にして w が満たすべき条件2~5及びそれらが機能するような戦略分布パターンを確認した。更に、導出した各条件を重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。これにより、小集団において導出した協力戦略の拡大/維持条件が大集団における集団協力率の変化に対応することを示した。

以上の分析から、協力戦略の拡大/維持が起これるためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件を導出するとともに、この拡大/維持が起これるような戦略分布のパターンを特定した。このようなリンク重みの異質性 w の条件及び戦略分布パターンの組合せにより、大集団においてリンク重みにある程度の異質性があると協力が進化すること、異質性 w の値の変化に伴い集団協力率に階段状の変化が起これることを説明できるということが明らかになった。

2.6 対戦 / 戦略更新 / 対戦 & 戦略更新におけるリンク重みの異質性のそれぞれが協力の進化に与える影響に関する比較検討

ここまで、1次元レギュラーネットワークにおいてリンク重みを「対戦に考慮する場合」、
「戦略の更新に考慮する場合」、「対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合」のそれぞれに

ついて、重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した。本節ではそれぞれの場合で得た集団協力率を比較し、リンク重みが対戦と戦略更新のどちらに考慮される場合に協力が進化しやすくなるのか、重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合は片方に考慮される場合よりも協力が進化しやすくなるのか、等を調べる。

集団協力率の差	正 (>0)	負 (<0)	=0	協力率の差の全体平均
$F_c(u) - F_c(i)$	0.58	0.27	0.16	0.008
$F_c(i, u) - F_c(i)$	0.82	0.10	0.08	0.047
$F_c(i, u) - F_c(u)$	0.65	0.03	0.32	0.039

表 2.6.1: リンクの重みを対戦に考慮する場合、戦略の更新に考慮する場合、対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合における集団協力率の差 (1次元レギュラーネットワーク)。リンクの重みを対戦に考慮する場合の集団協力率を $F_c(i)$ 、戦略更新に考慮する場合の集団協力率を $F_c(u)$ 、対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合の集団協力率を $F_c(i, u)$ とする。このとき、 $F_c(u) - F_c(i)$ 、 $F_c(i, u) - F_c(i)$ 、 $F_c(i, u) - F_c(u)$ について、 $b \in (1.0, 2.0)$ 、 $w \in [0, 1)$ の全範囲 (0.01 刻みのため、 $99 \times 100 = 9900$ ポイント) のうち正 (>0)、負 (<0)、0 と等しい (=0) ようなケースがそれぞれどの程度存在するのか、表の 2~4 列目にその割合を表す。また、 (b, w) の全領域における $F_c(u) - F_c(i)$ 、 $F_c(i, u) - F_c(i)$ 、 $F_c(i, u) - F_c(u)$ の平均値 (9900 ポイント分の全平均) を、5 列目に示す。

図 2.6.1 は、協力者を裏切るときの利得 b とリンク重みの異質性 w の各パラメータ設定 (ともに 0.01 刻み) における、上記 3 つのパターンでの集団協力率の差分を示したものである (集団協力率の計算要領は、それぞれ第 2.3.1 節、第 2.4.1 節及び第 2.5.1 節に記載のとおり)。リンク重みの異質性を対戦に考慮する場合の集団協力率を $F_c(i)$ 、戦略更新に考慮する場合の集団協力率を $F_c(u)$ 、対戦と戦略更新の両方に考慮する場合の集団協力率を $F_c(i, u)$ とし、図 2.6.1(a) は $F_c(u) - F_c(i)$ を、図 2.6.1(b) は $F_c(i, u) - F_c(i)$ を、図 2.6.1(c) は $F_c(i, u) - F_c(u)$ を表す。また、 $b \in (1.0, 2.0)$ 及び $w \in [0, 1)$ (0.01 刻み) の組合せの全パターンにおいて、上記の差分が正となるケース、負となるケース、0 となるケースがそれぞれどれだけあるかの割合、そしてそれぞれの差分の全体平均を表 2.6.1 に示す。

図 2.6.1(a) 及び表 2.6.1 より、 $F_c(u) > F_c(i)$ となるようなケース数が多く、 $F_c(u) < F_c(i)$ となるケース数の 2 倍程度存在することが分かる。但し、 $F_c(u) > F_c(i)$ を満たすケースにおける両者の差は 0~0.05 程度であり、 (b, w) の全領域における $F_c(u) - F_c(i)$ の平均値は 0.01 をも下回っている。このことから、 (b, w) の全領域で見ると、リンク重みが戦略更新に考慮される場合の集団協力率は、重みが対戦に考慮される場合よりも高いようなケースが多いが、協力率の差はそれ程大きくはないことが分かる。図 2.6.1(b) 及び表 2.6.1 から、 $F_c(i, u) > F_c(i)$ となるような (b, w) のケース数は、 $F_c(i, u) < F_c(i)$ となるケースよりも非常に多いことが分かる。また、 $F_c(i, u) > F_c(i)$ を満たすケースにおける両者の差は 0.1~0.15 程度であり、 (b, w) の全領域における $F_c(i, u) - F_c(i)$ の平均値につ

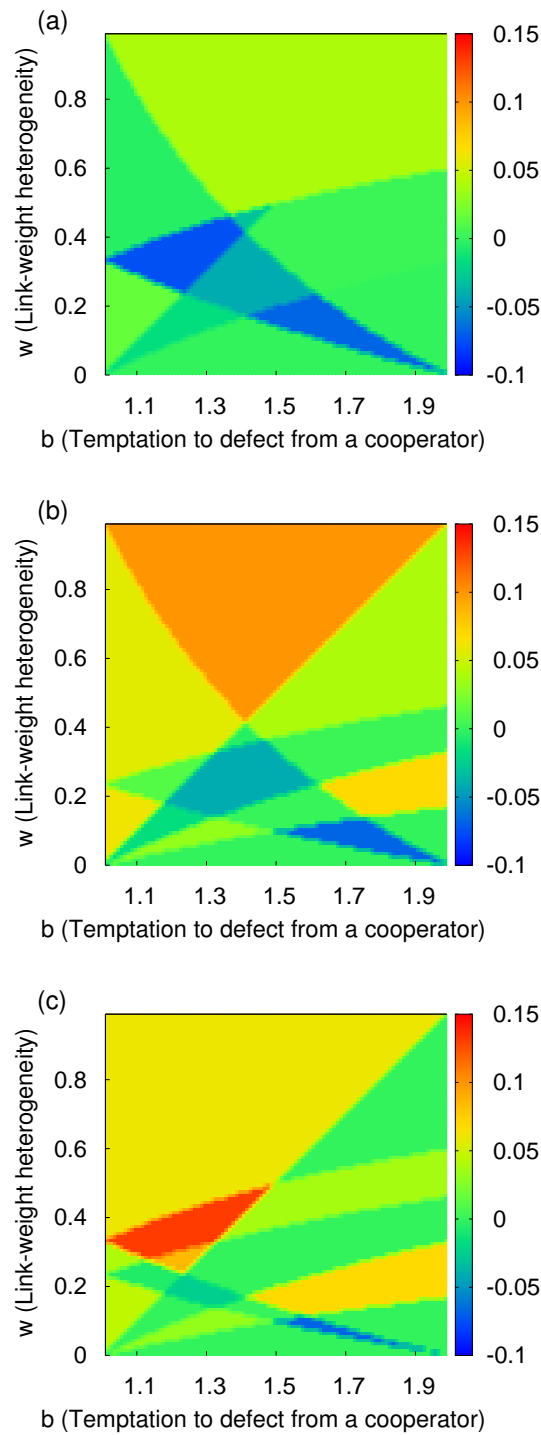


図 2.6.1: リンクの重みを対戦に考慮する場合, 戦略の更新に考慮する場合, 対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合における集団協力率の差 (1次元レギュラーネットワーク). リンクの重みを対戦に考慮する場合の集団協力率を $F_c(i)$, 戦略更新に考慮する場合の集団協力率を $F_c(u)$, 対戦及び戦略更新の両方に考慮する場合の集団協力率を $F_c(i, u)$ とする. このとき, (a) は $F_c(u) - F_c(i)$ を, (b) は $F_c(i, u) - F_c(i)$ を, (c) は $F_c(i, u) - F_c(u)$ をそれぞれ示す. グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を, 縦軸はリンク重みの異質性 w を, パラメータ空間における各ポイントの色は集団協力率の差の程度を表す.

いても， $F_c(u) - F_c(i)$ の場合よりも高い値を取っている．図 2.6.1(c) 及び表 2.6.1 から， $F_c(i, u) - F_c(u)$ も $F_c(i, u) - F_c(i)$ と同様に，正となるケース数が多く，集団協力率の差の平均値も高い値を取る．

以上の結果をまとめると，リンク重みが戦略更新に考慮される場合，対戦に考慮される場合と比べて協力が進化しやすく，重みが戦略更新に考慮される場合の方が集団協力率が高くなるようなケースの数は多いと言える．リンク重みに着目した先行研究の多くは，その異質性をプレイヤー同士の対戦の頻度や量における偏りとしてモデル化しているものが多い．このことを踏まえると，対戦よりも戦略更新の頻度に（リンク重みの異質性に拠る）偏りがある方が協力の進化に大きな影響を与えるという本研究の発見は，リンク重みと協力の進化の研究における新しい発見と言えるかもしれない．但し，リンク重みが戦略更新に考慮されると対戦に考慮される場合との集団協力率の差は，それ程大きくはない．一方，リンク重みの異質性が対戦と戦略更新の両方に考慮される場合，片方だけに考慮される場合よりも協力が進化しやすい．リンクの重みが両方に考慮される場合の方が集団協力率が高くなるようなケースの数は非常に多く，更にそのときの集団協力率の差も比較的大きな値を取る（0.1~0.15 程度）．

なお， (b, w) の全領域を見ると，特に w が大きいときに $F_c(u) - F_c(i)$ ， $F_c(i, u) - F_c(i)$ ， $F_c(i, u) - F_c(u)$ が正となるケースが多いことが分かる．第 2.5.2 節で述べたように，リンク重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合， w の値が大きいほど集団協力率も高い傾向にある．このため，重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合，特に w が大きいとき，対戦または戦略更新の片方だけを考慮する場合よりも集団協力率が高くなりやすいのである．

2.7 まとめ（1次元レギュラーネットワークにおいて，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響）

本節では，リンク重みに異質性のある 1次元レギュラーネットワークを用い，その上にプレイヤーを配置して囚人のジレンマゲームを行った．リンク重みの異質性は，ゲームの中でプレイヤー同士の対戦または戦略更新等に考慮することができる．重みの異質性を対戦に考慮する場合，プレイヤーが対戦で得る利得が対戦相手とのリンクの重みにより増減するものと仮定してモデルを作成した．一方，異質性を戦略更新に考慮する場合，プレイヤーは戦略更新において隣人が有する総利得をその隣人とのリンクの重みにより増減して評価し，そのうえで戦略を模倣する相手を決定するものと仮定した．そして，第 2.2 節ではモデルの説明を行い，第 2.3 節ではリンク重みを対戦に考慮する場合，第 2.4 節ではリンク重みを戦略更新に考慮する場合，第 2.5 節では対戦と戦略更新の両方に考慮する場

合の計算結果と分析について述べ、更に第 2.6 節では上記 3 パターンについての比較分析を行った。

上記 3 パターンについてコンピュータ・シミュレーションを行い、共通する 2 つの結果を得た。1 つは、リンク重みにある程度の異質性がある場合、異質性がない場合よりも協力が進化しやすいことである。なお、リンク重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合、片方だけに考慮する場合と比べて、重みの異質性 w が大きい程集団協力率も大きくなる傾向が強い。もう 1 つは、重みの異質性にはある値を超えると集団協力率に階段状の変化が起こるような閾値があることである。なお、リンク重みを戦略更新に考慮する場合の方が対戦に考慮する場合よりも上記の閾値が多く、対戦と戦略更新の両方に更新する場合は更に多い。

Nowak ら [30, 31] が示したように、空間的局所性のあるネットワーク上でゲームを行うようなモデルでは、協力戦略を有するプレイヤー同士が隣接した塊が集団内に形成されるとき、彼らが相互に協力し合うことで互いに高い利得を獲得し、これにより戦略の模倣を通して協力戦略が拡大する。Du ら [58] 等の提案したモデルに従えば、リンクの重みは対戦においてプレイヤーが得る利得を増加または減少させるため、協力戦略を有するプレイヤー同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が集団内に形成されるとき、彼らは非常に高い利得を獲得しやすくなる。また、Cao ら [62] 等のようにリンクの重みを戦略更新に考慮する場合⁷、各プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がれた相手の戦略を模倣しやすくなるため、重みの大きなリンクで繋がれた協力者同士の塊が集団内に形成されるとき、彼らは協力戦略を模倣しやすくなる。このことを踏まえると、リンク重みの異質性が大きい集団で協力が進化することがあるのは、上に述べた「重みの大きなリンクで連結された協力者同士の塊」が集団内に多数存在することに拠るものと推測される。但し、協力者同士の塊があまりに多数存在する場合、リンク重みに異質性がある場合とない場合とに関わらず、協力が進化する可能性もある。つまり、リンク重みの異質性の違いにより協力率に差が生まれるのは、上に述べた重みの大きなリンクで連結された協力者同士の塊だけでなく、他の種類の塊（重みの大きなリンクで連結された裏切者同士の塊、または協力者と裏切者の塊）も組み合わせた戦略分布が存在することに拠るものであるという可能性もある。

以上のことを踏まえ、リンクの重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を探るため、単純な例としてプレイヤー数 10 人の小集団を考え、考え得る 1,024 通りの戦略分布について本質的に同じものをまとめ、計 120 通りの戦略分布パターンに分類した。これ

⁷第 2.2 節に述べたように、本研究で用いるモデルにおけるリンク重みの扱いは、Cao ら [62] の先行研究のものとは全く同じではない。但し、重みの大きなリンクを有するプレイヤーの戦略が他者に模倣されやすいことは、Cao らの研究で用いられるモデル及び本研究で用いるモデルの両方に共通する。

らの戦略分布パターンを初期状態とするそれぞれの小集団について、リンク重みの異質性 w の値の違いにより短期的な協力者数の割合または最終的な集団協力率が異なるようなパターンを抽出した。この結果、例えばリンクの重みが対戦に考慮される場合、協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊と、裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっている塊が隣接しているような戦略分布パターンの構造が集団内にある場合、重みの異質性 w が条件の1つである $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ を満たすことで協力戦略の拡大が起こることを確認した。また、協力者同士が重みの大きなリンクと小さなリンクの両方で繋がっている塊と、裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっている塊が隣接しているような戦略分布パターンの構造が集団内にある場合、重みの異質性 w が $w < 2.0/b-1.0$ を満たすことで協力戦略の維持が起こることを確認した。同様にして、リンクの重みが戦略更新に考慮される場合、対戦と戦略更新の両方に考慮される場合について、戦略分布パターン及び w の条件を確認した。リンク重みに異質性がある場合、「重みの大きなリンクで連結された協力者同士の塊」が集団内に多数存在するとき、彼らの得る利得がリンクの重みにより更に大きな値として評価される。このとき、このような塊に属さない他のプレイヤーが戦略更新により協力戦略を模倣する、もしくはこのような塊に属する協力者が他プレイヤーの戦略を模倣せずに自身の協力戦略を保持することにより、集団全体として協力の進化が起こりやすくなる。但し、このような塊だけでなく、これらと他の種類の塊（重みの大きなリンクで連結された裏切者同士の塊、または協力者と裏切者の塊）が隣接したような戦略分布パターンが存在することで、重みの異質性 w の程度の違いにより協力が進化するか否かが異なるということが明らかになった。

更に、導出した各条件を重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。これにより、小集団において導出した協力戦略の拡大/維持条件が大集団における集団協力率の変化に対応することを示した。以上の分析から、協力戦略の拡大/維持が起こるためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件を導出するとともに、この拡大/維持が起こるような戦略分布のパターンを特定した。このようなリンク重みの異質性 w の条件及び戦略分布パターンの組合せにより、大集団においてリンク重みにある程度の異質性があると協力が進化すること、異質性 w の値の変化に伴い集団協力率に階段状の変化が起こることを説明できるということが明らかになった。

なお、リンク重みを「対戦に考慮する場合」、「戦略更新に考慮する場合」、「対戦と戦略更新の両方に考慮する場合」のそれぞれにおける集団協力率を比較すると、まず戦略更新に考慮する場合の集団協力率は、対戦に考慮する場合の集団協力率よりも高い傾向にある。リンク重みに着目した先行研究の多くは、その異質性をプレイヤー同士の対戦の頻度

や量における偏りとしてモデル化しているものが多い。このことを踏まえると、対戦よりも戦略更新の頻度に（リンク重みの異質性に拠る）偏りがある方が協力の進化に大きな影響を与えるという本研究の発見は、リンク重みと協力の進化の研究における新しい発見と言えるかもしれない。また、重みを対戦と戦略更新の両方に考慮する場合、片方だけに考慮する場合よりも集団協力率が高い傾向にあり、そのときの集団協力率の差は、重みを戦略更新に考慮する場合と対戦に考慮する場合との協力率の差よりも更に大きい。即ち、リンクの重みを戦略更新のみに考慮する場合、対戦のみに考慮する場合よりも協力が進化しやすいが、対戦と戦略更新の両方に考慮する場合は更に協力が進化しやすいと言える。なお、これらの傾向は重みの異質性の程度が大きいとき、特に顕著に見られる。このことから、1次元レギュラーネットワークにおいてはリンクの重みの異質性がある程度大きいときに協力の進化が促されるが、その重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合、片方に考慮される場合よりも更に協力の進化に寄与しやすいということが分かった。

これまでの先行研究の多くは、リンクの重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析しているものの、その異質性には内部異質性と外部異質性の両方が含まれていた。重みの外部異質性が協力の進化に与える影響は、前述のとおり、個人（個体）ごとのリンク重みの総量に異質性があるという点において、リンク数のばらつきがもたらす効果と類似するものと考えられる。リンク数のばらつきが協力の進化を促すことは既に示されているため、リンク重みの異質性が協力の進化を促すのは外部異質性のみによるものであるという可能性がある。このことを踏まえ、本章ではリンク重みに内部異質性のみが存在する1次元レギュラーネットワークにおいて計算と分析を行い、リンク重みに外部異質性がなくても、内部異質性のみでも協力の進化を促し得ることを明らかにした。一般的にリンクの重みの異質性は内部異質性と外部異質性の両方を包含していると考えられるが、本章の結果は、1次元レギュラーネットワークにおいてリンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、内部異質性によるものと外部異質性によるものの両方を包含していることを示唆するものである。また、これまでの先行研究の多くは、使用するモデルの仮定が複雑であるため、リンク重みの異質性が何故協力の進化を促すのかについての検証が不十分であった。これに対して本研究では、協力戦略の拡大または維持が起こるために異質性のパラメータ w が満たすべき条件及びそれらが機能するような戦略分布パターンを導出することで、重みの異質性が協力の進化を促す原因を明らかにするとともに、そのメカニズムを明らかにした。具体的には、重みの大きなリンクで繋がれた協力者同士の塊が集団内に存在するとき、彼らが協力し合うことで他の塊（裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊、もしくは裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊）に属するプレイヤー達よりも高い利得を得やすくなり、それにより集団内に協力戦略が広がることを確認した。

第3章 2次元格子ネットワークにおいて、 リンク重みの異質性が協力の進化 に与える影響

3.1 はじめに

第1章で述べたように、協力の進化に影響を与える要因として集団を構成する個人（個体）間を繋ぐリンクの重みの異質性が着目されるようになり、重みの異質性と協力の進化の関係を分析した研究が生まれるようになった。しかし、これらの研究の多くにおいて用いられる重みの異質性は、第1.3.2節に述べた外部異質性と内部異質性の両方を包含しているケースが多い。リンク重みの外部異質性は、第1.3.2節に述べたとおり、各個人の持つリンク重みの総量のばらつきである。一方、リンクの数にばらつきがある場合、各個人の持つリンクの重みを皆均一であると仮定すると、個人ごとに保有リンク数が異なるため、リンク重みの総量も異なることとなる。このことから、リンクの数のばらつきは、個人ごとに保有するリンクの重みの総量が異なるという点において、リンク重みの外部異質性と類似した特徴を持つ。なお、リンク数のばらつきが協力の進化を促す要因の1つであることは、Santosら [32] 等の研究により既に示されている。よって、リンク重みの外部異質性が協力の進化にもたらす影響は、このリンク数のばらつきと類似する効果によるものである可能性がある。このことから、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は外部異質性のみに拠るものであるかもしれない。以上を踏まえ、本研究ではリンク重みに内部異質性のみが存在するような集団において協力が進化し得るかを分析する。

また、これまでの先行研究の多くは、使用するモデルの仮定が複雑であるために、重みの異質性が何故協力の進化に影響を与えるのかについては十分な検証を行っていなかった。本研究では可能な限り簡易なモデルを用いることで、リンクの重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を明らかにすることを目指す。第2章では、集団の構造を最も簡易な1次元レギュラーネットワークと仮定し、異質性が協力の進化に与える影響を分析した。本章では、集団の構造を若干複雑なものへ拡張し、2次元格子ネットワークとする。1次元レギュラーネットワークは構造が簡易であるため、上に述べたメカニズムの解明が可能であると考えられるものの、現実世界における集団の構造を模擬するには適さな

い。現実世界に見られる集団は複雑ネットワークの構造を有することが多いということが知られているため、集団構造を複雑ネットワークとしてモデル化する方が、より現実に近い集団を模擬することが可能となる。しかし、複雑ネットワークにおいては各プレイヤーの持つリンクの数が同一ではないため、リンクの重みだけでなくリンク数にもばらつきが生まれることとなり、重みの異質性が協力の進化に与える影響とリンク数のばらつきが協力の進化に与える影響との切り分けが困難となる。さらに、モデルに用いる仮定が複雑になるため、リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を分析することも困難となる。2次元格子は1次元レギュラーと同様にリンク数のばらつきが存在しないため、リンク数のばらつきが協力の進化に与える影響を排除し、リンク重みの異質性のみの影響を分析することができる。このため、本章では1次元レギュラーネットワークよりも（複雑ネットワーク程ではないが）ある程度現実的な構造を有し、かつプレイヤーごとのリンク数に異質性がなく、リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因が解明可能であると考えられるネットワークとして、2次元格子を集団の構造として仮定する。

本章では、リンクの重みに異質性のある2次元格子ネットワークを用い、その上にプレイヤーを配置し、囚人のジレンマゲームを行う。なお、本研究ではネットワークの次数を4とし、各プレイヤーは重み w_1 のリンクと重み w_2 のリンクを2本ずつ保有することとする ($w_1 > w_2$)¹。また、 $w_1 = 1.0 + w$ 、 $w_2 = 1.0 - w$ ($w \in [0, 1)$) とする。これにより、リンク重みを1変数 w のみで制御することが可能になるとともに、1プレイヤーあたりのリンク重みの総量が w に関わらず一定値4.0となる。 $w = 0$ のときの集団は、全リンクの重みが均一な「異質性のないネットワーク」である。一方、 w が1.0に近づくほど各プレイヤーが持つリンクの重み差が大きくなり、即ち集団は「重みの異質性の大きいネットワーク」となる。

本章では、リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」及び「戦略の更新に考慮する場合」について、異質性が協力の進化に与える影響を分析する。リンク重みを対戦に考慮する場合、本モデルではプレイヤーの獲得利得の増減に影響するものと仮定する。即ち、プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がった相手とのゲームにおいて高い利得を、重みの小さなリンクで繋がった相手とのゲームにおいて低い利得を得やすいものとする。一方、リンク重みを戦略更新に考慮する場合、本モデルでは戦略の模倣のしやすさに影響するも

¹1人のプレイヤーが4本のリンクを有する場合、たとえその総量が皆同じであると仮定しても、各人の持つリンクの重みの分布には幾つかのパターンが考えられる。例えば各リンクの重み w_1, w_2, w_3, w_4 としてその合計が一定値となるよう制御するという場合がある。また、たとえ重みが w_1 と w_2 の2変数だけで表されると仮定しても、重み w_1 のリンクを1本、 w_2 のリンクを3本有するという場合も考えられる。しかし、本研究ではリンク重みの内部異質性が協力の進化を促すか否か及びその原因を明らかにするため、可能な限り簡易な仮定を置いたモデルを用いることとしている。そのため、各プレイヤーの持つリンク間に重みの異質性があるものの、その異質性を w_1 と w_2 の値の違いのみに限定して分析するため、各プレイヤーは w_1 と w_2 の2種類の重みのみのリンクを2本ずつ保有するものと仮定した。

のと仮定する．即ち，プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がった相手の戦略を模倣しやすく，重みの小さなリンクで繋がった相手の戦略を模倣しにくいものとする．

第 3.2 節ではモデルの説明を行い，第 3.3 節ではリンク重みを対戦に考慮する場合，第 3.4 節ではリンク重みを戦略更新に考慮する場合の計算結果と分析について述べ，第 3.5 節で結論のまとめを行う．

3.2 モデル(リンク重みに異質性のある 2 次元格子ネットワーク上での，囚人のジレンマゲーム)

本章では，前章(1次元レギュラーネットワーク)で用いたシミュレーションモデルを用いて計算を行う．シミュレーションの流れも前章とほぼ同じ(異なるのは，各プレイヤーの隣人数)であり，まず「ネットワークの構築」が行われ，次に各プレイヤーの「対戦」，全対戦終了後に「戦略の更新」という流れとなる．シミュレーションにおける各フェーズについて，以下に詳しく述べていく．

(i) ネットワークの構築

次数 4 の 2 次元格子ネットワーク上にプレイヤーを配置する．なお，集団サイズは $40 \times 40 = 1,600$ 人とする．各プレイヤーは重み $1.0+w$ のリンクと重み $1.0-w$ ($w \in [0, 1)$) のリンクを 2 本ずつ有し，上下左右の 4 人のプレイヤーと繋がりを持つ．ネットワークは，周期的境界条件を仮定した構造とする．即ち，集団の上端，下端，左端，右端のプレイヤーはそれぞれ下端，上端，右端，左端のプレイヤーと繋がっているものとする．なお，1次元レギュラーネットワークの場合とは異なり，2次元格子の場合はリンク重みの分布に無数のパターンが存在する．本研究では，その中から以下に示すパターン A~D の 4 種類について，重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析することとする(その他の重みの分布パターン等については，付録 D を参照)．

図 3.2.1 は，2次元格子におけるリンク重みの分布パターンのうち，上述のパターン A~D を図示したものであり，図 3.2.1(a) はパターン A，図 3.2.1(b) はパターン B，図 3.2.1(c) はパターン C，図 3.2.1(d) はパターン D を示す．本研究では，リンク重みの異質性が協力の進化にどのような影響を与えるか及びその原因を分析するため，モデルの構造を可能な限り簡易化する必要がある．そのため，まずパターン A のように重みの大きなリンクによりプレイヤーが横一列に連結しているような構造を仮定する．なお，2次元格子についても周期的境界条件を仮定し，左端のプレイヤーと右端のプレイヤーは重みの大きなリンクで繋がっているものとする．このとき，パターン A の集団には 40 人のプレイヤーを重みの大きなリンクで円環状に連結した塊が 40 個存在するものと考えられる．次にパターン A の簡易な拡張として，パターン B のように 20 人のプレイヤーが

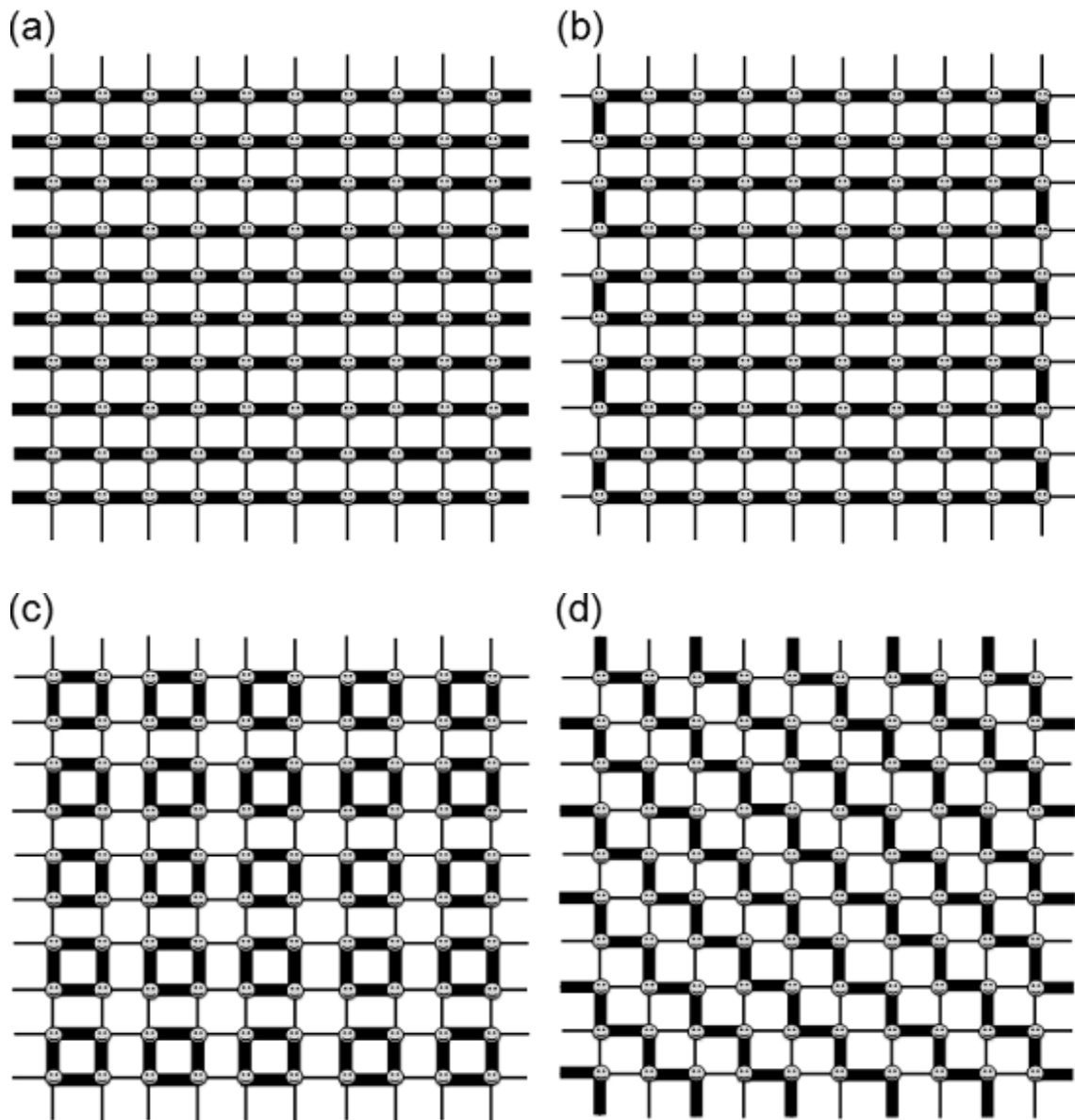


図 3.2.1: 2次元格子におけるリンクの重みの分布 ((a) パターン A , (b) パターン B , (c) パターン C , (d) パターン D) . 図の太い線は重みの大きな ($1.0+w$) リンクを , 太い線は重みの小さな ($1.0-w$) リンクを示す . なお , 集団は 40×40 の 2次元格子であるが , ここではその一部 (10×10) を抽出して図示している . 即ち , (b) において見られる重みの大きなリンクで繋がれた 20 人のプレイヤーの塊は , 実際には横方向に 4 個 , 縦方向に 20 個形成されることになる .

