

氏名	田中勇一
学位の種類	博士（理学）
学位記番号	博甲第 7632 号
学位授与年月日	平成 28 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審査研究科	数理物質科学研究科
学位論文題目	

Some topics in Model theory: model companion, recursive saturation and Schröder-Bernstein property.

(モデル論に関するいくつかの話題:モデルコンパニオン, 再帰的飽和性およびシュレーダー・ベルンシュタイン性)

主査	筑波大学准教授 理学博士 坪井明人
副査	筑波大学准教授 博士（数学） 塩谷真弘
副査	筑波大学准教授 理学博士 坂井 公
副査	筑波大学講師 理学博士 西村泰一

## 論文の要旨

田中勇一氏の学位論文は、3つの実質的な章とそれら全体に対する準備の章からなる。準備の章においては、数理論理学およびモデル理論の基礎的な概念の定義と説明、基本的性質が要領よくまとめられている。

著者が本論文で扱う分野はモデル理論であり、数学的構造の一般論を数理論理学の立場から研究する分野となる。中でもこの論文で扱っているものは、(a) 古典的なモデル理論、計算モデルの理論、および(c)安定性理論である。(a)については、モデル・コンパニオン (model companion) の概念を研究している。この概念は、古典的なモデル理論の中で最も重要な概念の一つである。理論  $T$  がモデル・コンパニオンを持っている場合、 $T$  はモデル完全な理論であることに非常に近く、モデル完全な理論は、量化記号消去の弱いバージョンを持っていると考えられる。多くの有用な理論がモデル完全であることが知られており、モデル・コンパニオンの存在に関する問題は重要となる。著者は与えられたモデルの理論がモデル・コンパニオンを持つか否かを決定する問題に関して、特にグラフの理論の場合に考察を与えて、いくつかの判定条件を発見している。

一方、計算モデルの理論における研究テーマは、モデル理論における概念の構成的バージョンの考察である。多くのモデル理論における概念は、超越的に定義される場合が多く、実際に応用する場合においては、構成的バージョンの存在が重要となる。この方向性は決定可能性と定義可能性に関連している。この点について、著者は計算モデル理論における Ressayre の定理と同様の結果を得ている。最後の章で扱われる安定性理論は代数的独立性や線形独立性に代表される独立性の概念の一般化に興味の対象がある。著者は安定性理論のフレームワークを適用して、シュレーダー・バーンスタインの定理の類似定理を考察している。なお、(a)、(b) は共著論文として結果はすでに公開されているが、本論文では田中氏の寄与した部分について、必要事項の説明をより詳細に記載している。(c) は単著論文として受理されている。

## 審査の要旨

### 〔批評〕

モデル・コンパニオンの考察では、グラフ理論に特化しているが、新しい知見が得られている。一連の共同研究の一部であるが、本質的な例の数学的構成においては、著者のアイデアが多く含まれている。計算モデル理論においては、新しい概念を提出して、その考察を行っている。本結果も共同研究であるが、実閉体のモデル理論的構成においては、定理の仮定条件を大幅に下げることにより田中氏の寄与がある。また付値体の理論では、その大部分が田中氏のアイデアに基づく。シュレーダー・バーンスタインの定理の類似型の結果については、考える射として elementary mapping を考えている。類似型が成立しないための十分条件を与えている。必要十分条件を与えることが、この方向での最終目標であると思われるが、現在の時点ではそこまでは到達していない。この点は惜まれる。

### 〔最終試験結果〕

平成 28 年 2 月 18 日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

### 〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。