重みの大きなリンクにより連結された塊が集団内に 80 個存在するような構造，パターン C のように 4 人のプレイヤーが重みの大きなリンクにより連結された小さな塊が集団内に 400 個存在するような構造を仮定する．更に，パターン D のように重みの大きなリンクでジグザグ状にプレイヤーが連結されるような若干複雑な分布も仮定し，これら 4 種類の重み分布を有する 2 次元格子ネットワークにおいて，重みの異質性と協力の進化の関係を分析する．計算及び分析の要領については，第 2 章で 1 次元レギュラーネットワークにおいて行ったものと同様である．

(ii) 対戦

各ラウンドにおいて，プレイヤーはリンクで繋がれた上下左右 4 人の相手（隣人）と囚人のジレンマゲームを行う（斜め方向の隣人及び自分自身を対戦相手に含めない）．なお，各ラウンドでプレイヤーは同じ相手と 2 回以上の対戦は行わないものとする．そのため，各プレイヤーの 1 ラウンドにおける対戦回数は自身の次数と等しく，4 回となる．プレイヤーの戦略は，Nowak ら [30,31] の先行研究と同様に「隣人全員に協力」または「隣人全員に裏切」のいずれかの戦略を取る．初期ラウンドは確率 $1/2$ で「協力」または「裏切」のいずれかの戦略が各プレイヤーに割り振られ，以後は「(iii) 戦略の更新」に記すアルゴリズムに従い，戦略を更新する．

ラウンド t におけるプレイヤー i 及び j のそれぞれの戦略（協力または裏切）を $s_i(t)$ 及び $s_j(t)$ ，プレイヤー i 及び j を繋ぐリンクの重みを w_{ij} と表す．また，リンクの重みを対戦に考慮しない場合，ラウンド t においてプレイヤー i がプレイヤー j との対戦により獲得する利得を $\pi_{s_i(t)s_j(t)}$ とする．表 1.1.1 に示す囚人のジレンマの利得行列に従えば， $s_i(t) = \{C, D\}$ ， $\pi_{CC} = R$ ， $\pi_{DC} = T$ ， $\pi_{CD} = S$ ， $\pi_{DD} = P$ となる（ C は協力戦略， D は裏切戦略を意味する）．なお，前章の 1 次元レギュラーネットワークの場合と同様（表 2.2.1 を参照）に， $R=1.0$ ， $T=b \in (1.0, 2.0)$ （0.01 刻み）， $P=S=0$ とする．よって，前章と同様に $\pi_{CC} = 1.0$ ， $\pi_{DC} = b$ ， $\pi_{CD} = \pi_{DD} = 0$ となる．

リンク重みを対戦に考慮する場合，Du ら [58]，Ma ら [59] 及び Cao ら [62] に従い，各プレイヤーが対戦で得る利得は，囚人のジレンマゲームの利得行列に従い得る利得に対戦相手とのリンクの重みを乗じたものとする．従って，リンク重みを対戦に考慮する場合，ラウンド t においてプレイヤー i が j との対戦で得る利得は $w_{ij}\pi_j^i(t)$ で表される．また，プレイヤーが各ラウンドで得る総利得は，自身の隣人と 1 回ずつゲームを行い獲得した利得の総和とする．従って，プレイヤー i がラウンド t において得る総利得 $\pi^i(t)$ は，以下のように表される．なお，プレイヤー i の隣人の集合を V_i と表す．

$$\pi^i(t) = \begin{cases} \sum_{j \in V_i} \pi_{s_i(t)s_j(t)} & (\text{リンク重みを対戦に考慮しない場合}) \\ \sum_{j \in V_i} w_{ij} \pi_{s_i(t)s_j(t)} & (\text{リンク重みを対戦に考慮する場合}) \end{cases}$$

(iii) 戦略の更新

各ラウンドの終わりに、プレイヤーは自分と繋がりのある4人の隣人のうち、最も高い総利得を持つプレイヤーの戦略を模倣し、これを自身の次ラウンドでの戦略とする。但し、戦略模倣対象である相手の総利得が自分の総利得を上回らない場合（即ち、自分自身が戦略模倣対象の1人である場合）、プレイヤーは模倣を行わず、自身の戦略を保持する。また、戦略の模倣対象が自分自身以外に複数いる場合（最も高い総利得を持つ隣人が複数いる場合）は、その中からランダムにプレイヤーを選び、その相手の戦略を模倣する。プレイヤー i がラウンド t において模倣する戦略 $s_i(t+1)$ は、以下のように表される。

$$s_i(t+1) = \begin{cases} s_i(t) & (\pi^i(t) \geq \max_{k \in V_i} \{\pi^k(t)\} \text{ のとき}) \\ s_j(t) & (\pi^j(t) = \max_{k \in V_i} \{\pi^k(t)\} > \pi^i(t) \text{ のとき}) \end{cases}$$

一方、リンク重みを戦略の更新に考慮する場合、各プレイヤーは隣人達の総利得を比較する際、相手とのリンクの重みを乗じた値を用いて比較を行うこととする。このとき、プレイヤー i がラウンド t において模倣する戦略 $s_i(t+1)$ は、以下のように表される。

$$s_i(t+1) = \begin{cases} s_i(t) & (\pi^i(t) \geq \max_{k \in V_i} \{w_{ik} \pi^k(t)\} \text{ のとき}) \\ s_j(t) & (w_{ij} \pi^j(t) = \max_{k \in V_i} \{w_{ik} \pi^k(t)\} > \pi^i(t) \text{ のとき}) \end{cases}$$

(iv) 繰り返し処理

集団のネットワーク作成後、各プレイヤーは自身の全隣人と囚人のジレンマゲームを行う。全プレイヤーの対戦終了後、各プレイヤーは自分及び隣人の総利得に基づき、戦略の更新を行う。上述のように、リンク重みを対戦に考慮する場合は(ii)において、戦略更新に考慮する場合は(iii)において、プレイヤーの利得にリンクの重みを考慮して処理を行う。対戦及び戦略更新の一連の処理を、定められたラウンド数だけ繰り返し実施する。

3.3 対戦におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響

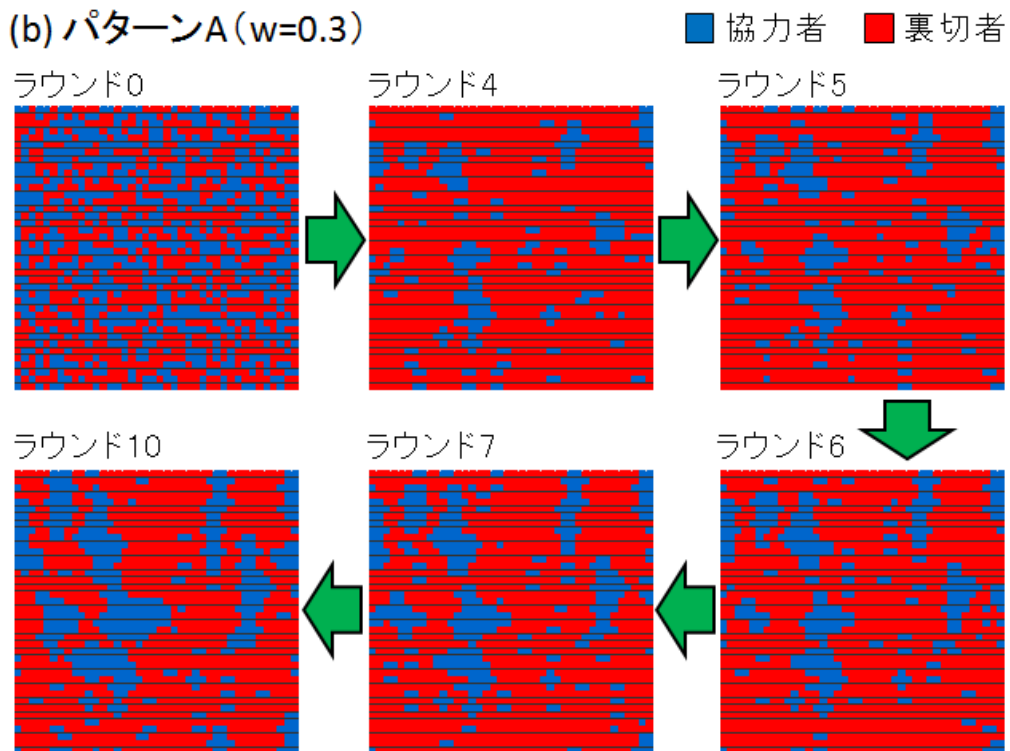
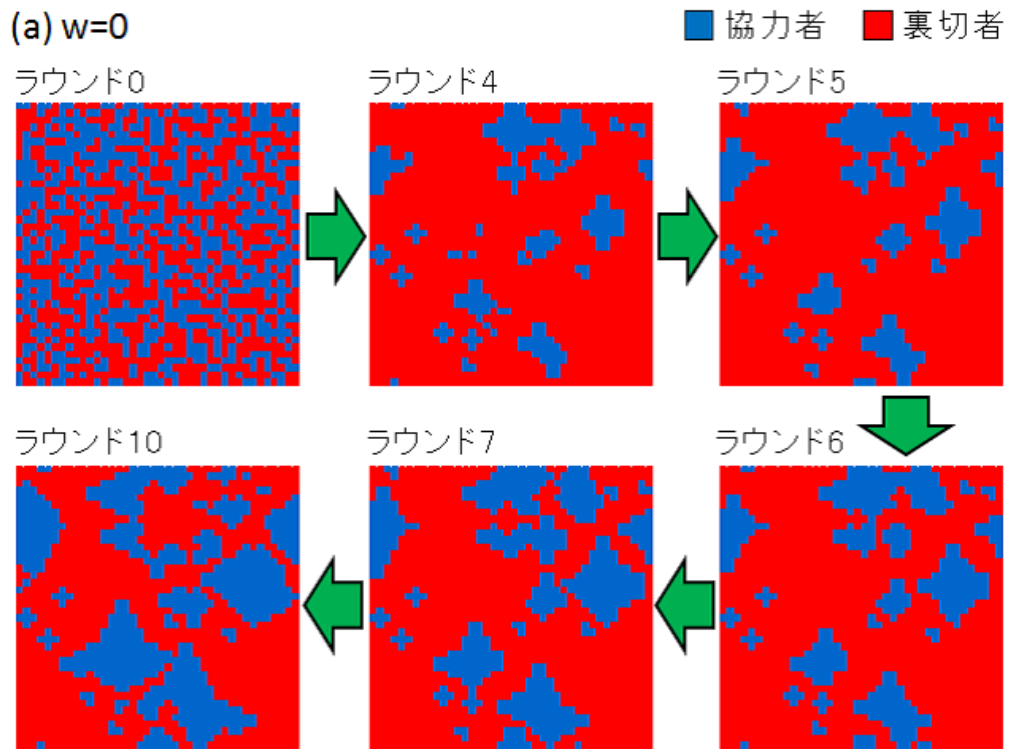
3.3.1 戦略分布のダイナミクスと，戦略の拡大するリンクの重み

本節では，リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」(戦略更新には考慮しない場合)について，異質性が協力の進化に与える影響を分析する．重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため，異質性の度合いを表すパラメータ w (及び協力者を裏切る利得 b) の値を変化させてシミュレーションを行う．まず，リンク重みに異質性がある場合とない場合とで，集団内での戦略(協力または裏切)の分布がどう変化するかを調べる．例として $b=1.4$ とし， $w=0$ の場合(重みの異質性なし)及び $w > 0$ の場合(重みの異質性あり)における集団の戦略分布のダイナミクスを示す．

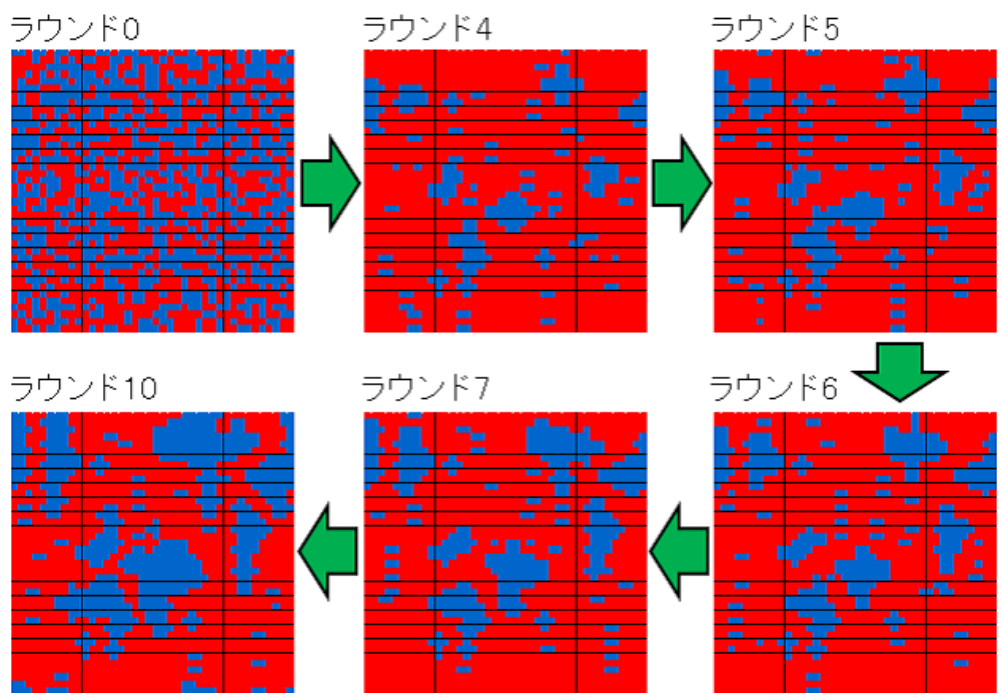
図 3.3.1 は，2次元格子における戦略分布の時間変化を図示したものである．例として $b=1.4$ の場合について考えることとし，図 3.3.1(a) は重みに異質性がない場合，図 3.3.1(b) は重みの分布がパターン A で重みに異質性がある場合，図 3.3.1(c) は重みの分布がパターン B で重みに異質性がある場合，図 3.3.1(d) は重みの分布がパターン C で重みに異質性がある場合，図 3.3.1(e) は重みの分布がパターン D で重みに異質性がある場合の戦略分布をそれぞれ示す．図 3.3.1(f) は，重みの分布がパターン D の集団(図 3.3.1(e) に相当)において一部のプレイヤー達(サイズ 10×10)に着目し，ラウンド 4 及び 5 における彼らの戦略分布を拡大表示したものである．なお，図 3.3.1(a) は $w=0$ ，図 3.3.1(b)~(d) は $w=0.3$ ，図 3.3.1(e) は $w=0.18$ とする²．リンク重みがパターン A の 2次元格子は，プレイヤー達を重みの大きなリンクで横一列に連結した塊が複数あると考えることができる．同様に，リンク重みがパターン B の 2次元格子は，20 人のプレイヤーを重みの大きなリンクで連結した塊(横に 10 人で 2 列)が複数あると考えることができる．同様にパターン C は 4 人のプレイヤーを重みの大きなリンクで連結した小さな塊(横に 2 人で 2 列)が多数あり，パターン D は 80 人のプレイヤーを重みの大きなリンクでジグザグ状に連結した塊が複数あると考えることができる．図 3.3.1(b)~(f) における黒い太線は，その塊同士の境界線を意味する．即ち，図の黒い太線で区切られたプレイヤー同士は異なる塊に属し，太線で区切られていないプレイヤー同士は同じ塊に属するということになる．

まず図 3.3.1(a) ($w=0$) を見ると，ラウンド経過の序盤は集団内に裏切戦略(赤いマス)

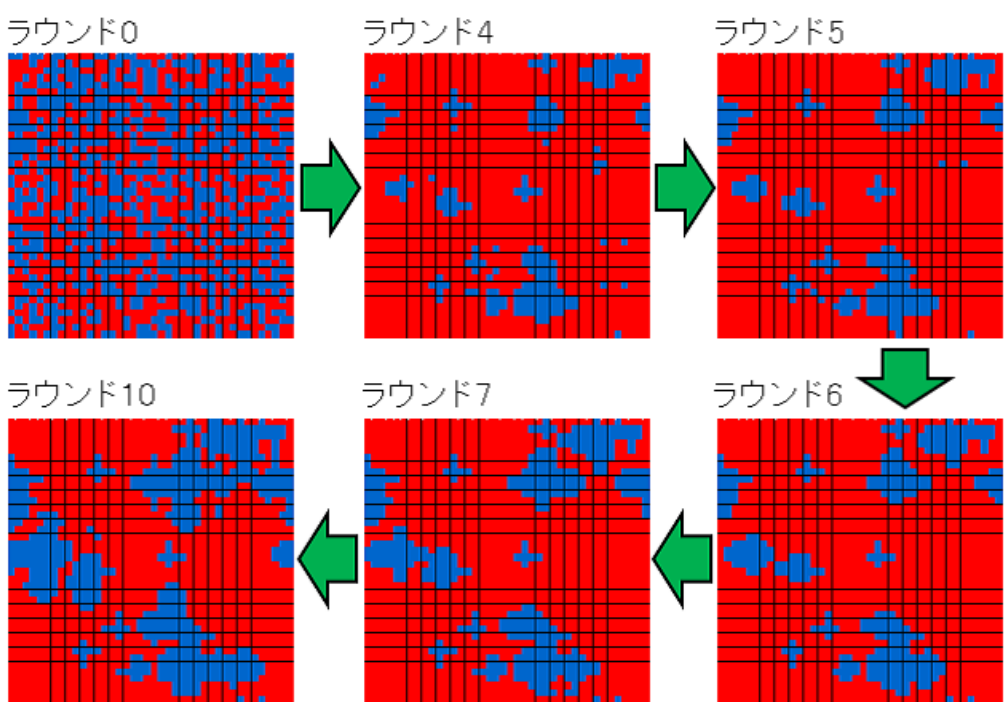
²詳細は次段落以降に述べられているが，パターン A~D に共通する傾向として，協力戦略が重みの小さなリンクを介して拡大することが観測されている．しかし，その程度はリンク重みの分布のパターン及び w の大きさにより異なっており，パターン D の場合， $w=0.3$ のときに協力戦略が重みの小さなリンクを介して拡大するものの，その割合は他のパターン程は大きくないことが確認されている．ここでは協力戦略が重みの小さなリンクを介して広がる具体的な例を示すことを目的としているため，パターン D の 2次元格子でも協力戦略が重みの小さなリンクを介して拡大する割合が大きくなるようなケースを選ぶこととし，そのため $w=0.18$ とした．



(c) パターンB ($w=0.3$)



(d) パターンC ($w=0.3$)



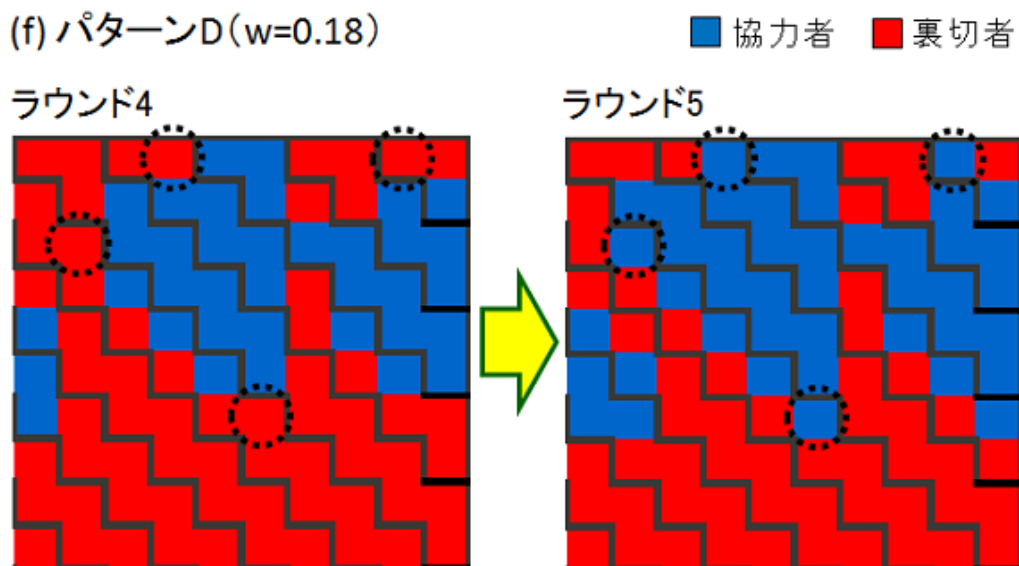
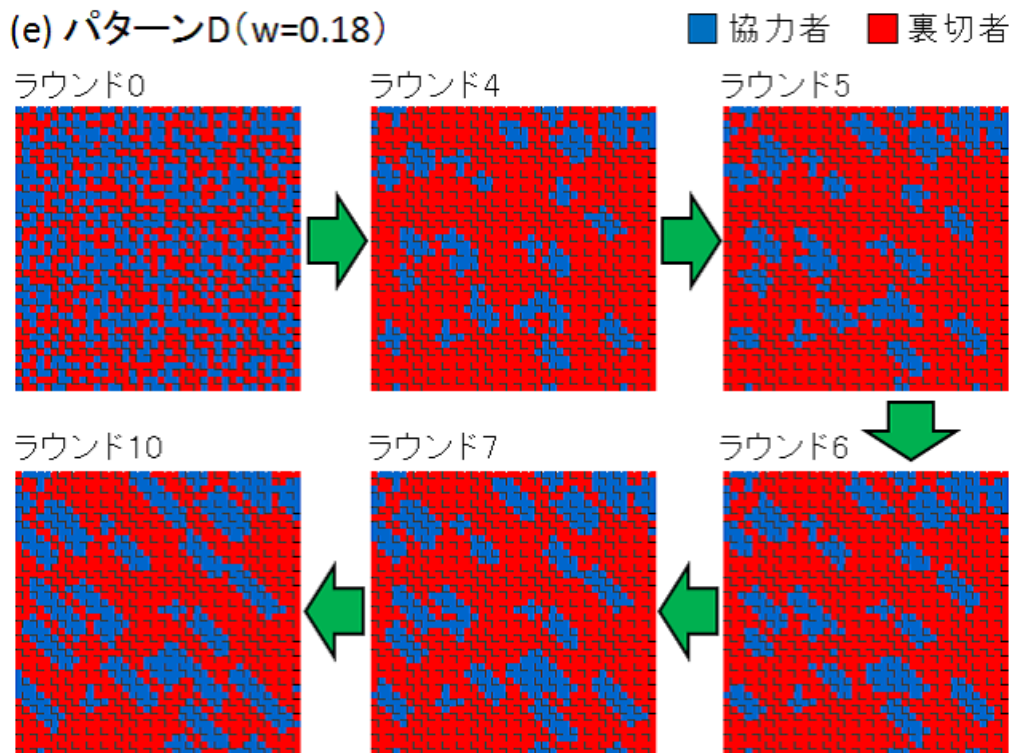


図 3.3.1: 戦略分布のダイナミクス (2次元格子ネットワーク, $b=1.4$) . (a) はリンク重みに異質性がない場合, (b) はリンク重みの分布がパターン A, (c) はパターン B, (d) はパターン C, (e) はパターン D であるときの戦略分布の時間変化を示す . なお, (a) は $w=0$, (b)~(d) は $w=0.3$, (e) は $w=0.18$ とする . 図の青いマスは協力者を, 赤いマスは裏切者を表す . (b)~(e) における黒い太線は, 重みの大きなリンクで連結されたプレイヤー同士の塊について, その塊同士の境界線を意味する . (a)~(e) の各パターンについて, 順にラウンド 0, 4, 5, 6, 7, 10 における戦略分布の状態を示す . また, (f) はパターン D の集団における一部のプレイヤー達 (サイズ 10×10) について, ラウンド 4 及び 5 における彼らの戦略分布を拡大表示したものである .

が広がるものの、その後協力者（青いマス）の塊が形成されることで、少しずつ協力戦略が集団内に広がっていくことが分かる。これは、リンクの重みに関わらず、プレイヤーがリンクで繋がれた相手のみと付き合うという空間的制約により協力が進化するというものであり、このような戦略分布の推移が起こることは Nowak ら [30, 31] により示されている。一方、図 3.3.1(b) 及び (c)（パターン A 及び B）を見ると、ラウンド初期では裏切者が増え、その後協力者の塊が形成され、少しずつ協力戦略が集団内に広がっていく点は $w=0$ の場合と同様であるが、協力戦略の広がり方に違いが見られる。 $w=0$ の場合と異なり、 $w=0.3$ の場合は協力戦略が縦方向に広がっているように見える。前述のとおり、パターン A の 2 次元格子においては、プレイヤー達は重みの大きなリンクで横一列に連結した塊が複数あるものと考えることができ、パターン B の 2 次元格子は、20 人のプレイヤーを重みの大きなリンクで連結した塊（横に 10 人で 2 列）が複数あると考えることができる。即ち、プレイヤー達は重みの大きなリンクで横方向に繋がっているにも関わらず、協力戦略は縦方向に拡大しているのである。このことから、戦略の更新に基づく協力戦略の拡大は、塊内部の大きな重みのリンクを介して行われるのではなく、むしろ異なる塊のプレイヤー同士を繋ぐ小さな重みのリンクを介して発生しているものと考えられる。次に図 3.3.1(d)（パターン C）を見ると、ラウンド経過に伴い、協力戦略を有するプレイヤーの塊は少しずつ拡大していることが分かる。パターン C の場合、4 人のプレイヤーが重みの大きなリンクで繋がれた小さな塊が多数存在する集団であると解釈することができるため、図のように協力戦略が広がっていくということは、協力戦略がそれぞれの塊を超えて他の塊まで広がっていることを意味する。このことから、リンク重みの分布がパターン C の場合も、協力戦略の拡大は異なる塊のプレイヤー同士を繋ぐ小さな重みのリンクを介して発生しているものと考えられる。パターン D については、図 3.3.1(e) を見ても、協力戦略が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して広がっているのかを把握することは難しい。そこで、図 3.3.1(f) に示すようなパターン D の拡大図に着目し、ラウンド 4 から 5 へと時間が経過するときの戦略分布の変化を一部のプレイヤー達に着目して観察する。図の点線の丸を付与したプレイヤーに着目すると、彼らはラウンド 4 の時点では裏切戦略を有するが、ラウンド 5 では自身の戦略を協力へと変化させている。このとき、彼らは異なる塊に属する隣人、即ち重みの小さなリンクで繋がれたプレイヤーの戦略を模倣していることが分かる。このことから、リンク重みの分布がパターン D の場合も同様に、協力戦略は重みの小さなリンクを介して拡大しやすいのではないかと考えられる。

以上より、リンクの重みに異質性がある場合、協力戦略は塊内部の大きな重みのリンクを介して行われるのではなく、むしろ異なる塊のプレイヤー同士を繋ぐ小さな重みのリンクを介して発生しているものと考えられる。そこで、これらの場合について、集団内の戦

略分布の状況及びその変化をより詳細に調べる。

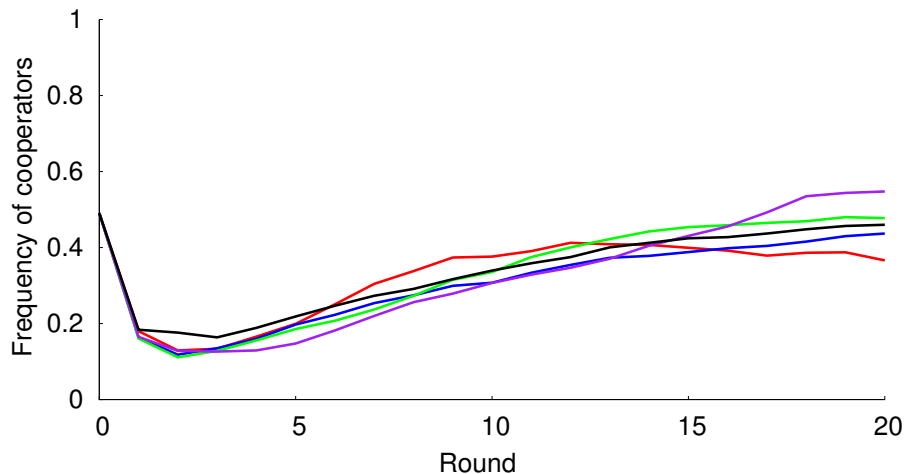
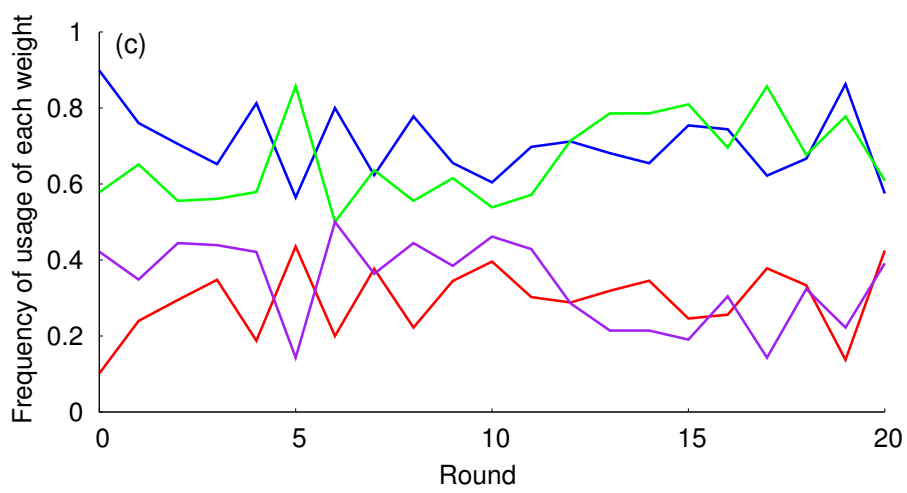
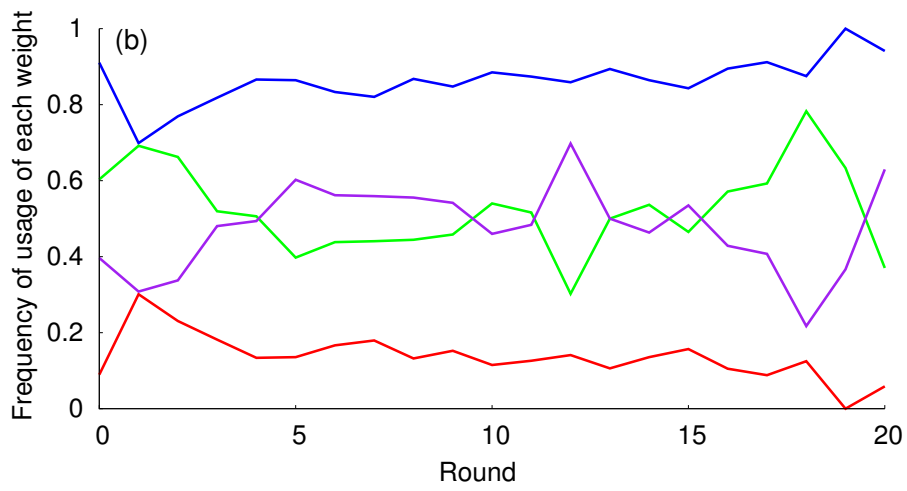
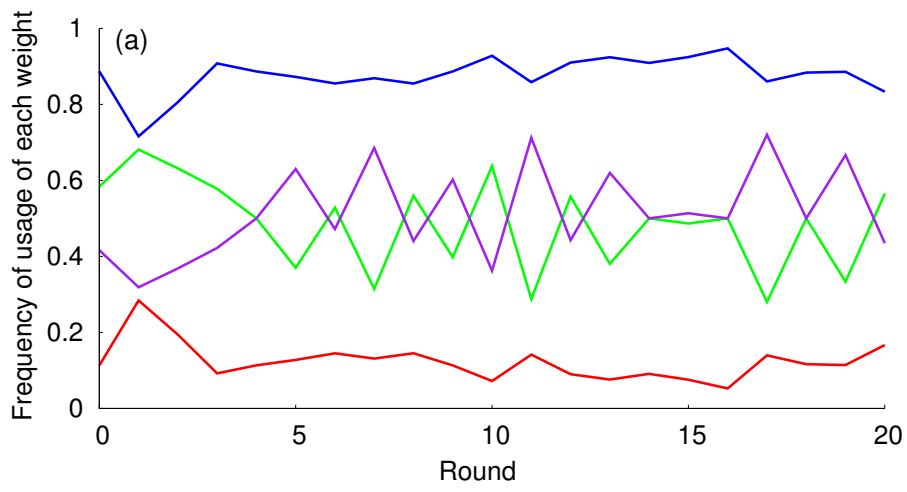


図 3.3.2: 集団における協力者数の割合の時間変化 (2次元格子ネットワーク, $b=1.4$)。図の横軸は経過ラウンド数を, 縦軸は集団における協力者数の割合を表す。図の赤線はリンク重みに異質性がない場合 ($w=0$), 青線はリンク重みの分布がパターン A, 緑線はパターン B, 紫線はパターン C, 黒線はパターン D であるときの協力者数の割合を示す。パターン A~C については $w=0.3$, パターン D については $w=0.18$ とする。

図 3.3.2 は, 集団における協力者数の割合の時間変化を示したものである。図より, これら全てのケースにおいてラウンド初期で協力者数の割合が低下するものの, その後集団内に協力戦略が広がっていくことが分かる。このことは, 図 3.3.1 から確認できる。

協力戦略の拡大が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して行われたのか, その割合を調べる。図 3.3.3 は, 協力戦略または裏切戦略が拡大するときに, 重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介したのかについて, それぞれの割合の時間変化を示したものである。各プレイヤーは対戦を行った後, 戦略更新のフェーズにおいて最も利得の高い隣人 (自分自身を含む) の戦略を模倣する。この際, プレイヤーの戦略の推移は (i) 「協力」から「裏切」に変化, (ii) 「裏切」から「協力」に変化, (iii) 「協力」を維持, (iv) 「裏切」を維持, のいずれかとなる。このうち, (ii) を協力戦略の拡大, (i) を裏切戦略の拡大とし, (i) と (ii) のそれぞれについて該当する戦略更新が行われた回数 (全プレイヤーの合計), そしてその更新が重みの大きなリンクを介して行われた回数と重みの小さなリンクを介して行われた回数を調べ, それぞれの回数の割合を求めた。図 3.3.3(a)~(d) は, リンク重みの分布がパターン A~D のそれぞれの場合について, 協力戦略または裏切戦略が重みの大きなリンクまたは小さなリンクのそれぞれを介して拡大した割合を示す。

図 3.3.3(a)~(d) より, パターン A~D の全てにおいて, 協力戦略は重みの大きなリンクよりも小さなリンクを介して広がっていることが分かる。パターン D についてはリンク重



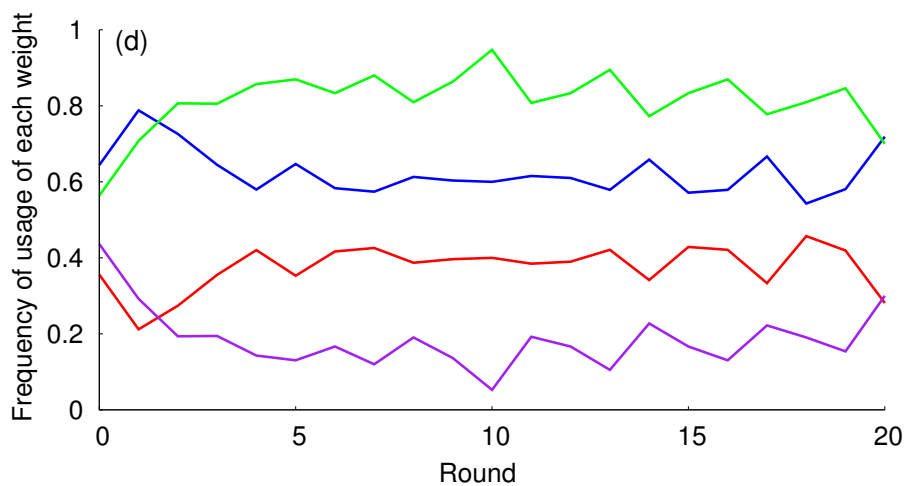


図 3.3.3: 協力戦略及び裏切戦略の拡大において、戦略が通過するリンクの重み (2次元格子ネットワーク, $b=1.4$)。図の横軸は経過ラウンド数を、縦軸は協力または裏切戦略の拡大において重みの大きなリンクを介した回数と重みの小さなリンクを介した回数の割合を表す。(a) はパターン A, (b) はパターン B, (c) はパターン C, (d) はパターン D のときの結果をそれぞれ示し、パターン A~C については $w=0.3$, パターン D については $w=0.18$ とする。なお、図の赤線は協力戦略が拡大するときそれが重みの大きなリンクを介して起こる割合、青線は重みの小さなリンクを介して起こる割合を意味する。同様に、図の緑線は裏切戦略が拡大するときそれが重みの大きなリンクを介して起こる割合、紫線は重みの小さなリンクを介して起こる割合を意味する。

みの分布の関係上，図 3.3.1(e) を見ても協力戦略が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介しているのかは把握し難かったが，図 3.3.3(d) から，パターン A~C の場合と同様に，協力戦略は重みの小さなリンクを介して広がっていることが確認できる．一方，裏切戦略については重みの分布パターンにより，重みの大きなリンクを介している場合と小さなリンクを介している場合があることが分かる．以上より，2次元格子ネットワークにおいてリンク重みに異質性がある場合 ($w > 0$)，協力戦略は重みの大きなリンクよりも小さなリンクを介して拡大する傾向にあることを確認した．

なお前章より，1次元レギュラーネットワークにおいては，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がった塊がそれ以外の塊（重みの大きなリンクで連結された裏切者同士の塊，または協力者と裏切者の塊）と隣接しているような構造が集団内にあるとき，塊内の協力者同士が協力し合うことで互いに高い利得を得るため，協力戦略が広がっていくことを述べた．集団のネットワーク構造が2次元格子である場合でも，同様の状況が発生している可能性が考えられ，重みの大きなリンクで繋がっている協力者同士の塊が集団内に存在するとき（但し，1次元レギュラーの場合とは異なり，塊のサイズが常に2であるとは限らない），彼らが高い利得を得ることで他の塊にも協力戦略が広がるかもしれない．このように異なる塊へ協力戦略が広がっていくとき，当該戦略は重みの小さなリンクを介することになる．このため，リンク重みに異質性がある場合，協力戦略が重みの小さなリンクを介して広がっていくものと考えられることができる．

3.3.2 計算要領（コンピュータ・シミュレーションによる，集団協力率の導出）

本節では，リンク重みの異質性を「対戦に考慮する場合」（戦略の更新には考慮しない場合）について，異質性が協力の進化に与える影響を分析する．重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため， $b \in (1.0, 2.0)$ ， $w \in [0, 1)$ の範囲で値を 0.01 刻みで値を変化させ，比較分析を行う．

計算要領は第 2.3.1 節と同様であり，各シミュレーション試行において，集団における協力者数が周期的に循環もしくは概ね収束状態となり，付録 B に示す計算打ち切り条件が満たされた場合，当該ラウンドで計算を打ち切る．そして，最終の一定ラウンド数における協力者数の割合の期間平均を求め，これを当該試行における出力値とする．この計算を 500 試行繰り返し行い，各出力値の試行平均を最終出力値とし，これを「集団協力率」と呼ぶこととする．

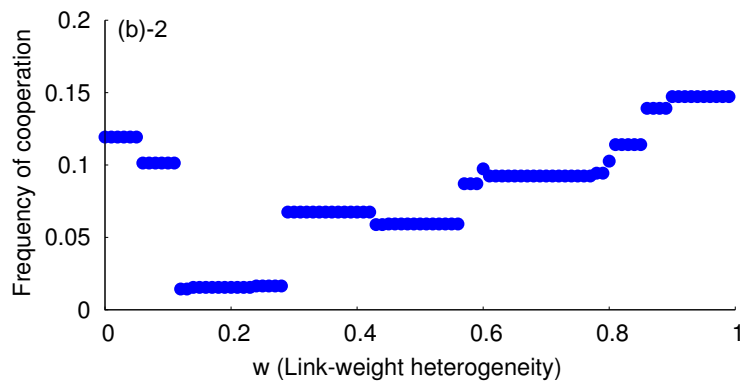
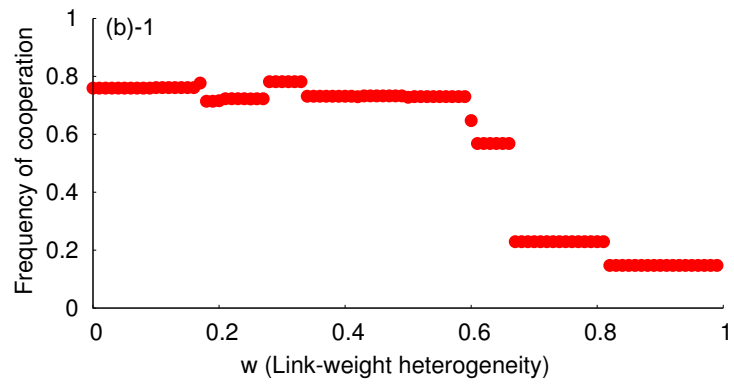
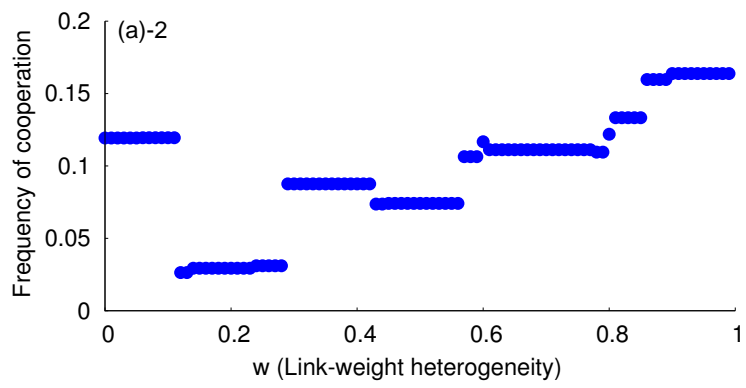
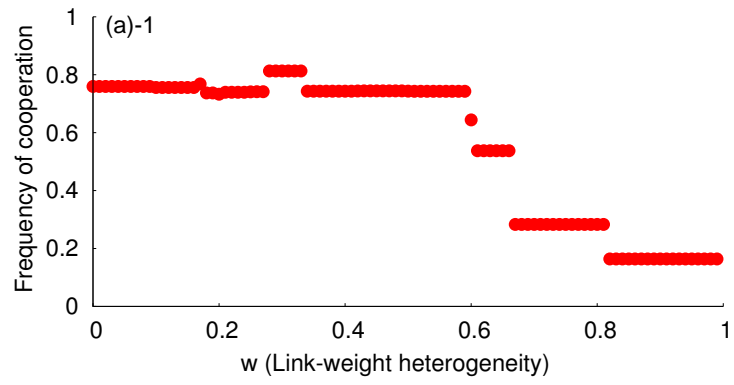
3.3.3 計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）

本節では，囚人のジレンマにおいて協力者を裏切る利得 b が小さい場合及び大きい場合の例として， $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合を例に取る．リンク重みの異質性を示す変数 w の値を変化させ（0.01 刻み），第 3.3.2 節で述べた計算要領に基づき，集団協力率（試行平均）を算出する．

図 3.3.4 は，パターン A~D の 2 次元格子において， $b=1.2$ または $b=1.8$ の場合について，異なる w （リンク重みの異質性）に対する集団協力率を表す．図 3.3.4(a)-1~(d)-1 より， $b=1.2$ の場合，パターン A~D に共通して見られる傾向として，リンク重みの異質性 w が大きくなるにつれ，集団協力率が低下している傾向にあり，異質性が協力の進化に必ずしも寄与しているとは言い難い．一方， $b=1.8$ の場合，図 3.3.4(a)-2~(d)-2 より，リンク重みに若干の異質性がある場合，異質性がない場合（ $w=0$ ）よりも集団協力率が低くなるのが分かる．異質性 w がある程度大きくなると，集団協力率が概ね上昇していく傾向にあるものの，重みに異質性がない場合と比較すると集団協力率は高いとは言い難い．パターン A 及び B の場合，異質性 w が非常に大きいときは異質性がない場合（ $w=0$ ）よりも集団協力率が高くなるが，パターン C 及び D の場合は，異質性がない場合よりも集団協力率が高くなるような w が存在しないことが分かる．以上のことから，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は集団のネットワーク構造の違いに依存しており，2 次元格子ネットワークの場合，1 次元レギュラーネットワークと比べて，リンク重みの異質性が協力の進化を促すとは言い難い³．これは即ち，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は，ネットワークの次元が 1 次元であるか 2 次元であるかにより異なるということを意味している．

1 次元レギュラーネットワークの場合と同様に，2 次元格子ネットワークにおいても，重みの異質性 w の変化に対して集団協力率が階段状に変化していることが分かる．これは，同様に集団協力率の不連続な変化を起こすような閾値が w に存在するからである．なお，2 次元格子においては，1 プレイヤーあたりの対戦相手の数が 1 次元レギュラーネットワークの場合の 2 倍になる．そのため， w における閾値の数が 1 次元レギュラーネットワークの場合よりも多いことが図から分かる．

³ 集団のネットワーク構造やリンク重みの分布に様々な仮定を置いているため，この結果は 2 次元格子の構造を有する如何なる集団においても共通して成り立つことを保証するものではない．



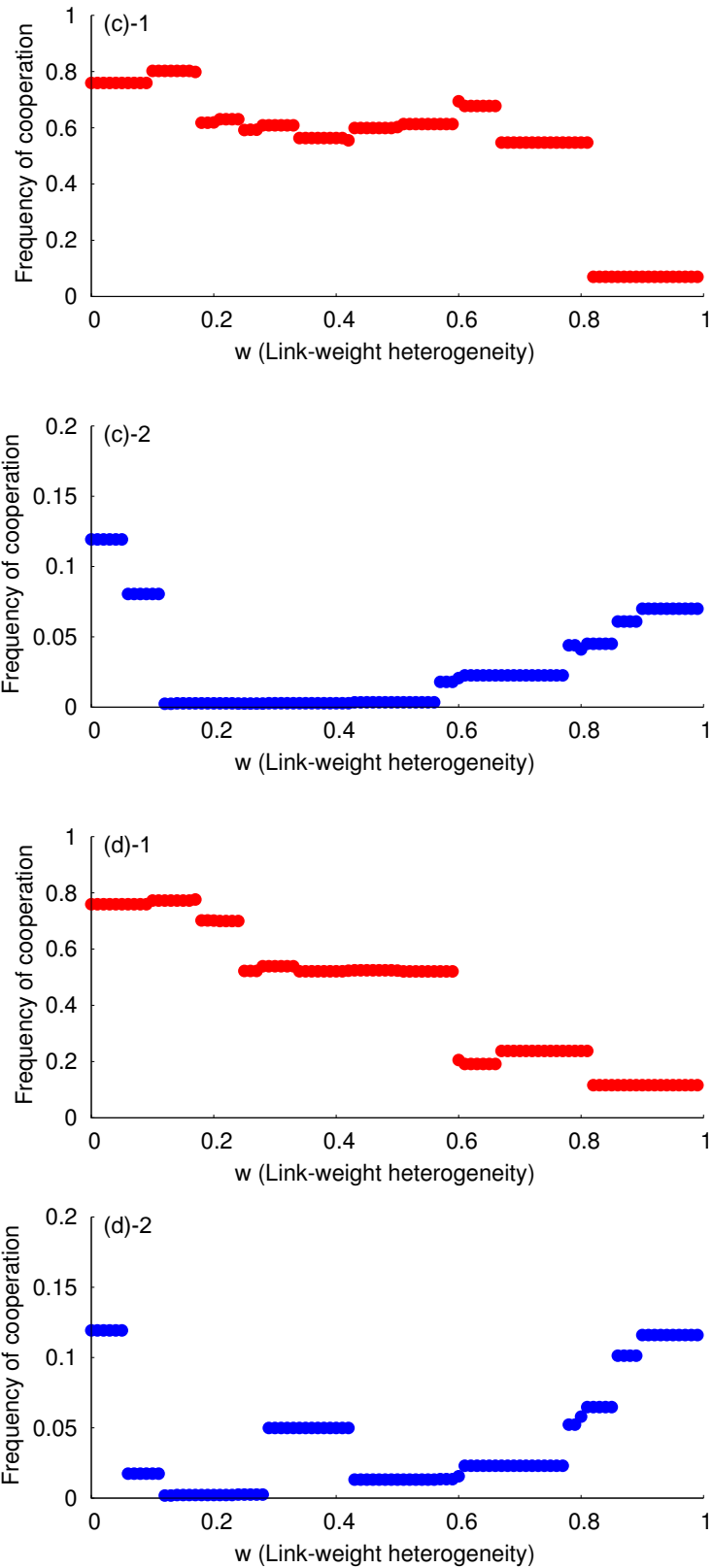


図 3.3.4: リンク重みの異質性 w と集団協力率 (2次元格子ネットワーク) . (a) はパターン A , (b) はパターン B , (c) はパターン C , (d) はパターン D のときの結果を示す . (a)-1~(d)-1 は $b=1.2$ のときの結果を , (a)-2~(d)-2 は $b=1.8$ のときの結果を表す . また , グラフの横軸は重みの異質性 w を , 縦軸は集団協力率を示す .

3.3.4 リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因

前節より、集団が2次元格子の構造を有する場合、重みの異質性が協力の進化に寄与しているとは言い難く、1次元レギュラーの場合とは異なる結果となることが分かった。また、集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性の値 w に存在することが分かった。これらの結果に対する原因を明らかにするため、リンク重みの異質性 w が集団協力率に与える影響ならびに w の閾値について分析を行う。なお、前節まではリンク重みの分布がパターン A~D の計4種類の2次元格子ネットワークについて分析を行ってきたが、程度の差はあるものの上に述べた傾向自体はパターン A~D について共通であるため、本節以降はパターン A 及び B の2種類の重み分布パターンのネットワークを分析対象とする。

前節において、リンク重みに異質性がある場合、異質性がない場合と比べると集団協力率が高いとは言い難いことを示したが、 $b=1.2$ と $b=1.8$ の場合しか述べていない。そこで本節では、 b 及び w の全範囲において、リンク重みに異質性がない ($w=0$) 場合よりも集団協力率が高くなるような $w > 0$ の値が存在するか否かを調べる。

図 3.3.5 は、 $b \in [1.0, 2.0)$ 及び $w \in [0, 1)$ の値の各組合せについて、リンク重みが異質でない ($w=0$) 場合との集団協力率の差を取り、これが0より大きい、小さい、0と等しいかを色分けして図示したものである(集団協力率の計算要領は、第 3.3.2 節のとおり)。図 3.3.5(a) はパターン A における結果を、図 3.3.5(b) はパターン B における結果を示す。これらの図より、重みに異質性がある ($w > 0$) ときの方が集団協力率が高いような (b, w) の領域は、全範囲のうち半分以下であることが分かる。このため、 b 及び w の全範囲について見ても、リンク重みに異質性がある場合、ない場合よりも協力率が高くなるとは言い難い。

次に、 $b \in (1.0, 2.0)$ の各値 (0.01 刻み) に着目し、 $w \in [0, 1)$ を変化させたときの集団協力率を調べる。例えば $b=1.6$ の場合、 $w \in [0, 1)$ の全領域のうち、重みに異質性がない場合よりも集団協力率が高いケースが半分以上あることが分かる。 $b=1.8$ の場合、 $w \in [0, 1)$ のほとんどの領域において、重みに異質性がない場合よりも集団協力率が低い、異質性がない場合よりも協力率が高くなるような w の値は多少ながら存在することが分かる。ここで、 b の各値について集団協力率が最大となる w の値を抽出し、そのときの協力率が $w=0$ のときの協力率を上回るか否かを調べる。 $F_c(w)$ をリンク重みの異質性が w であるときの集団協力率とすると、 $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) > F_c(0)$ であれば、リンク重みに異質性がない場合 ($w=0$) よりも集団協力率が高いような w の値 ($w > 0$) が存在するということになる。一方、 $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) \leq F_c(0)$ であれば、リンク重みに異質性がない場合 ($w=0$) よりも集団協力率が高いような w の値 ($w > 0$) は存在しないことになる。 b の

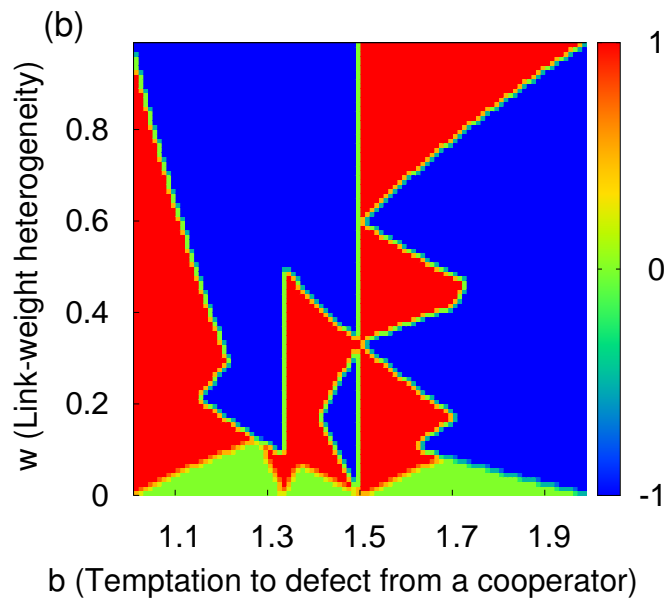
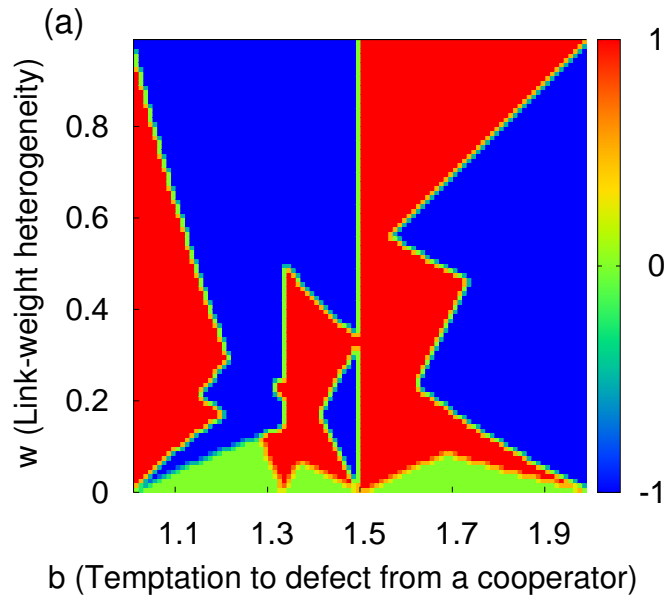


図 3.3.5: リンク重みに異質性がない ($w=0$) 場合との、集団協力率の差 (2次元格子ネットワーク)。グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を、縦軸はリンク重みの異質性 w を示し、パラメータ空間における各ポイントの色は b が等しく $w=0$ である場合との集団協力率の差の大きさを表す。即ち、ある (b, w) における集団協力率を $F_c(b, w)$ とすると、ポイント (b', w') の色は $F_c(b', w') - F_c(b', 0)$ が 0 より大きい、小さい、0 と等しいかの区分を示す。各ポイントは $F_c(b', w') - F_c(b', 0) > 0$ の場合は赤、 $F_c(b', w') - F_c(b', 0) = 0$ の場合は緑、 $F_c(b', w') - F_c(b', 0) < 0$ の場合は青で色分けされている。

各値（1.0～2.0の計99通り）について集団協力率を調べ、以下に示す結果を得た：(i) リンク重みの分布がパターン A の場合， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) > F_c(0)$ が 92/99 ケースにおいて成り立ち， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) \leq F_c(0)$ が 7/99 ケースにおいて成り立つ．(ii) リンク重みの分布がパターン B の場合， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) > F_c(0)$ が 97/99 ケースにおいて成り立ち， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) \leq F_c(0)$ が 2/99 ケースにおいて成り立つ．これら (i) 及び (ii) の結果から，各 $b \in [1.0, 2.0)$ において「リンク重みに異質性がない ($w=0$) としよりも集団協力率が高くなるような異質性の値 ($w > 0$) が存在する」ことが概ね言える．前述のように重みに異質性がある場合，異質性がない場合よりも集団協力率が低い傾向にあるため，上記の結果を以ってしてもリンク重みの異質性が協力の進化に寄与するとは言い難い．但し，上記の結果から， b の各値について見ると「重みに異質性がない場合よりも集団協力率が高くなるような w の値が（少なくとも 1 つは）存在する」という弱い主張は概ね可能である⁴．

次に，前章と同様に協力戦略の拡大／維持を促すためのリンク重みの異質性 w の条件を導出し，重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を分析する．なお，1次元レギュラーネットワークの場合はプレイヤー数 10 人の小集団を考え，計 120 通りの戦略分布パターンについて調査を行ったが，2次元格子の場合，プレイヤー数の少ない小集団であっても，1次元レギュラーネットワークよりもサイズの大きな集団を用いる必要があると考えられる．このため，戦略分布のパターン数が膨大であり，1次元レギュラーのように各分布パターンの推移を全て調査するのは非常に困難である．リンクの重みが対戦に考慮される場合，ネットワーク上のゲームにおいては，戦略更新時に各プレイヤーは隣人の中から（自分自身を含む）総利得の最も高い相手の戦略を模倣する．そのため，第 2.3.3 節に述べたような協力戦略の拡大／維持が起こるためには，プレイヤーが戦略更新時において協力戦略を有する相手を戦略模倣相手として選べば良い，即ち隣人に協力者と裏切者がいる場合，協力者の総利得が裏切者を上回れば良い．そこで，本節では「協力戦略を有する 1 人のプレイヤー」と「裏切戦略を有する 1 人のプレイヤー」のそれぞれについて，彼ら得られる可能性のある総利得の全てのパターンについて列挙し，それら全ての比較を行うことで，協力者の総利得が裏切者の利得を上回るために必要な w の条件を求めることとする．例えば，ある協力者が重みの大きなリンクで協力者と裏切者 1 人ずつと繋がっており，かつ重みの小さなリンクで協力者 2 人と繋がっている場合，彼が得る総利得は $3.0-w$ となる．一方，ある裏切者が重みの大きなリンクで裏切者 2 人と繋がっており，かつ重みの小さなリンクで協力者 2 人と繋がっている場合，彼が得る総利得は $2b(1.0-w)$ となる．あるプレイヤーがこれら 2 人を比較し，総利得が高い方の戦略を模倣するような状況にあるとき，協力者の方の総利得 $3.0-w$ が裏切者の方の総利得 $2b(1.0-w)$ を上回るとき，即

⁴但し，ここで述べた主張はリンク重みの分布がパターン A または B の場合についてのものであり，他のパターンでも同様に成り立つことを保証するものではない．

ち $w > (2b-3.0)/(2b-1.0)$ が満たされるとき、このプレイヤーは協力者の方の戦略を模倣する。よって、このプレイヤーの戦略が協力であれば協力戦略の維持が起こり、このプレイヤーの戦略が裏切であれば協力戦略の拡大が起こる。このように、1人の協力者の取り得る全ての総利得の値と1人の裏切者の取り得る全ての総利得の値について総当たりで比較を行うことで、リンク重みの異質性 w の違いにより短期的な協力戦略の拡大/維持が起こるために w が満たすべき条件を導出することができる。なお、この条件導出要領には以下に示す3つの問題点がある：(i) 導出した w の条件が協力戦略の拡大条件であるのか、維持条件であるのか、その区別ができない。(ii) 1次元レギュラーネットワークの場合と異なり、協力戦略の拡大/維持のための w の条件の導出はできるものの、その条件が機能するような戦略分布パターンの特定ができない。(iii) 導出される w の条件は短期的に(1ラウンド経過)で協力戦略の拡大/維持が起こるための条件であり、これが最終的な集団協力率にも影響を与えるか否かは分からない。まず(i)についてであるが、導出した条件は、ある1人の協力者の総利得がある1人の裏切者の総利得を上回るための条件である。即ち、導出した条件を w が満たすとき、あるプレイヤーは裏切者ではなく、協力者の方の戦略を模倣する。このとき、このプレイヤーの(戦略更新を行う前の)戦略が協力であるのか裏切であるのかにより、協力戦略の拡大が起こるのか維持が起こるのかが異なる。このため、協力戦略の拡大/維持条件は、拡大条件と維持条件のどちらに該当するののかについての区別ができない。なお、導出された拡大/維持条件(条件の詳細は後述)について、これらが実際に協力戦略の拡大と維持のどちらに寄与しているのかを確認した結果、多くの条件が拡大条件と維持条件の両方の性質を持っていることが確認された。これは、リンク重みが対戦に考慮される場合、1次元レギュラーネットワークにおいて導出された条件1「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」が拡大条件と維持条件を兼ねる(第2.3.3節を参照)ことと同じである。そのため、本節では得られた条件を拡大条件か維持条件かで区別することの重要性がそれ程高くないことから、これら全てを協力戦略の拡大/維持条件として扱うこととする。

次に(ii)についてであるが、1次元レギュラーネットワークの場合と同様に、おそらく「重みの大きなリンクで繋がれた協力者同士の塊」が集団内に多数存在することが協力の進化に影響を与えることは推定できるものの、実際にどのような戦略分布が集団内にあることで w の条件が機能しているのかについては特定ができない。これは上述のとおり、2次元格子ネットワークの場合、1次元レギュラーネットワークの場合のようにサイズ10程度の小集団で分析を行うことは妥当でないと考えられるためである。このため、2次元格子については協力者と裏切者の考え得る総利得の組み合わせを比較することで、 w の満たすべき条件の導出を行うに留める。なお、 w の条件が機能するような戦略分布パターン

の導出については、2次元格子ネットワークについては将来課題とする。

最後に (iii) についてであるが、第 2.3.3 節、第 2.4.3 節、第 2.5.3 節に述べたように、戦略分布パターンによっては w が条件を満たすか否かで短期的な分布パターンの推移先が異なり、協力者数の割合が異なるとしても、最終的な推移先は同じとなるようなケースも考えられる。この場合、 w が条件を満たすか否かに関わらず、最終的な集団協力率は同じとなるであろう。そこで本節では、これまでと同様に大集団における集団協力率を算出し、 w が導出した条件を満たしたときに集団協力率が変化するか否かを確認する。なお、1次元レギュラーネットワークの場合、短期的な協力者数の割合や最終的な集団協力率が異なるような戦略分布パターンの特定まで行い、そのうえで、導出した w の条件と大集団における集団協力率との比較を行った。これに対し、2次元格子ネットワークの場合は w の条件が機能するような戦略分布パターンの導出は行わないため、短期（1ラウンド経過）で協力戦略の拡大／維持が起こるための w の条件と大集団における集団協力率との比較を行い、これらの対応関係を調べるに留めることとする（詳細は後述）。

w の条件	条件式	w の条件	条件式
条件 1	$w < 4/b-3.0$	条件 10	$w > (b-1.0)/(b+1.0)$
条件 2	$w < 2/b-1.0$	条件 11	$w < (3.0-2b)/(2b+1.0)$
条件 3	$w > 3.0-4/b$	条件 12	$w < 3.0-2b$
条件 4	$w < (3.0-2b)/(2b-1.0)$	条件 13	$w < (3.0-b)/(b+1.0)$
条件 5	$w > 3(b-1.0)/(b+1.0)$	条件 14	$w > (2b-3.0)/(2b-1.0)$
条件 6	$w > 2b-3.0$	条件 15	$w > 1.0-1/b$
条件 7	$w > (2b-3.0)/(2b+1.0)$	条件 16	$w > (2b-1.0)/(2b+1.0)$
条件 8	$w > (3b-2.0)/(b+2.0)$	条件 17	$w < (2.0-b)/(2.0+b)$
条件 9	$w > b-1.0$		

表 3.3.1: 短期的（1ラウンド経過時）な協力戦略の拡大／維持が起こるための、 w が満たすべき 17 条件。

以上の要領により、ある協力者と裏切者の取り得る全ての総利得の組み合わせについて比較を行い、協力戦略の拡大／維持のための w の条件を導出した。表 3.3.1 は、この要領により導出した w の条件である。表に示す通り、重みの異質性 w が満たすべき条件は 17 個ある。1次元レギュラーネットワークにおいて導出された w の条件の多くは、 w が導出された閾値を上回るとき、即ち w の値が大きいときに協力戦略が拡大または維持されるというものであった。導出された閾値を w の値が下回るとき、即ち w の値が小さいときに協力戦略が拡大または維持されるような条件は、リンク重みが対戦に考慮される場合は 1/2 個、戦略更新に考慮される場合は 1/4 個、対戦と戦略更新の両方に考慮される場合は 1/5 個程度であった。これに対し、2次元格子ネットワークの場合、 w の値が小さいと

きに協力戦略が拡大または維持されるような条件は7/17個存在する．このことから，1次元レギュラーネットワークの場合と比べると，2次元格子の場合にはリンクの重みの異質性 w の値が大きいときに協力戦略の拡大または維持が起こりにくいものと考えられる．

前述のとおり，本研究では2次元格子ネットワークにおいては w の条件のみを導出することとし，それが機能するような戦略分布パターンの導出は行わない．これは，1次元レギュラーネットワークの場合（集団サイズ10）とは異なり，分析に用いる小集団の必要サイズは大きな値となることが予想されるからである．但し，ここで条件5を例として挙げ， w がこの条件を満たすときに協力戦略の拡大または維持が起こるのは，集団内にどのような戦略分布が存在するときであるかについて述べる．集団サイズを 4×4 として簡易な分析を行うこととし，1次元レギュラーネットワークの場合に行ったような小集団のサイズに関する検討（付録Cを参照）は行わないこととする．

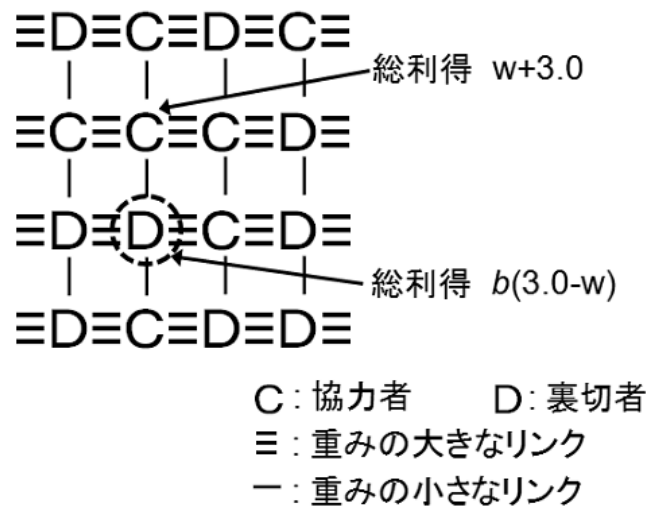


図 3.3.6: w が条件5を満たすときに協力戦略が拡大するような戦略分布の例．Cは協力者 cooperators を，Dは裏切者 defectors を，「≡」は重みの大きなリンク ($1.0+w$) を，「-」は重みの小さなリンク ($1.0-w$) を示す．図中の点線の丸で囲んだプレイヤーについて，対戦及び戦略更新に基づく彼の戦略の変化状況を示す．

図 3.3.6 は，サイズ 4×4 の小集団（重み分布はパターン A とする）における，ある戦略分布の一例である．ここで，図中の点線の丸を付したプレイヤーの戦略及び総利得に着目する．図のような戦略分布の場合，彼は上下左右の計4人のプレイヤーとゲームを行い， $b(3.0-w)$ の総利得を得る．詳細な説明は割愛するが，彼の隣人4人の総利得を比較すると，彼の上方に位置するプレイヤーの総利得 $w+3.0$ が1番高い．よって，図中の点線の丸を付したプレイヤーは，自身の総利得 $b(3.0-w)$ とその上方の隣人の総利得 $w+3.0$ を比較する．このとき $b(3.0-w) < w+3.0$ ，即ち $w > 3.0(b-1.0)/(b+1.0)$ が満たされれば，彼は隣人の戦略を模倣し，自身の戦略を「裏切」から「協力」へ変える．以上より，

表 3.3.1 に示す条件 5 の導出要領について述べた。

この図から分かるとおり、点線の丸を付したプレイヤーの上方に位置する隣人は、重みの大きなリンクにより協力者と連結している。このため、重みの異質性 w が大きい場合、この隣人は同じ塊に属するプレイヤーと相互に協力することで、高い利得を得るのである。以上の結果から、集団のネットワーク構造が 2 次元格子の場合でも、1 次元レギュラーネットワークの場合と同様に、重みの大きなリンクによる協力者達の塊が集団内に存在すれば、重みの異質性 w が大きいときに協力が進化しやすいとすることができるであろう。但し、前述のとおり、2 次元格子ネットワークの場合、1 次元レギュラーと比べると重みの異質性が協力の進化に寄与しているとは言い難い傾向にある。これはおそらく、2 次元格子の場合、条件 3 や 5 のようにリンク重みの異質性 w が大きいときに協力が進化しやすいような戦略分布パターン（例えば、1 次元レギュラーネットワークにおける図 2.3.2 のようなパターン）よりも、条件 1 や 2 のように w が小さいときの方が協力が進化しやすいような戦略分布パターン（例えば、1 次元レギュラーにおける図 2.3.3 のようなパターン）の方が集団内に発生しやすいからではないかと考えられる。

次に、前章と同様に、導出した（1 プレイヤー単位の）協力戦略の拡大 / 維持条件が大集団における集団協力率にも対応するの否かを調べる。

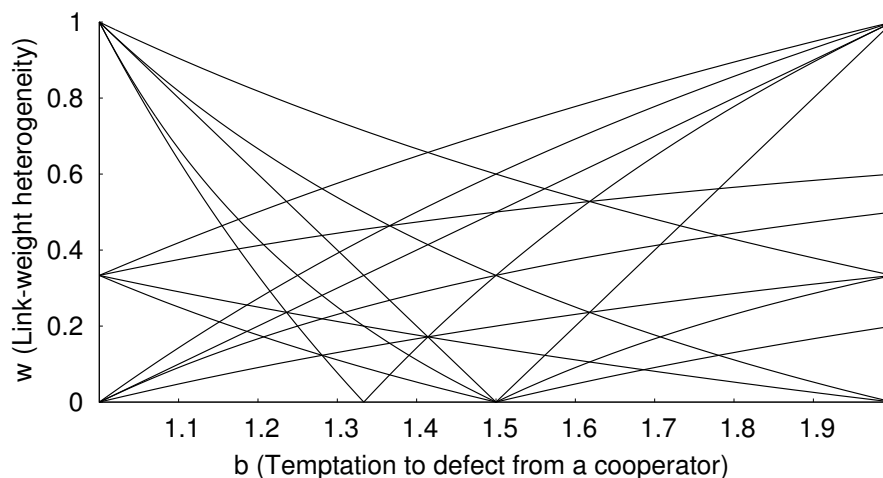


図 3.3.7: 導出した協力戦略の拡大 / 維持条件（計 17 条件）。グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を、縦軸はリンク重みの異質性 w を表す。図の 17 本の線は、導出した協力戦略の拡大 / 維持条件のそれぞれについて、成り立つか否かの境界線を示す。

図 3.3.7 は、導出した 17 個の条件について、 w が満たすか否かの境界線を図示したものである。ここで、集団協力率と w の関係を示した図 3.3.4(a)~(d) に着目する。例として、リンク重み分布がパターン A、 $b=1.2$ であるときの集団協力率を示す図 3.3.4(a) について、図 3.3.7 と比較する。すると、図 3.3.7 で $b=1.2$ として w の値を 0 から増加させていき、 w

の値が各条件の閾値を超えると、その際の図 3.3.4(a) における w の値において集団協力率が不連続に上昇または下降していることが分かる。図 3.3.4(b)~(d) においても、同様のことが確認できる。なお、ここでは記載を省略するが、各 b の値において w の閾値を計算し、 w がその値を取る時に図 3.3.4(a)~(d) において集団協力率の変化が起きていることを確認している。

以上より、 $b=1.2$ と $b=1.8$ の場合について、導出した協力戦略の拡大 / 維持条件が大集団での集団協力率をも説明し得ることが分かった。次に、これまでと同様に、 $b \in [1.0, 2.0)$ の全範囲において同様の確認を行う。

図 3.3.8(a) 及び (b) は、パラメータ b と w の組合せ (0.01 刻み) に対する集団協力率を示す。なお、集団協力率の計算要領は、第 3.3.2 節のとおりである。グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を、縦軸はリンク重みの異質性 w を表し、図 3.3.8(a) と (b) はそれぞれパターン A 及びパターン B における結果に対応する。条件数が多いため分かり難いが、図 3.3.8(a) 及び (b) においてパラメータ空間は集団協力率の値の大小によって複数の領域に分かれており、その境界線は図 3.3.7 における w が満たすべき条件の線と一致していることが分かる。また、一例として、図 3.3.8(a) 及び図 (b) において集団協力率が最も小さい領域 (青色で塗られた領域) に着目する。この領域内に存在するような (b, w) の値について図 3.3.7 での位置を見ると、 w が条件を 1 つだけ (条件 13 のみ) 満たす領域にある。一方、領域内で集団協力率が最大である領域 (赤色で塗られた領域) に存在する (b, w) の値について図 3.3.7 での位置を見ると、 w が 15 個の条件を同時に満たす領域に存在している。全ての (b, w) の組合せについて、 w が同時に満たし得る条件数の最大は 15 個、最小は 1 個であることを確認済みである。よって、集団協力率が最大または最小となる時、重みの異質性を示す w が同時に満たす拡大 / 維持条件の数も最大または最小となる。

図 3.3.8 のパラメータ空間における領域の数から分かるように、 w が満たす協力戦略の拡大 / 維持条件の組合せは非常に数が多い。そのため、 (b, w) の様々な値についてどの条件が満たされるのかということと、それに対する集団協力率との対応を分析することは困難である。そこで本節では、 w が満たす条件の数と集団協力率との相関を調べることにする。これにより、重みの異質性 w が満たす条件の数が多いほど集団協力率も高くなりやすいと言えるか否かを確認する。

図 3.3.9(a) 及び (b) は、 (b, w) の全範囲 (ともに 0.01 刻み) において、 w が満たす条件の数と集団協力率との関係をプロットしたものである。これらの図から、満たされる条件の数と集団協力率には概ね正の相関があることが分かる。なお、満たされる条件の数が同じでも集団協力率が複数の異なる値を取っているが、これは満たす条件の数が同じでも、どの条件を満たすのかにより協力率に違いが出るからである。 w が満たす協力戦略の拡大

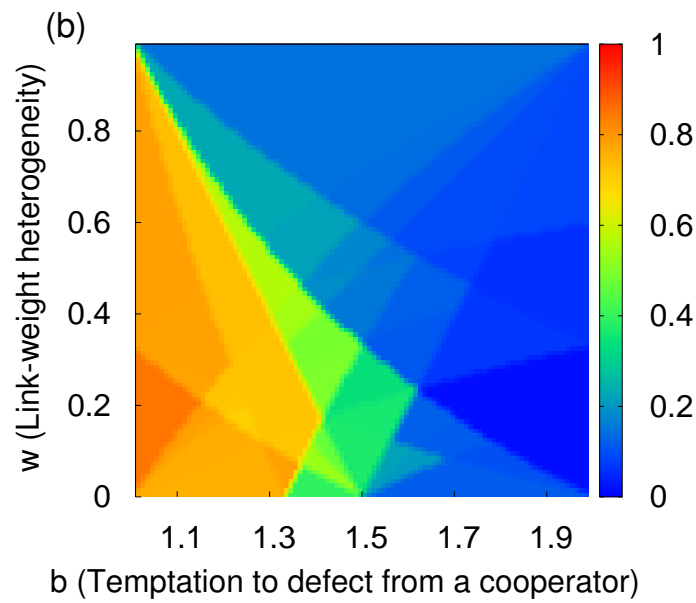
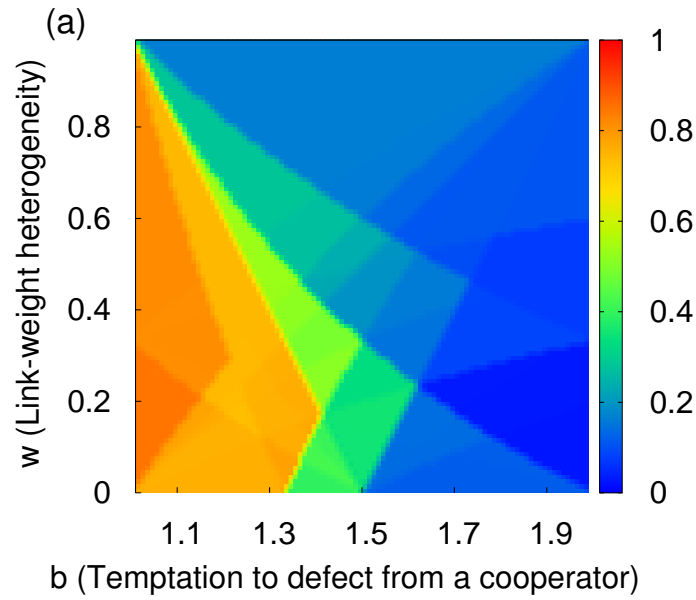


図 3.3.8: 重みの異質性 $w \in [0, 1)$ と利得 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲における, 集団協力率 (2次元格子ネットワーク). グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を, 縦軸はリンク重みの異質性 w を, パラメータ空間における各ポイントの色は集団協力率の程度を表す.

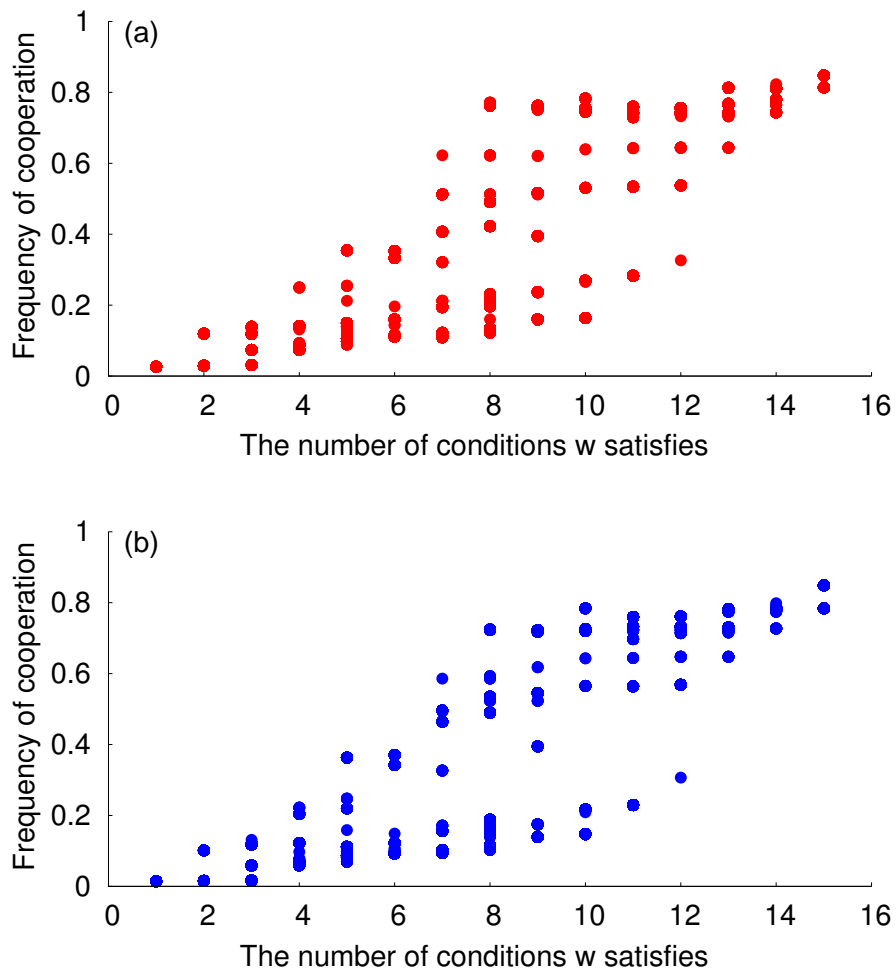


図 3.3.9: リンク重みの異質性 w が満たす協力戦略の拡大 / 維持条件の数と, 最終的な集団協力率 (2次元格子ネットワーク). グラフの横軸は w が満たす条件の数を, 縦軸は集団協力率を表し, (a) はパターン A, (b) はパターン B における結果に対応する.

／維持条件の数と集団協力率との相関係数は，パターン A の場合は 0.77，パターン B の場合は 0.75 である．概ね正の相関があるといえるものの，満たす条件数が多くても集団協力率が小さい場合，逆に満たす条件数が少なくとも集団協力率が高い場合もあることが，これらの図から分かる．即ち，協力戦略の拡大／維持条件の中には， w がそれを満たすことで集団協力率が低下してしまうものもある．これは第 2.4.3 節と同様で， w が条件を満たすことで一時的に協力戦略の拡大／維持が起こるものの，それにより集団の戦略分布が「協力戦略の拡大／維持を妨げる」ようなパターンに変化してしまい，結果的に w が条件を満たさない場合と同等もしくはそれを下回る集団協力率となってしまうことが原因であると考えられる．そのことを確かめるため，初期状態から 1 ラウンド経過した時の協力者数の割合を算出し， w が満たす条件の数との相関を調べることにする．

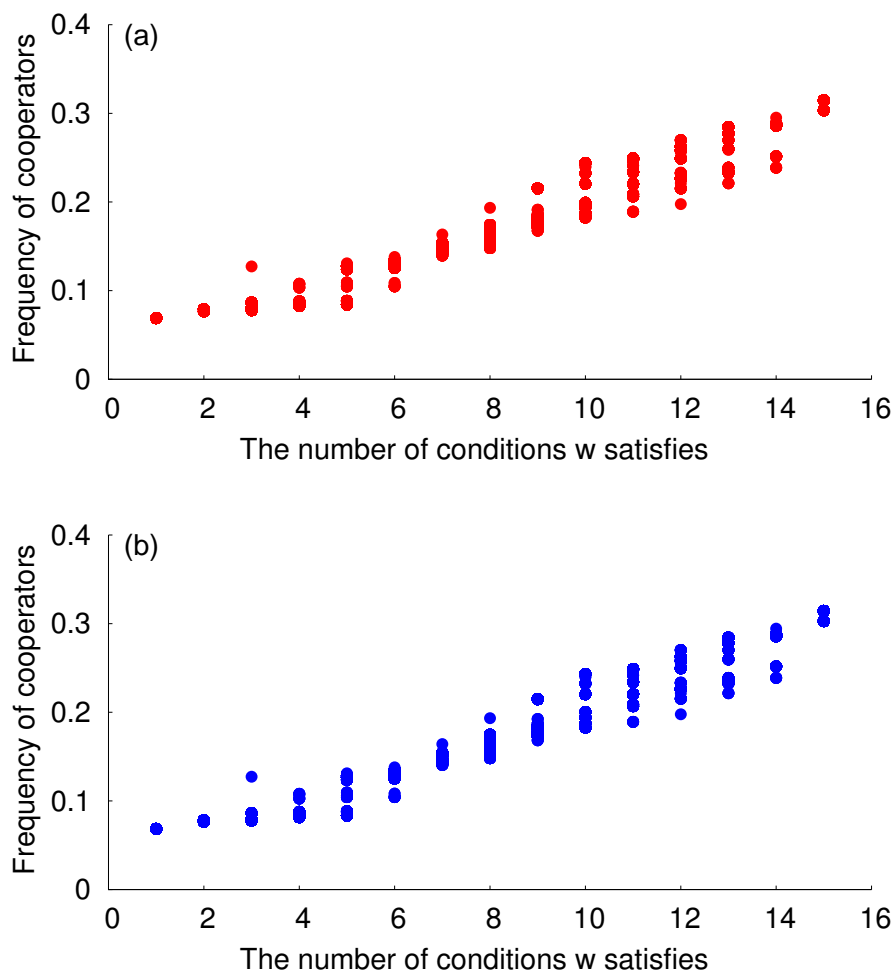


図 3.3.10: リンク重みの異質性 w が満たす協力戦略の拡大／維持条件の数と，1 ラウンド経過時における協力者数の割合（2次元格子ネットワーク）．グラフの横軸は w が満たす条件の数を，縦軸は協力者数の割合を表し，(a) はパターン A，(b) はパターン B における結果に対応する．

図 3.3.10(a) 及び (b) は、図 3.3.9(a) 及び (b) と同様に、 (b, w) の全範囲（ともに 0.01 刻み）において、 w が満たす条件の数と短期的な（初期状態から 1 ラウンド経過時の）協力者数の割合との関係をプロットしたものである。図 3.3.9(a) 及び (b) では最終状態の集団協力率（第 3.3.2 節に記載の要領に基づき算出した集団協力率）で評価しているのに対し、図 3.3.10(a) 及び (b) は、初期状態から 1 ラウンド経過したときの協力者数の割合をプロットしている。これらの図より、最終状態の集団協力率よりも、1 ラウンド経過時点での協力者数の割合の方が、 w が満たす条件の数との相関が大きいことが分かる。具体的な相関係数は、パターン A、パターン B とともに 0.97 であり、最終状態の協力率よりも w が満たす条件数との高い相関が見られる。但し、最終状態と比べて相関係数が非常に高くなるものの、1 とはならない。これは、 w の条件の中には満たされることで大きく集団協力率を上昇させるものとそうでないものがあるため、ある条件が満たされることで起こる協力率の上昇が、他の複数の条件達成で満たされることで起こる上昇よりも大きくなるような場合があることに拠るものと考えられる。なお、1 ラウンド経過時の短期的な協力者数の割合については、 w がある条件を満たすことで、満たさない場合よりも集団協力率が低下するような条件は存在しないことを確認済みである。

以上の結果から、協力戦略の拡大/維持条件の中には、 w がそれを満たすことで短期的な協力者数の割合の上昇には寄与するものの、最終的な集団協力率の上昇には寄与しないもしくは協力率を低下させるような条件もあることが分かる。しかし、最終状態でも集団協力率と w が満たす条件数には 0.75 程度の相関が見られており、「リンクの重みの異質性 w が満たす条件数が多いほど、集団協力率は高い傾向にある」と言えるであろう。

以上より、リンク重みの異質性 w が満たす条件の数と集団協力率との間に正の相関があることを確認した。これにより、 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において、小集団で導出した w の条件が大集団における集団協力率の変化にも同様に対応することを確認した。

3.3.5 結論（対戦におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響）

本節では、リンク重みに異質性のある 2 次元格子を用い、その上にプレイヤーを配置し、囚人のジレンマゲームを行った。なお、リンク重みの分布には無数のパターンが考えられるが、本研究では第 3.2 節に述べるパターン A~D を分析対象とした。本節では、リンク重みを対戦のみに考慮する場合について、重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した。即ち、本節で用いたモデルでは、プレイヤーが対戦で得る利得が対戦相手とのリンクの重みにより増減するものと仮定した。

最初に、ラウンド経過に伴い集団内の戦略分布がどのように変化するのか、そのダイナ

ミクスを観察した。このとき、リンク重みに異質性がある場合、戦略の更新に基づく協力戦略の拡大は、重みの大きなリンクよりも重みの小さなリンクを介して発生している傾向にあることを発見した。そこで、集団内で起こる協力／裏切戦略の拡大が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して起こるのか、その割合を調べた。この結果、戦略分布のダイナミクスを観察して得られた発見のとおり、協力戦略は重みの小さなリンクを介して広がりやすいことを確認した。

次に、リンク重みの分布がパターン A または B の 2 次元格子を対象として集団協力率を算出し、以下に示す 2 つの結果を得た：(i) リンク重みに異質性がある場合、異質性がない場合よりも協力が進化しやすいとは言い難い。(ii) 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの値に存在する。これらの結果のうち (ii) は 1 次元レギュラーネットワークにおいても同様に見られるものであるが、(i) は 1 次元レギュラーとは相反する結果となっている。なお、これらはパターン A と B の両方の重み分布に共通して見られる結果である。このことから、集団のネットワーク構造が 1 次元レギュラーネットワークである場合と 2 次元格子である場合とで、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響が異なるということが分かった。

得られた結果 (i) 及び (ii) に対する原因を調べるため、1 プレイヤー単位で協力戦略の拡大または維持がなされるためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件を導出した。なお、1 次元レギュラーネットワークの場合はプレイヤー数 10 人の小集団を考え、計 120 通りの戦略分布パターンについて調査を行ったが、2 次元格子の場合、プレイヤー数の少ない小集団であっても、1 次元レギュラーネットワークよりもサイズの大きな集団を用いる必要があると考えられる。このため、戦略分布のパターン数が膨大であり、1 次元レギュラーのように各分布パターンの推移を全て調査するのは非常に困難である。そこで、本節では「協力戦略を有する 1 人のプレイヤー」と「裏切戦略を有する 1 人のプレイヤー」のそれぞれについて、彼らが行われる可能性のある総利得の全てのパターンについて列挙し、それら全ての比較を行うことで、協力者の総利得が裏切者の利得を上回るために必要な w の条件を求めた。このように、1 人の協力者の取り得る全ての総利得と 1 人の裏切者の取り得る全ての総利得について総当たりで比較を行うことで、リンク重みの異質性 w の違いにより短期的な協力戦略の拡大／維持が起こるために w が満たすべき条件を導出した。更に、導出した各条件をリンクの重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。

2 次元格子ネットワークの場合、1 次元レギュラーネットワークの場合と異なり、リンク重みの異質性が満たすべき条件数が非常に多く、条件達成状況と集団協力率の関係を全

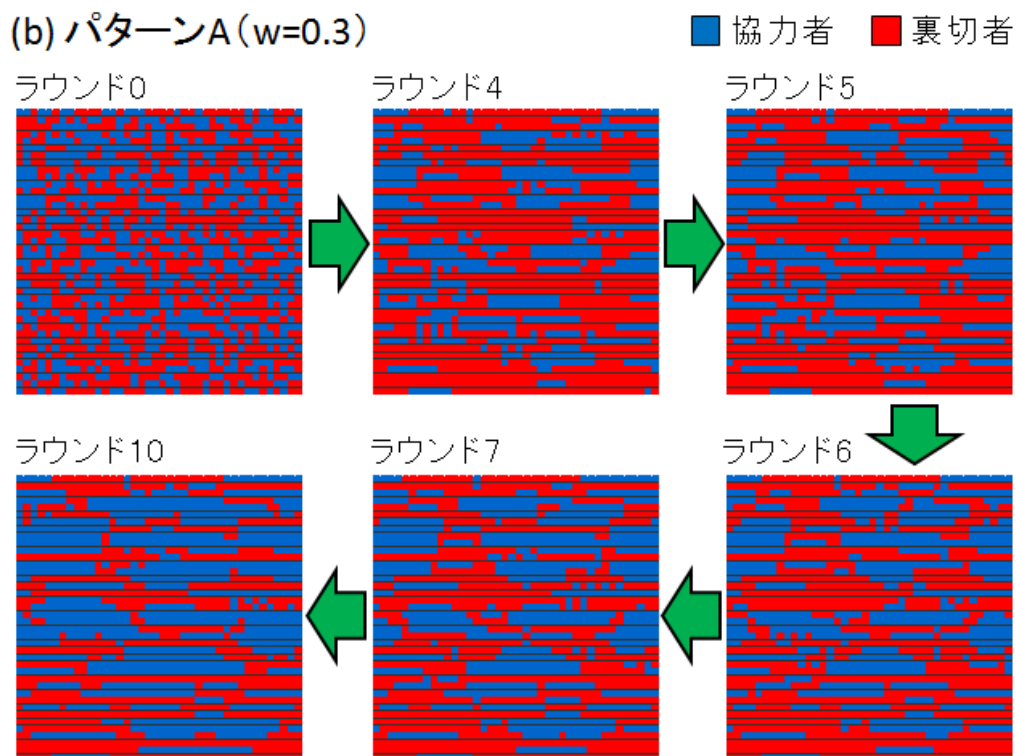
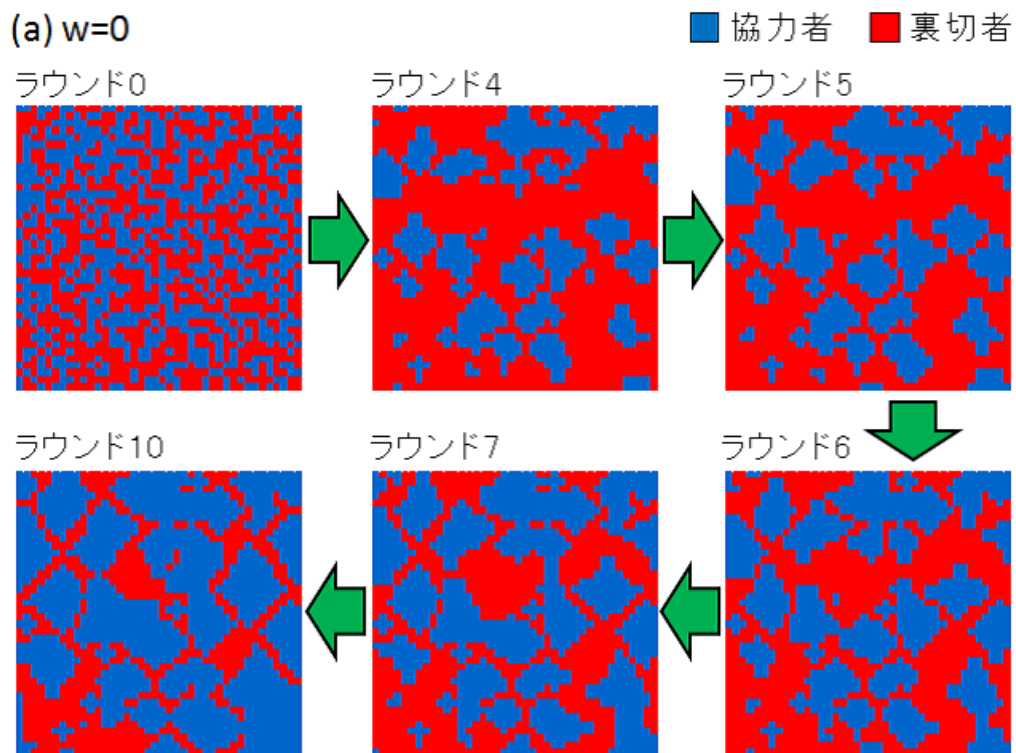
て調べるのは困難である．そのため，重みの異質性が満たす条件の数と集団協力率との相関を求めることで，これらの関係性を確認した．この結果，パターン A 及び B とともに「重みの異質性が満たす条件の数が多い程，集団協力率も高い」ことが相関係数 0.75~0.77 程度で示された．なお，1次元レギュラーネットワークにおいてリンク重みの異質性を戦略の更新に考慮する場合（第 2.4 節）と同様に，導出したリンク重みの異質性の条件の中には，満たすことで最終的な集団協力率が低下してしまう可能性もあった．これは，リンク重みの異質性 w が当該条件を満たす場合，一時的には協力戦略が拡大するものの，協力者を裏切る利得の値によっては，集団の戦略分布が協力戦略の拡大／維持が起こりにくい分布へと変化するためであると考えられる．そのため，重みの異質性 w が協力戦略の拡大／維持条件を満たすときの方が，満たさないときよりも最終的な集団協力率が低くなるのが起こり得るのである．このことを確認するため，初期状態から 1 ラウンド経過時の協力者数の割合について，リンク重みの異質性 w が満たす条件の数との関係を調べた．この結果，相関係数は 0.97 程度まで上昇していることを確認した．これより，協力戦略の拡大／維持条件の中には， w がそれを満たすことで短期的な協力者数の割合の上昇には寄与するものの，最終的な集団協力率の上昇には寄与しないもしくは協力率を低下させるような条件もあることが分かった．しかし，最終状態でも集団協力率と w が満たす条件数には 0.75 程度の相関が見られており，「リンクの重みの異質性 w が満たす条件数が多いほど，集団協力率は高い傾向にある」ということは言えるであろう．以上の分析から，リンク重みの異質性が満たすべき協力戦略の拡大／維持条件により，大集団において集団協力率に階段状の変化が起こることを説明できることが明らかになった．

3.4 戦略更新におけるリンク重みの異質性が，協力の進化に与える影響

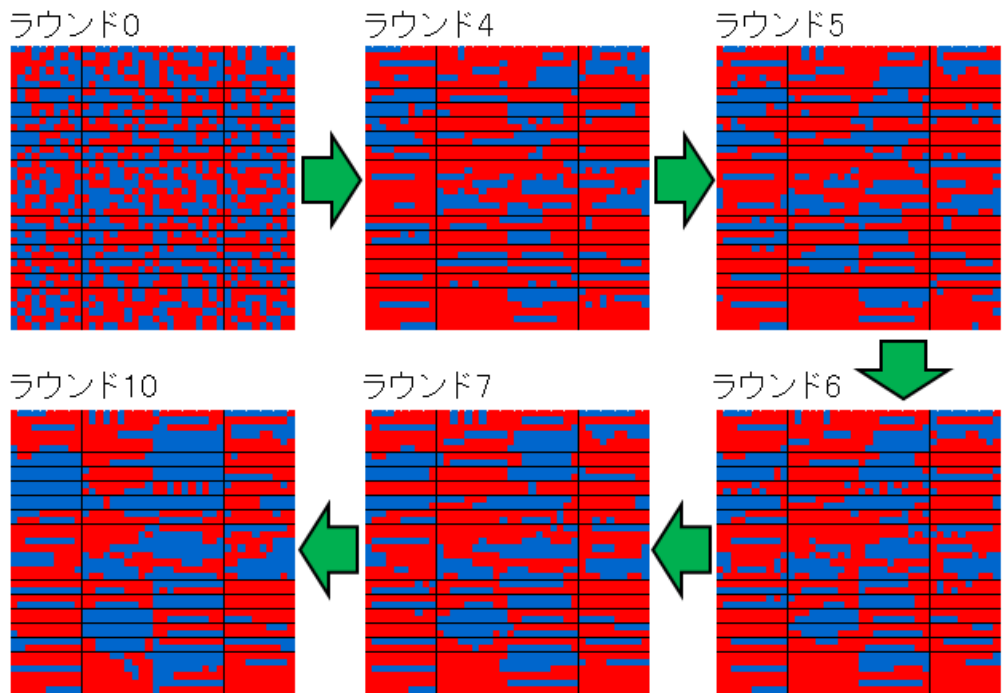
3.4.1 戦略分布のダイナミクスと，戦略の拡大するリンクの重み

本節では，リンク重みの異質性を「戦略更新に考慮する場合」（対戦には考慮しない場合）について，異質性が協力の進化に与える影響を分析する．重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため，異質性の度合いを表すパラメータ w （及び協力者を裏切る利得 b ）の値を変化させてシミュレーションを行う．まず，リンク重みに異質性がある場合とない場合とで，集団内での戦略（協力または裏切）の分布がどう変化するかを調べる．例として $b=1.2$ とし， $w=0$ の場合（重みの異質性なし）及び $w > 0$ の場合（重みの異質性あり）における集団の戦略分布のダイナミクスを示す．

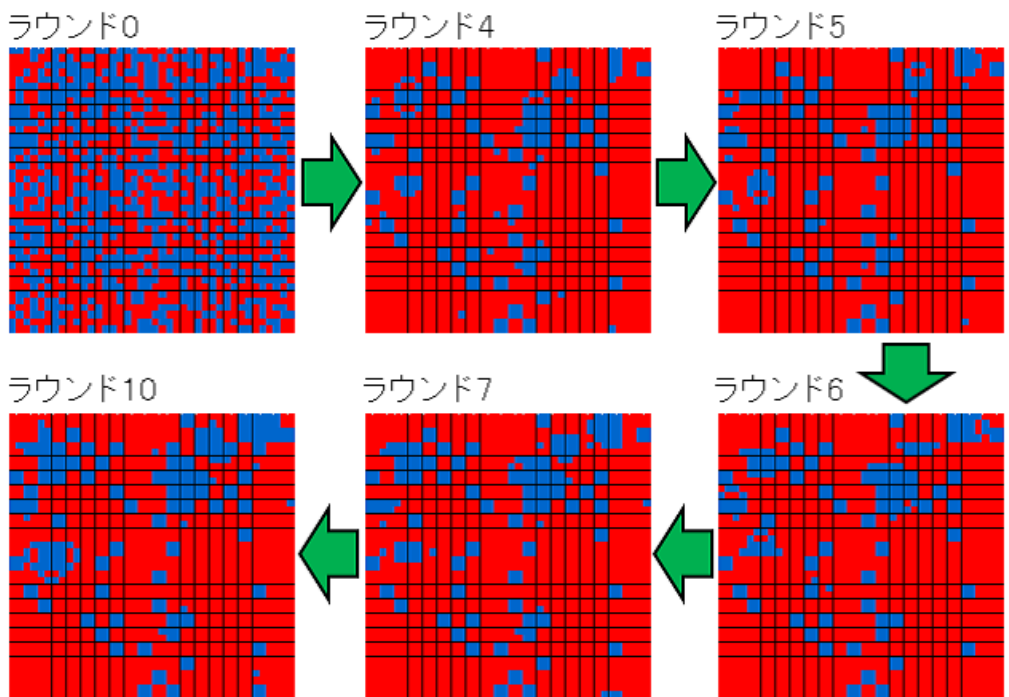
図 3.4.1 は，2次元格子における戦略分布の時間変化を図示したものである．例として



(c) パターンB ($w=0.3$)



(d) パターンC ($w=0.3$)



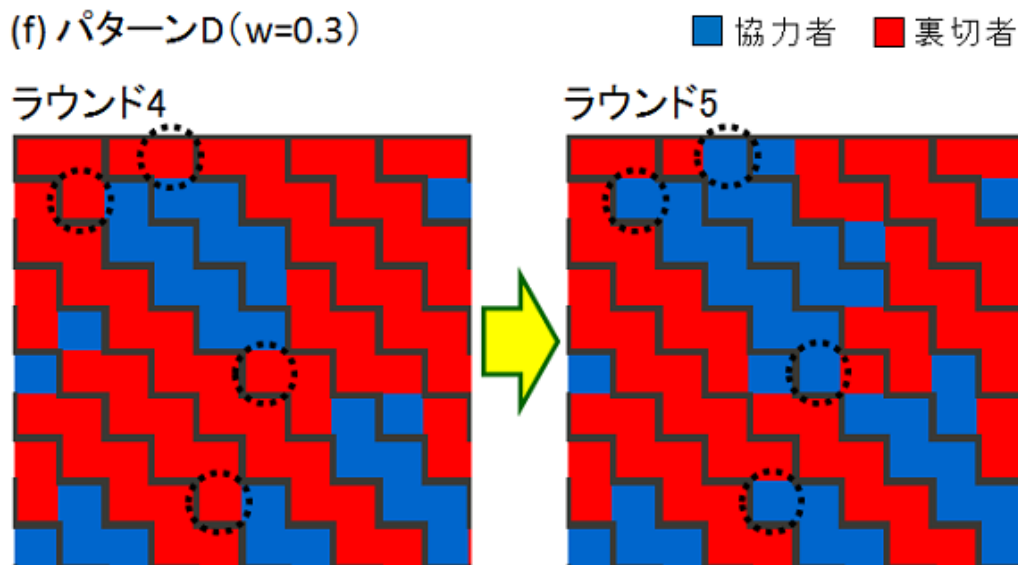
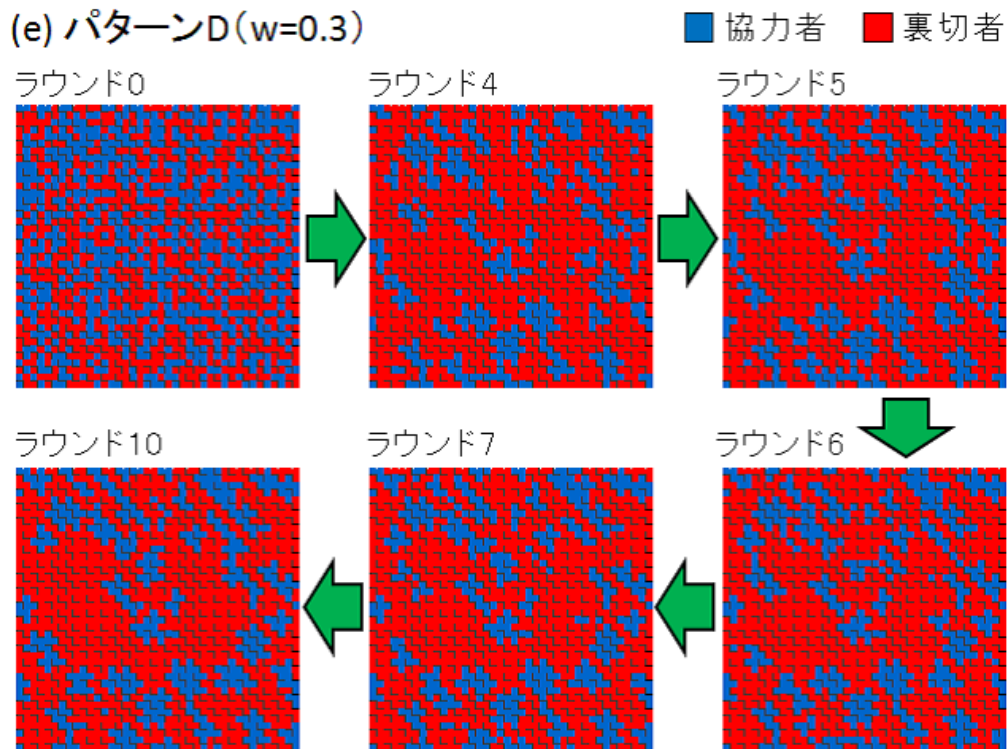


図 3.4.1: 戦略分布のダイナミクス (2次元格子ネットワーク, $b=1.2$) . (a) はリンク重みに異質性がない場合, (b) はリンク重みの分布がパターン A, (c) はパターン B, (d) はパターン C, (e) はパターン D であるときの戦略分布の時間変化を示す . なお, (a) は $w=0$, (b)~(e) は $w=0.3$ とする . 図の青いマスは協力者を, 赤いマスは裏切者を表す . (b)~(e) における黒い太線は, 重みの大きなリンクで連結されたプレイヤー同士の塊について, その塊同士の境界線を意味する . (a)~(e) の各パターンについて, 順にラウンド 0, 4, 5, 6, 7, 10 における戦略分布の状態を示す . また, (f) はパターン D の集団における一部のプレイヤー達 (サイズ 10×10) について, ラウンド 4 及び 5 における彼らの戦略分布を拡大表示したものである .

$b=1.2$ の場合について考えることとし，図 3.4.1(a) は重みに異質性がない場合，図 3.4.1(b) は重みの分布がパターン A で重みに異質性がある場合，図 3.4.1(c) は重みの分布がパターン B で重みに異質性がある場合，図 3.4.1(d) は重みの分布がパターン C で重みに異質性がある場合，図 3.4.1(e) は重みの分布がパターン D で重みに異質性がある場合の戦略分布をそれぞれ示す．図 3.4.1(f) は，重みの分布がパターン D の集団（図 3.4.1(e) に相当）において一部のプレイヤー達（サイズ 10×10 ）に着目し，ラウンド 4 及び 5 における彼らの戦略分布を拡大表示したものである．なお，図 3.4.1(a) は $w=0$ ，図 3.4.1(b)~(e) は $w=0.3$ とする．また，図 3.3.1 と同様に，図 3.4.1(b)~(f) における黒い太線は，重みの大きなリンクで連結されたプレイヤー同士の塊について，その塊同士の境界線を意味する．

第 3.3.1 節より，リンク重みを対戦に考慮する場合，特にパターン A 及びパターン B では，プレイヤー達は重みの大きなリンクで横一列に繋がっているにも関わらず，協力者のマスは縦方向に広がっていくことが分かった．これに対し，図 3.4.1(b) 及び (c)（パターン A 及び B）を見ると，リンク重みを戦略更新に考慮する場合，協力者のマスは縦方向よりもむしろ横方向に広がっていることが分かる．このことから，リンク重みを対戦に考慮する場合と異なり，戦略の更新に基づく協力戦略の拡大は，塊内部の大きな重みのリンクを介して行われるものと考えられる．なお，リンクの重みを対戦でなく戦略更新に考慮する場合，プレイヤーは重みの大きなリンクで繋がれた隣人の戦略を模倣しやすくなるため，塊内部において戦略が広がりやすくなるであろうことが推測できる．次に図 3.4.1(d)（パターン C）を見ると，あまり協力戦略が拡大しているようには見え難い．全体的には，ラウンド経過に伴い多少協力戦略が広がっているようには見えるものの，それが重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して広がっているのかについては把握し難い．パターン D については，図 3.4.1(e) を見ても，協力戦略が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して広がっているのかを把握することは難しい．そこで，図 3.4.1(f) に示すようなパターン D の拡大図に着目し，ラウンド 4 から 5 へと時間が経過するときの戦略分布の変化を一部のプレイヤー達に着目して観察する．図中の点線の丸を付与したプレイヤーに着目すると，彼らはラウンド 4 の時点では裏切戦略を有するが，ラウンド 5 では自身の戦略を協力へと変化させている．このとき，彼らは同じ塊に属する隣人，即ち重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤーの戦略を模倣していることが分かる．このことから，リンク重みの分布がパターン D の場合も同様に，協力戦略は重みの大きなリンクを介して拡大しやすいのではないかと考えられる．

以上より，リンクの重みに異質性がある場合，協力戦略は塊内部の重みの小さなリンクを介して行われるのではなく，重みの大きなリンクを介して発生しているものと考えられる．そこで，第 3.3.1 節と同様に，これらの場合について，集団内の戦略分布の状況及び

その変化をより詳細に調べる．

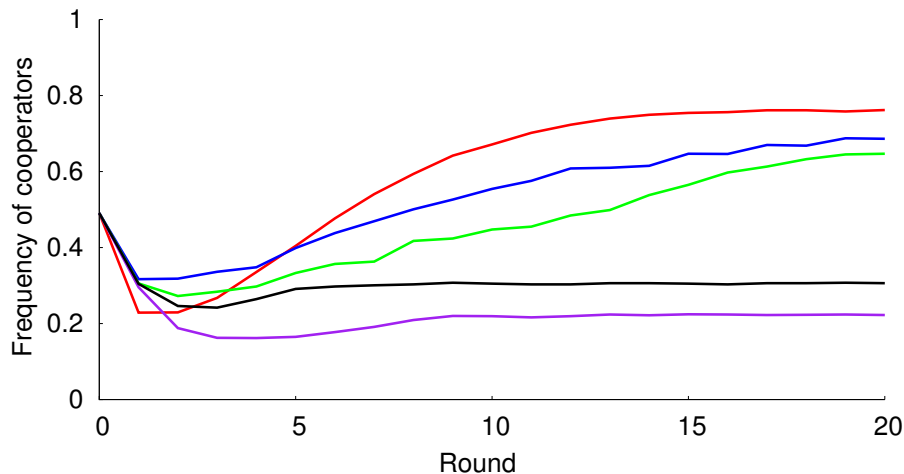
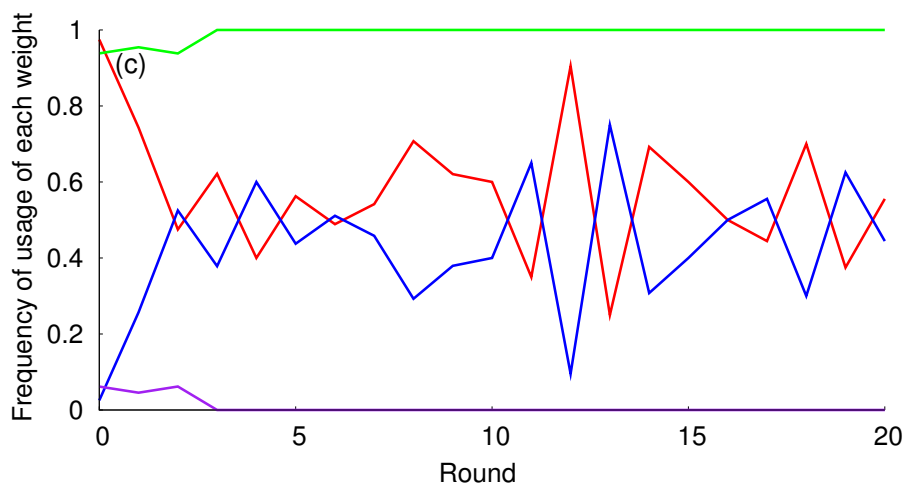
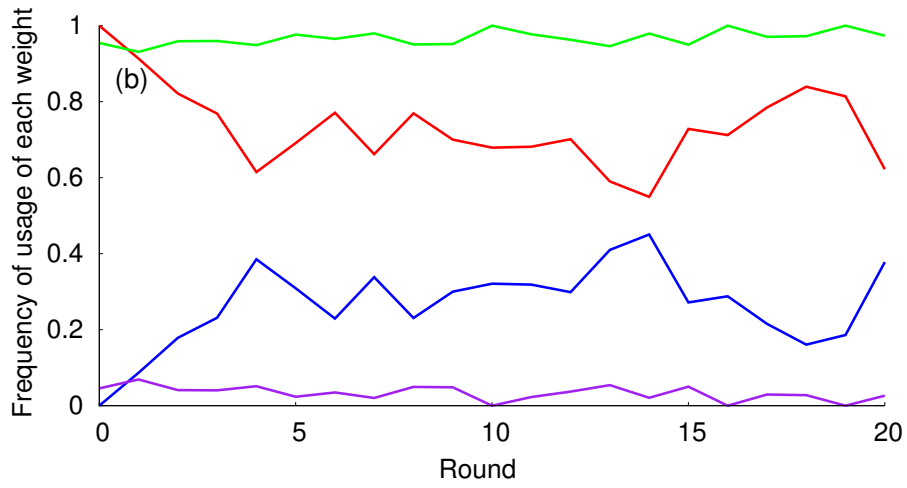
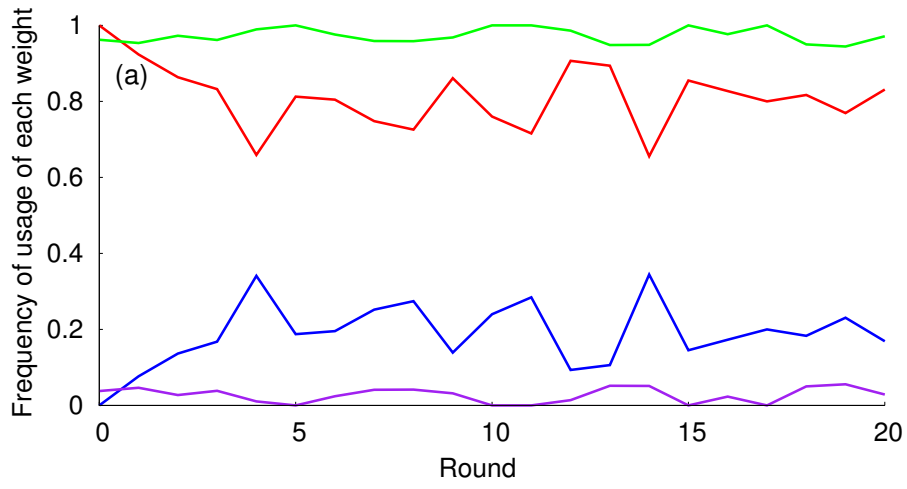


図 3.4.2: 集団における協力者数の割合の時間変化 ($b=1.2$)。図の横軸は経過ラウンド数を，縦軸は集団における協力者数の割合を表す。図の赤線はリンク重みに異質性がない場合 ($w=0$)，青線はリンク重みの分布がパターン A，緑線はパターン B，紫線はパターン C，黒線はパターン D であるときの協力者数の割合を示す。パターン A~D について， $w=0.3$ とする。

図 3.4.2 は，集団における協力者数の割合の時間変化を示したものである。前述のように，これら全てのケースにおいてラウンド初期で協力者数の割合が低下するものの，その後集団内に協力戦略が広がっていくことが分かる。このことは，図 3.4.1 からも確認できる。ただし，リンク重みの分布がパターン C または D の場合，他のケースと比べて協力者数の割合が小さいことが分かる。これは，第 3.3.3 節及び第 3.3.4 節でも述べたように，集団構造が 2 次元ネットワークの場合，1 次元レギュラーの場合と比べて，リンク重みに異質性がある場合は協力が進化しやすいとは言い難い傾向にあるからである。

次に，第 3.3.1 節と同様に，協力戦略の拡大が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して行われたのか，その割合を調べる。図 3.4.3 は，協力戦略または裏切戦略が拡大するときに，重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介したのかについて，それぞれの割合の時間変化を示したものである。各プレイヤーは対戦を行った後，戦略更新のフェーズにおいて最も利得の高い隣人（自分自身を含む）の戦略を模倣する。この際，プレイヤーの戦略の推移は (i) 「協力」から「裏切」に変化，(ii) 「裏切」から「協力」に変化，(iii) 「協力」を維持，(iv) 「裏切」を維持，のいずれかとなる。このうち，(ii) を協力戦略の拡大，(i) を裏切戦略の拡大とし，(i) と (ii) のそれぞれについて該当する戦略更新が行われた回数（全プレイヤーの合計），そしてその更新が重みの大きなリンクを介して行われた回数と重みの小さなリンクを介して行われた回数を調べ，それぞれの回数の割



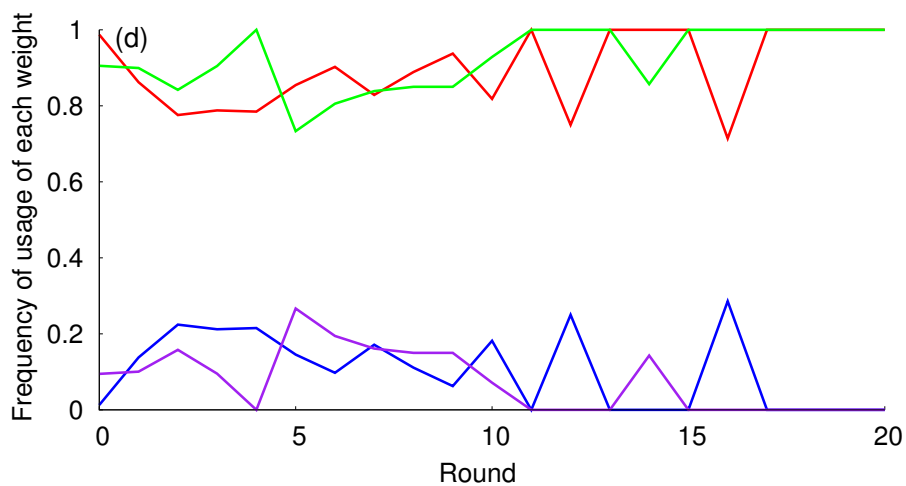


図 3.4.3: 協力戦略及び裏切戦略の拡大において、戦略が通過するリンクの重み（2次元格子ネットワーク, $b=1.2$ ）。図の横軸は経過ラウンド数を、縦軸は協力または裏切戦略の拡大において重みの大きなリンクを介した回数と重みの小さなリンクを介した回数の割合を表す。(a) はパターン A, (b) はパターン B, (c) はパターン C, (d) はパターン D のときの結果をそれぞれ示し、パターン A~D については $w=0.3$ とする。なお、図の赤線は協力戦略が拡大するときにそれが重みの大きなリンクを介して起こる割合、青線は重みの小さなリンクを介して起こる割合を意味する。同様に、図の緑線は裏切戦略が拡大するときにそれが重みの大きなリンクを介して起こる割合、紫線は重みの小さなリンクを介して起こる割合を意味する。

合を求めた．図 3.4.3(a)~(d) は，リンク重みの分布がパターン A~D のそれぞれの場合について，協力戦略または裏切戦略が重みの大きなリンクまたは小さなリンクのそれぞれを介して拡大した割合を示す．

図 3.4.3(a), (b), (d) を見ると，パターン A, B, D において，協力戦略は重みの小さなリンクよりも重みの大きなリンクを介して広がっており，これはリンク重みを対戦に考慮する場合とは異なる結果である．パターン C においても，他のパターン程は顕著でないが，協力戦略は重みの小さなリンクよりは重みの大きなリンクの方を介して拡大する傾向があるように見える．一方，裏切戦略についてはパターン A~D の全てにおいて，重みの小さなリンクよりも重みの大きなリンクを介して拡大していることが分かる．以上より，リンク重みを戦略更新に考慮する場合，対戦に考慮する場合とは異なり，重みに異質性がある場合 ($w > 0$) は協力戦略が重みの小さなリンクよりも大きなリンクを介して拡大する傾向にあることを確認した．

リンク重みが対戦に考慮される場合，協力戦略が重みの小さなリンクを介して広がりやすいのに対し，重みが戦略更新に考慮される場合，協力戦略は逆に重みの大きなリンクを介して広がりやすい傾向にある．これは，各プレイヤーが戦略更新を行う際に，自身と重みの大きなリンクで繋がっている相手の戦略を模倣しやすいことに拠るものと思われる．リンク重みが戦略更新のみに考慮される場合，重みが対戦に考慮される場合と比べて，重みの大きなリンクで相互に繋がった協力者達はそれ程高い利得を得ることができない．また，各プレイヤーは自身と重みの大きなリンクで繋がった相手，即ち同じ塊に属する相手の戦略を模倣しやすいため，協力戦略が重みの小さなリンクを介して拡大することは起こりにくいものと考えられる．

3.4.2 計算要領 (コンピュータ・シミュレーションによる，集団協力率の導出)

本節では，リンク重みの異質性を「戦略の更新に考慮する場合」(対戦には考慮しない場合) について，異質性が協力の進化に与える影響を分析する．重みの違いがどのように協力の進化に影響を与えるのかを調べるため， $b \in (1.0, 2.0)$ ， $w \in [0, 1)$ の範囲で値を 0.01 刻みで値を変化させ，比較分析を行う．

計算要領は第 2.3.1 節と同様であり，各シミュレーション試行において，集団における協力者数が周期的に循環もしくは概ね収束状態となり，付録 B に示す計算打ち切り条件が満たされた場合，当該ラウンドで計算を打ち切る．そして，最終の一定ラウンド数における協力者数の割合の期間平均を求め，これを当該試行における出力値とする．この計算を 500 試行繰り返し行い，各出力値の試行平均を最終出力値とし，これを「集団協力率」

と呼ぶこととする。

3.4.3 計算結果（リンク重みの異質性がもたらす協力の進化，異質性に対する協力率の階段状の変化）

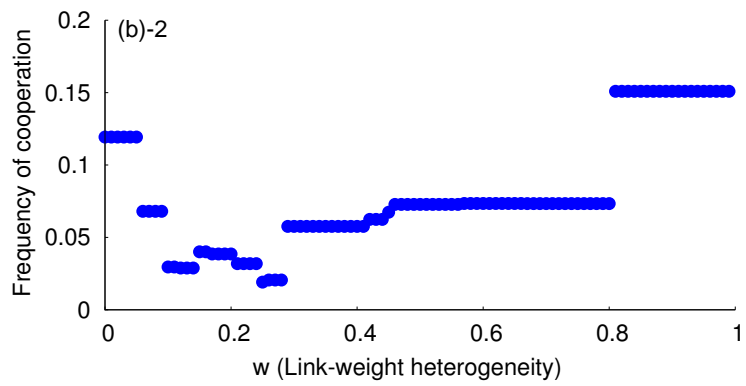
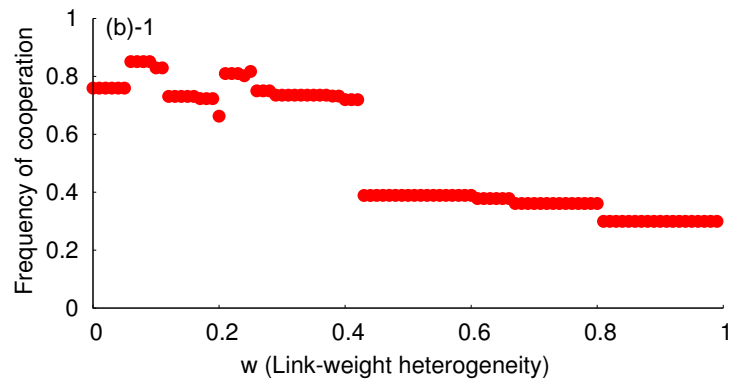
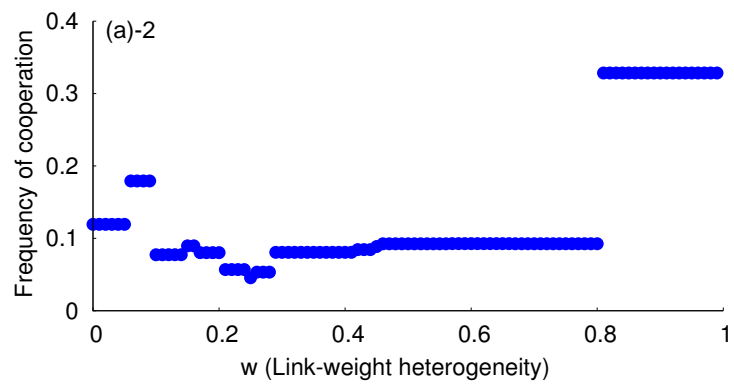
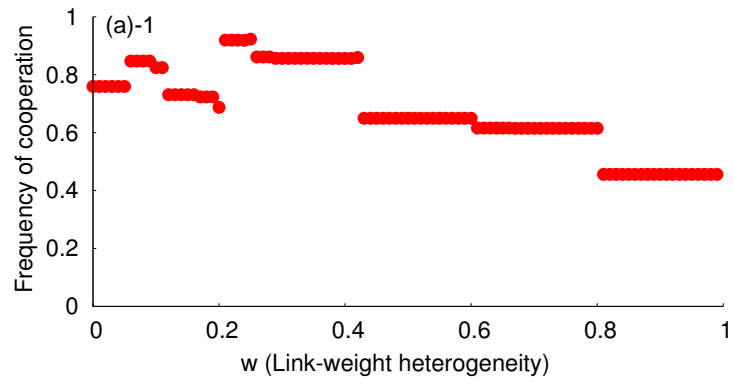
本節では，囚人のジレンマにおいて協力者を裏切る利得 b が小さい場合及び大きい場合の例として， $b=1.2$ 及び $b=1.8$ の場合を例に取る．リンク重みの異質性を示す変数 w の値を変化させ（0.01 刻み），第 3.4.2 節で述べた計算要領に基づき，集団協力率（試行平均）を算出する．

図 3.4.4 は，パターン A~D の 2 次元格子において， $b=1.2$ または $b=1.8$ の場合について，異なる w （リンク重みの異質性）に対する集団協力率を表す．図 3.4.4(a)-1~(d)-1 より， $b=1.2$ の場合，パターン A~D に共通して見られる傾向として，リンク重みの異質性 w が大きくなるにつれ，集団協力率が低下している傾向にあり，異質性が協力の進化に必ずしも寄与しているとは言い難い．一方， $b=1.8$ の場合，図 3.4.4(a)-2~(d)-2 より，リンク重みに若干の異質性がある場合，異質性がない場合（ $w=0$ ）よりも集団協力率が低くなるのが分かる．異質性 w がある程度大きくなると，集団協力率が概ね上昇していく傾向にあるものの，重みに異質性がない場合と比較すると集団協力率は高いとは言い難い．パターン A 及び B の場合，異質性 w が非常に大きいときは異質性がない場合（ $w=0$ ）よりも集団協力率が高くなるが，パターン C 及び D の場合は，異質性がない場合よりも集団協力率が高くなるような w が存在しないことが分かる．上記の特徴は，第 3.3.3 節に述べたようなリンクの重みを対戦に考慮する場合と同じであり，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響がネットワークの次元により異なるということを意味している．

1 次元レギュラーネットワークの場合と同様に，2 次元格子ネットワークにおいても，リンク重みの異質性 w の変化に対して集団協力率が階段状に変化していることが分かる．これは，同様に集団協力率の不連続な変化を起こすような閾値が w に存在するからである．なお，2 次元格子においては，1 プレイヤーあたりの対戦相手の数が 1 次元レギュラーネットワークの場合の 2 倍になる．そのため， w における閾値の数が 1 次元レギュラーネットワークの場合よりも多いことが図から分かる．

3.4.4 リンク重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因

前節より，集団が 2 次元格子の構造を有する場合，重みの異質性が協力の進化に寄与しているとは言い難く，1 次元レギュラーの場合とは異なる結果となることが分かった．また，集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性の値 w に存在する



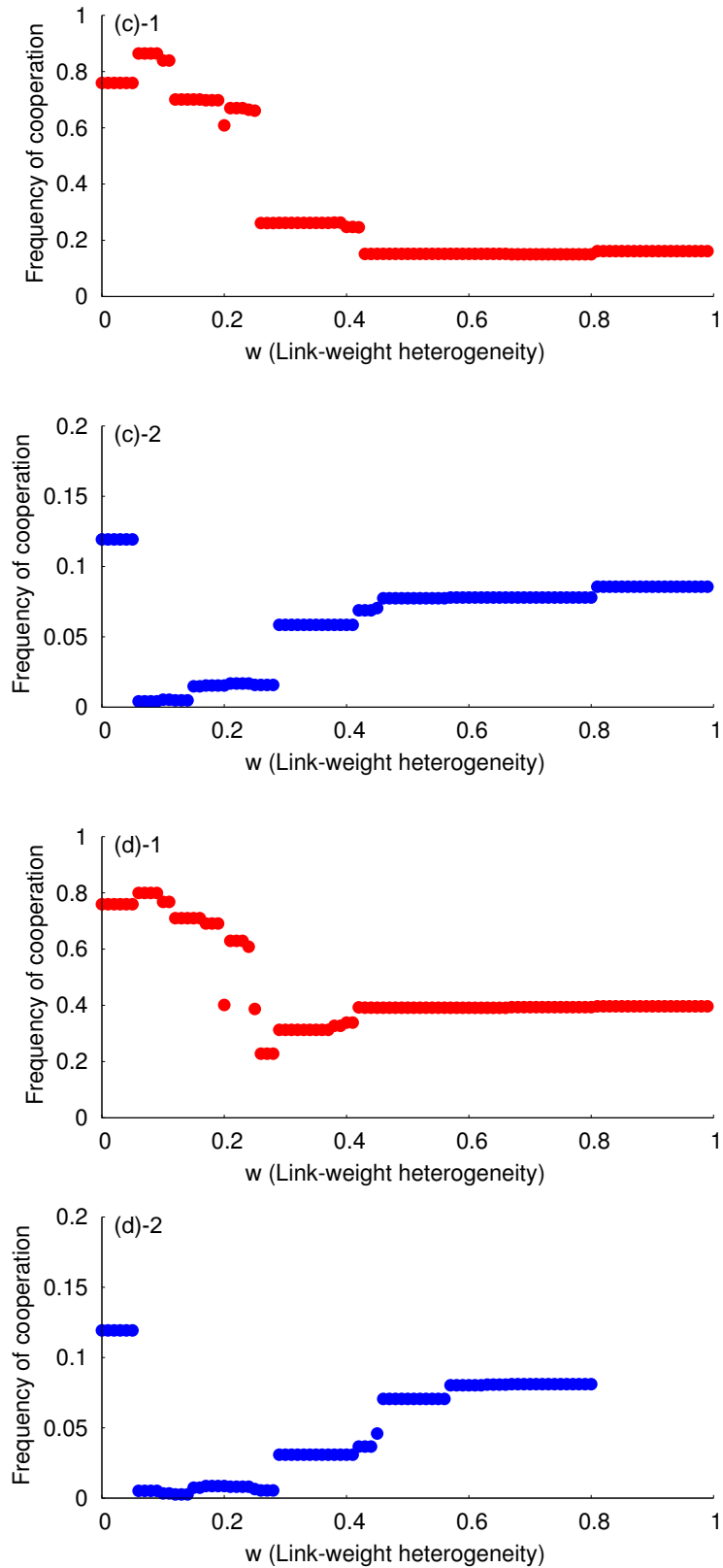


図 3.4.4: リンク重みの異質性 w と集団協力率 (2次元格子ネットワーク) . (a) はパターン A , (b) はパターン B , (c) はパターン C , (d) はパターン D のときの結果を示す . (a)-1~(d)-1 は $b=1.2$ のときの結果を , (a)-2~(d)-2 は $b=1.8$ のときの結果を表す . また , グラフの横軸は重みの異質性 w を , 縦軸は集団協力率を示す .

ことが分かった．これらの結果に対する原因を明らかにするため，リンク重みの異質性 w が集団協力率に与える影響ならびに w の閾値について分析を行う．なお，前節まではリンク重みの分布がパターン A~D の計 4 種類の 2 次元格子ネットワークについて分析を行ってきたが，程度の差はあるものの上に述べた傾向自体はパターン A~D について共通であるため，本節以降はパターン A 及び B の 2 種類の重み分布パターンのネットワークを分析対象とする．

前節において，リンク重みに異質性がある場合，異質性がない場合と比べると集団協力率が高いとは言い難いことを示したが， $b=1.2$ と $b=1.8$ の場合しか述べていない．そこで本節では， b 及び w の全範囲において，リンク重みに異質性がない ($w=0$) 場合よりも集団協力率が高くなるような $w > 0$ の値が存在するか否かを調べる．

図 3.4.5 は， $b \in [1.0, 2.0)$ 及び $w \in [0, 1)$ の値の各組合せについて，リンク重みが異質でない ($w=0$) 場合との集団協力率の差を取り，これが 0 より大きいのか，小さいのか，0 と等しいかを色分けして図示したものである（集団協力率の計算要領は，第 3.4.2 節のとおり）．図 3.4.5(a) はパターン A における結果を，図 3.4.5(b) はパターン B における結果を示す．これらの図より，重みに異質性がある ($w > 0$) ときの方が集団協力率が高いような (b, w) の領域は，全範囲のうち半分以下であることが分かる．このため， b 及び w の全範囲について見ても，リンク重みに異質性がある場合，ない場合よりも協力率が高くなるとは言い難い．

次に，第 3.3.4 節と同様に， b の各値について集団協力率が最大となる w の値を抽出し，そのときの協力率が $w=0$ のときの協力率を上回るか否かを調べる． $F_c(w)$ をリンク重みの異質性が w であるときの集団協力率とすると， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) > F_c(0)$ であれば，リンク重みに異質性がない場合 ($w=0$) よりも集団協力率が高いような w の値 ($w > 0$) が存在するということになる．一方， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) \leq F_c(0)$ であれば，リンク重みに異質性がない場合 ($w=0$) よりも集団協力率が高いような w の値 ($w > 0$) は存在しないことになる． b の各値 (1.0~2.0 の計 99 通り) について集団協力率を調べ，以下に示す結果を得た：(i) リンク重みの分布がパターン A の場合， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) > F_c(0)$ が 99/99 ケースにおいて成り立ち， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) \leq F_c(0)$ が 0/99 ケースにおいて成り立つ．(ii) リンク重みの分布がパターン B の場合， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) > F_c(0)$ が 98/99 ケースにおいて成り立ち， $\max_{0 \leq w < 1} F_c(w) \leq F_c(0)$ が 1/99 ケースにおいて成り立つ．これら (i) 及び (ii) の結果から，各 $b \in [1.0, 2.0)$ において「リンク重みに異質性がない ($w=0$) ときよりも集団協力率が高くなるような異質性の値 ($w > 0$) が存在する」ことが概ね言える．上述のように重みに異質性がある場合，異質性がない場合よりも集団協力率が低い傾向にあるため，上記の結果を以ってしてもリンク重みの異質性が協力の進化に寄与するとは言い難

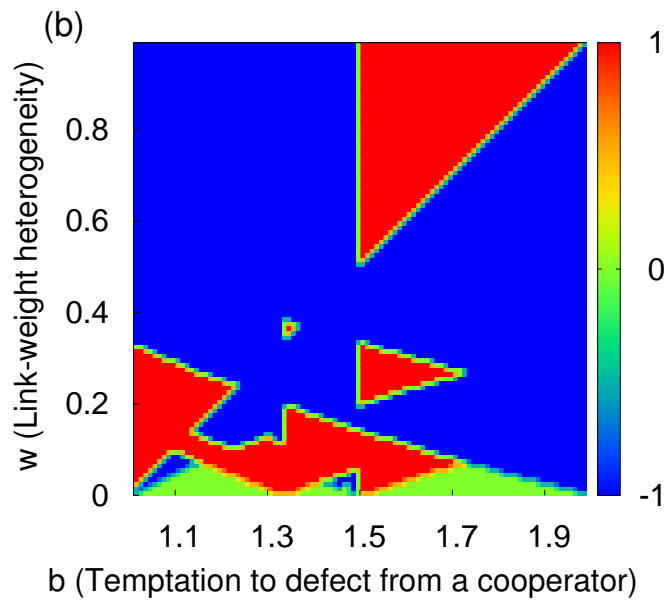
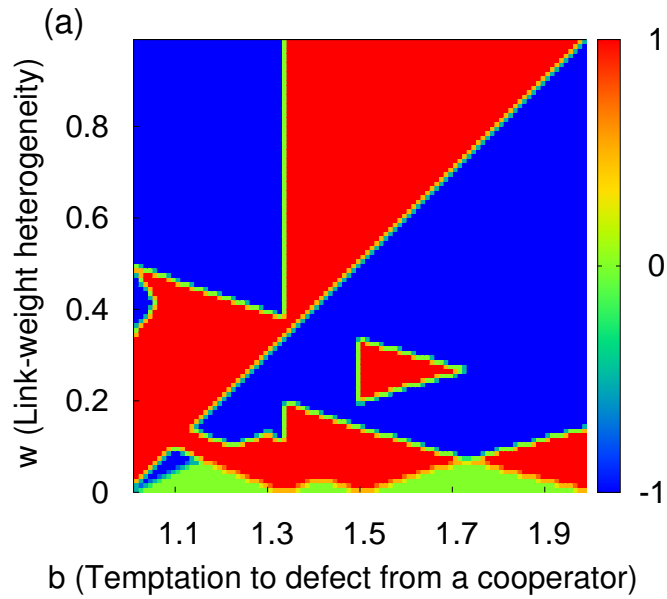


図 3.4.5: リンク重みに異質性がない ($w=0$) 場合との、集団協力率の差 (2次元格子ネットワーク)。グラフの横軸は協力者を裏切る利得 b を、縦軸はリンク重みの異質性 w を示し、パラメータ空間における各ポイントの色は b が等しく $w=0$ である場合との集団協力率の差分の大きさを表す。即ち、ある (b, w) における集団協力率を $F_c(b, w)$ とすると、ポイント (b', w') の色は $F_c(b', w') - F_c(b', 0)$ が 0 より大きい、小さい、0 と等しいかの区分を示す。各ポイントは $F_c(b', w') - F_c(b', 0) > 0$ の場合は赤、 $F_c(b', w') - F_c(b', 0) = 0$ の場合は緑、 $F_c(b', w') - F_c(b', 0) < 0$ の場合は青で色分けされている。

い。但し，上記の結果から， b の各値について見ると，「重みに異質性がない場合よりも集団協力率が高くなるような w の値が（少なくとも1つは）存在する」という弱い主張は概ね可能である。

次に，これまでと同様に協力戦略の拡大／維持を促すためのリンク重みの異質性 w の条件を導出し，重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を調べる。第3.3.4節と同様に，本節では協力戦略を有する1人のプレイヤー」と「裏切戦略を有する1人のプレイヤー」のそれぞれについて，彼らが得られる可能性のある総利得の全てのパターンについて列挙し，それら全ての比較を行うことで，協力者の総利得が裏切者の利得を上回るために必要な w の条件を求める。

w の条件	条件式	w の条件	条件式
条件 1	$w < 2/b - 1.0$	条件 13	$w > 1.0 - 3/(2b)$
条件 2	$w > 1.0 - 1/b$	条件 14	$w > 2b/3 - 1.0$
条件 3	$w > 1.0 - 3/(4b)$	条件 15	$w > (2b - 3.0)/(2b + 3.0)$
条件 4	$w > (b - 1.0)/(b + 1.0)$	条件 16	$w < 1.0 - 2b/3$
条件 5	$w > (4b - 3.0)/(4b + 3.0)$	条件 17	$w < (3.0 - 2b)/(3.0 + 2b)$
条件 6	$w > (2b - 1.0)/(2b + 1.0)$	条件 18	$w < 3/b - 1.0$
条件 7	$w > (3b - 2.0)/(3b + 2.0)$	条件 19	$w > 4b/3 - 1.0$
条件 8	$w < (2.0 - b)/(2.0 + b)$	条件 20	$w < (4.0 - 3b)/(4.0 + 3b)$
条件 9	$w < (3.0 - b)/(3.0 + b)$	条件 21	$w > 3b/2 - 1.0$
条件 10	$w > b - 1.0$	条件 22	$w > 1.0 - 2/(3b)$
条件 11	$w > (3b - 4.0)/(3b + 4.0)$	条件 23	$w > (3b - 1.0)/(3b + 1.0)$
条件 12	$w < 3/(2b) - 1.0$	条件 24	$w < 1.0 - b/2$

表 3.4.1: 短期的（1ラウンド経過時）な協力戦略の拡大／維持が起こるための， w が満たすべき 24 条件。

表 3.4.1 は，上記の要領により導出した協力戦略の拡大／維持のためのリンク重みの異質性 w の条件である。第3.3.4節と同様に，得られた w の条件について確認すると，導出された閾値を w の値が下回るとき，即ち w の値が小さいときに協力戦略が拡大または維持されるような条件は 9/24 個存在する。このことから，1次元レギュラーネットワークの場合と比べると，2次元格子の場合にはリンクの重みの異質性 w の値が大きいときに協力戦略の拡大または維持が起こりにくいものと考えられる。

第3.3.4節では，導出した（1プレイヤー単位の）協力戦略の拡大／維持条件をグラフに図示し，集団協力率の計算結果と比較することで，得られた条件が大集団における集団協力率にも対応するのか否かを調べた。しかし，2次元格子においてリンク重みを戦略更新に考慮する場合，条件数が非常に多いことから，条件式と集団協力率の結果を比較

してもその対応状況を確認することは非常に困難である．そこで本節では、 $b \in [1.0, 2.0)$ 及び $w \in [0, 1)$ の組み合わせの全範囲において w の条件達成状況と集団協力率の関係を調査することは行わず、達成された w の条件の数と集団協力率との相関を調べるに留めることとする．これにより、重みの異質性 w が満たす条件の数が多いほど集団協力率も高くなりやすいと言えるか否かを確認する．なお、図 3.4.4 に記載の集団協力率のグラフ ($b=1.2, 1.8$) において集団協力率が階段状に変化するような w の閾値について、その全てが表 3.4.1 に記載のいずれかの条件に該当することは確認済みである．

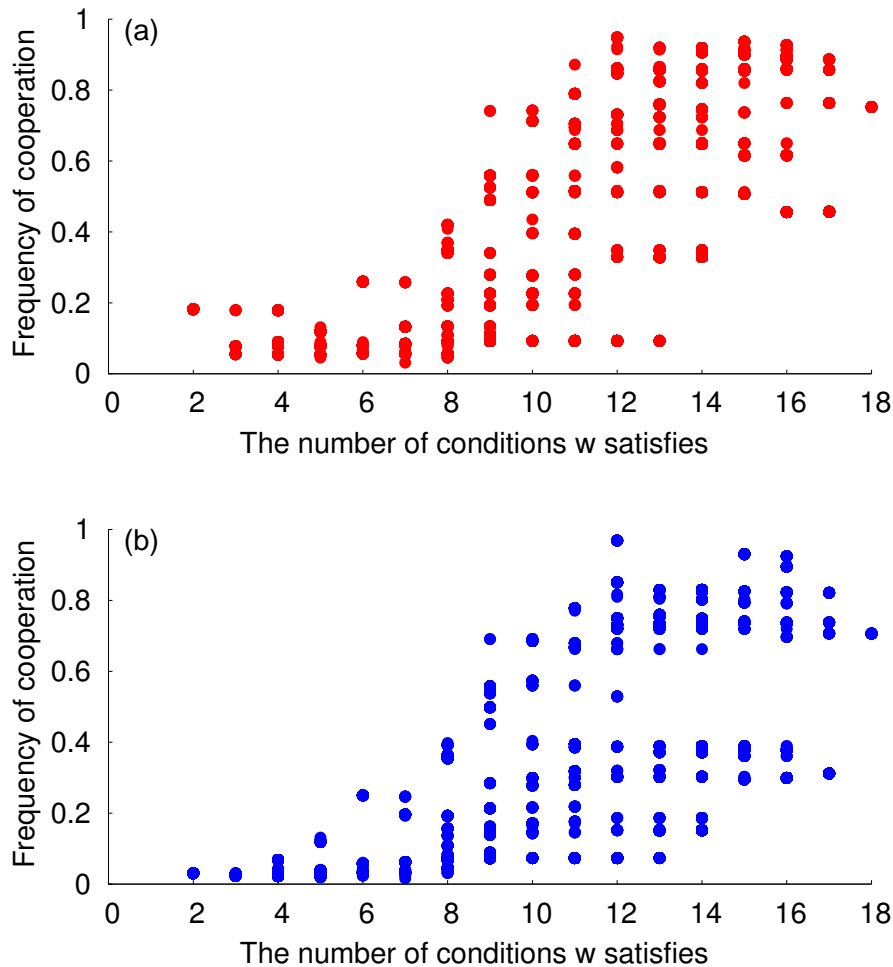


図 3.4.6: リンク重みの異質性 w が満たす協力戦略の拡大 / 維持条件の数と、最終的な集団協力率 (2次元格子ネットワーク) . グラフの横軸は w が満たす条件の数を、縦軸は集団協力率を表し、(a) はパターン A、(b) はパターン B における結果に対応する .

図 3.4.6(a) 及び (b) は、 (b, w) の全範囲 (ともに 0.01 刻み) において、 w が満たす条件の数と集団協力率との関係をプロットしたものである . これらの図から、リンク重みを対戦に考慮する場合と同様に、満たされる条件の数と集団協力率には概ね正の相関があることが分かる . w が満たす協力戦略の拡大 / 維持条件の数と集団協力率との相関係数は、パ

ターン A の場合は 0.67，パターン B の場合は 0.52 である．概ね正の相関があるといえるものの，リンク重みを対戦に考慮する場合よりも相関は小さい．なお，パターン A 及びパターン B とともに，重みの異質性 w が同時に満たし得る条件数の最大が 18 個であるのに対し，集団協力率が最大となる時に w が満たす条件数は 12 個である．また， w が同時に満たし得る条件数の最小がパターン A，パターン B とともに 2 個であるのに対し，集団協力率が最小となる時に w が満たす条件数は 7 個である．第 3.3.4 節に述べたとおり，リンク重みを対戦に考慮する場合，集団協力率が最大または最小となる時， w が同時に満たす条件の数も最大または最小となる．このことを踏まえても，リンク重みを戦略更新に考慮する場合は，リンク重みを対戦に考慮する場合よりも， w が満たす条件数と集団協力率との相関が小さいことが分かる．

重みの異質性 w が満たす条件数が多くても集団協力率が小さい場合，逆に満たす条件数が少なくとも集団協力率が高い場合も発生していることが，図から分かる．即ち，協力戦略の拡大／維持条件の中には， w がそれを満たすことで集団協力率が低下してしまうものもある．これは第 2.4.3 節及び第 3.3.4 節と同様で， w が条件を満たすことで一時的に協力戦略の拡大／維持が起こるものの，それにより集団の戦略分布が「協力戦略の拡大／維持を妨げる」ようなパターンに変化してしまい，結果的に w が条件を満たさない場合と同等もしくはそれを下回る集団協力率となってしまうことが原因であると考えられる．そのことを確かめるため，初期状態から 1 ラウンド経過した時の協力者数の割合を算出し， w が満たす条件の数との相関を調べることにする．

図 3.4.7(a) 及び (b) は， (b, w) の全範囲（ともに 0.01 刻み）において， w が満たす条件の数と短期的な（初期状態から 1 ラウンド経過時の）協力者数の割合との関係をプロットしたものである．これらの図より，最終状態の集団協力率よりも，1 ラウンド経過時点での協力率の方が， w が満たす条件数との相関が大きいことが分かる．具体的な相関係数は，パターン A，パターン B とともに 0.92 であり，最終状態の協力率よりも w が満たす条件数との高い相関が見られる．但し，最終状態と比べて相関係数が非常に高くなるものの，1 とはならない．これは第 3.3.4 節と同様で，ある条件が満たされることで起こる協力率の上昇が，他の複数の条件達成で満たされることで起こる上昇よりも大きくなる場合があることに拠るものと考えられる．なお，1 ラウンド経過時において， w が満たすことで集団協力率が逆に低下するような条件は存在しないことを確認済みである．

以上の結果から，協力戦略の拡大／維持条件の中には， w がそれを満たすことで短期的に集団協力率の上昇に寄与するものの，最終的には寄与しないもしくは協力率を低下させるような条件もあることが分かる．しかし，最終状態であっても，集団協力率と満たされる条件数には 0.52~0.67 程度の相関が見られており，「リンクの重みの異質性 w が満たす

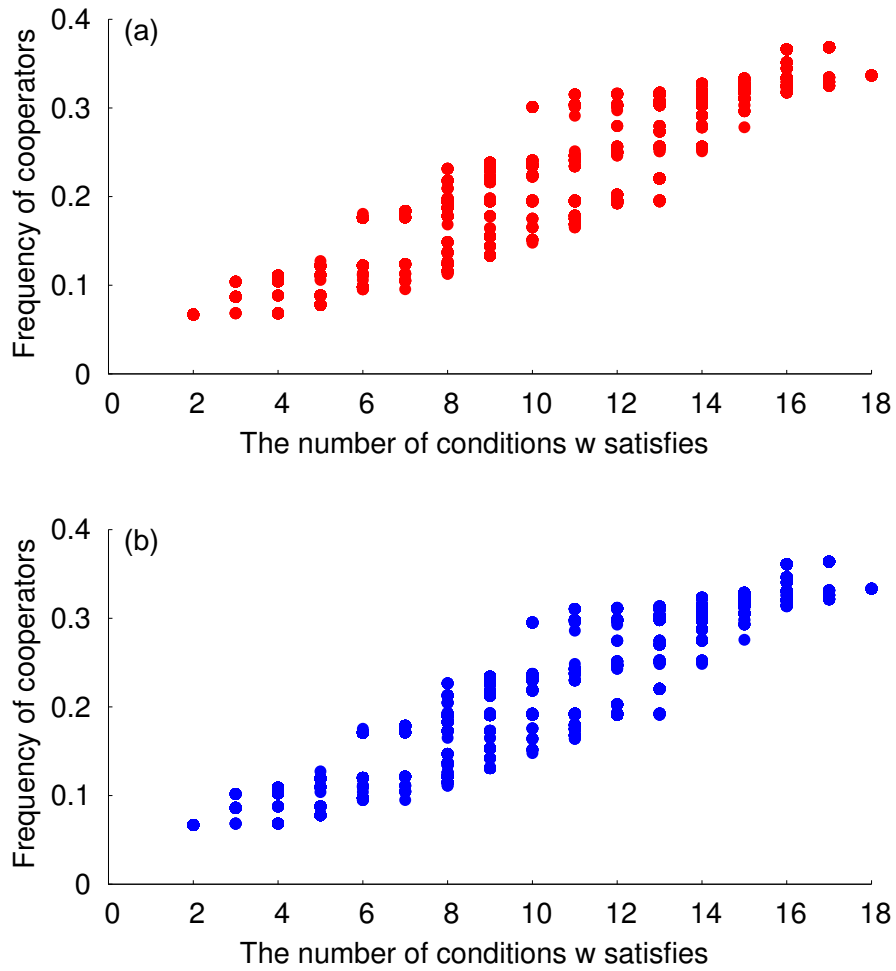


図 3.4.7: リンク重みの異質性 w が満たす協力戦略の拡大 / 維持条件の数と, 1 ラウンド経過時における協力者数の割合 (2次元格子ネットワーク). グラフの横軸は w が満たす条件の数を, 縦軸は協力者数の割合を表し, (a) はパターン A, (b) はパターン B における結果に対応する.

条件数が多いほど、集団協力率は高い傾向にある」と概ね言えるであろう。

以上より、リンク重みの異質性 w が満たす条件の数と集団協力率との間に正の相関があることを確認した。これにより、 $b \in (1.0, 2.0)$ の全範囲において、小集団で導出した条件が大集団における集団協力率の変化にも同様に対応することを確認した。

3.4.5 結論（戦略更新におけるリンク重みの異質性が、協力の進化に与える影響）

本節では、リンク重みに異質性のある2次元格子を用い、その上にプレイヤーを配置し、囚人のジレンマゲームを行った。なお、リンク重みの分布には無数のパターンが考えられるが、第3.3節と同様にパターンA~Dを分析対象とした。本節では、リンク重みを戦略の更新のみに考慮する場合について、重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した。即ち、本節で用いたモデルでは、プレイヤーは戦略更新において隣人が得た総利得をその隣人とのリンクの重みにより増減して評価し、そのうえで戦略を模倣する相手を選定するものと仮定した。

最初に、ラウンド経過に伴い集団内の戦略分布がどのように変化するか、そのダイナミクスを観察した。このとき、リンク重みに異質性がある場合、重みを対戦に考慮する場合とは異なり、協力戦略は重みの小さなリンクよりも重みの大きなリンクを介して広がりやすい傾向にあることを発見した。そこで、集団内で起こる協力/裏切戦略の拡大が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して起こるのか、その割合を調べた。この結果、戦略分布のダイナミクスを観察して得られた発見のとおり、協力戦略は重みの大きなリンクを介して広がりやすいことを確認した。

次に、リンク重みの分布がパターンAまたはBの2次元格子を対象として集団協力率を算出し、以下に示す2つの結果を得た：(i) リンク重みに異質性がある場合、異質性がない場合よりも協力が進化しやすいとは言い難い。(ii) 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの値に存在する。これら(i)及び(ii)の結果は、リンクの重みが対戦に考慮される場合と同じであり、(i)は1次元レギュラーにおける主張とは相反するものである。このことから、集団のネットワーク構造が1次元レギュラーネットワークである場合と2次元格子である場合とで、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響が異なるということが分かった。得られた結果(i)及び(ii)に対する原因を調べるため、第3.3.4節と同様に、1プレイヤー単位で協力戦略の拡大または維持がなされるためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件を導出した。更に、導出した各条件をリンクの重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。

2次元格子ネットワークの場合、1次元レギュラーネットワークの場合と異なり、リンク重みの異質性が満たすべき条件数が非常に多く、条件達成状況と集団協力率の関係を全て調べるのは困難である。そのため、重みの異質性が満たす条件の数と集団協力率との相関を求めることで、これらの関係性を確認した。この結果、パターン A 及び B ともに「重みの異質性が満たす条件の数が多い程、集団協力率も高い」ことが示された。但し、相関係数は 0.52~0.67 程度であり、リンク重みを対戦に考慮する場合よりも相関は低い。なお、リンク重みを対戦に考慮する場合と同様に、導出したリンク重みの異質性の条件の中には、満たすことで最終的な集団協力率が低下してしまう可能性もあった。そこで、初期状態から 1 ラウンド経過時点の協力者数の割合について、リンク重みの異質性 w が満たす条件の数との関係を調べた。この結果、相関係数は 0.92 程度まで上昇していることを確認した。これより、協力戦略の拡大/維持条件の中には、 w がそれを満たすことで短期的な協力者数の割合の上昇には寄与するものの、最終的な集団協力率の上昇には寄与しないもしくは協力率を低下させるような条件もあることを確認した。しかし、最終状態でも集団協力率と w が満たす条件数には 0.52~0.67 程度の相関が見られており、「リンクの重みの異質性 w が満たす条件数が多いほど、集団協力率は高い傾向にある」ということは言えるであろう。以上の分析から、リンク重みの異質性が満たすべき協力戦略の拡大/維持条件により、大集団において集団協力率に階段状の変化が起こることを説明できることが明らかになった。

3.5 まとめ（2次元格子ネットワークにおいて、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響）

本節では、リンク重みに異質性のある 2次元格子ネットワークを用い、その上にプレイヤーを配置して囚人のジレンマゲームを行った。リンク重みの異質性は、ゲームの中でプレイヤー同士の対戦または戦略更新等に考慮することができる。重みの異質性を対戦に考慮する場合、プレイヤーが対戦で得る利得が対戦相手とのリンクの重みにより増減するものと仮定してモデルを作成した。一方、異質性を戦略更新に考慮する場合、プレイヤーは戦略更新において隣人が有する総利得をその隣人とのリンクの重みにより増減して評価し、そのうえで戦略を模倣する相手を決定するものと仮定した。そして、第 3.2 節ではモデルの説明を行い、第 3.3 節ではリンク重みを対戦に考慮する場合、第 3.4 節ではリンク重みを戦略更新に考慮する場合の計算結果と分析について述べた。なお、リンク重みの分布には無数のパターンが考えられるが、本研究では第 3.2 節に述べるパターン A~D を分析対象とした。

最初に、ラウンド経過に伴い集団内の戦略分布がどのように変化するのか、そのダイナミクスを観察した。この結果、リンクの重みが対戦に考慮される場合、リンク重みに異質性があるとき、プレイヤーの戦略更新に伴う協力戦略の拡大は、重みの大きなリンクよりも重みの小さなリンクを介して広がりやすい傾向にあることが分かった。また、リンクの重みが戦略更新に考慮される場合、リンク重みに異質性があるとき、協力戦略の拡大は重みの小さなリンクよりも重みの大きなリンクを介して広がりやすいことが分かった。次に、集団内で起こる協力/裏切戦略の拡大が重みの大きなリンクと小さなリンクのどちらを介して起こるのか、その割合を調べた。この結果、戦略分布のダイナミクスを観察して得られた発見のとおり、リンクの重みが対戦に考慮される場合、協力戦略は重みの小さなリンクを介して広がりやすく、重みが戦略更新に考慮される場合、協力戦略は重みの大きなリンクを介して広がりやすいことが確認された。

次に、リンク重みの分布がパターン A または B の 2 次元格子を対象として集団協力率を算出し、以下に示す 2 つの結果を得た。1 つめは、1 次元レギュラーネットワークの場合とは異なり、リンク重みに異質性があるとき、異質性がないときよりも協力が進化しやすいとは言い難いことである。これはリンク重みを対戦に考慮する場合及び戦略更新に考慮する場合の両方に共通して見られ、パターン A と B の両方の重み分布にも共通して見られる結果である。このことから、集団のネットワークが 1 次元であるのか 2 次元であるのかにより、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響が異なるということが分かった。2 つめは、1 次元レギュラーネットワークの場合と同様に、集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの値に存在することである。

これらの原因を調べるため、1 次元レギュラーネットワークのときと同様に、協力戦略の（短期的な）拡大または維持が起こるための w が満たすべき条件を導出した。なお、1 次元レギュラーネットワークに関する分析の際は、サイズ 10 の小集団を用いてその戦略分布の変化を観察し、重みの異質性 w が条件を満たすときに、満たさないときよりも短期的な協力者数の割合または最終的な集団協力率の値が大きくなるような戦略分布パターンの導出を行った。しかし、2 次元格子ネットワークの場合はリンク重みの分布が 1 次元レギュラーよりも複雑であることに加え、その分布のパターンも 1 通りではないことから、 w の条件が機能するような戦略分布パターンの特定は困難である。このため、2 次元格子ネットワークについては、協力戦略の拡大または維持のための w の条件の導出のみを行うこととした。具体的には、「協力戦略を有する 1 人のプレイヤー」と「裏切戦略を有する 1 人のプレイヤー」のそれぞれについて、彼らが得られる可能性のある総利得の全てのパターンについて列挙し、それら全ての比較を行うことで、協力者の総利得が裏切者の利得を上回るために必要な w の条件を求めた。これにより、リンク重みの異質性 w の違いに

より短期的な協力戦略の拡大／維持が起こるために w が満たすべき条件を導出した．更に，導出した各条件をリンクの重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること， w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した．なお，1次元レギュラーネットワークにおいて導出された w の条件の多くは， w が導出された閾値を上回るとき，即ち w の値が大きいときに協力戦略が拡大または維持されるというものであった．これに対し，2次元格子ネットワークの場合，1次元レギュラーの場合と比べて， w の値が小さいときに協力戦略が拡大または維持されるような条件が多い．このことから，2次元格子の場合はリンクの重みの異質性 w の値が大きいときに協力戦略の拡大または維持が起こりにくいものと考えられる．

2次元格子ネットワークの場合，1次元レギュラーネットワークの場合と異なり，リンク重みの異質性が満たすべき条件数が非常に多く，条件達成状況と集団協力率の関係を全て調べるのは困難である．そのため，重みの異質性が満たす条件の数と集団協力率との相関を求めることで，これらの関係性を確認した．この結果，リンク重みを対戦に考慮する場合，戦略更新に考慮する場合ともに「重みの異質性が満たす条件の数が多い程，集団協力率も高い」ことが示された．但し，リンク重みを対戦に考慮する場合の相関係数は0.75～0.77程度，戦略更新に考慮する場合の相関係数は0.52～0.67程度であり，両者の相関は非常に強いという程ではない．これは，異質性 w の条件の中には，満たすことで最終的に協力戦略が衰退する可能性がある条件も存在することに拠る．そこで，初期状態から1ラウンド経過時点の協力者数の割合について，リンク重みの異質性 w が満たす条件の数との関係を調べた．この結果，相関係数は0.92～0.97程度まで上昇していることを確認した．これより，協力戦略の拡大／維持条件の中には， w がそれを満たすことで短期的な協力者数の割合の上昇には寄与するものの，最終的な集団協力率の上昇には寄与しないもしくは協力率を低下させるような条件もあることが分かった．しかし，最終状態でも集団協力率と w が満たす条件数には，リンク重みを対戦に考慮する場合で0.75～0.77程度，戦略更新に考慮する場合で0.52～0.67程度の相関が見られることから「リンクの重みの異質性 w が満たす条件数が多いほど，集団協力率は高い傾向にある」ということは言えるであろう．以上の分析から，リンク重みの異質性が満たすべき協力戦略の拡大／維持条件により，大集団において集団協力率に階段状の変化が起こることを説明できることが明らかになった．

これまでの先行研究の多くは，リンクの重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析しているものの，その異質性には内部異質性と外部異質性の両方が含まれていた．重みの外部異質性が協力の進化に与える影響は，前述のとおり，個人（個体）ごとのリンク重みの総量に異質性があるという点において，リンク数のばらつきがもたらす効果と類似する

可能性があるということが既に明らかとなっている。リンク数のばらつきが協力の進化を促すことは既に示されているため、リンク重みの異質性が協力の進化を促すのは外部異質性のみによるものであるという可能性がある。このことを踏まえ、前章ではリンク重みに内部異質性のみが存在する1次元レギュラーネットワークにおいて計算と分析を行い、リンク重みに外部異質性がなくても、内部異質性のみでも協力の進化を促し得ることを明らかにした。本章では同様のアプローチにより、リンク重みに内部異質性のみが存在する2次元格子ネットワークにおいて計算と分析を行ったが、1次元レギュラーの場合とは異なり、重みの内部異質性が協力の進化を促すとは言い難い結果となった。この結果は、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、ネットワークの次元により異なるということを示している。なお、2次元格子ネットワークにおける結果が示すのは、リンク重みの内部異質性がそれ単体では協力の進化に寄与し難いということである。リンクの重みに内部異質性と外部異質性の両方が包含されている場合、その両方が独立に協力の進化に影響するとは限らない。つまり、単体では協力の進化に寄与し難い重みの内部異質性であっても、外部異質性の持つ効果との相互作用により、協力の進化を促す可能性もある（但し本研究では、内部異質性と外部異質性の相互作用については分析対象としない）。よって、本章の結果は、2次元格子ネットワークにおいてリンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、外部異質性のみがもたらすものであると主張するものではない。

これまでの先行研究の多くは、使用するモデルの仮定が複雑であるため、リンク重みの異質性が何故協力の進化に影響を与えるのかについての検証が十分に行われてこなかった。これに対して本研究では、協力戦略の拡大または維持が起こるためにリンク重みの異質性のパラメータ w が満たすべき条件を具体的に導出することで、重みの異質性が協力の進化に影響を与える原因を明らかにした⁵。

⁵1次元レギュラーネットワークについては、 w が満たすべき条件に加え、それが機能するような戦略分布パターンの導出も行った。これにより、重みの大きなリンクで繋がれた協力者同士の塊が集団内に存在するとき、彼らが協力し合うことで他の塊（裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊、もしくは裏切者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊）に属するプレイヤー達よりも高い利得を得やすくなり、結果として集団内に協力戦略が広がることを確認した。一方、2次元格子の場合、1次元レギュラーのようにサイズ10程度の小集団で分析を行うことは妥当でないと考えられるため、 w の条件が機能するような戦略分布パターンについては分析対象としていない。よって、2次元格子ネットワークについては w が満たすべき条件を導出することで、リンク重みの異質性が協力の進化に影響を及ぼす原因を明らかにしたが、詳細なメカニズムにまでは言及していない。2次元格子ネットワークにおける戦略分布パターンの導出も含めた詳細なメカニズムの解明については、将来課題とする。

第4章 おわりに

4.1 本研究のまとめ（1次元レギュラー及び2次元格子ネットワークにおいて，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響）

集団における個人（個体）の協利行動は，生態系や社会システムにおいて重要な役割を果たしており，協利行動が如何にして発生・維持し得るのかについては経済学・生物学・社会心理学など様々な分野において非常に関心が持たれている [1-3]．協利行動の発生や維持については様々なアプローチにより分析が行われているが，その1つにゲーム理論 [4,5]，特に進化ゲーム理論 [6,8-11] を用いた分析がある．協利の進化を促すメカニズムとして，Nowak は血縁選択 [16-19]，直接互恵 [7,8,20,21]，間接互恵 [22-25]，グループ選択 [26-29]，ネットワーク互恵 [30-46] の5つを挙げている [15]．これらの中でネットワーク互恵は特に注目を集めており，近年様々な研究が行われている．ネットワーク互恵とは，集団の持つ空間的特性により，個人同士の付き合いに制約や偏りがあることが，協利者同士の相互扶助や裏切戦略の拡大への抑制を可能とし，これにより，協利行動が進化するというものである．

ネットワークの持つ様々な特性に着目して協利の進化との関係を調べる研究が数多く行われてきたが，その特性の1つにリンクの重みの異質性がある．集団内の個人（個体）間を繋ぐリンクの重みが意味するものは状況により異なるが，協利の進化との関係を分析する研究の多くは，そのリンクを共有する個人同士の付き合いの量や頻度を表すものとしてモデル化している．リンクの重みは個人により異なることが現実的であり [49-54]，この重みの異質性，即ち個人間の付き合いにおける量や頻度の違いが協利の進化を促すか否かについて，近年様々な研究がなされている [60-76]．先行研究より，リンクの重みの異質性は協利の進化を促す要因となり得ることが明らかになったが，以下に示す問題点がある．

まず1つめの問題点について述べる．プレイヤー同士を繋ぐリンクの重みの異質性は，大別して2種類に分類されるものと考えられる．即ち，1人の個人が有する複数のリンクの間に見られる重みのばらつきと，各個人の持つリンク重みの総量に関する個人間のばらつきであり，本論文では前者を重みの「内部異質性」，後者を「外部異質性」と呼称す

る。しかし、先行研究の多くにおいてこれらは区別されずにモデル化されることが多く、リンク重みの異質性は、内部異質性と外部異質性の両方を包含するものと仮定されていることが多い。リンク重みの外部異質性は、第 1.3.2 節に述べたとおり、各個人の持つリンク重みの総量のばらつきである。一方、リンクの数にばらつきがある場合、各個人の持つリンクの重みを皆均一であると仮定すると、個人ごとに保有リンク数が異なるため、リンク重みの総量も異なることとなる。このことから、リンクの数のばらつきは、個人ごとに保有するリンクの重みの総量が異なるという点において、リンク重みの外部異質性と類似した特徴を持つ。なお、リンク数のばらつきが協力の進化を促す要因の 1 つであることは、Santos ら [32] 等の研究により既に示されている。このことから、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、重みの外部異質性のみで扱えるものであるという可能性もある。以上を踏まえ、本研究ではリンク重みに外部異質性が存在せず、内部異質性のみが存在するような集団を用いて、協力が進化するか否かを分析した。これにより、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響に対し、重みの内部異質性も寄与しているのか否かを調べることができる。

2 つめの問題点は、これまでの先行研究の多くは、リンク重みの異質性が協力の進化を促すことを示しているものの、重みの異質性が何故協力の進化に影響を与えるのかについては十分な検証を行ってこなかったことである。これは、空間的局所性をはじめとする集団のネットワーク特性に加え、リンクの重みの異質性をもモデルに適用するため、モデルの仮定が複雑になっているためである。このため、本研究ではモデルに可能な限り簡易な仮定を課すことで、重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムの解明を行うこととした。

本研究ではリンク重みの内部異質性のみが持つ効果を分析するため、各プレイヤーが持つリンクの重みの総量を一定値となるよう設定し、重みの外部異質性を排除した。また、これまでの先行研究に則り、リンクの重みをゲームにおける「対戦」(重みの大きなリンクで繋がれた相手との対戦で、高い利得を得やすい)または「戦略の更新」(重みの大きなリンクで繋がれた相手の戦略を模倣しやすい)に考慮するものとし、重みの異質性が対戦に考慮される場合と戦略の更新に考慮される場合のそれぞれについて、重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析した。なお、集団のネットワーク構造は、1次元レギュラーネットワーク及び2次元格子ネットワークとした。

まず1次元レギュラーネットワークにおいて、リンク重みの異質性が「対戦に考慮される場合」、「戦略更新に考慮される場合」、「対戦と戦略更新の両方に考慮される場合」のそれぞれについて、集団協力率を求め、重みの異質性との関係を調べた。具体的には、重みの異質性の程度を表すパラメータ w の値を変化させ、それぞれの値に対して集団全体の協

力率を算出した。この結果、上記の3ケースについて、共通する次の2つの結果を得た：(i) リンク重みにある程度の異質性がある場合、異質性がない場合よりも協力が進化しやすい。(ii) 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性パラメータ w に存在する。これら (i) 及び (ii) は、リンク重みの異質性が対戦に考慮される場合、戦略更新に考慮される場合、その両方に考慮される場合のいずれにも共通する結果である。但し、重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合、片方だけに考慮される場合と比べ、重みの異質性が大きくなるにつれ、集団協力率も高くなる傾向が強かった。特に、リンク重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合、異質性の程度を表す w の値が最大であるとき、集団協力率も最大となることが分かった。

得られた結果の原因を調べるため、10人のプレイヤーから成る小集団を考え、考え得る全ての戦略分布パターンについてその分布のダイナミクスを観察した。そして（短期的な）協力戦略の拡大または維持が起こるような w の条件を導出するとともに、その条件が満たされるときに短期的な協力者数の割合の増加または最終的な集団協力率の上昇がなされるような戦略分布パターンの特定を行った。この結果、協力者同士が重みの大きなリンクで繋がっている塊が存在するような戦略分布パターンにおいては、重みの異質性 w がある程度大きいと、彼らの得る利得が大きくなる。よって、プレイヤーは裏切者よりも協力者の戦略を模倣しやすくなるため、協力戦略の拡大または維持が起こりやすいことを確認した。一方、裏切者が協力者と重みの大きなリンクで繋がっている塊が存在するような戦略分布パターンにおいては、重みの異質性 w がある程度小さいと、裏切者の得る利得が抑えられる。これにより、同様に協力戦略の拡大または維持が起こることを確認した。このような戦略分布の塊と w の条件との組み合わせにより、得られる集団協力率に違いが生まれることが分かった。次に、得られた w の条件は小集団において協力戦略が拡大または維持されるための条件であるため、これが大集団における集団協力率にも同様に対応しているのか否かを確認した。この結果、リンク重みの異質性 w の値が導出した条件式の閾値を超えると、不連続に集団協力率が変化することを確認した。これにより、協力戦略の拡大または維持が起こるための w の条件は、大集団における集団協力率の階段上の変化が起こる閾値となっていることが分かった。

リンク重みを「対戦に考慮する場合」、「戦略更新に考慮する場合」、「対戦と戦略更新の両方に考慮する場合」のそれぞれにおける集団協力率を比較すると、重みを戦略更新に考慮する場合の集団協力率は、対戦に考慮する場合の集団協力率よりも高い傾向にある。リンク重みに着目した先行研究の多くは、その異質性をプレイヤー同士の対戦の頻度や量における偏りとしてモデル化しているものが多い。このことを踏まえると、対戦よりも戦略更新の頻度に（リンク重みの異質性に拠る）偏りがある方が協力の進化に大きな影響を与

えるという本研究の発見は、リンク重みと協力の進化の研究における新しい発見と言えるかもしれない。また、リンク重みの異質性が対戦と戦略更新の両方に考慮される場合、どちらか片方だけが考慮される場合よりも更に協力が進化しやすいことが分かった。なお、これらの傾向は重みの異質性の程度 w が大きいとき、特に顕著に見られる。

ここまでの結果から、リンク重みに内部異質性のみが存在するような1次元レギュラーネットワークにおいては、その異質性がある程度大きいとき、異質性がないときよりも協力が進化することが分かった。このことは、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は外部異質性のみによってもたらされるのではなく、内部異質性も同様に寄与しているであろうことを示唆すると言える。

次に2次元格子ネットワークにおいて、リンク重みの異質性が「対戦に考慮される場合」、「戦略更新に考慮される場合」のそれぞれについて、集団協力率を求め、重みの異質性との関係を調べた。なお、2次元格子の場合は集団におけるリンク重みの分布には様々なパターンが考えられるが、例として第3章に述べた4種類の分布パターンを分析対象とした。この結果、重みに対戦に考慮される場合と戦略更新に考慮される場合の双方について、共通する次の2つの結果を得た：(i') リンク重みに異質性がある場合、異質性がない場合よりも協力が進化しやすいとは言い難い。(ii') 集団協力率が階段状に変化するような閾値がリンク重みの異質性パラメータ w に存在する。これらの結果のうち(ii')は、1次元レギュラーで得られた(ii)と同様の結果であるが、(i')は1次元レギュラーでの結果(i)とは相反するものとなっている。これは即ち、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、ネットワークの次元により異なるということを示している。これらの原因を調べるため、1次元レギュラーネットワークのときと同様に、協力戦略の(短期的な)拡大または維持が起こるための w が満たすべき条件を導出した。なお、1次元レギュラーネットワークに関する分析の際は、サイズ10の小集団を用いてその戦略分布の変化を観察し、重みの異質性 w が条件を満たすときに、満たさないときよりも短期的な協力者数の割合または最終的な集団協力率の値が大きくなるような戦略分布パターンの導出を行った。しかし、2次元格子ネットワークの場合はリンク重みの分布が1次元レギュラーよりも複雑であることに加え、その分布のパターンも1通りではないことから、 w の条件が機能するような戦略分布パターンの特定は困難である。このため、2次元格子ネットワークについては、協力戦略の拡大または維持のための w の条件の導出のみを行った。更に、導出した条件をリンク重みの異質性 w が満たすときに大集団での集団協力率が階段状に変化すること、 w の条件達成状況により集団協力率の大小関係が決まることを確認した。なお、2次元格子の場合は1次元レギュラーと比して重みの異質性に関する条件の数が非常に多いため、満たされた条件の数と集団協力率との相関を求めた。この結果、両者の間に0.5~0.7

程度の相関があることが分かり、非常に強い相関があるという程ではないものの、「重みの異質性が満たす条件の数が多い程、集団協力率も高い」ことが示された。以上の計算と分析により、協力戦略の拡大または維持が起こるための w の条件は、大集団における集団協力率の階段状の変化が起こる閾値となっていることが分かった。

ここまでの結果から、リンク重みに内部異質性のみが存在するような2次元格子ネットワークにおいては、1次元レギュラーネットワークの場合とは異なり、重みの異質性が大きいとき、異質性がないときよりも協力が進化しやすいとは言い難い傾向にあることが分かった¹。このことは、以下の2つの知見を導いている。1つは、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、ネットワークの次元の違いに依存して異なるということである。この点において、本研究ではリンク重みの内部異質性のみに着目し、かつリンク数のばらつきという要因の排除は行っているものの、集団のネットワーク特性自体が協力の進化に与える影響を完全に排除してはいないと言える。但し、リンクの重みの異質性を考慮したモデルを構築するうえで、集団のネットワーク特性を完全に排除することは困難であり、モデル化の方針については検討の必要がある。2つめの知見は、2次元格子ネットワークの場合、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響に対して、重みの外部異質性だけでなく内部異質性も同様に寄与しているとは言い難いということである。但し、この結果を以って、重みの内部異質性は協力の進化を促す要因と成り得ないと断言することはできない。本研究の結果から、リンク重みの外部異質性が存在しない2次元格子ネットワークにおいて、内部異質性のみでは協力は進化し難いことが分かった。しかし、重みの内部異質性と外部異質性の両方を包含する異質性が協力の進化を促すとき、重みの内部異質性は外部異質性との相互作用により協力の進化に正の効果をもたらす可能性もあると考えられる。このため、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響は、必ずしも外部異質性のみによるものであるとは言い切れないのである。よって、リンク重みの内部異質性が協力の進化に対してもたらす効果については、重みの外部異質性との相互作用も踏まえた検討が必要であると考えられる。

4.2 結果の解釈と今後の展望

前節では、本研究で得られた成果について述べた。リンクの重みの異質性が協力の進化に影響を与える要因として、協力戦略の拡大/維持のために重みの異質性 w が満たすべき条件が存在する。また、 w が条件を満たすとき、協力戦略の拡大/維持が起こるような

¹但し、この結果は全ての2次元格子ネットワークにおいて共通する汎用的な結果であるとは限らないことに留意する必要がある。第3.2節及び付録Dに述べたとおり、2次元格子ネットワークにおけるリンク重みの分布には無数のパターンが存在している。本研究により得られた結果は、重みの分布の全てのパターンについて共通して成り立つものであるということを保証するものではない。

集団の戦略分布パターンが存在する．ここでは，異質性 w が満たすべき条件と，その条件が機能するような戦略分布のパターンについて，より詳細に述べていくこととする．

リンクの重みの異質性と協力の進化との関係について述べる前に，まず重みに異質性がない集団において，協力の進化が起こるために必要な要因について述べる．進化ゲーム理論の枠組みにおいては，対戦により高い利得を得た戦略が集団内でそのシェアを増加させ，進化する．このことを踏まえれば，協力が進化するためには，協力戦略を有するプレイヤーが裏切戦略を有するプレイヤーよりも高い利得を得やすいような状況の構築が求められるであろう．プレイヤー同士の付き合いに偏りや制約を仮定しない標準的な進化ゲーム理論の枠組みでは，囚人のジレンマの状況下においては協力戦略を有するプレイヤーは裏切者よりも高い利得を得ることができないため，協力は進化し得ない．これに対し，Nowak ら [30, 31] が提唱したネットワーク互惠は，ネットワークが持つ空間的局所性が協力の進化を促す効果を持つというものであるが，この特性の本質は，協力者が相互に協力し合うような環境が形成されることで，彼らは裏切者よりも高い利得を得やすくなり，これにより協力戦略が集団内で広がり得るということである．これ以降ネットワーク互惠に着目した研究は数多くなされ，ネットワークの持つ様々な特性と協力の進化の関係が分析されてきたが，ここでも重要となるのは，協力者が如何にして他の協力者と相互に協力し合う環境が形成され，そしてその効果が如何にして増幅されるのかということである．例えば Santos ら [32] は，スケールフリーネットワークの構造を有する集団において，1次元レギュラーネットワークよりも協力が更に進化しやすいことを示しているが，これも協力戦略を有するプレイヤーが保有リンク数の多いハブであるとき，彼が他の協力者と相互協力することにより得られる利得が更に高くなることによって，協力戦略がより広がりやすくなるというものである．最近では，リンク数のばらつきだけでなく，プレイヤーがゲームを行う相手を自身の獲得利得等に応じて決定する場合 [75, 76] や，プレイヤーの持つ価値観等の多様性により獲得利得がプレイヤーごとに異なる場合 [69] 等，現実の集団に見られる様々な状況に着目し，その上で協力の進化が起こり得るか否かを分析した研究がなされている．これらの要素も種類は様々であるが，本質的には，相互協力を行うことで高い利得を得やすい協力者が，プレイヤー同士の付き合いにおける何らかの偏りまたは制約を受けることで，その獲得利得を増幅させるような効果を持つことを意味する．その意味においては，本研究のテーマであるリンクの重みの異質性も，空間的局所性により相互に協力し合う機会を得た協力者が，より高い利得を得やすくなるような環境を形成する要因の1つであると考えられる．

第 2.3.3 節，第 2.4.3 節及び第 2.5.3 節に述べたとおり，1次元レギュラーネットワークにおいて，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が集団内に存在する場合，重みの

異質性が大きいときに協力が進化しやすくなる。これは、リンクの重みの異質性が対戦に考慮される場合、彼らが相互協力することにより得られる利得が更に増幅されるため、協力戦略の拡大または維持が起こりやすくなることに拠る。また、リンクの重みの異質性が戦略更新に考慮される場合、彼らは自身と重みの大きなリンクで繋がった協力者の戦略を互いに模倣しやすくなるため、裏切戦略の拡大または維持が起こりにくくなるのである。一方、裏切者と協力者同士が重みの大きなリンクで繋がれた塊が集団内に存在する場合、重みの異質性が小さいときの方が、そうでないときよりも協力が進化しやすい。これは、リンクの重みの異質性が対戦に考慮される場合、重みの異質性が小さければ、裏切者が協力者と対戦を行うことにより得る利得がそれ程増幅されず、裏切戦略の拡大または維持が起こりにくくなる。また、リンクの重みの異質性が戦略更新に考慮される場合、重みの異質性が小さければ、裏切者と重みの大きなリンクで繋がった協力者は彼の戦略を模倣しやすくなる。サイズが十分に大きい集団においては、リンク重みの異質性が大きいときの方が協力戦略の拡大または維持が起こりやすいような戦略分布パターンと、異質性が小さいときの方が協力戦略の拡大または維持が起こりやすいような戦略分布パターンとが混在している可能性が高い。このため、これらの両方のパターンにおいても協力者の利得を高めることができるような適切なレベルの重みの異質性が、最も協力の進化に寄与すると言える。以上より、協力の進化がより起こりやすくなるためには、重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー同士の戦略が非常に重要であり、かつその効果を最大限に高めるもしくは最小限に弱めるような、適切なレベルの重みの異質性が必要である。集団内の戦略の分布とリンク重みの異質性が相互に関連し合い、これらの組み合わせが協力の進化に影響を与えるという発見は、非常に興味深いものであると言えよう。

次に、本研究で得られた知見は、現実世界の集団における個人（個体）間の付き合いにおいて如何なる意味を持つのかについて述べる。ここで、リンク重みの異質性が対戦に考慮される場合に着目し、例としてインターネットオークション等の商品取引について考える。プレイヤーの取る戦略については、不正をせずに正常に取引する（買手ならば代金を支払って商品を受け取り、売手ならば代金を受け取って商品を発送する）ことを「協力」、不正を行う（買手ならば商品を受け取るが代金を支払わず、売手ならば代金を受け取るが商品を発送しない）ことを「裏切」と定義し、彼らはこの2種類のいずれかの戦略を取るものとする。このときに、彼らが取引により得る利得が表 1.1.1 に示す利得行列に従うならば、このプレイヤー達を取り巻く状況は囚人のジレンマと捉えることができる。彼らはリンクで繋がれた相手と商品取引を行うものとし、そのリンクの重みの大きさが取引の頻度や量に相当するものと仮定する。即ち、取引の頻度や量が多い相手とは重みの大きなり

ンクで繋がれていると考えることができ、頻度や量が少ない相手とは重みの小さなリンクで繋がれていると考えることができる。囚人のジレンマの状況においては、自身に協力してくれた相手に対して裏切ることにより最も高い利得を得られるため、この例では自分だけが一方的に不正取引を行うことが得である。このような状況下において、不正をせずに正常に取引する協力者達が頻度や量の多い取引を行う（重みの大きなリンクで繋がれている）場合、彼らは互いに高い利得を得ることができる。この商品取引を進化ゲームの枠組みで考えるならば、利得の高い戦略は集団内に広がりやすくなるため、正常に取引を行うような「協力戦略」を持つプレイヤーが増えていくであろう。一方、相手からは正常に取引を受けながら自分だけは不正取引を行うような裏切者は、不正を行わない協力者よりも高い利得を得ることができるため、このような裏切者が正常に取引を行う協力者と頻度や量の多い取引を行う場合、彼は非常に高い利得を得ることとなる。このため、不正を行うような相手と取引を行うプレイヤーは、彼らとの取引の頻度や量を縮小し、裏切者が協力者から搾取することで得る利得を抑える必要があるだろう。よって、正常に取引を行う協力者は、正常に取引を行う相手との取引の頻度や量を増加させることで自分達の得られる利得を高め、その一方で不正を行うような相手との取引の頻度や量を減らすことで相手の獲得利得を抑える。これにより、正常に取引を行う協力者のメリットが不正を行う裏切者のメリットを上回ることで、集団内に正常に取引を行うプレイヤーが増えていくのである。このような考え方は我々の直感とも合致しており、モデルを用いたシミュレーション結果は、この直感を数理的な側面から支持していると言える。

次に、本研究の今後の拡張可能性について述べる。本研究ではリンク重みの異質性が協力の進化に影響を及ぼすメカニズムを探るため、可能な限り簡易なモデルを用いている。このため、使用するモデルには様々な仮定が置かれており、その中には現実的でない仮定も幾つかある²。例えば、リンク重みの内部異質性のみの影響を調べるため、各プレイヤーの持つリンク重みの総量を皆同一であると仮定しているが、これは現実的に考えれば妥当ではないだろう。状況によっては各プレイヤーの保有リンク数が同一であるようなケースはあり得るかもしれないが、リンクの重みの総量が同一という仮定は現実世界においては自然であるとは言い難い。集団内における全てのリンクの重みを1変数のみで制御していることも同様である。また、本研究では表 2.2.1 に示すような囚人のジレンマ

²本研究ではリンク重みに内部異質性ののみが存在するような集団をモデル化し、協力の進化が起こるか否かを分析しているが、これはあくまでリンク重みの異質性が協力の進化に与える影響が外部異質性のみに拠るものでなく、内部異質性も同様に寄与しているのか否かを確認するという目的に基づくものである。即ち、リンク重みに外部異質性がなく、内部異質性しか存在しないような集団が現実存在するか否かということは、本研究を行う動機には関係しない。但し、得られた知見が現実世界の集団における個人（個体）間の付き合いにおいて示唆するものが何もないのであれば、その研究に社会工学的な意義はないと言える。このため、上述のように、本研究により得られた成果が現実の問題に対して如何なる意味を持つのかについて検討すること、そしてより現実的な仮定を置いたモデルへの拡張を目指すことは、社会工学的な観点から考えれば、非常に重要であると考えられる。

状況における協力の進化を分析対象としている（厳密には，第 2.2 節の脚注 1 に述べたように，スノードリフトゲームとの境界ゲーム）が，現実世界におけるゲームの状況は常に囚人のジレンマであるとは限らない．このため，より広範な利得空間について，リンク重みの異質性と協力の進化の関係を分析する必要もあるだろう³．ネットワーク構造についても，本研究では 1 次元レギュラーネットワーク及び 2 次元格子について分析を行っているが，現実の集団はスケールフリーネットワーク等に代表される複雑ネットワークの構造を有することが知られている．先行研究の中には，集団のネットワーク構造をスケールフリーとして分析しているものや，集団内の各リンクの重みが確率分布に従いランダムに与えられるようモデル化しているものもあり，これらの研究の方が本研究よりも現実的な仮定によりモデル化を行っている⁴．

本研究で得られた成果は，幾つかの簡易な仮定を有するモデルにより導出されたものであるが，今後拡張研究を行っていくうえでのベースとなる可能性がある．例えば本研究より，協力者同士が重みの大きなリンクで繋がった塊が存在するような戦略分布パターンが集団内に存在するとき，リンク重みの異質性が大きければ協力が進化しやすいということを述べたが，これは集団がスケールフリー等の複雑なネットワーク構造を有する場合であっても同様に成り立つかもしれない．よって，本研究の成果を踏まえ，集団のネットワーク構造やリンク重みの分布をより現実的なものに拡張していき，そのうえでリンク重みの異質性（特に内部異質性）が協力の進化を促すか否か，及びそのメカニズムの解明を目指していきたいと考える．

最後に，以下に将来の課題を 3 点示す．1 つめは，リンクの重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合について，2 次元格子ネットワークにおける協力の進化を分析することである．集団の構造が 2 次元格子ネットワークである場合，1 次元レギュラーネットワークと比べてネットワークの構造やリンクの重みの分布等が複雑であるため，リンクの重みの異質性が対戦と戦略更新のいずれか片方のみに考慮される場合でも，分析が困難である．このため，本研究では 2 次元格子ネットワークにおいて，リンクの重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合については，分析の対象外としている．一方で，1 次元レギュラーネットワークにおいて，リンク重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合，対戦または戦略更新の片方だけに考慮される場合と比べて，重みの異質性が協力の進化に

³相手を裏切るような戦略が進化的安定戦略となるような状況下においても協力が進化するメカニズムを探るという目的のため，協力の進化に関する先行研究の多くは囚人のジレンマゲームの状況をモデル化している．また，表 2.2.1 のように利得行列を 1 つの変数で制御することにより，分析を行いやすくしている研究が多い．但し，現実の状況は必ずしも囚人のジレンマの利得行列により表現されるものばかりではない．このため，先行研究の中にはゲームの利得行列を複数の変数により表現し，囚人のジレンマに限定されない広範囲な利得空間を仮定するような研究もある [61, 76, 77] ．

⁴その代わりに，これらの先行研究で扱うリンク重みの異質性は内部異質性と外部異質性の両方を含んでおり，これらの区別はなされていない．また，モデルに複雑な仮定を置いているため，リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムについては十分な検証がなされていない．

大きく寄与していることが分かっている。このため、2次元格子においても、重みが対戦と戦略更新の両方に考慮される場合にリンク重みの異質性が協力の進化にどのような影響を与えるのかということは、非常に興味深いトピックであり、将来の検討課題としたい。2つめは、前節で述べたとおり、リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響に関する本研究の知見は、集団の持つネットワーク特性による影響を排除したものではないということである。リンクの重みの異質性（特に内部異質性）が、他の要因との相互作用なしに協力の進化にどのような影響を与えるのかということは、非常に興味深い問題である。しかし、重みの異質性を考慮したモデルを構築するうえで、集団のネットワーク特性が協力の進化に与える影響を完全に排除することは困難であるため、モデル化の方針も含めて将来課題としたい。3つめは、これも前節で述べたとおりであるが、リンク重みの外部異質性が存在しない2次元格子ネットワークにおいて、内部異質性のみでは協力は進化し難いということである。リンク重みの内部異質性はそれ単体では協力の進化を促すとは言い難いことが分かったが、重みの内部異質性と外部異質性の両方を包含する異質性が協力の進化を促すとき、重みの内部異質性は外部異質性との相互作用により協力の進化に正の効果をもたらす可能性も考えられる。このことを踏まえ、リンク重みの内部異質性がもたらす効果について、外部異質性との相互作用をも意識してモデル化及び分析を行っていきたいと考える。

謝辞

本研究の実施及び本論文の作成にあたっては、指導教員である秋山英三先生（筑波大学システム情報系教授）には、3年間の長きに渡り、研究活動全般について多くのご指導とご助言をいただいた。この3年間においては研究が思うように進まず、行き詰まりを感じることも多々あったが、その都度研究の進め方や方向性、モデリング等について多くのアドバイスをいただいた。秋山先生のご尽力により、こうして本論文の完成まで至ることができたと考えている。

指導教員に加え、ここまでの過程において多くの先生方のお世話になった。TURNBULL Stephen John 先生（筑波大学システム情報系准教授）には、リンク重みの異質性が協力の進化を促すメカニズムや、得られた主張と現実社会との関係等についてご助言をいただいた。佐野幸恵先生（筑波大学システム情報系助教）には、戦略分布のダイナミクスや、現実の問題に対する得られた主張の適応可能性等についてご助言をいただいた。山本芳嗣先生（筑波大学システム情報系教授）には、シミュレーションの条件設定や結果の分析要領等をより適切に行うためのご助言をいただいた。鬼頭朋見先生（筑波大学システム情報系助教）には、本研究におけるネットワークの位置づけや、論文構成等についてご助言をいただいた。山口佳樹先生（筑波大学システム情報系准教授）には、集団のネットワーク構造や結果の分析要領等についてご助言をいただいた。更に先生方のみならず、同じ秋山研究室に所属する学生の皆様からも、様々な視点から有益なアドバイスをいただいた。本研究は自分一人の力では成し得なかったものであり、自分の周囲の多くの方々の支えによるものが非常に大きかったと考える。

最後に、私に本学の博士後期課程への留学（部外研修）の機会を与えて下さった職場の関係者の方々に対し、大いに感謝の意を表したい。私はこの3年間の研究生活を通じて、我々を取り巻く現実の諸問題に対し、その本質を捉えてモデル化し、適切な解を得るためのスキルを高めることができたと感じている。本課程で得た知識と能力を活かし、職場復帰後もより一層業務に邁進するとともに、業務の質の更なる向上に努めていきたい。

これまでご支援いただいた多くの方々へ心から感謝の気持ちを申し上げ、謝辞に代えさせていただきます。

関連図書

- [1] C. Darwin. *The Origin of Species*. Harvard University Press, 1859.
- [2] L. Buss. *The evolution of individuality*. Princeton University Press, 1987.
- [3] E. Fehr and U. Fischbacher. The nature of human altruism. *Nature*, Vol. 425, No. 6960, pp. 785–791, 2003.
- [4] J. von Neumann and O. Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, 1953.
- [5] M J. Osborne. *An Introduction to Game Theory*. Oxford University Press, 2002.
- [6] J M. Smith. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge University Press, 1982.
- [7] R. Axelrod and W D. Hamilton. The evolution of cooperation. *Science*, Vol. 211, No. 4489, pp. 1390–1396, 1981.
- [8] R. Axelrod. *The Evolution of Cooperation*. Basic Books, New York, 1984.
- [9] J. Hofbauer and K. Sigmund. *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press, 1998.
- [10] J W. Weibull. *Evolutionary game theory*. MIT Press, 1995.
- [11] M A. Nowak. *Evolutionary dynamics*. Harvard University Press, 2006.
- [12] T. Ashworth. *Trench Warfare 1914-1918: The Live and Let Live System*. Pan Books, 1980.
- [13] G S. Wilkinson. Reciprocal food sharing in the vampire bat. *Nature*, Vol. 308, No. 5955, pp. 181–184, 1984.
- [14] R C. Connor and K S. Norris. Are dolphins and whales reciprocal altruists? *Am. Nat*, Vol. 119, No. 3, pp. 358–374, 1982.

- [15] M A. Nowak. Five rules for the evolution of cooperation. *Science*, Vol. 314, No. 5805, pp. 1560–1563, 2006.
- [16] R A. Fisher. *The Genetical Theory of Natural Selection*. Clarendon Press, Oxford, 1930.
- [17] S A. Frank. *Foundations of social evolution*. Princeton University Press, 1998.
- [18] W D. Hamilton. The genetical evolution of social behaviour. I. *J. Theor. Biol*, Vol. 7, No. 1, pp. 1–16, 1964.
- [19] W D. Hamilton. The genetical evolution of social behaviour. II. *J. Theor. Biol*, Vol. 7, No. 1, pp. 17–52, 1964.
- [20] R. Trivers. The evolution of reciprocal altruism. *Q. Rev. Biol*, Vol. 46, No. 1, pp. 35–57, 1971.
- [21] M. Milinski. Tit-for-tat in sticklebacks and the evolution of cooperation. *Nature*, Vol. 325, No. 6103, pp. 433–435, 1987.
- [22] R D. Alexander. *The Biology of Moral Systems*. Aldine de Gruyter, New York, 1987.
- [23] M A. Nowak and K. Sigmund. Evolution of indirect reciprocity by image scoring. *Nature*, Vol. 393, No. 6685, pp. 573–577, 1998.
- [24] M A. Nowak and K. Sigmund. The dynamics of indirect reciprocity. *J. Theor. Biol*, Vol. 194, No. 4, pp. 561–574, 1998.
- [25] M A. Fishman. Indirect reciprocity among imperfect individuals. *J. Theor. Biol*, Vol. 225, No. 3, pp. 285–292, 2003.
- [26] V C. Wynne-Edwards. *Animal Dispersion in Relation to Social Behavior*. Oliver and Boyd, 1962.
- [27] E. Sober and D S. Wilson. *Unto Others: The Evolution and Psychology of Unselfish Behavior*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1998.
- [28] A. Traulsen and M A. Nowak. Evolution of cooperation by multilevel selection. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 103, No. 29, pp. 10952–10955, 2006.

- [29] A. Traulsen, N. Shoresh, and M A. Nowak. Analytical results for individual and group selection of any intensity. *Bull. Math. Biol*, Vol. 70, No. 5, pp. 1410–1424, 2008.
- [30] M A. Nowak and R M. May. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, Vol. 359, No. 6398, pp. 826–829, 1992.
- [31] M A. Nowak and R M. May. The spatial dilemmas of evolution. *Intl. J. Bifur. & Chaos*, Vol. 3, No. 1, pp. 35–78, 1993.
- [32] F C. Santos and J M. Pacheco. Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation. *Phys. Rev. Lett*, Vol. 95, No. 9, p. 098104, 2005.
- [33] N. Masuda. Participation costs dismiss the advantage of heterogeneous networks in evolution of cooperation. *Proc. R. Soc. B*, Vol. 274, No. 1620, pp. 1815–1821, 2007.
- [34] Y S. Chen, H. Lin, and C X. Wu. Evolution of prisoner’s dilemma strategies on scale-free networks. *Physica A*, Vol. 385, No. 1, pp. 379–384, 2007.
- [35] J. Poncela, J. Gómez-Gardeñes, L M. Floría, and Y. Moreno. Robustness of cooperation in the evolutionary prisoner’s dilemma on complex networks. *New J. Phys*, Vol. 9, No. 6, p. 184, 2007.
- [36] S. Assenza, J. Gómez-Gardeñes, and V. Latora. Enhancement of cooperation in highly clustered scale-free networks. *Phys. Rev. E*, Vol. 78, No. 1, p. 017101, 2008.
- [37] E. Tsukamoto and S. Shirayama. A study of the relationship between scale-freeness and evolution of cooperation. *Int. J. Bio-Inspired Computation*, Vol. 3, No. 3, pp. 142–150, 2011.
- [38] Z. Rong, X. Li, and X. Wang. Roles of mixing patterns in cooperation on a scale-free networked game. *Phys. Rev. E*, Vol. 76, No. 2, p. 027101, 2007.
- [39] N. Masuda and K. Aihara. Spatial prisoner’s dilemma optimally played in small-world networks. *Phys. Lett. A*, Vol. 313, No. 1–2, pp. 55–61, 2003.
- [40] M G. Zimmermann and V M. Eguíluz. Cooperation, social networks and the emergence of leadership in a prisoner’s dilemma with adaptive local interactions. *Phys. Rev. E*, Vol. 72, No. 5, p. 056118, 2005.

- [41] F. Fu, X. Chen, L. Liu, and L. Wang. Promotion of cooperation induced by the interplay between structure and game dynamics. *Physica A*, Vol. 383, No. 2, pp. 651–659, 2007.
- [42] J. Vukov and G. Szabó. Evolutionary prisoner’s dilemma game on hierarchical lattices. *Phys. Rev. E*, Vol. 71, No. 3, p. 036133, 2005.
- [43] Y. Li, X. Jin, F. Kong, and H. Luo. Strategic games on a hierarchical network model. *J. Zhejiang. Univ. Sci. A*, Vol. 9, No. 2, pp. 271–278, 2008.
- [44] G. Szabó and G. Fáth. Evolutionary games on graphs. *Phys. Rep*, Vol. 446, No. 4–6, pp. 97–216, 2007.
- [45] M. Perc and A. Szolnoki. Coevolutionary games - a mini review. *Biosystems*, Vol. 99, No. 2, pp. 109–125, 2010.
- [46] M. Perc, J. Gómez-Gardeñes, A. Szolnoki, L M. Floría, and Y. Moreno. Evolutionary dynamics of group interactions on structured populations: a review. *J. R. Soc. Interface*, Vol. 10, No. 80, p. 20120997, 2013.
- [47] S. Milgram. The small world problem. *Psychology Today*, Vol. 2, pp. 60–67, 1967.
- [48] A.-L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, Vol. 286, No. 5439, pp. 509–512, 1999.
- [49] M E. Newman. The structure of scientific collaboration networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 98, No. 2, pp. 404–409, 2001.
- [50] A. Barrat, M. Barthélemy, R. Pastor-Satorras, and A. Vespignanii. The architecture of complex weighted networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, Vol. 101, No. 11, pp. 3747–3752, 2004.
- [51] M. Barthélemy, A. Barrat, R. Pastor-Satorras, and A. Vespignanii. Characterization and modeling of weighted networks. *Physica A*, Vol. 346, No. 1, pp. 34–43, 2005.
- [52] J.-P. Onnela, J. Saramäki, J. Hyvönen, G. Szabó, M A. de Menezes, K. Kaski, A.-L. Barabási, and J. Kertész. Analysis of a large-scale weighted network of one-to-one human communication. *New J. Phys*, Vol. 9, No. 6, p. 179, 2007.

- [53] D P. Croft, R. James, and J. Krause. *Exploring Animal Social Networks*. Princeton University Press, 2008.
- [54] S P. Henzi, D. Lusseau, T. Weingrill, C P. van Schaik, and L. Barrett. Cyclicity in the structure of female baboon social networks. *Behav. Ecol. Sociobiol*, Vol. 63, No. 7, pp. 1015–1021, 2009.
- [55] M S. Granovetter. The strength of weak ties. *Am. J. Soc*, Vol. 78, No. 6, pp. 1360–1380, 1973.
- [56] Y. Bian. Bringing strong ties back in: Indirect ties, network bridges, and job searches in china. *Am. Sociol. Rev*, Vol. 62, No. 3, pp. 366–385, 1997.
- [57] V. Yakubovich. Weak ties, information, and influence: How workers find jobs in a local russian labor market. *Am. Sociol. Rev*, Vol. 70, No. 3, pp. 408–421, 2005.
- [58] W.-B. Du, H.-R. Zheng, and M.-B. Hu. Evolutionary prisoner’s dilemma game on weighted scale-free networks. *Physica A*, Vol. 387, No. 14, pp. 3796–3800, 2008.
- [59] Z.-Q. Ma, C.-Y. Xia, S.-W. Sun, L. Wang, H.-B. Wang, and J. Wang. Heterogeneous link weight promotes the cooperation in spatial prisoner’s dilemma. *Int. J. Mod. Phys. C*, Vol. 22, No. 11, pp. 1257–1268, 2011.
- [60] W.-B. Du, X.-B. Cao, L. Zhao, and H. Zhou. Evolutionary games on weighted newman-watts small-world networks. *Chin. Phys. Lett*, Vol. 26, No. 5, p. 058701, 2009.
- [61] P. Buesser, J. Pena, E. Pestelacci, and M. Tomassini. The influence of tie strength on evolutionary games on networks: an empirical investigation. *Physica A*, Vol. 390, No. 23–24, pp. 4502–4513, 2011.
- [62] L. Cao, H. Ohtsuki, B. Wang, and K. Aihara. Evolution of cooperation on adaptively weighted networks. *J. Theor. Biol*, Vol. 272, No. 1, pp. 8–15, 2011.
- [63] P. Buesser and M. Tomassini. Supercooperation in evolutionary games on correlated weighted networks. *Phys. Rev. E*, Vol. 85, No. 1, p. 016107, 2012.
- [64] C. Lei, T. Wu, J.-Y. Jia, R. Cong, and L. Wang. Heterogeneity of allocation promotes cooperation in public goods games. *Physica A*, Vol. 389, No. 21, pp. 4708–4714, 2010.

- [65] X. Chen and M. Perc. Optimal distribution of incentives for public cooperation in heterogeneous interaction environments. *Front. Behav. Neurosci.*, Vol. 8, No. 248, 2014.
- [66] M. Perc. Does strong heterogeneity promote cooperation by group interactions? *New J. Phys.*, Vol. 13, No. 12, p. 123027, 2011.
- [67] M. Perc and Z. Wang. Heterogeneous aspirations promote cooperation in the prisoner's dilemma game. *PLoS ONE*, Vol. 5, No. 12, p. e15117, 2010.
- [68] A. Szolnoki, M. Perc, and G. Szabó. Diversity of reproduction rate supports cooperation in the prisoner's dilemma game on complex networks. *Eur. Phys. J. B*, Vol. 61, No. 4, pp. 505–509, 2008.
- [69] M. Perc and A. Szolnoki. Social diversity and promotion of cooperation in the spatial prisoner's dilemma game. *Phys. Rev. E*, Vol. 77, No. 1, p. 011904, 2008.
- [70] F C. Santos, F L. Pinheiro, T. Lenaerts, and J M. Pacheco. The role of diversity in the evolution of cooperation. *J. Theor. Biol.*, Vol. 299, pp. 88–96, 2012.
- [71] M. Perc. Coherence resonance in a spatial prisoner's dilemma game. *New J. Phys.*, Vol. 8, No. 2, p. 22, 2006.
- [72] W.-B. Du, X.-B. Cao, and M.-B. Hu. The effect of asymmetric payoff mechanism on evolutionary networked prisoner's dilemma game. *Physica A*, Vol. 388, No. 24, pp. 5005–5012, 2009.
- [73] M. Perc. Chaos promotes cooperation in the spatial prisoner's dilemma game. *Europhys. Lett.*, Vol. 75, No. 6, pp. 841–846, 2006.
- [74] M. Perc. Double resonance in cooperation induced by noise and network variation for an evolutionary prisoner's dilemma. *New J. Phys.*, Vol. 8, No. 9, p. 183, 2006.
- [75] M. Brede. Playing against the fittest: A simple strategy that promotes the emergence of cooperation. *Europhys. Lett.*, Vol. 94, No. 3, p. 30003, 2011.
- [76] J. Tanimoto. Simultaneously selecting appropriate partners for gaming and strategy adaptation to enhance network reciprocity in the prisoner's dilemma. *Phys. Rev. E*, Vol. 89, No. 1, p. 012106, 2014.

- [77] J. Tanimoto. Promotion of cooperation by payoff noise in a 2×2 game. *Phys. Rev. E*, Vol. 76, No. 4, p. 041130, 2007.

付録A シミュレーションの試行回数及び初期戦略分布

本研究で用いるモデルでは、集団サイズを 1,600 としているため、初期の戦略分布は $2^{1,600}$ 通り考えられる。第 2.3.3 節にも述べた通り、集団に周期的境界条件を仮定しているため、実質的に同じである戦略分布は 1 つのパターンにまとめることができる。このため、初期の戦略分布のパターン数は $2^{1,600}$ よりも少なくなるものの、それでも膨大なパターン数となることが容易に推測できる。考えられる全ての戦略分布パターンを初期の分布とする集団についてそれぞれ集団協力率を算出し、その試行平均を求めることで最も妥当な出力を得られると思われるが、試行回数が膨大となるため、シミュレーションに要する時間を考慮すると、実質的には計算は不可能である。そこで、ネットワーク上でのゲーム及びリンク重みの異質性を考慮したゲーム等に関する過去の先行研究等を参考にしつつ、計算所要時間の見積りを行い、その結果、各パラメータセットについて 500 試行計算を行うこととした。

ここで、ある (b, w) の組み合わせ ($b=1.2, w=0.3$) を例に取り、試行回数を 1~2,000 まで変化させ、それぞれの試行回数ごとの集団協力率の試行平均を調べる。図 A.1(a) 及び (b) は、異なる試行回数に対する集団協力率の試行平均を示す。これらの図より、試行回数 500 のときの平均値は、試行回数 2,000 のときと比べ、若干値に差があることが分かるものの、その差は非常に小さいことが分かる。なお、試行回数 2,000 のときとの協力率の差は 0.001 (0.1%) を下回っていることを確認済みである。集団サイズが 1,600 人であるため、実際の協力者数の差はせいぜい 1~2 人となる。計算所要時間を考慮すると、試行回数 2,000 では計算実施困難であるが、試行回数 500 であれば計算実施可能であることに加え、集団協力率のズレも 0.001 を下回る。以上の状況を考慮し、試行回数を 500 とし計算を行うこととした。なお、試行回数 2,000~5,000 の範囲についても集団協力率の計算を行い、この試行回数の範囲では集団協力率の差がほぼ無いことを確認した。

次に、1次元レギュラーネットワークにおける初期戦略分布の決定要領について述べる。ネットワーク上でのゲームに関する先行研究の多くは、シミュレーションにおける各プレイヤーの初期戦略について、「協力」または「裏切」をランダムに割り当てることが多い。そのため、各試行における初期の戦略分布は、確率分布に従い決定される。本研究では、

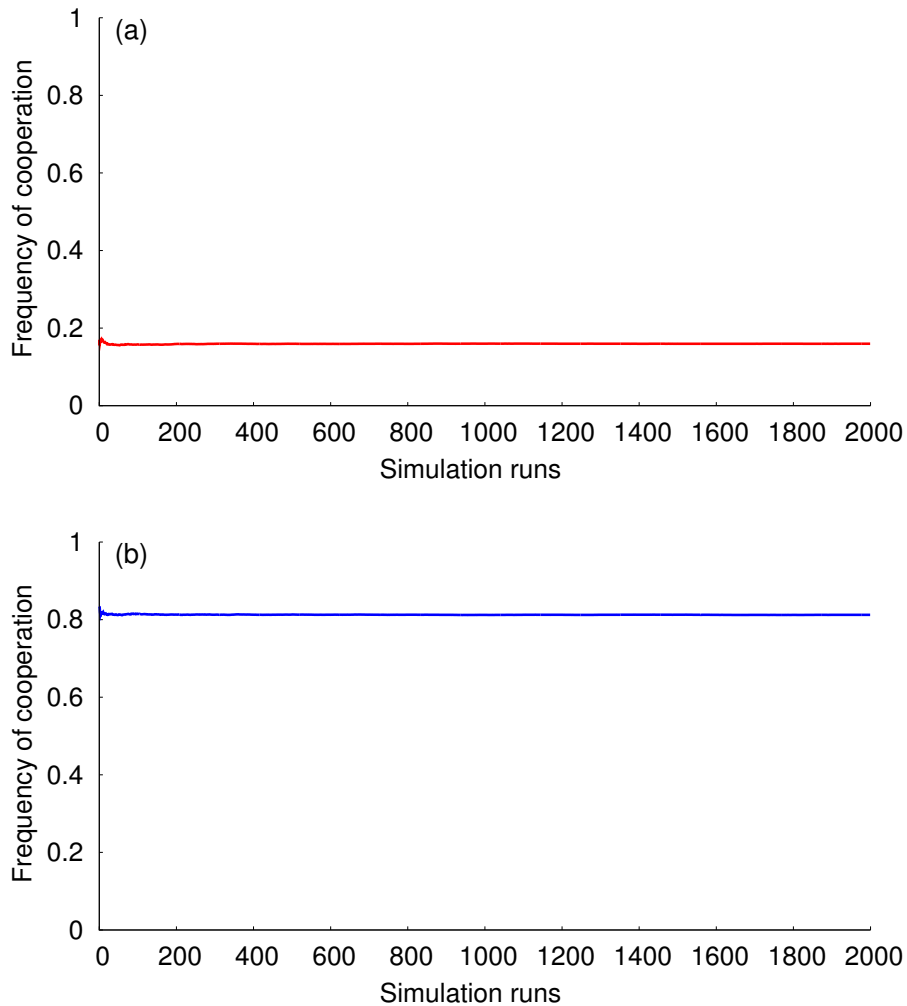


図 A.1: 異なる試行回数 (1~2,000) に対する, 集団協力率の試行平均. (a) はリンク重みを戦略更新に考慮するときの, 1次元レギュラーネットワークにおける結果を表す. また, (b) はリンク重みを対戦に考慮するときの, 2次元格子ネットワークにおける結果を表す. グラフの横軸は試行回数を, 縦軸は集団協力率の試行平均を示す. なお, (a) と (b) ともに $b=1.2$, $w=0.3$ とする.

シミュレーションの計算所要時間等の制約及び上述の調査結果を総合的に勘案し、試行回数を 500 程度としているが、集団サイズが 1,600 であることを考慮すると、少ない回数であるものと考えられる。そのため、各試行における初期戦略分布について、協力または裏切の戦略を取るプレイヤー数をランダムに設定するのではなく、理論的に導出できる確率分布に従って決定することとする。

本研究で用いる 1 次元レギュラーネットワークでは、重みの大きなリンクで繋がれた 2 人のプレイヤーによる塊が横一列に並び、それぞれの塊が重みの小さなリンクで連結されていると捉えることができる。このプレイヤー 2 人による塊を考えた場合、塊の初期の戦略分布は「2 人とも協力」、「2 人とも裏切」、「協力者、裏切者の順に連結」、「裏切者、協力者の順に連結」のいずれかとなる。上記の 4 種類の塊をそれぞれ「C≡C クラスタ」、「D≡D クラスタ」、「C≡D クラスタ」、「D≡C クラスタ」と呼ぶこととする。もし各プレイヤーの初期戦略が 1/2 の確率で「協力」または「裏切」に決まるのであれば、これら 4 種類のクラスタが初期に形成される確率は、いずれも等しく 1/4 となるであろう。第 2.2 節に述べたとおり、本研究では集団サイズを 1,600 としているため、重みの大きなリンクで繋がれた 2 人のプレイヤーによるクラスタは集団内に 800 個存在することになる。よって、上記の 4 種類のクラスタの初期の個数をそれぞれ X_{CC} , X_{DD} , X_{CD} , X_{DC} とすると、集団内における各クラスタの個数の確率分布は以下の式で表される。

$$\begin{aligned}
 & P(X_{CC} = x_{CC}, X_{DD} = x_{DD}, X_{CD} = x_{CD}, X_{DC} = x_{DC}) \\
 &= \frac{800!}{x_{CC}!x_{DD}!x_{CD}!x_{DC}!} (1/4)^{x_{CC}} (1/4)^{x_{DD}} (1/4)^{x_{CD}} (1/4)^{x_{DC}} \\
 & (x_{CC} + x_{DD} + x_{CD} + x_{DC} = 800)
 \end{aligned}$$

ここで、各クラスタの個数を $X_{CC} \in 0, 50, \dots, 800$, $X_{DD} \in 0, 50, \dots, 800 - X_{CC}$, $X_{CD} \in 0, 50, \dots, 800 - (X_{CC} + X_{DD})$, $X_{DC} \in 0, 50, \dots, 800 - (X_{CC} + X_{DD} + X_{CD})$ の範囲で 50 個刻みで変化させ、初期状態において各クラスタがそれぞれの個数を取る確率を求める。例えば「C≡C クラスタ」、「D≡D クラスタ」、「C≡D クラスタ」、「D≡C クラスタ」がそれぞれ 350 個, 150 個, 100 個, 200 個となる確率は、上記の式より $P(X_{CC} = 350, X_{DD} = 150, X_{CD} = 100, X_{DC} = 200) = 0.0033$ となる。全体の試行回数は 500 であるため、このような組み合わせとなる試行数の期待値は、 $500 \times 0.0033 = 1.68$ となり、これを四捨五入して 2 試行となる。クラスタの個数の全ての組み合わせに対して同様の計算を行い、それぞれの状況に該当するような試行数の期待値を算出した。なお、このとき全組み合わせに該当する試行数の期待値の総和を計算すると、500 を下回る。これは、多くの組み合わせにおいて試行数の期待値が非常に小さいようなケースが多く、これらを四捨五入すると全て 0 試行となるからである。そこで、試行数の期待値が四捨五入により 0 となったケースの中から特に値

の大きかったものを抽出し、試行数を1と修正した。このような調整を行い、クラスタの個数の全組み合わせに該当する試行数の期待値の総和を500となるようにした。

ここまで述べた要領に従い、各試行における4種類のクラスタの初期の個数を制御し、割り当てる。これにより、集団内における各クラスタの初期状態での個数の組み合わせは、前述の確率分布に従い決定される確率と非常に近い頻度で発生することとなる。なお、上記の要領により、各試行における4種類のクラスタの初期の個数は決定されるが、集団内におけるそれぞれのクラスタの（空間的な）分布についてはランダムに決定するものとする。また、1次元レギュラーネットワークの場合とは異なり、2次元格子ネットワークの場合、重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤーの数はリンク重み分布のパターン（詳細は、第3.2節及び付録Dを参照）により異なり、更にその数も非常に多い。そのため、1次元レギュラーネットワークのように2人のプレイヤーによるクラスタという最小単位の塊で考えることができない。このことから、2次元格子ネットワークの場合、各プレイヤーの初期の戦略については「協力」または「裏切」のいずれかを $1/2$ の確率で割り振ることとする。

付録B 各シミュレーション試行における，計算打ち切り要領

第 2.3.1 節に述べたとおり，本研究では，リンク重みの異質性が協力の進化に与える影響を分析するため，重みの異質性 w （及び協力者を裏切る利得 b ）の各値に対する集団協力率を算出することとした．各シミュレーション試行において，ラウンドごとに集団における協力者の数を算出し，これが以降に示す計算打ち切り条件を満たした場合，そこで計算を終了する．そして，最終の一定ラウンド数における協力者数の割合の期間平均を求め，これを当該試行における出力値とした．本節では，協力者数の割合の計算打ち切り条件の詳細を述べ，更に計算打ち切り後の当該試行における協力者数の割合の算出要領について述べる．

まず初期状態から 100 ラウンド経過するまでは計算の打ち切り判定は行わず，ラウンド 100 の経過時点から打ち切り判定を開始する．各ラウンドにおいて「戦略分布が過去ラウンドと完全に一致している」「協力者数が周期的に循環している」「時間経過に対して協力者数が収束もしくは微小振動している」のいずれかの条件を満たすとき，当該ラウンドを計算打ち切りラウンドとする．また，上記のいずれの条件も満たすことなくラウンドが 2,000 に達した場合，その時点を経済計算打ち切りラウンドとする．以降，それぞれの判定条件の詳細を述べる．なお，ラウンド t における協力者数をラウンド $S_c(t)$ ，各試行における集団協力率を F_c とする．

B.1 戦略分布の完全一致に関する判定

本研究で用いたモデルにおいては，初期の戦略分布の割り当てを除き，全てのパラメータ及びプレイヤーの行動は決定論的に与えられている．このため，もしあるラウンド t_1 における戦略分布が全プレイヤーについてラウンド t_2 と完全に一致する場合，ラウンド $t_1 + 1$ における戦略分布はラウンド $t_2 + 1$ と一致するであろう¹．この場合，ラウンド t_2

¹厳密には，協力戦略の拡大／維持条件における閾値と w の値が完全に一致する場合，全プレイヤーの戦略が一致したとしてもその後の戦略分布は異なる可能性がある．第 2.2 節及び第 3.2 節に述べたように，各プレイヤーは戦略の模倣対象が自分自身以外に複数いる場合（最も高い総利得を持つ隣人が複数いる場合），その中からランダムにプレイヤーを選び，その相手の戦略を模倣することとしている．このとき，導出された w の条件が機能するような戦略分布パターンが集団内に存在するとき，もし w の値がその条件に

以降はラウンド $t_1 \sim t_2$ における集団内の協力者数が周期的に繰り返されることが明らかであるため、ラウンド t_2 で協力者数の計算を打ち切って良いものと考えられる。

あるラウンド t_1 ($t_1 > 100$) において、このときと協力者数が等しいようなラウンド t_3 ($100 < t_3 < t_1$) が存在するか否かを確認する。もし $S_c(t_1) = S_c(t_3)$ を満たすような t_3 が存在するとき、ラウンド t_1 における集団の戦略分布（全プレイヤーの戦略）を記録する。更にラウンドが経過し、あるラウンド t_2 ($t_2 > t_1$) において $S_c(t_2) = S_c(t_1)$ が成り立つ場合、当該ラウンドにおける全プレイヤーの戦略を、記録しておいたラウンド t_1 における全プレイヤーの戦略とそれぞれ比較する。この結果、全プレイヤーの戦略が完全に一致した場合、ラウンド t_2 を計算打ち切り時刻とする。

なお、当該試行における集団協力率はラウンド $t_1 \sim t_2$ までの協力者数の割合の期間平均とし、即ち $F_c = \sum_{t=t_1}^{t_2-1} S_c(t) / \{1,600(t_2 - t_1)\}$ で与えることとする（集団サイズは1,600であるため）。

B.2 集団における協力者数の、周期的な循環に関する判定

あるラウンドにおいて、前節に示す戦略分布の完全一致に関する判定を行った結果、当該ラウンドが計算打ち切り時刻と判定されなかった場合、以下に示す周期的な循環に関する判定を行う。前節では、あるラウンド t_1 と t_2 ($t_2 > t_1$) における戦略分布（全プレイヤーの戦略）が完全に一致するときに、ラウンド t_2 以降に協力者数の割合の周期的な循環が起こるものと判断し、計算を打ち切ることとした。本節の判定は戦略分布の比較は行わず、集団内の協力者数の値が周期的に循環しているか否かの判定を行う。各ラウンドにおける協力者数を求めると、試行によっては周期的に特定の値を取っていることが確認されている。

図 B.1 に、集団における協力者の数の周期変動に関するイメージを記載する。この図はラウンド周期が8の場合のイメージを示しており、あるラウンド t について、ラウンド $t, t-8, t-16, \dots$ においても協力者数が同じ値となることを意味する。本研究では、あるラウンド T ($T > 100$) が計算打ち切り時刻の条件を満たすか否かを、以下の要領により判定する。図のようなラウンド周期が8の場合について述べると、まずラウンド $t-1, t-9, \dots, t-73$ における協力者数が全て等しいか否かを判定する。これと同様の判定をラウンド $t-2, t-10, \dots, t-74$ についても行い、最終的にラウンド $t-8, t-16, \dots, t-80$

における閾値と完全に一致すれば、戦略模倣対象の候補である協力者と裏切者の利得が等しくなるため、どちらの戦略を模倣するかがランダムに決まることがあるからである。但し、 (b, w) の組み合わせの全範囲において、 w の値が閾値と完全に一致するようなケースは少なく、更に (b, w) の値は0.01刻みで与えられるため、完全に一致することは非常に起こりにくいと言える。このことから、あるラウンド t_1 と t_2 において全プレイヤーの戦略が完全に一致した場合、以後の戦略分布も完全に一致するものとみなし、計算打ち切りのための判定を行うこととする。

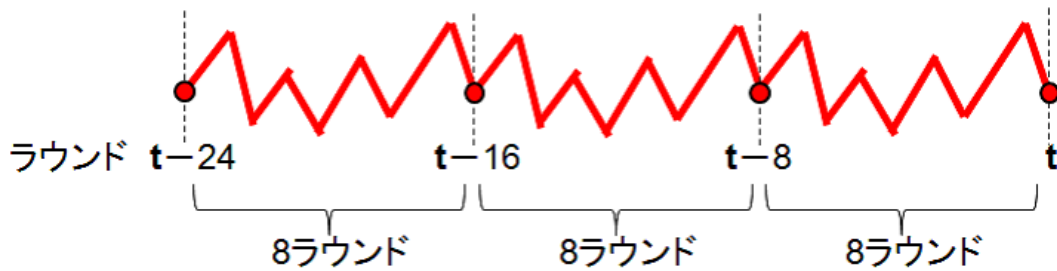


図 B.1: 協力者数が周期的な状態になっているか否かの判定 (ラウンド周期 $s=8$ の場合). 図の赤線は集団における協力者の数を示し, 横方向に時間変化を, 縦方向に値の変化 (のイメージ) を示す. この図はラウンド周期が 8 のときの例を示しており, あるラウンド t について, ラウンド $t, t-8, t-16, \dots$ においても協力者数の数が同じ値となることを意味する.

における協力者の数が全て等しいか否かまで判定を行う. 上記のラウンド $t-1$ を基準とした判定, ラウンド $t-2$ を基準とした判定, \dots , ラウンド $t-8$ を基準とした判定までの全てが満たされるとき, 協力者の数は周期的な状態になったものと判定し, ラウンド t を計算打ち切り時刻とする.

ラウンド周期を s ($s \in 1, \dots, 20$) とすると, $S_c(t - ks - 1) = S_c(t - (k + 1)s - 1)$ が全ての $t \in T, \dots, T - (s - 1)$ 及び $k \in 0, \dots, 8$ について成り立つとき, ラウンド T を周期 s における計算打ち切り時刻とする. あるラウンド T において周期を $s=1$ として判定を行い, 当該ラウンドが計算打ち切り時刻と判定されない場合, $s=2$ として同様の判定を行う. これを繰り返し実施していき, $s=20$ でもラウンド T が計算打ち切り時刻と判定されない場合, 当該ラウンドにおいて協力者数の周期的な循環は起こっていないものと判断し, ラウンド T は計算打ち切り時刻と判定されない.

なお, ラウンド T が周期 s における計算打ち切り時刻と判定された場合, 当該試行における集団協力率は, ラウンド T が属する周期における全ラウンドでの協力者数の割合の期間平均とする. 即ち, 集団協力率は $F_c = \sum_{t=T-s}^{T-1} S_c(t) / (1,600s)$ で与えられる.

B.3 集団における協力者数の, 収束もしくはは微小な振動状態に関する判定

あるラウンドにおいて, 前節に示す周期的な循環に関する判定を行った結果, 当該ラウンドが計算打ち切り時刻と判定されなかった場合, 以下に示す収束もしくはは微小な振動状態に関する判定を行う. 本節の判定は戦略分布の比較は行わず, 集団における協力者の数が周期的に循環しているか否かの判定を行う.

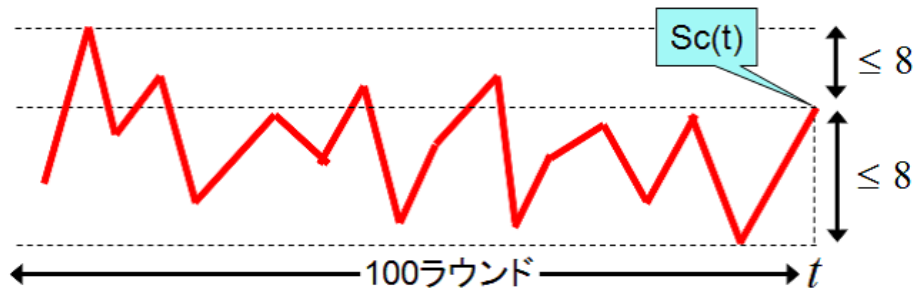


図 B.1: 協力者数が一定値に収束もしくは微小な振動状態になっているか否かの判定．図の赤線は集団における協力者の数を示し，横方向に時間変化を，縦方向に協力者数の変化（のイメージ）を示す．

図 B.1 に，協力者数の微小振動に関するイメージを記載する．図に示すように，あるラウンド t から $t-99$ までの全ての期間において，協力者数がラウンド t における値を基準として規定の振動幅以内に収まっていれば，ラウンド t において協力者数は微小振動状態になったものと解釈する．本研究では，協力者数の値の振動幅の上限を 8 とし²，協力者数が収束もしくは微小な振動状態になっているか否かの判定期間を 100 ラウンド分とした．よって， $|S_c(t) - S_c(t-k)| \leq 8$ があるラウンド T において，全ての $k \in 1, \dots, 99$ について成り立つとき，集団における協力者の数は一定値に収束もしくは微小な振動状態になったものと判定され，これを満たすラウンド T が計算打ち切り時刻となる．

なお，当該試行における集団協力率はラウンド $T-1 \sim T-100$ までの協力者数の割合の期間平均とし，即ち $F_c = \sum_{t=T-100}^{T-1} S_c(t) / (1,600 \times 100)$ で与えることとする．

B.4 計算打ち切りラウンドと判定されなかった場合の処理

各ラウンドにおいて，B.1 節～B.3 節に記すように，「戦略分布が過去ラウンドと完全に一致している」，「協力者数が周期的に循環している」，「時間経過に対して協力者数が収束もしくは微小振動している」のいずれかの条件を満たすとき，当該ラウンドを計算打ち切りラウンドとする．但し，上記のいずれの条件も満たされことなくラウンドが 2,000 に達した場合，その時点を経験したラウンドとする．このとき，当該試行における集団協力率はラウンド 1,000～1,999 までの 1,000 ラウンド分の協力者数の割合の期間平均とし，即ち $F_c = \sum_{t=1,000}^{1,999} S_c(t) / (1,600 \times 100)$ で与えることとする．なお，集団のネットワーク構造が 2 次元格子である場合，各ラウンドが計算打ち切り条件を満たさず，2,000 ラウンドで計算を打ち切るようなケースも存在した．但し，この場合も集団における協力者の数

² 集団サイズが 1,600 であるため，その 5% に相当する 8 人を振動幅の上限として採用した．なお，いくつかの試行及びパラメータセットについて，ラウンドの経過に伴う協力者数の変動が微小振動状態になったとき，その振動幅は 8 人以内に収まっていることを確認済みである．

は概ね微小な振動状態に収まっている（振動幅が若干大きく、収束もしくは微小な振動状態の判定では打ち切りラウンドとならない）ことを確認済みである。

付録C 1次元レギュラーネットワーク における分析に用いる小集団の サイズ

第2章では、リンクの重みに異質性のあるような1次元レギュラーネットワークにおいて、集団サイズ10の小集団を用いて、協力が進化するためにリンク重みの異質性 w が満たすべき条件及びそれが機能するような戦略分布パターンの導出を行っている。小集団を用いた分析を行う際に検討すべきことは、そのサイズをどの程度の大きさにすれば良いのかということである。重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー同士の塊を1つの単位として考えると、本研究で用いる1次元レギュラーネットワークのモデルは、サイズ2の塊達が多数存在し、重みの小さなリンクで連結されているということになる。1次元レギュラーネットワークの場合、集団サイズが増えるということは、現在の集団に対して上記の塊を更に横に連結していくということである。このことを踏まえると、分析に用いる小集団についてはそれ程大きなサイズでなくても良いものと考えられる。

本節では、集団のサイズを6, 8, 10, 12, 14, 16と変化させて集団協力率の期待値を算出し、大集団(サイズ1,600)においてシミュレーションで算出した集団協力率と比較する。なお、ここでは1次元レギュラーネットワークにおいてリンク重みの異質性が対戦のみに考慮される場合を検討対象とし、図2.3.5におけるRegion I~IV'の4領域について集団協力率を算出し、比較を行う。サイズ6~16の集団については、第2.3.3節に述べた要領により、集団協力率の期待値を算出することが可能であるため、これを用いる。例として、集団サイズを10としたときに、 (b, w) が領域Region II'に属する(w が条件1「 $w > (b-1.0)/(b+1.0)$ 」のみを満たす場合)ときの集団協力率の期待値を計算する。第2.3.3節に述べたように、例えば初期の戦略分布がパターン2である場合、最終的にはパターン6「 $-C \equiv C - C \equiv C - C \equiv C - C \equiv D - D \equiv D -$ 」に推移するため、集団協力率は7/10となる。また表2.3.1より、戦略分布が本質的にパターン2と同じである戦略分布は、パターン2自体を含めて10通り存在する。よって、集団全体において初期の戦略分布がパターン2であるような小集団の集団協力率の期待値は、期待値 $7/10 \times 10/1,024$ を取る(協力率の期待値は、1,024通りの戦略分布が等確率で初期に与えられると仮定して算出している)。これをパターン1から120まで繰り返し計算し、その総和を取ることで、集団全体

の協力率の期待値を導出することができ、結果は0.205となる。同様の要領により、集団サイズ6, 8, 10, 12, 14, 16のそれぞれの場合について、図2.3.5におけるRegion I'~IV'の4領域において、取り得る戦略分布パターンを全て列挙し、各パターンの最終推移先から集団協力率の期待値を算出した。この結果を以下に示す。

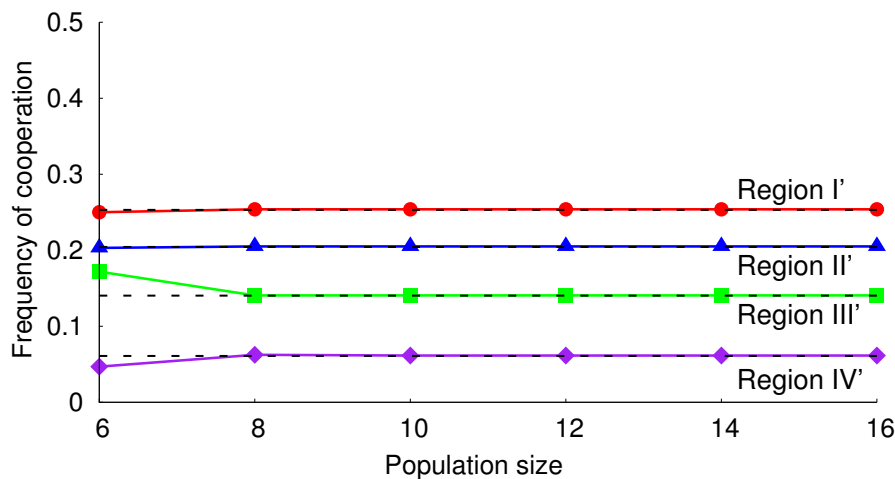


図 C.1: 小集団における集団協力率の期待値と、大集団における集団協力率のシミュレーション結果。グラフの横軸は小集団のサイズを、縦軸は集団協力率を表す。図の赤、青、緑、紫の線は、 (b, w) がそれぞれ Region I', II', III', IV' の4領域に属するときの、小集団(サイズ6, 8, 10, 12, 14, 16)における集団協力率の期待値を表す。また、図の破線は、サイズ1,600の集団における集団協力率のシミュレーション結果を表す。

図C.1は、集団サイズ6, 8, 10, 12, 14, 16のときの、Region I' (条件1と2の両方が満たされる)、Region II' (条件1のみ満たされる)、Region III' に属する(条件2のみ満たされる)、Region IV' (いずれの条件も満たされない)における集団協力率を示す。また、これらの集団協力率は、上述の期待値により算出している。また、集団サイズ1,600の大集団においてシミュレーションにより集団協力率を求め(計算要領及び計算条件等は、第2.2節及び第2.3.1節と同様)、小集団における期待値と比較を行った。図より、集団サイズを6としたときの集団協力率の期待値は、サイズ8, 10, 12, 14, 16の場合とは少し乖離した値を取っており、大集団におけるシミュレーション結果とも異なることが分かる。一方、サイズが8以上になると集団協力率の期待値はほとんど変化しなくなり、大集団でのシミュレーション結果ともほとんど差がないことが分かる。また、集団サイズが10以上(10, 12, 14, 16)であれば、集団協力率の期待値が全く同じ値を取ることが確認された。以上の結果を踏まえ、本研究では1次元レギュラーネットワークに関する分析に際し、サイズ10の小集団を用いることとする¹。

¹厳密に言えば、集団サイズ10が適正であるという保証はない。集団サイズが10~16の場合について集

本研究では小集団のサイズを 1,600 人としてシミュレーションを行ったが、上記の結果を踏まえると、集団サイズを 10 程度としてもほぼ同じ出力値を得られるかもしれない。但し、この結果は理論的に導出された主張ではなく、計算結果に基づくものであるため、サイズを 10 程度とすることが適正であると保証するものではない。また、今回行った集団サイズに関する検討は 1 次元レギュラーネットワークの集団についてのものであり、2 次元格子ネットワークの場合は、おそらく 1 次元レギュラーの場合よりも大きなサイズが必要となるであろう。小集団のサイズ 10 が適正であるか否かについて厳密に証明してはいないということ、また本研究で用いる 1 次元レギュラーネットワークと 2 次元格子ネットワークについては計算条件を揃えたいということから、大集団のサイズを 1,600 とした。

団協力率の期待値が等しいことは確認しているが、サイズが 18 以上の場合でも同じ値を取るかどうかは分からないからである。但し、集団サイズが 18 を超えると戦略分布パターン数が膨大となり、集団協力率の期待値の算出が困難になるということ、また集団サイズが 10~16 の場合でも、得られた期待値が集団サイズ 1,600 のときのシミュレーション結果と非常に近い値を取ることから、小集団のサイズを 10 とすることは、概ね妥当であると考えられる。なお、集団サイズを 6 や 8 とした場合でも、協力戦略の拡大/維持が起こるための w の条件の導出は可能である。

本研究では、1 次元レギュラーネットワークにおいて、リンク重みが対戦のみに考慮される場合の (b, w) の 4 領域における集団協力率の期待値を計算することで、分析に用いる小集団のサイズについて検討した。リンク重みが戦略更新のみに考慮される場合、対戦と戦略更新の両方に考慮される場合についても分析を行うのであれば、本来はそれぞれの場合の (b, w) の各領域について集団協力率の期待値を計算し、小集団のサイズを検討する必要があるだろう。但し、リンク重みが対戦のみに考慮される場合以外は (b, w) の領域数が非常に多くなるため、計算及び分析が困難である。以上のことを踏まえ、リンク重みが戦略更新のみに考慮される場合、対戦と戦略更新の両方に考慮される場合についても、重みが対戦のみに考慮される場合の 4 領域において導出された結果を用いて、同様にサイズ 10 の小集団を用いて分析を行うこととした。

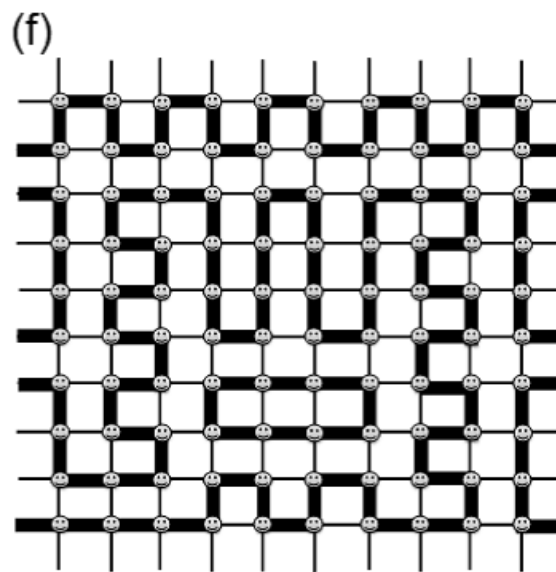
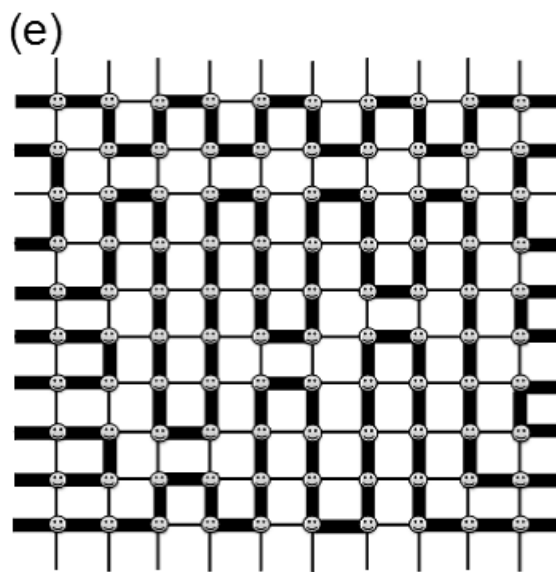
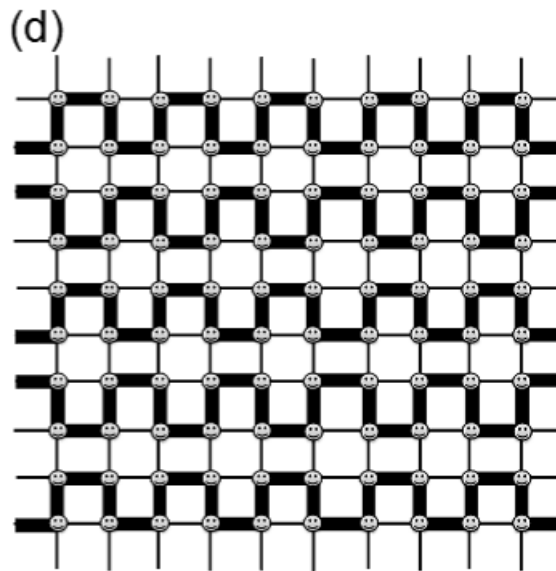
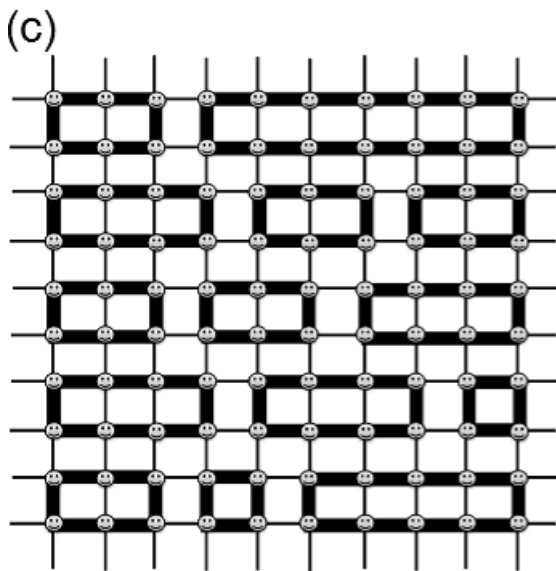
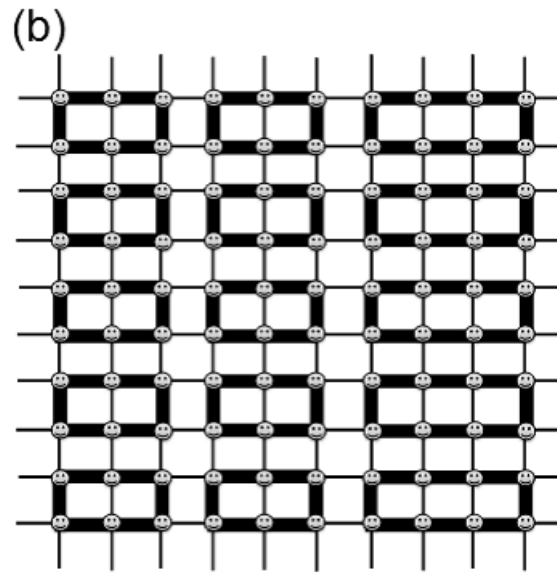
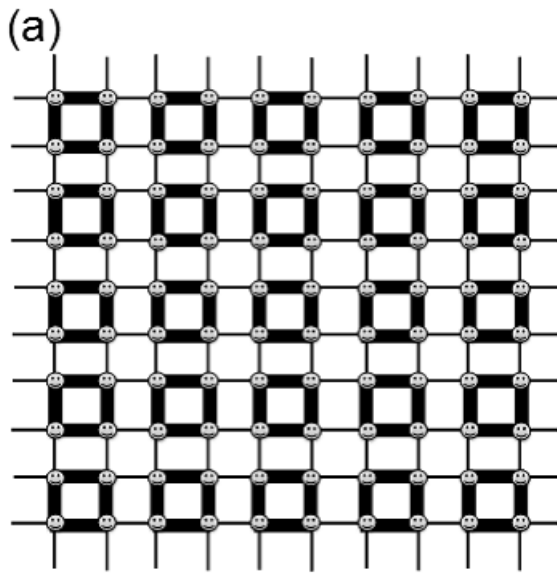
付録D 2次元格子ネットワークにおける、リンク重みの分布パターン

第3章では、リンク重みに異質性のあるような2次元格子ネットワークについて、協力の進化が起こるか否か及びその原因について分析を行った。本研究ではリンク重みの内部異質性のみに着目して分析するため、1プレイヤーあたりのリンク重みの総量が w に関わらず一定値となるようにした。また、内部異質性が協力の進化に影響を及ぼす原因を明らかにするため、可能な限り簡易な仮定を置いたモデルを用いることとした。これらを踏まえ、各プレイヤーが重み w_1 のリンクと重み w_2 のリンクを2本ずつ保有することとした($w_1 > w_2$)。

上記の仮定に従い1次元レギュラーネットワークの集団を考えた場合(1次元レギュラーの場合は、各プレイヤーは重み w_1 のリンクと重み w_2 のリンクを1本ずつ保有)、リンクの重みの分布は図2.2.2のような場合のみに限定される。一方、2次元格子ネットワークの集団の場合、重みの分布は無数に考えられる。これらの分布は、大別すると以下の2種類のパターンに区分される。

1つは、図D.1(a)~(c)に示すように、重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー達が矩形の塊を構成する場合である。このようなとき、重みの大きなリンクで連結されたプレイヤーの塊が集団内に多数存在することとなり、各プレイヤーは矩形の頂点に位置するか、もしくは矩形の辺の上に位置するということになる。なお、図D.1(a)は第3章で述べた重み分布のパターンCに該当し、(a)における各塊のサイズを横10人×縦2人の矩形としたものがパターンBに該当する。図D.1(a)のように集団内の矩形の塊が皆同じサイズである場合もあるが、(b)や(c)のようにサイズが皆異なる場合もある。これらの図より、プレイヤー達が矩形の塊を構成するようなリンク重みの分布には、これら以外にも無数のパターンが存在することが分かる。

一方、図D.1(a)~(c)のような矩形の塊が構成されない場合でも、図D.1(d)~(h)のように重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー達が閉じた塊を構成している(集団は周期境界条件を仮定しているため、図の右端のプレイヤーは左端のプレイヤーと、下端のプレイヤーは上端のプレイヤーと繋がっている)ような構造が存在する。なお、集団の構造を3次元的に捉える場合は、図D.1(a)~(c)も(d)~(h)も、本質的には「重みの大きなリンク



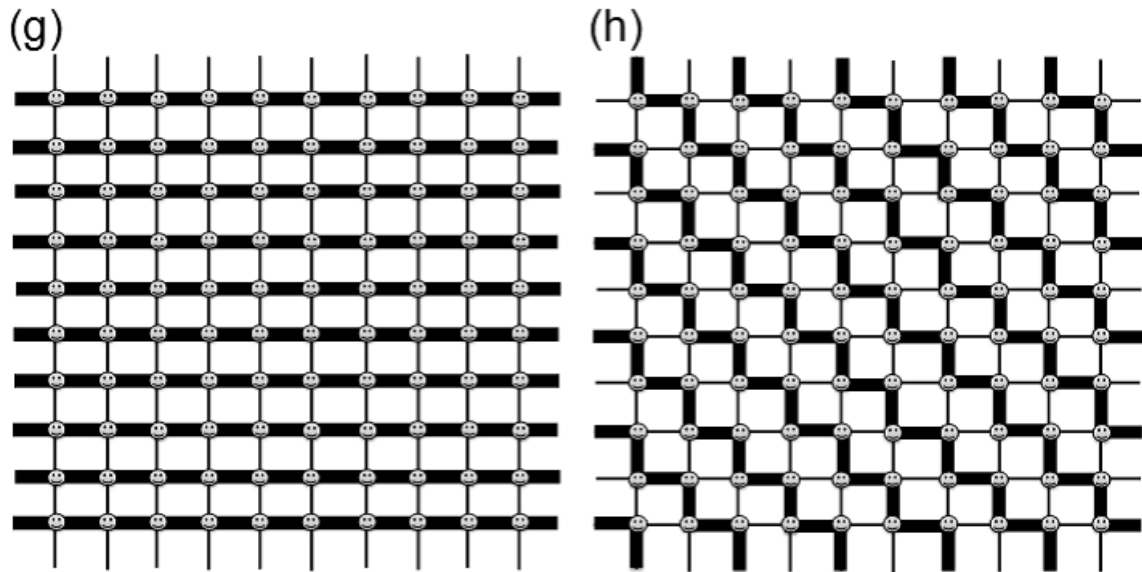


図 D.1: 2次元格子ネットワークにおける，リンクの重みの分布のパターンの例．(a)~(c)は，重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー達が矩形の塊を構成する場合の例を示す．また (d)~(h) は，重みの大きなリンクで繋がれたプレイヤー達が矩形以外の閉じた塊を構成する場合の例を示す．図の太線は重みの大きなリンク（重み w_1 ）を，細線は重みの小さなリンク（重み w_2 ）を表す（ $w_1 > w_2$ ）．

で繋がれたプレイヤー達が閉じた塊を構成している」という点において同じパターンに区分される．図 D.1(g) は第 3 章で述べた重み分布のパターン A に該当し，(h) はパターン D に該当する．

以上より，図 D.1(a)~(h) から分かるとおり，たとえリンク重みに内部異質性しか存在せず，各プレイヤーが重み w_1 のリンクと重み w_2 のリンクを 2 本ずつ保有するようにモデルに制約を設けても，2次元格子ネットワークの集団においては，リンク重みの分布のパターンは無数に存在する．本研究では可能な限り簡易な仮定によりモデル化を行うこととしているため，これらの図の中でも特にリンク重みの分布が簡易であると考えられる図 D.1(g) に着目し，これをパターン A と呼称し，第 3 章における分析対象の 1 つとした．また，図 D.1(g) の場合は集団内に矩形の塊が存在しない（集団の構造を 3 次的に捉えれば，閉じた塊を構成しているという点では同じであるが）ことを踏まえ，この図における横一列のプレイヤー達の塊を縦方向にも拡張して矩形の塊を構成することとし，サイズが横 10 人 × 縦 2 人の矩形の塊で構成される集団を考え，これをパターン B と呼称した．更に，パターン B との比較のため，図 D.1(a) のようにサイズが最小の矩形が多数存在するような集団にも着目することとし，これをパターン C と呼称した．最後に，これまで挙げたパターン A~C よりも若干複雑な重みの分布の一例として図 D.1(h) を取り上げることとし，これをパターン D と呼称した．ここまで述べたように，2次元格子ネッ

トワークにおけるリンク重みの分布には無数のパターンが存在するが、本研究ではその中でも比較的簡易な分布を選択し、第3章における分析対象とした。

付録E 論文リスト

E.1 参考論文

本論文の主内容は、下記 [1], [2], [3] として公表済みである。

公表済み論文

[1] 岩田学, 秋山英三, 「リンク太さの不均一性が協力の進化を促進する条件」, *The Proceedings of the Joint Agent Workshop (JAWS2014)*, 2014, pp.205–208

[2] 岩田学, 顔澤シン, 米納弘渡, 秋山英三, 「リンクの重みの不均一性が, 協力の進化に与える影響」, ネットワークが創発する知能研究会 (JWEIN'13) 講演論文集, 2013, pp.30–36

[3] Manabu Iwata and Eizo Akiyama, “Heterogeneity of link weight and the evolution of cooperation”, *Physica A* (オンライン版は刊行済み (閲覧可能)). 冊子版は 2016 年 4 月 (Vol. 448, pp.224–234) に刊行予定)

E.2 その他の論文

公表済み論文

[1] 岩田学, 秋山英三, 「相手の「協力度」を考慮する戦略とネットワーク上での協力の進化」, コンピュータソフトウェア (日本ソフトウェア科学会論文誌), Vol.28, No.1, 2011, pp.103–115

査読のない発表論文

[2] Manabu Iwata, Eizo Akiyama, “Heterogeneity of link weight and the evolution of cooperation”, 2015 年日本数理生物学会 / 日中韓数理生物学コロキウム合同大会 講演論文集, 2015, pp.175

[3] 岩田学, 秋山英三, 「リンクの太さの不均一性が, 協力の進化を促進する条件」, 2014 年度人工知能学会全国大会 大会論文集, 2014

[4] 岩田学, 秋山英三, 「1次元レギュラーネットワークにおいて, リンクの太さの不均一性が協力の進化を促す条件」, 情報処理学会第76回全国大会 講演論文集(分冊2), 2014, pp.21